[文章编号]　1009-1300(2011)04-0020-03

# 基于马尔可夫链的多波次导弹作战研究

王　桐，　杨　萍，　欧阳海波
(第二炮兵工程学院，西安　710025)

[摘　要]　介绍了马尔可夫链方法可以有效地解决多波次导弹打击敌方目标效果评判问题，并可以较好地对导弹多波次作战做出筹划安排. 在一定假设前提下，构建了基于马尔可夫链的多波次导弹作战数学模型，并对算例进行了计算分析，验证了方法的科学性和可行性.

[关键词]　导弹作战；　多波次；　马尔可夫链；　效果预测
[中图分类号]　TJ761　　　　[文献标识码]　A

# Investigation into Multi-time Missile Warfare Based on Markov Chain

Wang Tong，　Yang Ping，　Ouyang Haibo
(The Second Artillery Engineering College，Xi'an　710025，China)

**Abstract**: Markov chain can effectively solve the problem of effect prediction about the multi-time missile warfare，and better multi-time missile warfare can be arranged. On some supposition，the mathematical model of multi-time missile warfare based on Markov chain is built，an example is analyzed，and the feasibility of the method is verified.

**Keywords**: missile warfare;　multi-time;　Markov chain;　effect prediction

## 1　引　言

随着科学技术的不断发展，以导弹武器为代表的高精端武器被越来越多地运用到信息化战争中，用导弹打击敌方的政治、经济、军事、交通等目标，可以达到对敌方的威慑、遏制和对己方后续攻势的展开提供支持的目的. 可以说，导弹作战是最终取得战争胜利以及维护国家利益的重要因素，它已成为未来战场主要作战样式之一.

但是，由于战争的复杂性，导弹一波次齐射很难达到相应的目的，所以多波次导弹作战就成了解决问题的有效手段. 通俗地讲，多波次导弹作战就是导弹在整个作战过程中分为多批次打击敌方目标，即“打击—侦察—打击”，如此循环下去. 多波次导弹作战打击敌方多个目标是一个复杂的随机过程，而马尔可夫链可以较好地对这类问题进行处理. 其基本思想是把某一时刻导弹毁伤敌方目标的情况用一个“状态”来表示，这个“状态”通常是一个概率或者一个矩阵. 再把作战过程分为若干步，每一步都会使“状态”发生变化，“状态”变化的规律用一个“状态转移概率”或者“状态转移矩阵”表示，当进行完打击敌方目标的最后一步，最后的“状态”就反映出打击的结果. 这种方法的关键是如何计算每一步前后“状态”的变化，即“状态”转移规律，并使这种“状态”的变化合理地传递下去，直

[作者简介]　王　桐，硕士研究生.
[收稿日期]　2010-12-06

到获得结果. 马尔可夫链虽然计算比较繁琐，但是其便于程序语言实现. 本文利用马尔可夫链的方法构造多波次导弹打击敌方多目标的效果预测模型，用于战前火力准备以及战时迅速做出火力部署，以达到“积极防御”的要求.

## 2 马尔可夫链理论简介

马尔可夫过程是无后效性的随机过程，所谓无后效性是指，当过程在时刻 $t_m$ 所处的状态为已知时，过程在大于 $t_m$ 的时刻 $t$ 所处的概率特性只与过程在 $t_m$ 时刻所处的状态有关，而与过程在 $t_m$ 时刻以前的状态无关. 马尔可夫链是时间离散、状态离散的马尔可夫过程，简称马氏链[2]，其定义如下:

设随机序列 $\{X(n), n=0,1,2,\cdots\}$ 的离散状态空间为 $E$. 若对于任意 $m$ 个非负整数 $n_1, n_2, \cdots, n_m (0 \leqslant n_1 < n_2 < \cdots < n_m)$ 和任意自然数 $k$，以及任意 $i_1, i_2, \cdots, i_m, j \in E$ 满足下式:

$$P\{X(n_m+k)=j \mid X(n_1)=i_1, X(n_2)=i_2, \cdots, X(n_m)=i_m\} = P\{X(n_m+k)=j \mid X(n_m)=i_m\}. \quad (1)$$

则称 $\{X(n), n=0,1,2,\cdots\}$ 为马尔可夫链. 其相关内容还包括一步转移概率矩阵、高阶转移概率矩阵、切普曼-柯尔莫哥洛夫方程、初始概率分布、绝对概率分布等，本文不再一一进行表述.

