

重庆大学 2013 年暑期第二次模拟竞赛题

A 题：蓬莱 19-3 油田原油泄漏的数学模型

姓名	学院	年级专业	学号	联系电话	相关学科成绩						
					高等数学	线性代数	概率统计	数学模型	数学实验	英语四级	英语六级
杨阳	动力工程	2011 核工程与核技术	2011****	186*****	96	94	78	100	95	480	450
刘蛰	自动化	自动化	2011****	151*****	89	83	69	100	95	/	/
熊莹	机械工程	2011机自	2011****	185*****	90	91	88	100	90	507	/

2013.8.25

蓬莱 19-3 油田原油泄漏的数学模型

摘要

本文针对渤海蓬莱 19-3 油田泄漏问题，建立了原油扩散相关的数学模型。对收集到的原油泄漏相关数据，通过模型计算给出支持与否定的结论，并用正确的数据重现了事件的过程。在对所建立的数学模型参数分析后，指出了对治理规划、清除油污及污染评估非常有价值的的数据。最后根据研究结果对蓬莱 19-3 油田泄漏事件进行了真实报道。

问题一，通过对蓬莱 19-3 油田泄漏的相关资料分析以及对原油扩散诸过程的详细分析，将原油扩散分为两个阶段：阶段一，原油从海底到海面的扩散过程；阶段二，原油在海面的扩散、风化分解与沉淀过程。并建立了相对应的数学模型，即：水下溢油数学模型与海面连续溢油扩散模型。阶段一讨论了海底溢油现象，自由面流动问题中质量守恒定律和动量守恒定律对海水运动起到支配作用，而海水的压缩系数较小，并且粘度可认为是常数，故描述海水的运动使用不可压缩粘性流体模型。海底溢油属于三相流动问题，选择流体体积法 (VOF) 解决自由相界面问题，利用压力隐式算子分割算法 (PISO) 解决非稳态条件下压力速度的耦合。使用商用 CFD 软件 Fluent 和网格划分软件 Gambit 建立数值水槽并计算模拟原油从海底以一定压力溢出并上浮至海面的多相流动过程。模拟海底溢油过程考虑了多种情况，包括不同的海水流动速度的影响即海况的影响，和不同溢油压力的影响。阶段二，油在海面上，一方面在不断扩散，另一方面被风化分解沉淀，将其视为同一过程进行研究，建立海面连续溢油的二维扩散模型，在模型求解过程中，认为油膜衰减系数为一个常数，并且在各个方向上各向同性扩散，即不同方向的扩散系数相等，并认为扩散系数为一个常数。对于扩散传质偏微分方程的在求在点源和连续污染源初始条件下的解析解问题即为 Cauchy 问题，其求解方法为傅里叶变换法，通过傅里叶变换将物理空间上的问题转化成像空间然后在像空间中进行求解，并对结果做傅里叶逆变换得到 Cauchy 问题的解析解。最后对解析解作图分析海面油膜扩散效果并与实际情况进行对比分析。两个模型进行的实际应用求解都得到了较好的结果，与事实相差不大，证明了模型的正确性与可行性。

问题二，收集整理 2011 年 6 月 4 日到 9 月 2 日有关蓬莱 19-3 油田溢油事故的报告，得到对所建模型有用的数据，通过模型计算得到以下结论：**B、C 平台被令停产**，中海油的原油净产量每天减少应为 **3.1 万桶**；其他与模型有关的数据均在误差范围内，可以认为是真实的数据。由此可知，一些媒体与个人爆料的相关数据与事实不符，所以此处本文用真实数据重现溢油事件的过程，让整个溢油事件更加清晰透明。

问题三与问题四，建立溢油扩散数学模型，对溢油运动轨迹及其扩展范围进行研究预测，就是对治理规划、清除油污进行及时有效的指导及对污染评估给出理论依据，因此，本文以模型的实质作用指出哪些是非常有价值的的数据，以便再次发生漏油事故时，有关部门做出相应数据采集进行有效控制作业，将损害降到最低。蓬莱 19-3 漏油事件的责任人对此事故的详细过程的隐瞒，使得很多有关此次污染的真实数据不能知晓，因此，本文根据研究结果对蓬莱 19-3 油田泄漏事件进行了真实报道。

关键字：水下溢油 数值模拟 Fluent 软件 VOF 模型 偏微分方程 计算流体力学

一. 问题的重述

“用科学的眼光审视这个世界,养成对事物的自己判断和看法,甚至是科学的判断,应该是受过良好的高等教育的人士基本的也是终极的标准。”

写下上面的话,是基于当前网络的传言,其中的一些犹如漫天的浮云,盲目的相信任何之一可能都是错误。一些媒体的话不能信,一些个人的爆料也不能信,经常地,一些“专家和教授”甚至成了笑柄,还有经常看到的一些政府机构的考验人们判断力极限的欲盖弥彰。

像渤海蓬莱 19-3 油田漏油事故的主要过程的结果至今我们也不太清楚。一些应该非常基本的事实,比如漏油的起止时间,漏油的点和数量,海面和海底当时的状况,处理之后对经济和环境造成的影响等等,好像要长眠于地下。

对此的态度,我们自然可以苦笑之后一笑了之;但是如果想要寻求事物的真相的时候,也可能从这些混乱不堪,残缺不全,甚至是非颠倒的报道中发现事情的真相,至少接近与事情的真相。作为一个锻炼,希望你队完成以下的任务。

(1) 建立原油扩散相关的诸过程,包括原油从海底到海面的过程,原油在海面扩散的过程,以及原油风化分解以及沉淀等过程。

(2) 从当年的报道中找出对你的模型有用的数据。包括正确的数据和 incorrect 的数据,以便通过模型给出支持和否定的结论。并使用你认为正确的报道数据重现事件的过程。

(3) 政府和委派处理该事件的专家组可能知道或者能够通过测量得到一些没有报道的真实数据,你能否指出哪些是非常有价值的?

