Exercice 1 (Exponentielle translatée)

Soit X une variable aléatoire admettant pour densité :

$$f_{\theta}(x) = \frac{1}{\theta} \exp(-(x-\theta)/\theta) I_{x \in [\theta, +\infty[},$$

avec θ un paramètre inconnu. Soit (X_1,\ldots,X_n) un échantillon i.i.d. de même loi que X.

- 1) Estimer θ par la méthode des moments.
- 2) Quelle est la limite de l'estimateur $\hat{\theta}_n$ ainsi obtenu .

Exercice 1 (Modèle de translation et d'échelle)

Un expérimentateur mesure n observations indépendantes d'une certaine quantité. On suppose que

$$X_i = \mu + \sigma \zeta_i$$
,

où $\{\zeta_i\}_{i=1}^n$ sont i.i.d et leur densité par rapport à la mesure de Lebesgue sur \mathbb{R} g est connue. μ est le paramètre de translation et σ une échelle.

- 1) Écrire le modèle statistique
- 2) Lorsque g est la densité d'une d'une distribution normale standard, proposez deux estimateurs des deux paramètres en utilisant la méthode des moments et l'estimation du maximum de vraisemblance.
- 3) Supposons maintenant que g est une densité de Laplace. Proposez deux estimateurs des deux paramètres.