



“华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

学 校 南京信息工程大学

参赛队号 10300016

	1. 宁 俊
队员姓名	2. 张 旭
	3. 施必成

参赛密码 _____

(由组委会填写)



“华为杯”第十四届中国研究生 数学建模竞赛

题 目 多波次导弹发射中的规划问题

摘 要：

导弹是现代高科技武器的结晶和化身，具有不同于一般进攻性武器的突出特点，尤其是威力大、射程远、精度高、突防能力强的显著特性，使其成为具有超强进攻性和强大威慑力的武器，成为维持战略平衡的支柱，特别是战时火力打击的效果往往是决定战争胜负的关键。导弹的使用使战争的突发性和破坏性增大，规模和范围扩大，进程加快，从而改变了过去常规战争的时空观念，给现代战争的战略战术带来深远的影响。导弹的车载发射装置，平时部署在待机区域来隐蔽待机，在收到发射任务后，能携带导弹沿阵地路网，快速抵达指定发射点位实施导弹发射。在当前高技术条件下的现代化战争，由于战争的突发性急骤增强，对导弹部队的机动能力提出了更高的要求。所以机动路线方案制定的好坏决定着导弹部队的暴露时间和导弹最终的打击效果。因此，在给定的作战意图下，指挥人员需要根据具体的打击目标和现有的武器条件，将可用的弹型、弹量、火力投射单位最优配置到各个发射点位，以追求最快和最优的打击效果。

关键词：导弹，暴露时间，打击效果

一、问题重述

1.1 阵地介绍

导弹部队的作战阵地由待机地域、转载地域、发射点位、道路节点组成，阵地道路连接各单位。道路分为主干道路和其它道路，其中主干道路是双车道，其它道路是单车道。当阵地道路阻塞时，车载发射装置在各道路节点等待会车。

待机地域是车载发射装置第一波次攻击的出发点，平时车载发射装置在待机地域隐蔽待命。

当车载发射装置完成一个波次的发射任务后，将前往转载地域重新装弹。转载地域最多同时容纳两台发射车，每次只能给一台车载发射装置装弹，每次装弹作业耗时 10 分钟。

车载发射装置机动到发射点位执行导弹发射任务。每个发射点位只能容纳 1 台车载发射装置，执行多波次发射任务时(以两波次为例)，每个发射点位仅能使用一次。

1.2 车载发射装置介绍

导弹部队使用导弹车载发射装置进行攻击，车载发射装置只能载弹一枚。本问题中共有车载发射装置 A、B、C 三类，共 24 台。其中 A、B、C 三类发射装置的数量分别为 6 台、6 台、12 台。

A、B、C 三类车载发射装置在主干道路上的平均速度分别为 70 公里/小时、60 公里/小时、50 公里/小时；在其他道路上的平均行驶速度分别是 45 公里/小时，35 公里/小时，30 公里/小时。

1.3 作战流程

本问题假设执行两波次导弹发射命令：

第一波次攻击:车载发射装置从待机地域沿阵地路网机动至第一波次发射点位实施导弹发射攻击。

第二波次攻击:车载发射装置从第一波次发射点位沿阵地路网机动至转载地域重新装弹。装弹完成后机动至第二波次发射点位实施导弹发射攻击。

1.4 评价指标介绍

暴露时间：对于单台车载发射装置，是指车载发射装置从待机地域出发时刻至第二波次发射时刻为止的时间段。其中车载发射装置位于转载地域内的时间不计入暴露时间内。

整体暴露时间：表示所有车载发射装置的暴露时间之和。

1.5 整体介绍

导弹部队的车载发射装置，在待机地域隐蔽待命。收到攻击指令后沿道路机动到发射点位实施发射。执行多波次攻击命令时，在第一波次发射结束后，车载发射装置需要及时机动至转载地域重新装弹后，才能执行下一波次攻击。我们需要合理规划好车载发射装置机动至发射点位和转载地域的路径，以及车载发射装置在待机地域的出发时刻，以保证导弹部队的车载发射装置的整体暴露时间（即所有车载发射装置的暴露时间之和）最短。

