Graficación

Estrategia: Asistir a clases, hacer apuntes y repasar de forma tradicional es suficiente. No se hará guía de estudio de esta materia por todas las notas matemáticas que deben hacerse.

Primer Parcial

▼ **Primer Parcial**

▼ **24-01-22**

Profesor: Hermilo Sánchez Cruz

Presentación

▼ **25-01-22**

Viendo el contenido del programa

Equipos de no más de 4 personas para exponer temas del programa

Programar en lo que sea

▼ **26-01-22**

Repaso de Álgebra Lineal

Existen matrices, determinantes, ecuaciones lineales

Matriz: Tabla de m filas y n columnas

Una matriz $m \times n$ es una matriz de m filas por n columnas

Un ejemplo es el siguiente:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Y a_{ij} es considerado como escalar

Donde $1 \leq i \leq m$ y $1 \leq j \leq n$

Cada elemento de la matriz también se le llama entrada

También puede decirse:

$A = (a_{ij}), 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$

Dos matrices A y B son iguales si ambas tienen las mismas dimensiones y además $a_{ij} = b_{ij}$ tal que $1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n$

Dadas dos matrices de dimensiones $m \times n$, la suma se define como

$A + B = a_{ij} + b_{ij}$

Para cada entrada de la matriz

La multiplicación de una matriz por un escalar se define como la multiplicación de cada entrada por el escalar

Un caso particular de las matrices son los vectores

Un vector es una matriz de $m \times 1$ o por su transpuesta, también es válido expresarlo como la matriz de $1 \times n$

Las entradas del vector son sus coordenadas:

$$\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_m \end{bmatrix}$$

La transpuesta del vector anterior es:

$$\overrightarrow{v}^T = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_m \end{bmatrix}$$

▼ 27-01-22

Un tensor es algo más general que una matriz. Puede ser una matriz, un vector o un escalar. De hecho un escalar es una matriz de dimensión 1×1

Estos vectores nos van a servir para establecer el producto de dos matrices.

Anteriormente ya se vieron los vectores y las transpuestas

Producto punto de dos vectores

Sean:

$$\overrightarrow{v} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix}, \overrightarrow{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

Dos vectores de dimensiones $1 \times n$ y $n \times 1$ respectivamente

Se define el producto punto de estos dos vectores como:

$$\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{u} = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = v_1 u_1 + v_2 u_2 + \cdots + v_n u_n = \sum_{i=1}^{n} v_n u_n$$

La segunda dimensión de la primera matriz deberá coincidir con la primera dimensión de la segunda matriz

Es decir: un producto del tipo $A_{m \times n}$ y $B_{n \times p}$ que resultará en una matriz de dimensión $m \times p$: $C_{m \times p}$ donde su elemento c_{ij} es el producto de la fila i de A por la columna j de B

La anterior es la definición del producto de dos matrices

Propiedades de la suma de matrices

Supongamos dos matrices

La propiedad conmutativa se respeta

La propiedad asociativa se respeta

El elemento neutro aditivo se respeta (una matriz de puros ceros)

▼ **28-01-22**

Propiedades del producto de matrices

La propiedad asociativa se respeta ($(AB)C = A(BC)$)

La propiedad distributiva se respeta ($A(B+C) = AB + AC$)

El elemento neutro multiplicativo se respeta (la matriz identidad)

Propiedades de matrices y escalares

Siendo α, β escalares:

1. $\alpha(\beta A) = (\alpha\beta)A$
2. $\alpha(AB) = (\alpha A)B = A(\alpha B)$
3. $(\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A$
4. $\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B$
5. La matriz transpuesta cambia los renglones de A por las columnas de A

Propiedades de la transposición

1. $(A + B)^T = A^T + B^T$
2. $(AB)^T = B^T A^T$
3. $(A^T)^T = A$
4. La matriz A es simétrica si $A^T = A$

▼ **31-01-22**

Resolver ecuaciones

Mediante el método de eliminación de Gauss

1. Hay que escalonar la matriz, usando intercambios de filas, suma de filas y multiplicación de filas por un escalar

Por ejemplo:

Ej

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 & 8 & 7 \\ -1 & 0 & 3 & 6 \\ 5 & 9 & 10 & 0 \\ 0 & 9 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

▼ **01-02-22**

Repaso de álgebra lineal del método de gauss jordan

▼ **02-02-22**

Más repaso de álgebra lineal sobre determinantes

▼ **03-02-22**

Repaso determinantes ecuaciones con dos incógnitas

Tarea-partipación: Hacer el ejemplo 1.2.8, del libro de Álgebra Lineal.
Un departamento de pesca y caza del estado proporciona tres tipos de comida a un lago que alberga a tres especies de peces. Cada pez de la especie 1 consume cada semana un promedio de 1 unidad del alimento A, 1 unidad del alimento B y 2 unidades del alimento C. Cada pez de la especie 2 consume cada semana un promedio de 3 unidades del alimento A, 4 del B y 5 del C. Para un pez de la especie 3, el promedio semanal de consumo es de 2 unidades del alimento A, 1 unidad del alimento B y 5 unidades del C. Cada semana se proporcionan al lago 25 000 unidades del alimento A, 20 000 unidades del alimento B y 55 000 del C. Si suponemos que los
peces se comen todo el alimento, ¿cuántos peces de cada especie pueden coexistir en el lago?