## 3 条件假设

多波次导弹作战问题比较复杂，建模前必须做出相应的假设简化模型，假设条件如下:

(1) 假设我方导弹打击敌方多个目标的目的是将敌方目标全部摧毁，或者将目标毁伤到一定程度无法对我方利益构成威胁;

(2) 假设我方导弹毁伤概率相同，在这里不考虑敌方火力对我方导弹发射阵地的打击问题;

(3) 由于相邻波次时间间隔较短，可以认为敌方很难对目标进行修复，即使进行了修复，对目标整体而言没有太大的变化，可以忽略不计;

(4) 不考虑我方导弹数量限制，以及其它火力对目标的打击，每波次发射导弹数相同，发射时间间隔相同;

(5) 假设敌方每个目标都在我方导弹射程之内.

## 4 建立数学模型

设敌方目标数为 $m$，我方每波次发射导弹数为 $n$，目标剩余数的状态空间为 $E=\{0,1,2,\cdots,m\}$.

### 4.1 状态转移矩阵的描述

由已知条件可以得到导弹打击目标的一步转移概率矩阵为

$$P(1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ p_{10} & p_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ p_{m0} & p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mm} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

其中，$p_{ij} \geqslant 0$，$\sum_{j=0}^{m} p_{ij} = 1$，$0 \leqslant j \leqslant i \leqslant m$，$p_{ij}$ 表示由状态 $i$ 转移到状态 $j$ 的一步转移概率.

显然，$P(1)$ 为下三角矩阵. 根据马尔可夫链理论又能得到 $k$ 步状态转移矩阵

$$P(k) = [P(1)]^k, k=1,2,\cdots. \quad (3)$$

### 4.2 $p_{ij}$的计算

$p_{ij}$ 的计算采用火力均摊原则，即把 $n$ 枚导弹平均分给剩余的 $i$ 个目标，打击每个目标的导弹数为 $n/i$，则

$$p_{ij} = C_i^j p^{i-j} (1-p)^j. \quad (4)$$

其中，$p$ 表示每个目标受到打击后毁伤的概率，也就是被摧毁的概率，$p$ 的计算公式如下:

$$p = 1-(1-a)^{n/i}. \quad (5)$$

其中，$a$ 表示单枚导弹的毁伤概率，它与导弹的生存能力、突防能力、打击精度等因素有关，本文不予以探讨.

### 4.3 第 $k$ 波次打击后的目标剩余概率分布

求解第 $k$ 波次打击后的目标剩余概率分布其实就是求第 $k$ 波次打击后的绝对概率分布.

由马尔可夫链理论可知，绝对概率分布依赖于初始概率分布和 $k$ 步转移概率矩阵，而在 0 时刻，初始概率分布如表 1 所示. 故第 $k$ 波次打击后的绝对概率为

表 1　初始概率分布

| 剩余目标数量 | 0 | 1 | 2 | … | $m$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 目标剩余概率 | 0 | 0 | 0 | … | 1 |

$$p_j^{(k)} = \sum_i p_i^{(0)} p_{ij}^{(k)}. \qquad (6)$$

其中，$p_i^{(0)}$，$p_j^{(k)}$，$p_{ij}^{(k)}$ 分别表示为初始概率、绝对概率、$k$ 步转移概率. 所以，第 $k$ 波次打击后目标剩余概率分布如表 2 所示.