二、问题分析

2.1 战术分析

本问题中的多次波次导弹打击任务，选择了齐射和不重复使用同一发射点位的战术手段。

不重复使用同一发射点位：该战术的目的是为了隐蔽发射点位，防止阵地布置信息泄露，延长发射阵地使用寿命。

齐射：导弹齐射战术可以让指挥员掌握的火力在极短时间内发射完毕，同时车载发射装置可以立刻隐蔽疏散。由于在阵地布置时考虑到指挥通信和作战保障等问题，一般将车载发射装置集中部署在方圆数千米或数十千米的范围内，当执行打击任务时，敌人可以很快通过空、天侦察系统发现，并组织反击。选择突然袭击的齐射战术，不仅可以降低执行多波次打击任务过程中被报复打击的风险。还可以瞬间覆盖目标地区，成倍提高打击效率。

基于以上战术选择，问题要求我们通过规划车载发射装置前往发射点位和转载地域的机动路径，以及合理安排发车时刻，实现最短整体暴露时间和多波次齐射的作战目标。

2.2 耗时分析

多次波次打击任务中，车载发射装置的机动位置变化及耗时包括：

2.1.1 道路上的机动耗时

表示车载发射装置在各个道路节点间行驶过程中消耗的时间。

2.1.2 道路节点上的会车等待耗时

由于道路车道有限，所以车载发射装置间的行进路线会有重合的情况，此时晚来的车载发射装置需要在道路节点处等待会车。

2.1.3 发射点位处的齐射等待耗时

由于齐射的战术安排，先到达发射点位的车辆需要等待，直到所有车载发射装置就位。

2.1.4 转载地域内的装弹作业耗时

转载地域为完成一个波次发射任务的车载发射装置补充弹药，装弹作业耗时 10 分钟。

2.1.5 转载地域内的等待耗时

转载地域每次只能为一台车载发射装置进行装弹作业，转载地域内的另一辆车只能等待。

2.1.6 转载地域外的等待耗时

由于转载地域仅能最多同时容纳 2 台车载发射装置，当转载地域满员时，车载发射装置停留于转载地域附近的道路节点处等待。

而问题所设定的暴露时间评价指标由：机动耗时，会车等待耗时，齐射等待耗时，以及转载地域满员时的等待耗时组成。

2.3 最短路径与耗时等待的矛盾分析

在理想情况下，自攻击任务开始，所有的车载发射装置沿最短路径保持机动，无任何的会车等待和转载点等待，但是往往因为实际的阵地路网和发车时刻等差异，达不到理想状况，所以分析矛盾如下：

2.3.1 最短路径与会车等待的矛盾

由于实际的阵地路网设置，不同车载发射装置的最短路径往往存在重合情况，导致潜在的会车等待耗时，而为了避免潜在的会车耗时进行绕路，又会增加机动耗时。

2.3.2 齐射等待耗时与机动耗时的矛盾

为了实现一个波次的齐射，先到达发射点位的车辆必须等待最慢的车辆。为减少每辆车的齐射等待耗时，要求每辆车自本波次开始至到达发射点位的耗时的方差尽可能的小，而这可能增加额外的机动耗时。

2.3.3 发车时刻与齐射等待耗时的矛盾

为减少发生会车的可能，我们可以根据发射点位到达会车地点的距离和车辆的速度的快慢来选择发车时刻。但发车时刻的变化可能增加齐射等待耗时。

2.3.4 转载地域选择和转载等待耗时的矛盾

车载发射装置一般会选择最近的转载地域，但因为实际的阵地路网配置,导致转载地域间的负荷不均，增加转载等待耗时。

三、基本假设

根据题意，进行如下假设：

1、阵地路网的道路节点位置分布和道路连接情况已知。除主干道可以双向通行外，其它道路只能单向行驶，各道路节点处可以会车。

每辆车只能载弹一枚，车载发射装置在作战前均已载弹。

2、共 24 台 A、B、C 三类车载发射装置，其中 A、B、C 三类的数量分别为 6 台、6 台、12 台。

3、车载发射装置平均部署在各个待机地域。

4、A、B、C 三类车载发射装置在主干道路上的平均速度分别为 70 公里/小时、60 公里/小时、50 公里/小时；在其他道路上的平均行驶速度分别是 45 公里/小时，35 公里/小时，30 公里/小时。