▼ **Solución a la tarea**

Datos

Cada pez de la especie 1 consume semanalmente 1A, 1B y 2C

Cada pez de la especie 2 consume semanalmente 3A, 4B y 5C

Cada pez de la especie 3 consume semanalmente 2A, 1B y 5C

Cada semana se proporcionan 25,000 unidades de A, 20,000 de B y 55,00 de C

Suponiendo consumo total → total de peces que pueden coexistir juntos

Solución

Sea x_1, x_2, x_3 la cantidad de peces de la especie 1, 2 y 3 respectivamente

Se sabe que:

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 25,000$$

$$x_1 + 4x_2 + x_3 = 20,000$$

$$2x_1 + 5x_2 + 5x_3 = 55,000$$

El sistema de ecuaciones anterior tiene como matriz aumentada la siguiente:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 2 & 25,000 \\ 1 & 4 & 1 & 20,000 \\ 2 & 5 & 5 & 55,000 \end{array}\right]$$

Que al resolver por método de Gauss-Jordan:

$$\xrightarrow{R1 = R2 - R1} \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -5,000 \\ 1 & 4 & 1 & 20,000 \\ 2 & 5 & 5 & 55,000 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow{R3 = 2R2 - R3} \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -5,000 \\ 1 & 4 & 1 & 20,000 \\ 0 & 3 & -3 & -15,000 \end{array}\right]$$

$$\xrightarrow[R3 = R3 - 3R1]{R2 = R2 - 4R1} \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & -1 & -5,000 \\ 1 & 0 & 5 & 40,000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Lo anterior demuestra que el sistema de ecuaciones tiene un número infinito de soluciones, representado por las siguientes ecuaciones:

$$x_2 - x_3 = -5,000$$

$$x_1 + 5x_3 = 40,000$$

Es decir:

$$x_2 = x_3 - 5,000$$

$x_1 = 40,000 - 5x_3$

Por lo tanto, la expresión que representa las soluciones del problema es:

$$V = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40,000 - 5x_3 & x_3 - 5,000 & x_3 \end{bmatrix}$$

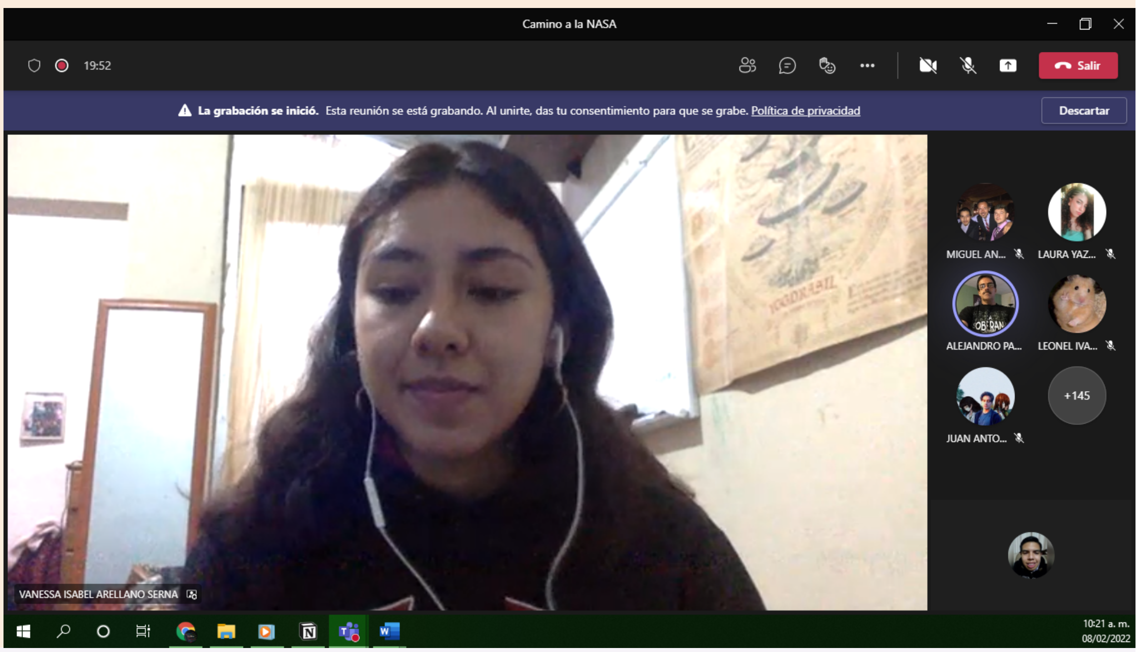
x_3 no puede ser menor a 0 ni mayor a 8,000 (por la primera componente). Tampoco puede ser menor a 5,000 (por la segunda componente) de modo que la solución se respeta para toda x_3 tal que $5,000 \leq x_3 \leq 8,000$