(4) 根据你的研究结果写一篇关于该事件的“真实”报道。

二. 模型假设及符号说明

2.1 模型的假设

- (1) 假设油膜的扩散过程近似为二维扩散;
- (2) 假设研究时段海流平缓,海面无大风浪,忽略海浪影响;
- (3) 假设原油溢出海水之前与海水互不相容,密度、张力等的性质不变;
- (4) 假设原油在大规模扩散中仅由重力、表面张力、粘滞力决定,在竖直方向处于平衡状态;
- (5) 假设被原油污染的区域水质等情况相同,原油扩散速度相同,即不考虑水体在不同水域的差别。

2.2 符号说明

符号	释义	单位
t	时间	s
M	质量	kg

p	压强	pa
μ	动力粘度	$pa \cdot s$
\vec{f}	体积力密度	m/s^2
ρ	流体密度	kg/m^3
\vec{v}	流体速度矢量	m/s
g	重力加速度	m/s^2
u	x 方向速度	m/s
v	y 方向速度	m/s
u_x	海面海水 x 方向速度	m/s
u_y	海面海水 y 方向速度	m/s
P	应力张量	
D_y	y 方向扩散因数	
K	自我降解系数	
S	速度应变率张量	
I	单位张量	
D_x	x 方向扩散因数	

三. 问题分析

3.1 问题一的分析

通过对蓬莱 19-3 油田泄漏的相关资料分析^[1]以及对原油扩散诸过程的详细分析,将原油扩散分为两个阶段:阶段一,原油从海底到海面的扩散过程;阶段二,原油在海面的扩散、风化分解与沉淀过程。并建立相对应的数学模型,阶段一讨论海底断层溢油现象,可选择 VOF 方法解决自由相界面问题,利用 PISO 算法解决非稳态条件下压力速度的耦合,建立水下溢油数学模型^[2],使用 Fluent 软件计算模拟了油滴从海底产生,在浮

力作用下上浮至海面的过程。阶段二，油在海面上，一方面在不断扩散，另一方面被风化分解沉淀，可建立三维原油连续扩散模型^[3]。然后对两个模型进行实际应用求解，与已有数据比较检验模型的正确性。

3.2 问题二的分析

收集整理 2011 年 6 月 4 日到 9 月 2 日有关蓬莱 19-3 油田溢油事故的报告，寻找对所建模型有用的数据，将通过模型计算得到的数据与收集到的数据进行比较，判断收集到的数据的正确性。由此可知，一些媒体与个人爆料的相关数据是否与事实相符，最后用模型求得的真实数据重现溢油事件的过程，让整个溢油事件更加清晰透明。

3.3 问题三、四的分析

建立溢油扩散数学模型，对溢油运动轨迹及其扩展范围进行研究预测，就是对治理规划、清除油污进行及时有效的指导及对污染评估给出理论依据，在此指出哪些是非常有价值的信息，以便再次发生漏油事故时，有关部门做出相应数据采集进行有效控制作业，将损害降到最低。蓬莱 19-3 漏油事件的责任人对此事故的详细过程的隐瞒，使得很多有关此次污染的真实数据不能知晓，因此，本文最后可根据模型计算研究结果对蓬莱 19-3 油田泄漏事件进行真实报道。

四. 模型的建立与求解

4.1 水下溢油数学模型

4.1.1 几何模型的建立

1>构造二维数值水槽

构造一个 $L \times H = 100 \times 33 \text{ m}^2$ 的二维数值水槽，水槽中心有一个直径 0.1m 的溢油孔，水槽顶部与大气连通。