5、每个转载地域存放的导弹种类齐全，数量充足。

6、实施多波次发射时，同一发射点位只能使用一次。

7、转载地域最多容纳 2 辆车载发射装置，每次只能为一辆车装弹，单辆发射车平均作业时间为 10min。

8、不考虑发射装置在发射点位必要的技术准备时间和发射后发射装置的撤收时间。

9、不考虑发射车发生技术故障的情况（行驶障碍，发射障碍）。

10、不考虑执行多波次打击任务期间道路发生损坏的情况。

整体暴露时间为每辆车暴露时间之和：

每辆车暴露时间 = 路径机动耗时 + 会车等待耗时 + 转载点外等待耗时 + 齐射等待耗时

每辆车的路径距离 = 主干道路路径距离+普通道路路径距离

路径机动耗时 = 主干道路路径距离 / 主干道行驶速度 + 普通道路路径距离 / 普通道路行驶速度

不同车型在主干道和普通道路行驶速度如表所示：

车载发射装置	普通道路	主干道
A	70km/h	45km/h
B	60km/h	35km/h
C	50km/h	30km/h

齐射等待算法:齐射等待耗时由齐射等待算法得出,假设每辆车载发射装置自待机地域到达发射点位的总时间为 $T_i(i=1,2,...,24)$ 。获取最慢车的耗时结果为 T_{\min} ，其它每辆车的等待

耗时等于每辆车的耗时减去最慢车的耗时 $T_q = \sum_{i=1,2,3,...,24} (T_i - T_{\min})$ ，从而得到每辆车的齐射等待耗时。

四、符号说明与名词解释

通用符号说明

序号	符号	符号说明
1	$D_i(i=1,2)$	2 个待机地域
2	$Z_i(i=1,2,\dots,6)$	6 个转载地域
3	$J_i(i=1,2,\dots,62)$	62 个道路节点
4	$F_i(i=1,2,\dots,60)$	60 个发射点位
5	A、B、C	车载发射装置的类型
6	$v_b(b=1,2,3)$	A,B,C 三种车型在主干道的速度
7	$v_c(c=1,2,3)$	A,B,C 三种车型在非主干道的速度

五、模型的建立与求解

5.1 问题 1 的求解

5.1.1 问题分析

本问题中的多次波次导弹打击任务，选择了齐射和不重复使用同一发射点位的战术手段。
战术选择：不重复使用同一发射点位，该战术的目的是为了隐蔽发射点位，防止阵地布置信息泄露，延长发射阵地使用寿命。

战术选择：齐射，导弹齐射战术可以让指挥员掌握的火力在极短时间内发射完毕，同时车载发射装置可以立刻隐蔽疏散。由于在阵地布置时考虑到指挥通信和作战保障等问题，一般将车载发射装置集中部署在方圆数千米或数十千米的范围内，当执行打击任务时，敌人可以很快通过空、天侦察系统发现，并组织反击。选择突然袭击的齐射战术，不仅可以降低执行多波次打击任务过程中被报复打击的风险。还可以瞬间覆盖目标地区，成倍提高打击效率。

基于以上战术选择，问题要求我们通过规划车载发射装置前往发射点位和转载地域的机动路径，以及合理安排发车时刻，实现最短整体暴露时间和多波次齐射的作战目标。

多次波次打击任务中，车载发射装置的机动位置变化及耗时包括：

1. 道路上的机动耗时：

表示车载发射装置在各个道路节点间行驶过程中消耗的时间。

2. 道路节点上的会车等待耗时：

由于道路车道有限，所以车载发射装置间的行进路线会有重合的情况，此时晚来的车载发射装置需要在道路节点处等待会车。

3. 发射点位处的齐射等待耗时：

由于齐射的战术安排，先到达发射点位的车辆需要等待，直到所有车载发射装置就位。

4. 转载地域内的装弹作业耗时：

转载地域为完成一个波次发射任务的车载发射装置补充弹药，装弹作业耗时 10 分钟。

5. 转载地域内的等待耗时：

转载地域每次只能为一台车载发射装置进行装弹作业，转载地域内的另一辆车只能等

待。

6. 转载地域外的等待耗时：

由于转载地域仅能最多同时容纳 2 台车载发射装置，当转载地域满员时，车载发射装置停留于转载地域附近的道路节点处等待。

而问题所设定的暴露时间评价指标由：机动耗时，会车等待耗时，齐射等待耗时，以及转载地域满员时的等待耗时组成。

在理想情况下，自攻击任务开始，所有的车载发射装置沿最短路径保持机动，无任何的会车等待和转载点等待，但是往往因为实际的阵地路网和发车时刻等差异，达不到理想状况。

1) 最短路径与会车等待的矛盾，由于实际的阵地路网设置，不同车载发射装置的最短路径往往存在重合情况，导致潜在的会车等待耗时，而为了避免潜在的会车耗时进行绕路，又会增加机动耗时。