▼ 04-02-22

Repaso de determinantes 3×3

▼ 08-02-22

No hubo clase por la charla de Vanessa sobre su experiencia a la NASA:



▼ 09-02-22

Suma y resta de vectores

▼ 10-02-22

La suma de los ángulos de un triángulo da 180° OMG :O clase super útil viendo trigonometría :0000000000000000

▼ 11-02-22

Más trigonometría OMG :0

iii) Existe un vector $\mathbf{0} \in V$ tal que para todo $\mathbf{x} \in V$, $\mathbf{x} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{x} = \mathbf{x}$
(el $\mathbf{0}$ se llama **vector cero** o **idéntico aditivo**).

iv) Si $\mathbf{x} \in V$, existe un vector $-\mathbf{x}$ en $\in V$ tal que $\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \mathbf{0}$
($-\mathbf{x}$ se llama **inverso aditivo** de $\mathbf{x}$).

v) Si $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$ están en V, entonces $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$
(**ley conmutativa de la suma de vectores**).

vi) Si $\mathbf{x} \in V$ y α es un escalar, entonces $\alpha\mathbf{x} \in V$
(**cerradura bajo la multiplicación por un escalar**).

vii) Si $\mathbf{x}$ y $\mathbf{y}$ están en V y α es un escalar, entonces $\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$
(**primera ley distributiva**).

viii) Si $\mathbf{x} \in V$ y α y β son escalares, entonces $(\alpha + \beta)\,\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$
(**segunda ley distributiva**).

ix) Si $\mathbf{x} \in V$ y α y β son escalares, entonces $\alpha(\beta\mathbf{x}) = (\alpha\beta)\mathbf{x}$
(**ley asociativa de la multiplicación por escalares**).

x) Para cada vector $\mathbf{x} \in V$, $1\mathbf{x} = \mathbf{x}$

Tarea:

Tarea (Libro: Algebra lineal, Grossman)
Hacer la autoevaluación 5.7, 1.1, 1.2, 1.9, 2.1

▼ Tarea

▼ Autoevaluación 5.7

AUTOEVALUACIÓN 5.7

Elija la opción que complete correctamente los siguientes enunciados.

I) El rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ es _______.

a) 1 *b)* 2 *c)* 3 *d)* 4

II) La nulidad de la matriz en el problema 1 es _______.

a) 1 *b)* 2 *c)* 3 *d)* 4

III) Si una matriz de 5×7 tiene nulidad 2, entonces su rango es _______.

a) 5 *b)* 3 *c)* 2 *d)* 7

e) No se puede determinar sin más información.

IV) El rango de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ es _______.

a) 1 *b)* 2 *c)* 3

V) La nulidad de la matriz en el problema IV es _______.

a) 0 *b)* 1 *c)* 2 *d)* 3

VI) Si A es una matriz de 4×4 y $\det A = 0$, entonces el valor máximo posible para $\rho(A)$ es _______.

a) 1 *b)* 2 *c)* 3 *d)* 4

VII) En el problema IV, $\dim C_A =$ _______.

a) 1 *b)* 2 *c)* 3

VIII) En el problema I, $\dim R_A =$ _______.

a) 1 *b)* 2 *c)* 3 *d)* 4

Falso-verdadero

IX) En cualquier matriz de $m \times n$, $C_A = R_A$.

X) En cualquier matriz de $m \times n$, $C_A = \text{im}A$.

1. c. Todas las ecuaciones son linealmente independientes.
2. a. Sólo se necesita un parámetro para expresar su solución.

   Solución: $S = \{x, y, w, z\} = \{\frac{31}{3}z, -\frac{11}{3}z, -\frac{7}{3}z, z\}$
3. a
4. a

5. b
6. c
7. a
8. a
9. Falso
10. Verdadero

Autoevaluación 1.1

AUTOEVALUACIÓN 1.1

I) De las siguientes afirmaciones con respecto a la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, ¿cuál de ellas no es verdadera?

- *a*) Es un par ordenado que satisface ambas ecuaciones.
- *b*) Su gráfica consiste en el (los) punto(s) de intersección de las gráficas de las ecuaciones.
- *c*) Su gráfica es la abscisa de las gráficas de las ecuaciones.
- *d*) Si el sistema es inconsistente, no existe una solución.

II) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta para un sistema inconsistente de dos ecuaciones lineales?

- *a*) No existe una solución.
- *b*) La gráfica del sistema está sobre el eje y.
- *c*) La gráfica de la solución es una recta.
- *d*) La gráfica de la solución es el punto de intersección de dos líneas.

III) ¿Cuál de las aseveraciones que siguen es cierta para el siguiente sistema de ecuaciones?

$$3x - 2y = 8$$
$$4x + y = 7$$

a) El sistema es inconsistente.
b) La solución es $(-1, 2)$.
c) La solución se encuentra sobre la recta $x = 2$.
d) Las ecuaciones son equivalentes.

IV) De las siguientes ecuaciones que se presentan, ¿cuál de ellas es una segunda ecuación para el sistema cuya primera ecuación es $x - 2y = -5$ si debe tener un número infinito de soluciones?

a) $6y = 3x + 15$
b) $6x - 3y = -15$
c) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
d) $\frac{3}{2}x = 3y + \frac{15}{2}$

V) ¿Cuál de las gráficas de los siguientes sistemas es un par de rectas paralelas?

a) $3x - 2y = 7$
$4y = 6x - 14$

b) $x - 2y = 7$
$3x = 4 + 6y$

c) $2x + 3y = 7$
$3x - 2y = 6$

d) $5x + y = 1$
$7y = 3x$

1. c. La opción no tiene lógica.
2. a. Es la definición de sistema inconsistente (y la d de la pregunta anterior sopla la respuesta a la pregunta :0)
3. Despejando las ecuaciones:

   $3x - 8 = 2y \rightarrow \frac{3x-8}{2} = y$

   $4x - 7 = -y \rightarrow -(4x - 7) = y \rightarrow 7 - 4x = y$

   Igualando ambas ecuaciones:

   $\frac{3x-8}{2} = y = 7 - 4x \rightarrow \frac{3x-8}{2} = 7 - 4x$

   Al resolver:

   $3x - 8 = 14 - 8x$

   $11x = 22$

   $x = \frac{22}{11}$

   $\therefore x = 2$

   No es necesario continuar con el procedimiento. Se observa que la única opción que encaja con la solución propuesta es la opción c.

4. Deberá ser una ecuación "equivalente" a la ecuación dada ($x - 2y = -5$). Al probar con las diferentes ecuaciones se observa que se tiene una relación entre los términos, que es equivalente a la opción a, pues esta opción es la misma ecuación multiplicada por 3. Por lo tanto, la opción es la a.

5. Similar a 4. Pero esta vez deberán ser equivalente sólo los términos x y y. Obsérvese que ninguna de las opciones tiene términos equivalentes, excepto la opción b, que al despejar, y representa el negativo y el doble de x. Por lo tanto, se trata de la opción b.

▼ **Autoevaluación 1.2**

AUTOEVALUACIÓN 1.2

I) ¿Cuál de los siguientes sistemas tiene la matriz de coeficientes dada a la derecha?

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) $3x + 2y = -1$
$y = 5$
$2x = 1$

b) $3x + 2z = 10$
$2x + y = 0$
$-x + 5y + z = 5$

c) $3x = 2$
$2x + y = 0$
$-x + 5y = 1$

d) $3x + 2y - z = -3$
$y + 5z = 15$
$2x + z = 3$

II) ¿Cuál de las siguientes es una operación elemental por renglones?

a) Reemplazar un renglón con un múltiplo diferente de cero de ese renglón.
b) Sumar una constante diferente de cero a cada elemento en un renglón.
c) Intercambiar dos columnas.
d) Reemplazar un renglón con una suma de renglones y una constante diferente de cero.

III) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre la matriz dada?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Está en la forma escalonada por renglón.
b) No está en la forma escalonada por renglón porque el cuarto número en el renglón 1 no es 1.
c) No está en la forma escalonada por renglón porque el primer elemento diferente de cero en el renglón 1 es 3.
d) No está en la forma escalonada por renglón porque la última columna contiene un cero.

IV) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta sobre el sistema dado?

$$\begin{aligned} x + y + z &= 3 \\ 2x + 2y + 2z &= 6 \\ 3x + 3y + 3z &= 10 \end{aligned}$$

a) Tiene una solución única $x = 1$, $y = 1$, $z = 1$.
b) Es inconsistente.
c) Tiene un número infinito de soluciones.

1. d. Las demás no concuerdan con la relación x, y, z.
2. a. Las demás no son operaciones básicas por renglones.
3. c. Afirma lo correcto respecto a su forma escalonada.
4. b. Es inconsistente pues se trata de tres rectas paralelas que nunca se tocarán.