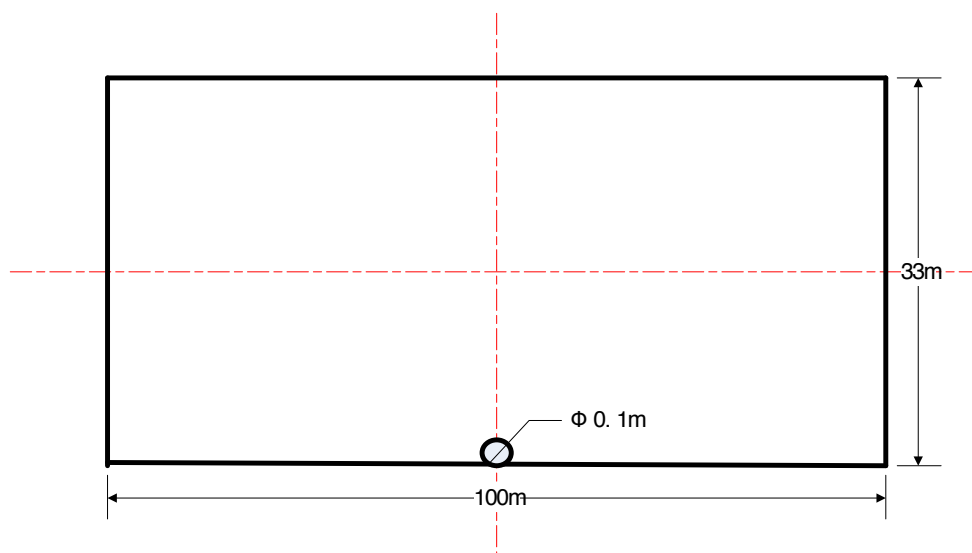


图 1 二维数值水槽图

2>网格划分

为了能够较为精确地模拟多相流，划分均匀的方形网格，如下 Gambit 截图局部放大图所示：

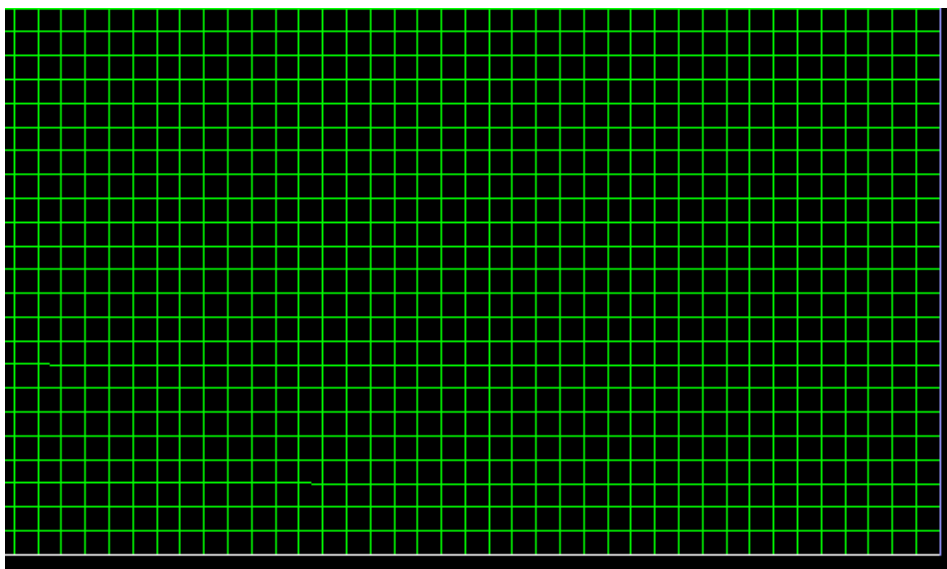


图 2 网格划分（局部放大）图

3>数值水槽边界条件的设定

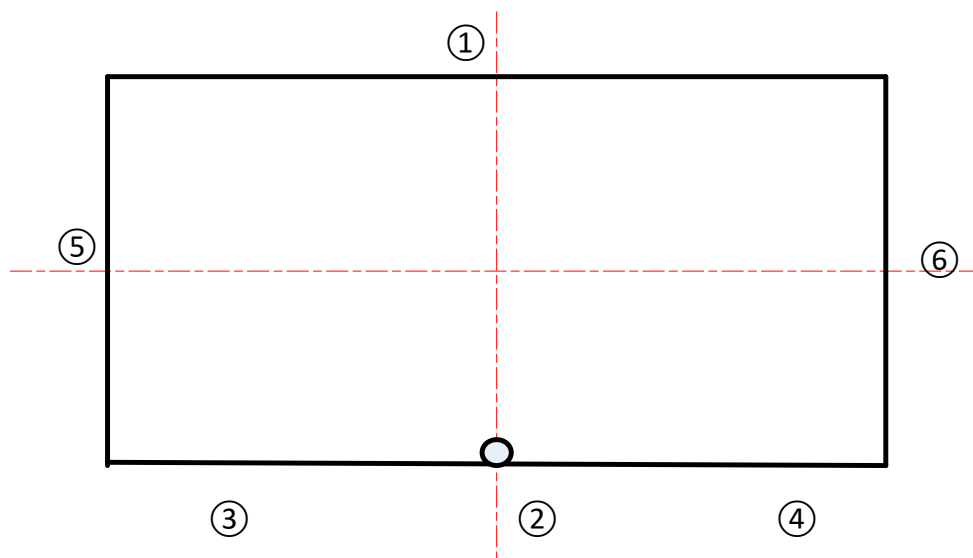


图 3 二维数值水槽标号图

如上图所示：

① 定义为压力出口，与大气相连通，表压力为 0；

③与④为壁面设置的不可穿越且无滑移边界条件，其中 $\frac{\partial \phi}{\partial n}\bigg|_{y=0} = 0$ ， $u\bigg|_{y=0} = 0$ ， $v\bigg|_{y=0} = 0$ ；

⑤与⑥定义为水的速度进口与速度出口；

②定义为压力进口,油从该边界喷入流场;该压力进口的材料为石油,其体积分数为 100%。

4.1.2 海底溢油的数学模型

1>流体动力学基本控制方程

质量守恒方程:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0$$

描述了物质不灭定律,即物质体内流体质量不变;

动量守恒方程:

$$\frac{\partial \rho \vec{v}}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = \rho \vec{f} + \nabla(P)$$

描述了物质体内动量增长率等于作用在物质体上的体积力与表面力之和。其中

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)^T$ 表示流体速度矢量, ρ 表示流体密度, t 表示时间, P 表示应力张量。

该式又称为 Navier-Stokes 方程,在 Stokes 假设下,牛顿流体本构方程为:

$$P = -pI + 2\mu \left(S - \frac{1}{3} \nabla \vec{v} I \right)$$

其中 p 为压强, I 为单位张量, μ 为动力黏度, $S = \frac{1}{2} \left[(\nabla \vec{v}) + (\nabla \vec{v})^T \right]$ 为速度应变率张量。