2) 为了实现一个波次的齐射，先到达发射点位的车辆必须等待最慢的车辆。为减少每辆车的齐射等待耗时，要求每辆车自本波次开始至到达发射点位的耗时的方差尽可能的小。而这可能增加额外的机动耗时。

3) 为减少发生会车的可能，我们可以根据发射点位到达会车地点的距离和车辆的速度的快慢来选择发车时刻。但发车时刻的变化可能增加齐射等待耗时。

4) 车载发射装置一般会选择最近的转载地域，但因为实际的阵地路网配置,导致转载地域间的负荷不均，增加转载等待耗时。

5.1.2 模型假设

1) 阵地路网的道路节点位置分布和道路连接情况已知，除主干道可以双向通行外，其它道路只能单向行驶，各道路节点处可以会车。

2) 每辆车只能载弹一枚，车载发射装置在作战前均已载弹。

3) 共 24 台 A、B、C 三类车载发射装置，其中 A、B、C 三类的数量分别为 6 台、6 台、12 台。

4) 车载发射装置平均部署在各个待机地域。

5) A、B、C 三类车载发射装置在主干道路上的平均速度分别为 70 公里/小时、60 公里/小时、50 公里/小时；在其他道路上的平均行驶速度分别是 45 公里/小时，35 公里/小时，30 公里/小时。

6) 每个转载地域存放的导弹种类齐全，数量充足。

7) 实施多波次发射时，同一发射点位只能使用一次。

8) 转载地域最多容纳 2 辆车载发射装置，每次只能为一辆车装弹，单辆发射车平均作业时间为 10min。

9) 不考虑发射装置在发射点位必要的技术准备时间和发射后发射装置的撤收时间。

10) 不考虑发射车发生技术故障的情况（行驶障碍，发射障碍）。

11) 不考虑执行多波次打击任务期间道路发生损坏的情况。

5.1.3 模型建模

使用甘特图表示整体暴露时间，甘特图又称横道图，条状图，其通过条状图来显示项目进度等随时间的变化的状态。此处横轴表示时刻，纵轴表示车载发射装置，条状色块表示车载发射装置的机动过程耗时和机动位置。不同的色块表示不同时刻下，该车载发射装置的阵地位置。如是位于道路节点处等待会车还是行驶于道路上。色块宽度表示车载发射装置停留在该位置的时间。见图 1

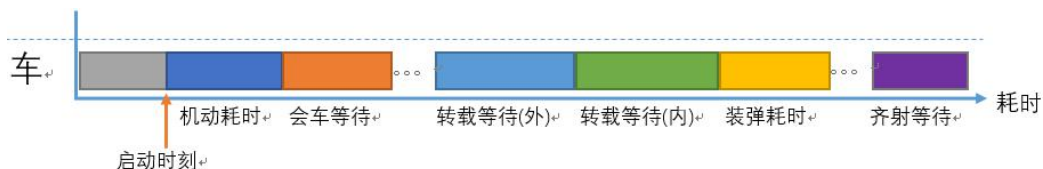


图 1：整体暴露时间

当色块高度为 1 时，色块的总面积表示暴露时间(需排除启动时刻前的色块，和表示转载地域的色块)。即：

$$\text{暴露时间} = \text{机动耗时} + \text{会车等待耗时} + \text{齐射耗时}$$

已知各种车载发射装置在各种道路的行驶速度，从而得出车载发射装置在各道路的耗时情况如图 2 所示：

当甘特图上存在多个车载发射装置时，需设置合理的会车等待色块以满足模型假设。即当道路发生阻塞时，需要安排会车等待。转载地域满员时，安排转载等待。



图 2：车载发射装置在各道路的耗时情况

如图中，J10,J45 表示道路节点，J10-J09 表示道路，当车 B 位于 J10-J09 时，车 A 也要驶入该路段，此时需要安排车 A 在 J10 处等待，直到车 B 驶离该路段。