▼ **Autoevaluación 1.4**

Autoevaluación 1.4

I) ¿Cuáles de los siguientes sistemas deben tener soluciones no triviales?

a) $\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= 0 \end{aligned}$

b) $\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 &= 0 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 &= 0 \end{aligned}$

c) $\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= 0 \end{aligned}$

II) ¿Para qué valores de k tendrá soluciones no triviales el siguiente sistema?

$$\begin{aligned} x + y + z &= 0 \\ 2x + 3y - 4z &= 0 \\ 3x + 4y + kz &= 0 \end{aligned}$$

a) 1 *b)* 2 *c)* 3 *d)* 4 *e)* -3 *f)* 0

1. c. Ya que no se tendrá como solución una única dada (la cual convierte a las soluciones de los otros dos sistemas homogéneos en soluciones triviales). Dado que tiene más soluciones, por ello tendrá soluciones no triviales.
2. Puede observarse claramente que la tercera ecuación del sistema es el resultado de la suma de las otras dos (en cuanto a los términos x, y). Si se configura el término z para que esto también ocurra, el sistema tendrá soluciones no triviales. La respuesta que permite esto es la e.

▼ **Autoevaluación 2.1**

AUTOEVALUACIÓN 2.1

I) ¿Cuál de las siguientes aseveraciones es cierta para la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & -1 & 0 \end{pmatrix}?$$

a) Es una matriz cuadrada.

b) Si se multiplica por el escalar -1, el producto es $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -3 \\ -7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

c) Es una matriz de 3×2.

d) Es la suma de $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 7 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

II) ¿Cuál de los incisos es $2A - 4B$ si $A = (2\ \ 0\ \ 0)$ y $B = (3\ \ 1)$?

a) $(-8\quad -4)$
b) $(5\quad 0\quad 1)$
c) $(16\quad -4\quad 0)$
d) Esta operación no se puede realizar.

III) ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es necesaria cuando se encuentra la diferencia (restas) de dos matrices?

a) Las matrices deben ser del mismo tamaño.
b) Las matrices deben ser cuadradas.
c) Las matrices deben ser ambas vectores renglón o vectores columna.
d) Una matriz debe ser un vector renglón y la otra un vector columna.

IV) ¿Cuáles serían los elementos de la segunda columna de la matriz B si

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 0 \\ 2 & 8 & -1 \end{pmatrix} + B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}?$$

a) $-2, -8, 1$ *b*) $4, -8$
c) $2, 8, -1$ *d*) $-4, 8$

V) ¿Cuál de las siguientes opciones debe ser el segundo renglón de la matriz B si $3A - B = 2C$ para

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

a) $-3, 2, 6$ *b*) $0, -2, 9$
c) $3, -2, 6$ *d*) $0, 2, -9$

1. b. Simple inspección.

2. d. No se puede realizar la operación debido a que la dimensión de los vectores no es la misma.
3. a. Es definición para realizar la suma (por ende, la resta) de dos matrices.
4. b. Para obtener la matriz 0 habrá que sumarle una matriz donde los componentes sean el inverso aditivo de la anterior.
5. Se observa que la segunda columna de ese segundo renglón deberá ser -2, lo que deja sólo las opciones b o c. Como se multiplica A por 3, se obtiene en la tercera columna de ese segundo renlgón un 9, que para restarlo será necesario este mismo (dado que C tiene en esa componente un 0) que sólo tiene b, por lo tanto, la respuesta es b.

▼ **14-02-22**

Espacio vectorial combinación lineal, propiedad de independencia lineal :o

Combinación lineal

Sea $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ en $\mathbb{R}^3$ se puede escribir como

$$\vec{v} = v_1\hat{i} + v_2\hat{j} + v_3\hat{k} \quad \text{donde} \quad \hat{i} = (1,0,0), \quad \hat{j} = (0,1,0), \quad \hat{k} = (0,0,1)$$

se dice que $\vec{v}$ es combinación lineal de $\hat{i}, \hat{j}$ y $\hat{k}$.

Def. Sea $\boxed{a_1\vec{v}_1 + a_2\vec{v}_2 + a_3\vec{v}_3 + \dots + a_n\vec{v}_n}$ una combinación lineal de los vectores $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$, donde $a_1, a_2, \dots, a_n$ son escalares

Dependencia e independencia lineal

Sean $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_n$, n vectores de un espacio vectorial V. Entonces, se dice que los vectores son linealmente dependientes si existen n escalares $c_1, c_2, \dots, c_n$ no todos cero, tales que

$$c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2 + \dots + c_n\vec{v}_n = 0$$

Si los vecores no son linealmente dependientes, son linealmente independientes, es decir, $v_1, v_2, \dots, v_n$ son linealmente independientes si la ecuación de arriba se cumple únicamente si $c_1 = c_2 = \dots = c_n = 0$

Dos vectores en un espacio vectorial son linealmente independientes si y sólo si uno de ellos es multiplo escalar del otro.