对不可压缩流体 $\rho = \text{const}$, 则由连续性方程、Navier-Stokes 方程及牛顿流体本构方程得不可压缩流体的 Navier-Stokes 方程为:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{v}$$

能量守恒方程:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v} E) = \rho \vec{f} \vec{v} + \nabla(P \vec{v}) + \rho \hat{q} + \nabla(k \nabla T)$$

能量守恒定律,物质体内总能量的增长率等于作用在物体上体积力的做功 $\vec{f} \vec{v}$, 表面上的表面力做功 $P \vec{v}$, 物体表面生成热和边界面上因热传导而输入热量 $k \nabla T$ 之和。

4.1.3 海水流场的数学模型

在海水运动中,起支配作用的物理定律有质量守恒定律和动量守恒定律。

1> 控制方程

在自由流动问题中,海水可视为不可压缩粘性流体,流体的粘性系数为常数,控制方程为不可压缩流体 Navier-Stokes 方程与不可压缩流体连续性方程即:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = \vec{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \vec{v}$$

描述问题所使用的坐标系为直角坐标系,水平方向为 x 轴,竖直方向为 y 轴, u, v 分别

为 x, y 方向上的速度分量。动量方程与连续性方程又可写为：
动量方程：

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] \end{cases}$$

连续性方程：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

2> 边界条件

水域底部边界条件为法相速度为零且无滑移，即：

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_{y=0} &= 0 \\ \phi \Big|_{y=0} &= 0 \end{aligned}$$

其中 n 为边界外法线方向。

自由运动学边界条件：

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=\eta} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{y=\eta}$$

其中 $y = \eta(x, t)$ 为自由方程。

自由面的动力学边界条件为：

$$\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \Big|_{y=\eta} + g\eta + \frac{1}{2}(\nabla \phi \cdot \nabla \phi) \frac{\partial \eta}{\partial t} \Big|_{y=\eta} + \frac{P}{\rho} = 0$$

3> 初始条件

$$\begin{aligned} \phi \Big|_{t=0} &= f_1(x) & y &= \eta(x, 0) \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{t=0} &= f_2(x) & y &= \eta(x, 0) \end{aligned}$$

基于上述数学模型可以模拟多种海水运动的情况，本问题考察海水静止和一定速度流动的情况。

4.1.4 多项流动数学模型

水下溢油属于油、水、气三相流，适合采用针对多相流的 VOF (Volume of Fluid) 法。VOF 法引入体积分数 a_i ，表示第 i 种物质在该单元格中占有体积，即 i 物质在该单元格的体积分数。 $a_i = 0$ 表示单元格内无 i 物质； $a_i = 1$ 表示单元格被 i 物质充满。整个多相流流场中，不同部分密度不同，在混合单元内

$$\rho = \sum_{i=1}^n a_i \rho_i$$

VOF 求解单独的动量方程和处理穿过区域边界的每一流体的体积比来模拟两种不能混合的流体

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla P + \nabla \left[\mu \left(\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T \right) \right] + \rho \vec{g} + \vec{F}$$

4.1.5 湍流 RNG $k-\xi$ 两方程模型

RNG $k-\xi$ 湍流模型从暂态 N-S 方程推出，其中 k 方程和 ξ 方程分别为：

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} + S_\varepsilon \end{aligned}$$

RNG $k-\xi$ 模型对瞬变流和流线弯曲影响能做出更好的反映。

4.2 水下溢油数学模型的求解

模型求解采用 Fluent 软件进行求解，求解器采用基于压力的隐式解法，采用非稳态计算，多相流采用 VOF 法解法，湍流模型选择标准的 RNG $k-\xi$ 模型，算法采用 PISO 压力隐式算子分裂算法。

在研究的问题中选 $v = 0 \text{ m/s}$ (海水静止)， $v = 0.1 \text{ m/s}$ (海水流动) 情况进行分别讨论；由流体静压力计算公式： $p = \rho_{\text{水}} gh$ 可知，海底附近表压 $p_e = 331485 P_a$ ，该压力进口压力计算分别选， $p_e = 332480 P_a$ ， $p_e = 331535 P_a$ 。