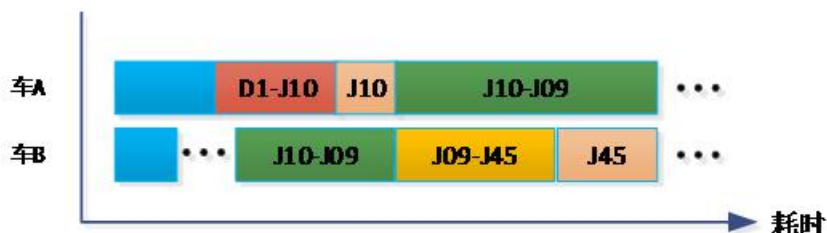


图 3

对于转载等待情况以此类推。当所有车辆满足模型约束时，计算所有机动耗时，会车等待耗时，齐射耗时色块的面积之和，从而获得整体暴露时间值。

渲染甘特图时需要提供每台车载发射装置的路径规划和发车时刻。甘特图渲染算法结合模型假设的各车载发射装置在各路况下的行驶速度。计算路径行车的耗时。进而结合碰撞算法计算出每台车载发射装置所需的会车耗时，转载满员耗时，转载等待耗时，齐射等待耗时。



图 4: 甘特图渲染算法流程图

对于上述两个波次进行系统性分析, 最终目标是使两个波次发射任务的整体暴露时间最短。可以将其视作多阶段目标非线性优化问题, 首先在确定具体发射点位分配和机动路线方案作为问题的可供选择的方案, 并且用一组变量来表示他们, 具体比如一条两波次路径可以表示成一串节点序列。 $L=[D, J, \dots, J, Fm, J, \dots, J, Z, J, \dots, J, Fn]$, 其中 D 表示{待机地域}, Fm 表示{发射点位 1}, Z 表示{转载地域}, Fn 表示{发射点位 2}。

第二, 提出追求目标, 通过对问题 1 的分析, 我们的目标是整体暴露时间最小, 目标具体分解为寻找一种组合使得会车等待、齐射耗时等待以及转载等待时间之和最短, 将目标表示成数学形式, 通过对数学关系来最优化我们的目标。

第三, 我们在追求目标最大化的同时还需要考虑到问题中的所有限制条件, 例如每台装置只能装载一枚, 每个发射点位使用不超过一次, 每个发射点位只能容纳一台发射装置, 各转载地域最多容纳 2 台发射装置, 当不能同时作业, 单台转载作业需时 10 分钟, 只能在道路节点处会车。

问题求解

经过上述问题的分析以后, 我们首先规划出 24 条最短路径, 以 $D, F1, Z, F2$ 为端点, 可以将路径分为三段, $D \rightarrow Fm, F1 \rightarrow Z, Z \rightarrow Fn$, 使用 Dijkstra 算法分别求解三段路径的最短路径。

再根据模型假设, 发射点位只用一次, 即 $L=[D, j, \dots, j, Fm, j, \dots, j, Z, j, \dots, j, Fn](m \neq n)$,

寻求最优(穷举排序)的三段路径的组合, 实现求解最短的 24 条最短完整路径。

在路径最优的前提下, 需要规划最快发车时刻, 即安排最佳发车次序和发车间隔, 使得车辆在道路中保持顺畅, 从而减少总的暴露时间。

1 最短发车间隔:

合理安排(穷举排序)不同种类的车于不同距离的路径, 使得发车间隔最短, 即找出一种组合, 使得会车等待时间、齐射等待耗时、转载等待耗时最短。

2 发车次序策略:

慢车(即长距离路程, 且途径主干道少)在分配中优先分配。

整体任务规划:

首先考虑如何去衡量当前距离转载地域的距离。同样这里需要考虑等待时机的影响, 将这个影响用距离来衡量记为 L_{extra} , 将由于实际距离和等待产生的影响也用距离来衡量记为

L_{main} 。对于第 i 个转载地域，用如下的方式计算 L_{extra} 与 L_{main} ：

$$L_{main} = d(C_k - F_k) + d(F_k - D_i) + M_d(\bar{L}_i + bt_{wait}) / degree(D_i)$$

其中， m_i 为选择 D_i 的装载车的总数。

$$L_{extra} = \max \{ \min - m_i(J_{Di}) \} + k\bar{L}_i$$

优化方程：

$$\min \max \{ L_{main} + L_{extra} \}$$

解上述方程，则可以得到局部最优的发射点与转载地域，每波次完成迭代。

机动调度规划：

在问题分析中提出了利用模型进行求解。其输入为一个整体任务规划，输出为对应的机动调度方案。具体的做法是将所有的装载车与除待机动地域的所有节点视为可以产生碰撞的刚体。每当有车辆经过每个节点时，产生一个碰撞事件，捕捉碰撞事件计算是否存在潜在的行驶冲突，如果有冲突则选择使某装载车进行避让。