▼ **15-02-22**

Cosas extrañas con triángulos

▼ **16-02-22**

Producto cruz y la regla de la mano derecha

Teorema 4.4.2

Sean **u**, **v** y **w** tres vectores en $\mathbb{R}^3$ y sea α un escalar, entonces:

i) $\mathbf{u} \times \mathbf{0} = \mathbf{0} \times \mathbf{u} = \mathbf{0}$

ii) $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{u})$ (**propiedad anticonmutativa para el producto vectorial**).

iii) $(\alpha\mathbf{u}) \times \mathbf{v} = \alpha(\mathbf{u} \times \mathbf{v})$

iv) $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} + \mathbf{w}) = (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) + (\mathbf{u} \times \mathbf{w})$ (**propiedad distributiva para el producto vectorial**).

v) $(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} = \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w})$ (esto se llama **triple producto escalar** de **u**, **v** y **w**).

vi) $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = \mathbf{v} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = 0$ (es decir, $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ es ortogonal a **u** y a **v**).

vii) Si **u** ni **v** son el vector cero, entonces **u** y **v** son paralelos si y sólo si $\mathbf{u} \times \mathbf{v} = \mathbf{0}$.

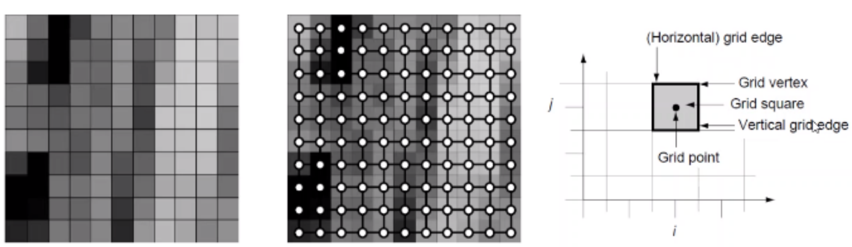
▼ **17-02-22**

Una propiedad bien OMG de vectores que puedes googlear en 2 minutos :O

Descargar otro programa violacompus como AutoCad, 3DStudio o Blender :D

▼ **18-02-22**

Teselación



simplejos de un pixel

$$G_{m \times n} = \{(i,j) \in \mathbb{Z}^2 \mid 1 \leq i \leq m;\ 1 \leq j \leq n\}$$

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \cdots & f(0, N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \cdots & f(1, N-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M-1, 0) & f(M-1, 1) & \cdots & f(M-1, N-1) \end{bmatrix}$$

▼ **21-02-22**

Formación de equipos

Equipos para exponer

▼ **22-02-22**

Marco Martinez ID: 253959	imágenes raster vs imágenes vectoriales		Para el 7-marzo-2022	Organizar la exposición, escritura y presentación en las diapositivas
Efraín Orocio ID: 252742	Historia			
Melissa Almeida ID: 212045	Concepto de imagen, pixel, voxel	Ejemplos gráficos.		
Juliett Ordaz ID: 189420	Formatos de imagen, tanto vectorial como raster. Explicacion general. Imágenes con pérdida y sin pérdida de datos. Exposición en una hora.			
Muro Martinez Omar 252312	Transformaciones (rotación, traslación, espejo, cambio de escala)		Para el 10 de marzo, 2022	
Orduña Salas Diego Antonio 229323	Codificación en los contornos de objetos: F8 (código de Freeman de ocho direcciones), VCC, AF8, 3OT			
Ortiz Nájera Alan Daniel 210331	Aplicaciones: compresión y simplificación en puntos dominantes			
Rodriguez Sandoval Jaime Alfonso 252845				

Bajar Bimvox

http://graphics.stanford.edu/data

http://gfx.cs.princeton.edu/proj/sugcon/models

Voxel = Pixel + 1 dimensión más

Voxel = (x, y, z, intensidad)