4.2.1 不同溢油操作压力对比：

$p_e = 331535 P_a$ ， $v = 0 \text{ m/s}$ 时，迭代误差如下：

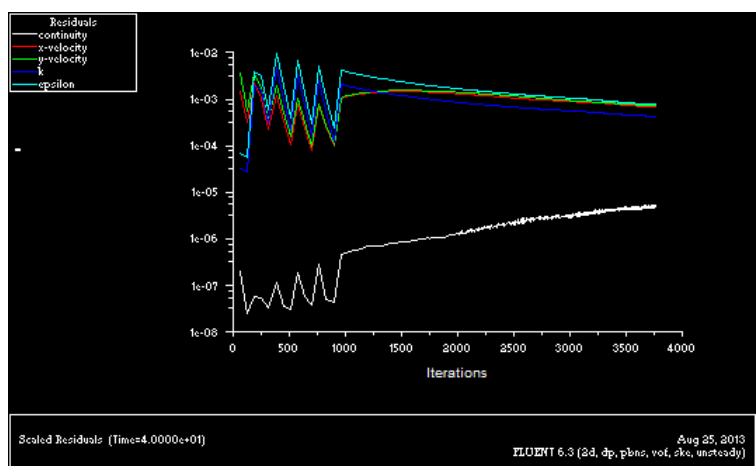


图 3 迭代误差图

由图知，各参量迭代误差都在 0.1 以下，算法收敛性较好，数值误差得到了控制。

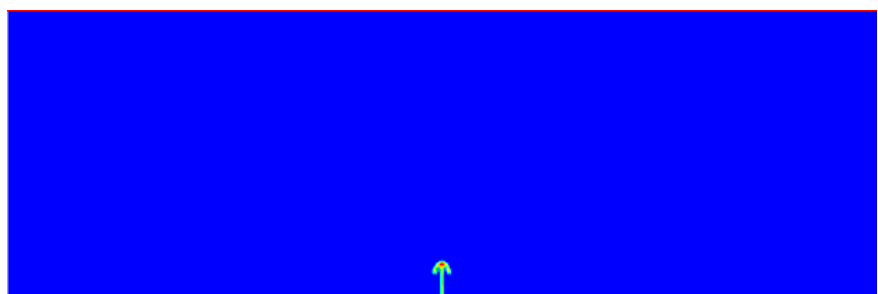


图 4 $t=12s$ 油水气三相分布

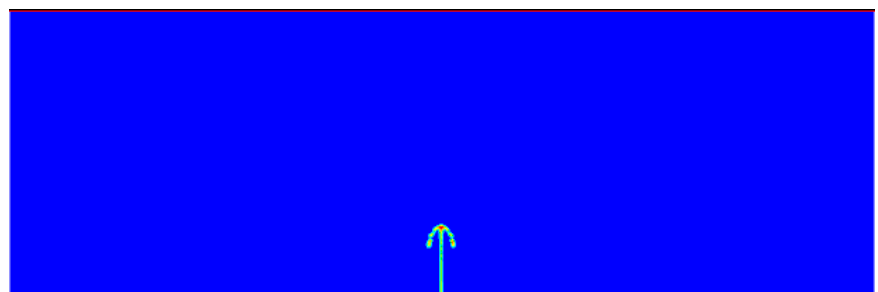


图 5 $t=21s$ 油水气三相分布

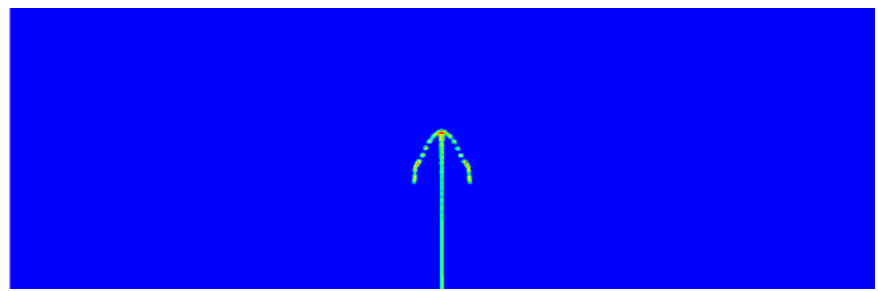


图 6 $t=43s$ 油水气三相分布

$p_e = 332480P_a$ ， $v = 0m/s$ 时，油水气三相分布图如下：

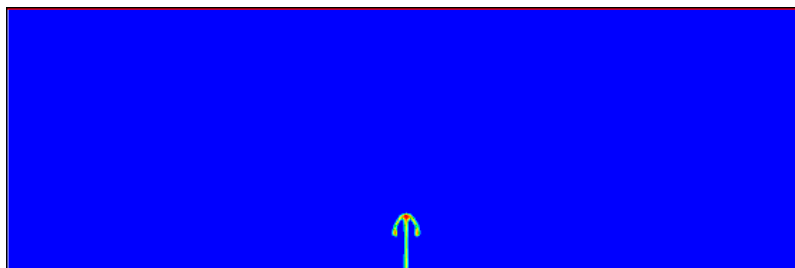


图 7 $t=15.56s$ 油水气三相分布

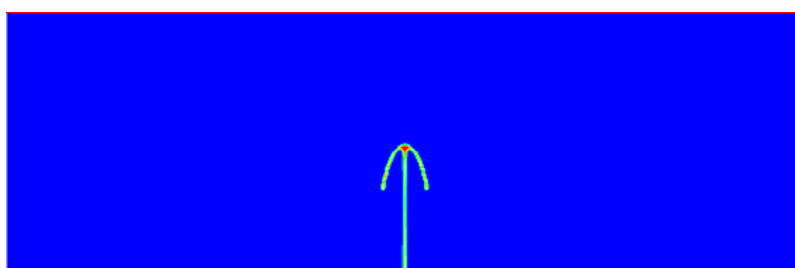


图 8 $t=31.40s$ 油水气三相分布

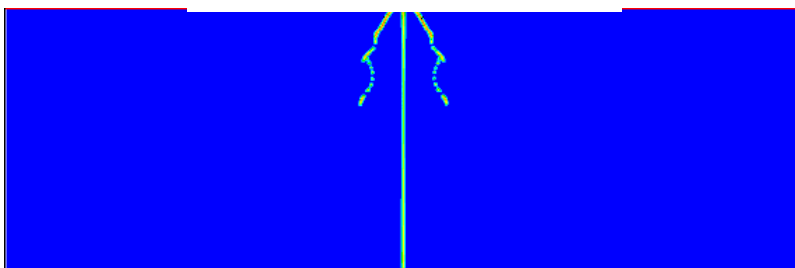


图 9 $t=62s$ 油水气三相分布

分析图 4 到图 9 可知，当海水静止时，原油在海水中沿竖直方向运动。当溢油操作压力较大时，油在压力作用下急速喷射出来，上浮速度相对较快，溢油量也相对较大。油上浮的运动轨迹为液柱，而溢油压力较小的时候，油柱并不稳定，油以颗粒的形式上浮，由于水的粘性和阻力，以及油水界面的表面张力作用，溢油上升时候并不是一条直线而是以伞状的方式上升，所以在第一时间发现溢油时候，并不是发现油柱，和比较集中的油从水下上浮，往往看见的是大量的油滴群从水下上浮。所以就算海水是静止的第一时间发现油膜的地方的正下方往往也不是溢油口所在的位置，这就使得单凭水面观察去寻找猜测溢油点很不可靠，但是也注意到，油上浮的过程整体上是连续的，也就是说派出潜水员跟踪上浮油滴的轨迹，就可以很容易的追踪到溢油点。溢油事故发生后水下施救作业相当有必要，并且很有效。

4.2.2 不同水流速度的对比

$p_e = 331535P_a$ ， $v = 0.1m/s$ 时，迭代误差图如下：

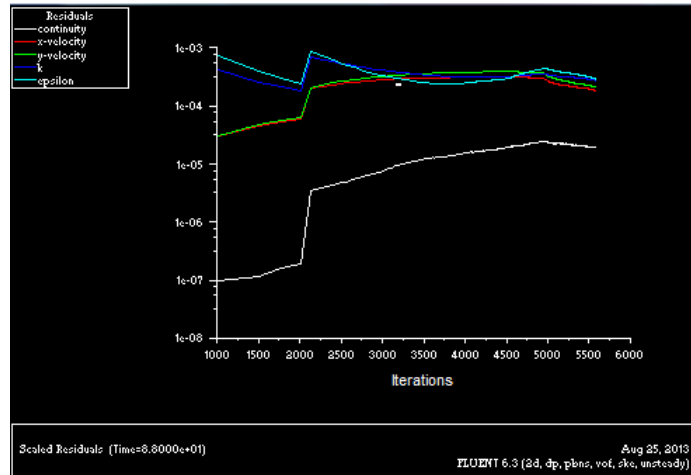


图 10 迭代误差图

分析迭代误差图可知，迭代误差均小于 0.01，算法可行。



图 11 $t=23s$ 油水气三相分布



图 12 $t=67s$ 油水气三相分布