机动调度整体上执行流程如下：

- 1) 所有装载车辆指定唯一的编号。根据本波次的任务安排为每辆装载车选择发射节点。
 - 2) 装载车安装分配的发射节点选择适当的延迟，然后从待机区域出发驶向目标发射点。
 - 3) 每辆装载车经过某个节点时产生碰撞事件，根据此时车辆的位置判断是否是本波次的所有车辆都在发射点就位。如有就位，执行发射任务，根据整体规划来选择转载地域与下波次的发射点或者终止任务；如果没有就位，判断是否存在潜在的冲突进行相应的处理。
- 重复过程 3) 直到结束整个任务。由于，要求导弹齐发，所以决定各个装载车的暴露时间长短主要有装载车从待机区域出发的时间，在进行计算机模拟的时候，安排车辆从出发地域按路径长短分批出发，从而降低潜在的等待时间。

5.2 问题 2 的求解

5.2.1 问题 2 的分析

5.2.2 基于**模型求解

5.2.3 结论与分析

5.3 问题 3 的求解

5.3.1 问题分析及模型建立

在第一波次发射结束后，评估所有发射车辆的暴露时间，将暴露时间最长的 C 类 3 台发射装置替换掉。

对所有第一波次使用过的发射节点进行记录，从而在第二波次发射任务分配时进行排除这些发射节点。

有两种方法：

- 1) 因为第一波次使用了 24 个发射节点，则在第二波次可以分配的发射节点还剩下 36 个发射节点。新增的 3 台发射装置事先选择节点 J04、J06、J08、J13、J14、J15 附近隐蔽待机点（而每一隐蔽待机点至多容纳 2 台发射装置），要求再新增 3

台 C 类发射车后，使得两波次发射任务整体暴露时间最短。除了被替换的 3 台发射车之外，还有 21 台发射车辆此时的待机节点是已知的。则问题就变成了对 3 台发射车辆分配待机节点（每个待机节点不得超过两台发射车辆），使得总的发射任务暴露时间最短。

可以分为两种情况分配：新增的 3 台 C 类发射车被分配在不同的待机节点；新增的 3 台 C 类发射车其中有一辆被分配在一个待机节点，另外两辆发射车辆被分配在同一个待机节点。

按照这两种情况分别遍历所有的可能分配方案，最后统计出其中使得两波次发射任务暴露时间最短的一个分配方案。

5.3.2 问题求解

上述的两种情况的分配方案的所有情况共 $6 \times 5 \times (4 + 3)$ 种，计算复杂度不高，完全可以对所有情况进行遍历后，得出总暴露时间最少的方案。

5.4 问题 4 的求解

5.4.1 问题分析及模型建立

针对问题 4，道路节点受到攻击破坏使得对导弹发射任务影响程度最大，可以从如下指标去评估道路节点的潜在受攻击值：

1) K-means 算法计算节点的密度（F&J→F 点的权重较大，在计算得出的密度中心中选出距离 D1、D2 点最近的密度中心）。

由节点密度评价指标可以得出：道路节点密度较大的，说明发射车辆经过此节点的频率更高，受到攻击破坏后对导弹发射任务的影响也更大，从而其受到敌方攻击破坏的潜在值较大；

2) BC 值→节点通车频率较高的点。

BC 值（Betweenness Centrality）指标反映了道路节点发射车的流通量即经过频率，BC 值越大说明会有等多的发射车辆经过该节点，其受到攻击后对导弹发射的影响也较大。

5.4.2 基于 k-means 算法模型求解

1) 站在攻击方的角度选择攻击路网节点，使得受到攻击破坏的路网节点对防御方导弹发射影响最大，则一定会选取那些发射车辆经过道路节点最频繁的节点进行攻击破坏，那些道路节点密度较大大的节点对周边道路的车辆流通影响较大，同时考虑到每个路网节点的边密度，边密度越大的节点受到攻击后破坏的道路数也越大。将这一原则抽象成目标函数：