Si la intensidad es 0, entonces es un 0-voxel y si es 1, entonces es un 1-voxel

▼ **23-02-22**

Invariantes

▼ **24-02-22**

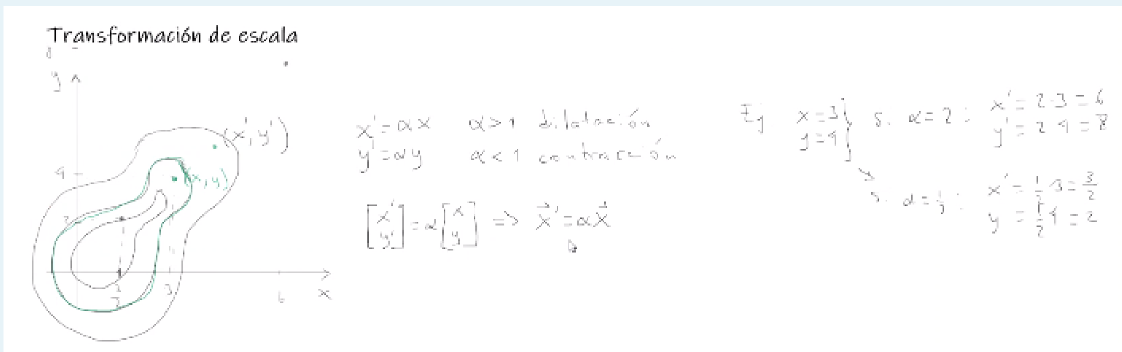
No hubo clase debido a la aplicación del primer parcial

Segundo Parcial

▼ Segundo Parcial

▼ 25-02-22

Marco Martinez ID: 253959	imágenes raster vs imágenes vectoriales	Para el 7-marzo-2022	Organizar la exposición, escritura y presentación en las diapositivas
Efrain Orocio ID: 252742	Historia		
Melissa Almeida ID: 212045	Concepto de imagen, pixel, voxel	Ejemplos gráficos.	
Juliett Ordaz ID: 189420	Formatos de imagen, tanto vectorial como raster. Explicacion general. Imágenes con pérdida y sin pérdida de datos. Exposición en una hora.		
Muro Martinez Omar 252312	Transformaciones (rotación, traslación, espejo, cambio de escala)	Para el 10 de marzo, 2022	
Orduña Salas Diego Antonio 229323	Codificación en los contornos de objetos. Desarrollar el artículo: A new chain code		
Ortiz Nájera Alan Daniel 210331			
Rodriguez Sandoval Jaime Alfonso 252845			
Luis Alberto Morquecho Hernández ID: 255409	Desarrollar el artículo: A chain code for representing 3D curves Para el 14 de marzo (pendiente)		
Jesús Francisco de León Cisneros ID: 188469			
Andrés Eloy Escobedo Esparza ID: 252146			
Cristian Pinto Méndez ID: 235907			
David de Jesús Perez Díaz 252129	Desarrollar el artículo: An easy measure of compactness for 2D and 3D shapes		
Jesus Asdrúbal Serrano Sánchez 149057			
Josué Alejandro Salas Rodríguez 253864			
Alejandro Camarillo De La Cruz 239002			
Joel Alejandro Espinoza Sánchez - 211800	Desarrollar el artículo: Computation of the Euler number using the contact perimeter		
Dariana Gómez Garza - 252511			
Oscar Alonso Flores Fernández - 252992			
Fernando Francisco González Arenas - 254195			



▼ 28-02-22

Rotar objetos con matrices (oc)

▼ 01-03-22

Rotaciones de puntos

▼ 02-03-22

No hubo clase por el examen de Sistemas Expertos

▼ 03-03-22

Más ejemplos de rotaciones con matrices raras

Invariantes

Momentos regulares: $m_{pq} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x^p y^q \rho(x,y)\, dx\, dy \qquad p,q \in \mathbb{Z}$

Momentos centrales: $\mu_{pq} = \iint (x - x_{cm})^p (y - y_{cm})^q \, dx\, dy \qquad p,q \in \mathbb{Z}$

▼ 04-03-22

No hubo clase o no tengo registro :0

▼ 07-03-22

Momentos centrales

I don’t know a shit about this:

$$= \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (\alpha x - \alpha x_{cm})^p (\alpha y - \alpha y_{cm})^q \rho(x,y)\alpha^2 dx\,dy}{\left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)\alpha^2 dx\,dy\right]^{\frac{p+q}{2}+1}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \alpha^2 (\alpha(x - x_{cm}))^p (\alpha(y - y_{cm}))^q \rho(x,y) dx\,dy}{\left[\alpha^2 \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)\, dx\,dy\right]^{\frac{p+q}{2}+1}}$$

$$= \frac{\alpha^2 \iint \alpha^p (x - x_{cm})^p \alpha^q (y - y_{cm})^q \rho(x,y)\, dx\,dy}{\alpha^{2\left(\frac{p+q}{2}+1\right)} \left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)\, dx\,dy\right]^{\frac{p+q}{2}+1}} = \frac{\cancel{\alpha^{p+q+2}} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} (x - x_{cm})^p (y - y_{cm})^q \rho(x,y)\, dx\,dy}{\cancel{\alpha^{p+q+2}} \left[\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x,y)\, dx\,dy\right]^{\frac{p+q}{2}+1}} = \frac{\mu_{pq}}{}$$

Invariantes ante transformaciones de escala

Escala, traslación, rotación

▼ 08-03-22

Exposición del Team de Hiram

▼ 09-03-22

Término de la exposición de Hiram

▼ **10-03-22**

Exposición de Omar

▼ **11-03-22**

Término del equipo de Diego

▼ **14-03-22**

OMG no hubo clase

▼ **15-03-22**

Componentes conectados

- Vecindad
- Métrica
- Camino

¿0-pixeles?