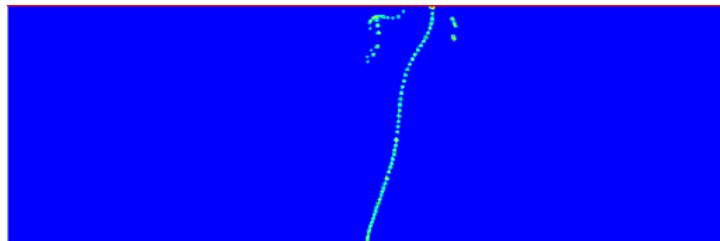


图 13 $t=89s$ 油水气三相分布

分析图 4~6 与图 11~13 可得，溢油水下扩散的范围随潮流速度变化而变化，潮流

速度越大，油滴水下漂移距离越长，在海面形成的油膜的位置距离溢油口的水平距离越远，大范围的污染对溢油的控制回收带来了巨大的困难。并且由于海底对海水的粘附效应，即无滑移边界条件，整个海水流场的速度也不均匀，整体上呈现出，上面流速大下面流速小的趋势，再加上一系列随机扰动存在，有洋流存在的情况下水下溢油的上浮轨迹较为复杂。同时由于该条件下溢油压力设计较小比海底的表压力 331485Pa 仅仅大 50Pa 油滴在上浮过程中受到洋流作用不再是一条连续的曲线轨迹，而是分散成了若干油滴，形成了所谓的羽流。在渤海漏油事故中，发生溢油的地层压强达到了 3.49MPa，但是由于从油层到海底沿程的压力下降溢油口的压强不应太大。同时也可以从以上的数值模拟结果看出一点，一个仅仅 0.1m 直径的溢油口以比周围海水仅仅大 50Pa 的压强溢出原油，大概只要一分钟时间原油就可以从 33m 深的海底到达海面，并且影响范围也可以从溢出时候的仅仅 0.1m 发展到到达海面的半径数十米，在加上原油在海面形成油膜，一个小小的海底溢油口将造成很大面积的污染范围。从相关的新闻报道中可以看到，有潜水员发现直径约有 1m 的溢油口，可以想象其污染的影响范围之大。远远不是初期相关报道所描述的那样。

(3) 总结

通过对水下溢油现象的二维三相流场的数值模拟，分析了不同操作压力、水流速度下的油滴运动情况，同步模拟出溢油在海中的迁移扩散轨迹。计算结果表明，水流速度等海况条件是影响溢油行为和归宿的重要因素之一，它决定了溢油到达海面时形成油膜的大概位置，这也是溢油行为和归宿的预测中非常重要的信息，因此对潮流的考虑是非常必要的。同时，从分析的结果也可以挖掘出很多有用的信息，比如一个 0.1m 大小的低压溢油口造成的污染就能影响很大的范围，33 米深的海水，溢出的油从刚从海底溢出到刚刚到达海面需要一分钟多一点点的时间。可见溢油的上浮速度还是很快的，及时堵住溢油点很重要，而不是等到后期造成大氛围污染了再去考虑堵漏。由于打一口油井耗费颇高，堵住溢油点可能要水泥封井，所以这里也可能有造成溢油事故处理不及时的原因。渤海实际溢油的溢油点应该比模拟的多，溢油口的压力初期也较高，所以造成的污染面积应该相当大。数值模拟的特点是能够短时间内精确模拟一个物理过程，但是计算量教导，并且计算的误差会累积，以至于在时间步数较多的情况下数值可靠性较差，不过由于其在短期内预测具有较高的精度和客观性，所以用来模拟原油从海底上浮到海面的过程是较为恰当的。