$$P = J_i * \log(1 + BC_i) \quad i = 1, 2, \dots, k \quad ()$$

其中， J_i 表示路网节点 i 的密度（这里的道路节点包含了发射节点和交叉节点）， BC_i 表示路网节点 i 的流量。

现采用 K 均值聚类算法和网路节点 BC 值的计算来得到每个道路节点潜在受攻击的评价指标。

K 均值聚类算法是 cluster analysis 的算法，其主要通过不断地取离种子点最近均值来求取数据中密度中心点。

K 均值聚类算法解决该问题的过程为：

1) 选取路网节点中发射节点和交叉节点 $\{x^{(1)}, \dots, x^{(122)}\}$ ，作为待聚类数据集 D ；

2) 随机在数据集中选取 k 个节点作为起始质心 μ_j ；

3) 对数据集中所有数据节点进行遍历

4) 计算每个数据节点与 k 个质心 μ_j 的距离 dis_{ij} ，选取距离最近的质心 μ_j 作为数据节点 D_i 的簇类别；

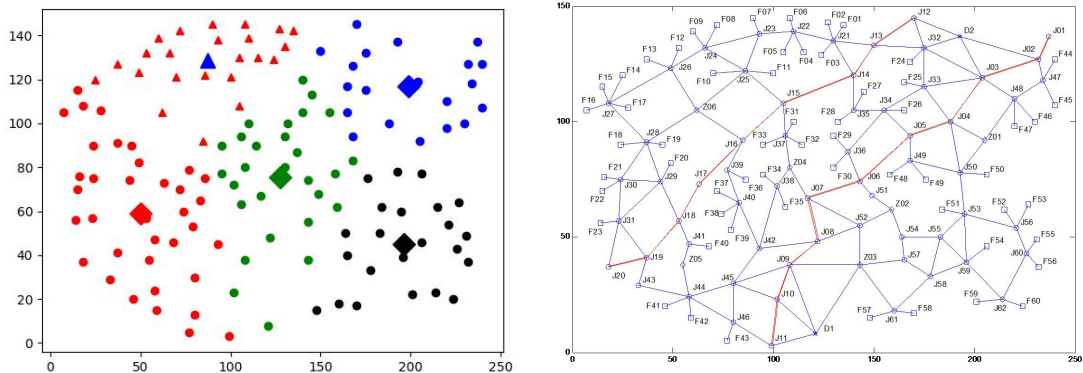
$$c^{(i)} := \arg \min_j \|x^{(i)} - \mu_j\|^2 \quad ()$$

5) 每一轮遍历后，从每一类簇中按照已归类的数据集重新选取聚类中心点 μ_j ；

$$\mu_j := \frac{\sum_{i=1}^m 1\{c^{(i)} = j\} x^{(i)}}{\sum_{i=1}^m 1\{c^{(i)} = j\}} \quad ()$$

6) 直到数据节点的簇分类不再变化，停止迭代。

7) 得到 k 个聚类中心道路节点。



图：

选取路网节点中发射节点和交叉节点作为待聚类数据集 D

随机在数据集中选取 K 个节点作为起始质心 Rent

当任意一个点的簇分配结果发生改变时：

对数据集中的每个节点

对每个质心

计算质心与数据点之间的距离

将数据点分配到距离其最近的簇

对每一个簇计算簇中所有点的均值并将均值作为质心

图：

BC 值指标是表示所有节点对之间通过该节点的最短路径条数。BC 值很好地描述了一个网络中节点可能需要承载的流量。一个节点的 BC 值越大，流经它的数据分组越多。

$$C_B(v_i) = \sum_{vs \neq vi \neq vt \in V, s < t} \frac{\sigma_{st}(v_i)}{\sigma_{st}}$$

σ_{st} ：指的是 S 到 t 的最短距离， $\sigma_s(v_i)$ ：指的是 s 通过 v_i 到 t 的最短路径的数目。直观上来说，betweenness 反映了节点 v_i 作为“桥梁”的重要程度。

$$\sigma_{st}(v) = \begin{cases} \sigma_{st} \cdot \sigma_{vt} & d(s, v) + d(v, t) = d(s, t) \\ 0 & other \end{cases}$$

对路网节点聚类选取 5 个聚类中心节点 J18、J53、J25、J07、J03，利用 dijktra 算法计算出路网节点间道路距离，得到中心节点分别与 D1、D2 节点的最短道路距离（km）：

$$D1_J18 \approx 129; D1_J07 \approx 83; D1_J03 \approx 187; D1_J53 \approx 104; D1_J25 \approx 150.$$

$$D2_J18 \approx 175; D2_J07 \approx 126; D2_J03 \approx 21; D2_J53 \approx 87; D2_J25 \approx 125.$$