Espacio métrico se le asigna un número

$d : M \times M \rightarrow R$

Requisitos para que d sea una distancia dado un espacio métrico:

- La distancia de entre a y a es cero
- La distancia de a a b es igual a la de b a a
- La distancia entre dos puntos siempre será mayor o igual a cero
- la distancia de a a b + la distancia de b a c debe ser mayor o igual a la distancia de a a c

Ejemplos de métricas:

Dados $a = (a_1, a_2, \cdots, a_n)$ y $b = (b_1, b_2, \cdots, b_n)$

La distancia euclidiana se define como:

$d_e = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \cdots + (a_n - b_n)^2}$

Quiere que demostremos la cuarta propiedad pero es básicamente demostrar la desigualdad del triángulo

- **16-03-22**

  No hubo clase

- **17-03-22**

  Al chile no sé, creo que ni hubo clase

- **18-03-22**

  No entré a clases

- **22-03-22**

  No hubo clase

- **23-03-22**

  Componentes conectados

  Habló de vecindades usando la definición de límite

- **24-03-22**

  No hubo clase

- **25-03-22**

  No entré a clase

- **28-03-22**

  Afortunadamente no hubo clase

- **29-03-22**

  No hicimos nada

- **30-03-22**

  No hicimos nada

- **31-03-22**

Tuvimos 40 minutos de pelea por el pase de lista y luego 5 minutos de quién sabe qué tema

▼ **01-04-22**

No entré a clase

▼ **04-04-22**

Afortunadamente no hubo clase

▼ **05-04-22**

▼ **06-04-22**

Exposición

▼ **07-04-22**

Más exposición

▼ **08-04-22**

Aclaraciones del examen

▼ **11-04-22**

Entrega del ejercicio - examen

Tercer Parcial

▼ **Tercer Parcial**

▼ **12-04-22**

Exposiciones

▼ **13-04-22**

Nuestra exposición

▼ **02-05-22**

Revisión de nuestra exposición

▼ **03-05-22**

La fórmula de Euler para los sólidos platónicos

▼ **04-05-22**

No sé, humillada a nuestra exposición o algo así

▼ **05-05-22**

No sé, humillada a nuestra exposición o algo así

▼ **06-05-22**

Exposición del equipo de Vinicio

▼ **09-05-22**

No hubo clase

▼ **11-05-22**

Práctica de implementación del número de Euler

▼ **12-05-22**

jaja no sé no entré a clase

▼ **13-05-22**

Rage por el segundo parcial

Fin, no quiero seguir en esta clase, no entré

▼ **16-05-22**

Exposiciones del team de Pepe

▼ **17-05-22**

Hora de pelear por la calificación del segundo parcial >:v

▼ **18-05-22**

Al chile no sé

▼ 19-05-22

Al chile no sé

▼ 20-05-22

Reporte de calificaciones de participación en clase

▼ 24-05-22

Morfología matemática

▼ 25-05-22

No hubo clase

▼ 26-05-22

No hubo clase

▼ 27-05-22

No hubo clase

▼ 30-05-22

Continuando Morfología matemática + Proyecto Final

CodificarBCC y aplicar la fórmula de Euler

Operadores morfológicos

La parte de graficar las cosas en algún software vectorial

Morfología matemática

Hit or miss (dar o fallar)

Fórmula de la erosión

Dos fórmulas:

$$(A \cdot B)^c = (A^c \;\; o \;\; B^c)$$

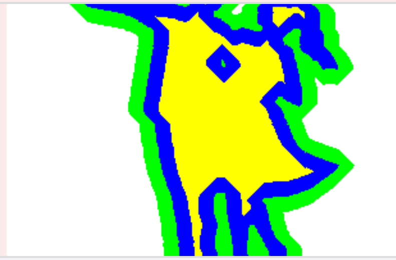
$$(A \;\; o \;\; B)^c = (A^c \cdot B)$$

Operadores de dilatación, operadores de erosión (en conjuntos)

Morfología matemática - Wikipedia, la enciclopedia libre

La morfología matemática es una teoría y técnica para el análisis y tratamiento de las estructuras geométricas, basada en la teoría de conjuntos, teoría de retículos, topología y

https://es.wikipedia.org/wiki/Morfolog%C3%ADa_matem%C3%A1tica



▼ 31-05-22

Sobre el proyecto

▼ 01-06-22

No hubo clase

▼ 02-06-22

▼ 03-06-22