4.3 海面连续溢油扩散模型的建立

4.3.1 模型假设

- (1) 假设海面的雷诺数已经达到一定的阈值 (>2000)，海面的流动方式为紊流；
- (2) 假设任取海面上一闭曲面 S 所围成水域为 Ω ， $C(x, y, t)$ 表示 t 时刻 (x, y) 位置点的污染物浓度；
- (3) 溢油在海面上将会风化分解沉淀自我降解，假设自我降解系数为 K ($K>0$)；
- (4) $\theta(x, y, t)$ 是 (x, y) 位置点 t 时刻单位体积单位时间污染物的排放量；
- (5) 溢油在海面上沿 x, y 两方向的流动速度 u_x, u_y, u_z ，在一定时间范围内是恒定的。

4.3.2 三维溢油模型的组建

由多重积分的意义可知，通过闭曲线 L 从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻流入封闭曲线的污染物质量为：

$$M_1 = \int_t^{t+\Delta t} \int_L \left(D_x \frac{\partial C}{\partial x} \cos \alpha + D_y \frac{\partial C}{\partial y} \cos \beta \right) d_s d_t$$

其中， $\cos \alpha$ ， $\cos \beta$ 为 S 的外法向余弦。

由格林定理可知：

$$M_1 = \int_t^{t+\Delta t} \iint_{\Omega} \left(D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right) d_x d_y d_t$$

由于海水自我降解，从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻水域污染物减少量为：

$$M_2 = \int_t^{t+\Delta t} \iint_{\Omega} K [C(x, y, t)] d_x d_y d_t$$

由于海水是不断流动的，污染物从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻流出 L 的质量为：

$$M_3 = \int_t^{t+\Delta t} \iint_{\Omega} \left(u_x \frac{\partial C}{\partial x} + u_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) d_x d_y d_t$$

从 t 时刻到 $t + \Delta t$ 时刻污染物排放量为：

$$M_4 = \int_t^{t+\Delta t} \iint_{\Omega} \theta(x, y, t) d_x d_y d_t$$

由于浓度变化引起的质量的增加量为：

$$M_5 = \int_t^{t+\Delta t} \iint_{\Omega} \frac{\partial C}{\partial t} d_x d_y d_t$$

由质量守恒定律：

$$M_5 = M_1 - M_2 - M_3 + M_4$$

所以，三维油膜扩散的数学模型为：

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - u_x \frac{\partial C}{\partial x} - u_y \frac{\partial C}{\partial y} - KC + \theta(x, y, t)$$

初始条件为：

$$C(x, y, 0) = \lambda(x, y)$$

4.3.3 模型求解与海面连续溢油扩散模型的建立

显然三维油膜扩散数学模型在偏微分方程上的定义是 Cauchy 问题，应该使用该类偏微分初值问题的专用解法傅里叶变换法。

对三维油膜扩散模型左右两边同时进行二维傅里叶变换得：

$$\begin{cases} \frac{d\hat{C}(\omega_x, \omega_y, t)}{dt} = -\left(D_x \omega_x^2 + D_y \omega_y^2 + i\omega_x u_x + i\omega_y u_y + K \right) \hat{C}(\omega_x, \omega_y, t) + \hat{\theta}(\omega_x, \omega_y, t) \\ \text{初始条件: } \hat{C}|_{t=0} = \hat{\lambda}(\omega_x, \omega_y) \end{cases}$$

解次线性微分方程得：

$$\hat{C}(\omega_x, \omega_y, t) = e^{-\left(D_x \omega_x^2 + D_y \omega_y^2 + i\omega_x u_x + i\omega_y u_y + K \right)t} \left[\int_0^t e^{\left(D_x \omega_x^2 + D_y \omega_y^2 + i\omega_x u_x + i\omega_y u_y + K \right)t} d_t + const \right]$$

再对上式左右两边同时进行二维傅里叶逆变换得：

$$C(\omega_x, \omega_y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(D_x \omega_x^2 + D_y \omega_y^2 + i\omega_x u_x + i\omega_y u_y + K \right)t} \left[\int_0^t e^{\left(D_x \omega_x^2 + D_y \omega_y^2 + i\omega_x u_x + i\omega_y u_y + K \right)t} d_t + const \right] d_{\omega_x} d_{\omega_y}$$

由于其表达式形式较为复杂在实际应用背景下可以对三维油膜扩散模型 $C(x, y, t)$

表达式进行适当简化并得到以下的模型。

(1) 瞬时溢油三维扩散模型

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - u_x \frac{\partial C}{\partial x} - u_y \frac{\partial C}{\partial y}$$