路网聚类中心节点密度值（节点个数）：

$$J18 = 30; J07 = 33; J03 = 24; J53 = 23; J25 = 20.$$

路网聚类中心节点 BC 值（百分比）：

$$BC_{J03} = 0.10531649816661783;$$

$$BC_{J07} = 0.16348247371594035;$$

$$BC_{J18} = 0.06888039599703841;$$

$$BC_{J25} = 0.1605168725931167;$$

$$BC_{J53} = 0.1356498927810701;$$

最终评价指标值 P :

$$P_{J03} = 2.4031612233235675;$$

$$P_{J07} = 4.996782127627859;$$

$$P_{J18} = 1.9983522533074047;$$

$$P_{J25} = 2.9773097139743148;$$

$$P_{J53} = 2.9257168359367003;$$

最后选取最优的三个道路节点： $J07$ 、 $J25$ 、 $J53$ ，这些节点的道路节点密度相对较高，距离待机节点 $D1$ 、 $D2$ 距离较近，且其 BC 值也较大，综合各评价指标得出这三个节点潜在受到攻击的可能性更大。

5.5 问题 5 的求解

5.5.1 问题分析

本问题主要有两方面需要考虑，一是分析路网各节点的流通度和分布密度，对那些流通度和分布密度高的道路节点减少发射车辆通过次数，以避免遭受敌方导弹的攻击破坏；二是在适当分散机动策略下尽可能的缩短单台发射装置的最长暴露时间。

5.5.2 模型建立

首先使用介数中心性 (Betweenness Centrality) 模型对路网节点的联通度进行分析，获得其节点分布的 BC 值，节点 BC 值越大说明在路网中该节点流通度很高，容易受到敌方攻击破坏，而我们要做的就是对那些 BC 值高的道路节点减少发射装置通过的次数，来达到分散机动的策略。

基于分散机动策略下按照问题一的模型对发射装置进行调度分配，使得每台发射装置的暴露时间尽可能短。

利用路网节点 BC 值反映道路流通程度，对路网中每条道路按两边节点的 BC 值赋予权重，使得被赋予权重的路网中道路流通度越高的边，其长度变得越长，需要的时间也越久；流通度低的道路，其长度相对变得越短，需要的时间也相对

的越少。需要注意的是，利用加权后的路网在问题一模型中进行调度分配时，得出的时间是由经过的每个加权的道路里程数计算得出的，并不是真是道路中行驶的耗时。要得到任务中真实的时间消耗情况，只需要对每辆发射装置所行驶的路径节点间道路里程除以权重，即可得到真实的时间消耗。

流程图：

1) 对路网道路节点间里程进行加权：

对路网节点间道路加权的公式如下：

$$\tilde{L}_{ij} = (1 + BC_i + BC_j) * L_{ij}$$

\tilde{L}_{ij} 是加权后的节点 i 和 j 之间的里程数， BC_i 是节点 i 的 BC 值， BC_j 是节点 j 的 BC 值， L_{ij} 是原始的节点 i 和 j 之间的里程数。

2) 利用问题一中建立的模型进行发射装置调度分配，使得在分散机动策略下尽可能的缩短单台发射装置的暴露时间。

3) 将得出的每台发射装置经过加权后的暴露时间，还原成每台发射装置真实的暴露时间。

六、模型的评价与改进

七、参考文献

- [1] 金宏, 余跃, 张如飞. 常规导弹联合火力打击统一分配模型[J]. 火力与指挥控制, 2014(7):27-30.
- [2] 汪民乐, 房茂燕. 基于改进单亲GA的多波次攻击最优火力分配[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(23):7697-7699.
- [3] 吴瑞峰, 蒋欢欢, 张占美. 导弹火力打击任务分配[J]. 中国高新区, 2017, (11):37-38+40. [2017-09-19].
- [4] 季青梅, 辛文芳. 多波次导弹火力打击任务研究[J]. 信息技术与信息化, 2017(z1):122-128.
- [5] 王桐, 杨萍, 欧阳海波. 基于马尔可夫链的多波次导弹作战研究[J]. 战术导弹技术, 2011(4):20-22.
- [6] 白军, 刘新学, 郭峰, 等. 基于遗传算法的导弹编队攻击任务优化分配策略[J]. 兵器装备工程学报, 2011, 32(10):51-53.