表 2　绝对概率分布

| 剩余目标数量 | 0 | 1 | 2 | … | $m$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 目标剩余概率 | $p_0^k$ | $p_1^k$ | $p_2^k$ | … | $p_m^k$ |

### 4.4　结果预测

多波次导弹打击敌目标的目的是完全摧毁敌方目标，使之对我方利益不构成威胁或潜在威胁，即 $k$ 波次打击后剩余目标数量为 0 或趋近于 0. 用 $k$ 波次打击后剩余目标数 $x$ 的期望来表示剩余目标数量，并设置精度参数 $e$(趋近于 0 的数)，于是

$$Ex = \sum_{j=0}^{m} j p_j^k. \qquad (7)$$

$Ex > e$ 时，目标群没有被完全摧毁，需继续实施打击; $Ex \leqslant e$ 时，目标群被完全摧毁，对我方失去了威胁. 这时 $k$ 值表示打击波次，所用的导弹数量为 $N = kn$，同时每波次的打击效果(摧毁目标数) $y$ 也可从相邻的两波次期望值之差中求得，即

$$y(k) = Ex(k-1) - Ex(k), k = 1, 2, \cdots. \qquad (8)$$

## 5　算例分析

假设敌方目标数为 4，我方每波次发射导弹数为 4，每枚导弹毁伤概率为 0.6，精度 $e = 0.01$，求打击波次 $k$ 和所用导弹数 $N$. 为了便于计算，用 Matlab 编写程序，于是得到一步转移概率矩阵为

$$P(1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.9744 & 0.0256 & 0 & 0 & 0 \\ 0.7056 & 0.2688 & 0.0256 & 0 & 0 \\ 0.3508 & 0.4398 & 0.1838 & 0.0256 & 0 \\ 0.1296 & 0.3456 & 0.3456 & 0.1536 & 0.0256 \end{pmatrix}.$$

并且得到 1～4 波次的绝对概率分布和剩余目标数的期望如表 3 所示. 由表 3 可知，要完全摧毁敌方目标需要发射 4 波次导弹，所用导弹数为 16 枚，对战斗做出了比较科学合理的预测.

表 3　1～4 波次的绝对概率分布和剩余目标数的期望

| 剩余目标数 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 剩余目标期望数量 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 第 1 波次 | 0.1296 | 0.3456 | 0.3456 | 0.1536 | 0.0256 | 1.6000 |
| 第 2 波次 | 0.7674 | 0.1781 | 0.0459 | 0.0079 | 0.0007 | 0.2964 |
| 第 3 波次 | 0.9762 | 0.0206 | 0.0028 | 0.0003 | 0.0000 | 0.0271 |
| 第 4 波次 | 0.9984 | 0.0014 | 0.0001 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0016 |

## 6　结　论

以马尔可夫链为理论依据对导弹多波次打击敌方目标进行建模，利用模型并应用程序语言可以快速准确地计算出预测结果，为决策者提供技术支持，增加了预测的可信性和科学性. 通过算例可以看出，模型对战斗结果做出了较科学合理的预测，这对未来战争中导弹部队战前准备以及战斗过程中的决策和部署提供了有力支持，对导弹部队作战具有重要意义.

## 参　考　文　献

[1]　贾志华，贾志东. 多批截击一批目标空战效果预测[J]. 无线电工程，2004，34(9).

[2]　汪荣鑫. 随机过程[M]. 西安: 西安交通大学出版社，2006.

[3]　苏国华，舒健生，李亚雄. 多轮次打击情况下的跑道失效率计算[J]. 火力与指挥控制，2009，34(3).

(上接第 11 页)

## 参　考　文　献

[1]　胡方，黄建国，褚辐照. 基于粗糙集的武器系统灰色关联评估模型[J]. 兵工学报，2008，(2).

[2]　高尚，韩斌，吴小俊，等. 基于粗糙集理论的武器系统效能评定[J]. 火力指挥与控制，2004，(10).

[3]　高浩珉，王传群. 基于粗糙集理论的 $C^3I$ 系统作战能力评估[J]. 指挥控制与仿真，2007，(6).

[4]　张杰，唐宏，苏凯. 效能评估方法研究[M]. 北京: 国防工业出版社，2009.

[5]　张文修，吴伟志，梁吉业，等. 粗糙集理论与方法[M]. 北京: 科学出版社，2001.