其中 $-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty, t > 0$ 。

初始条件为:

$$C(x, y)|_{t=0} = M\delta(x)\delta(y)$$

其中 $-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty, t > 0$ 。

边界条件为

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} C(x, y, t) = 0, \quad \lim_{y \rightarrow \pm\infty} C(x, y, t) = 0$$

$$\delta(x) = \begin{cases} \infty, & x=0 \\ 0, & x \neq 0 \end{cases}, \quad \delta(y) = \begin{cases} \infty, & y=0 \\ 0, & y \neq 0 \end{cases}$$

其中 $t > 0$ 。

以上数学模型为有水流的二维水体中, 在原点 (0,0) 瞬时投放一个质量为 M 的污染源, 该模型在 x,y 两个方向上进行扩散, 不考虑海洋的自我降解能力。

该数学模型的解析解是:

$$C(x, y, t) = \frac{M}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \exp\left[-\frac{(x-u_x t)^2}{4D_x t} - \frac{(y-u_y t)^2}{4D_y t}\right] \exp(-Kt)$$

(2) 连续溢油油膜扩散模型

原油泄漏是一个连续过程, 若泄漏点以连续释放点源的方式进行, 则形成的浓度相当于单位时间内连续释放的瞬时点源的积分, 实际上相当于对上式进行时间区间上的积分:

$$C(x, y, t) = \int_0^t \frac{C_q q}{4\pi t \sqrt{D_x D_y}} \exp\left[-\frac{(x-u_x t)^2}{4D_x t} - \frac{(y-u_y t)^2}{4D_y t}\right] \exp(-Kt) dt$$

其中, C_q 和 q 分别表示原油泄漏到海面上的浓度以及海水的流量。

4.4 海面连续溢油油膜扩散模型的计算机模拟情景

模型参数 $u_x=1.5$, $u_y=0.2$, $t=10$

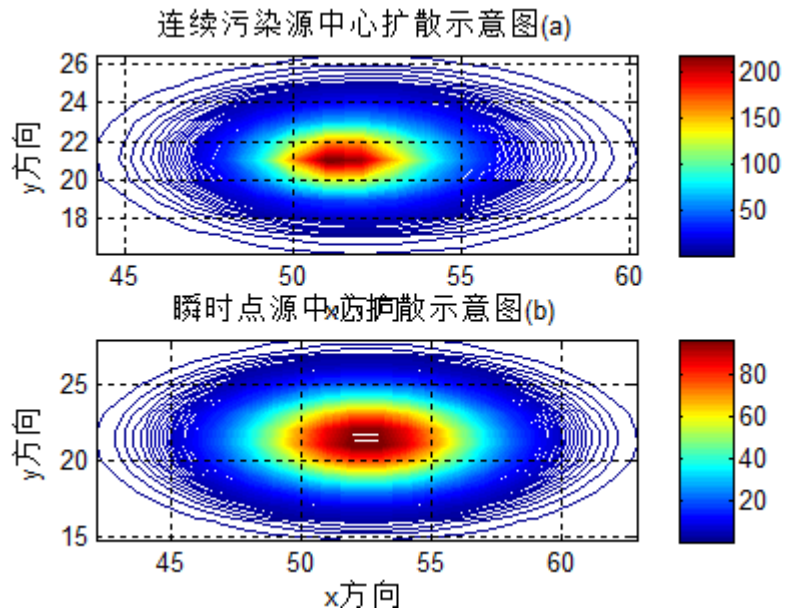


图 14 经过 10s 扩散瞬时污染点源和连续污染源扩散示意图

模型参数 $u_x=1.5$, $u_y=0.2$, $t=50$

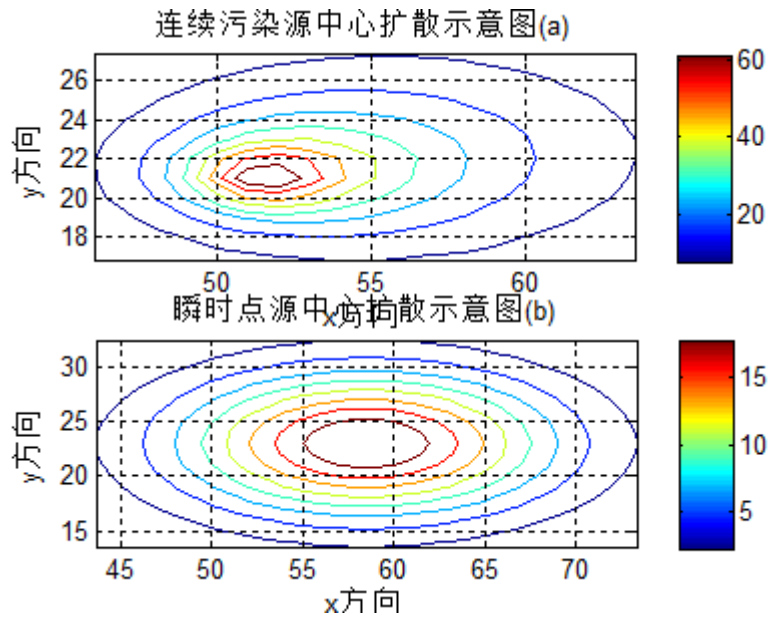


图 15 经过 50s 扩散瞬时污染点源和连续污染源扩散示意图

分析图 14 与 15 知，当海面海水流速较慢时，瞬时污染点和连续污染点所造成的污染情况相差不大。随着时间的扩展，油膜厚度不断减小。这时传质方程扩散项占支配作用。

模型参数 $u_x=15$, $u_y=0.2$, $t=10$

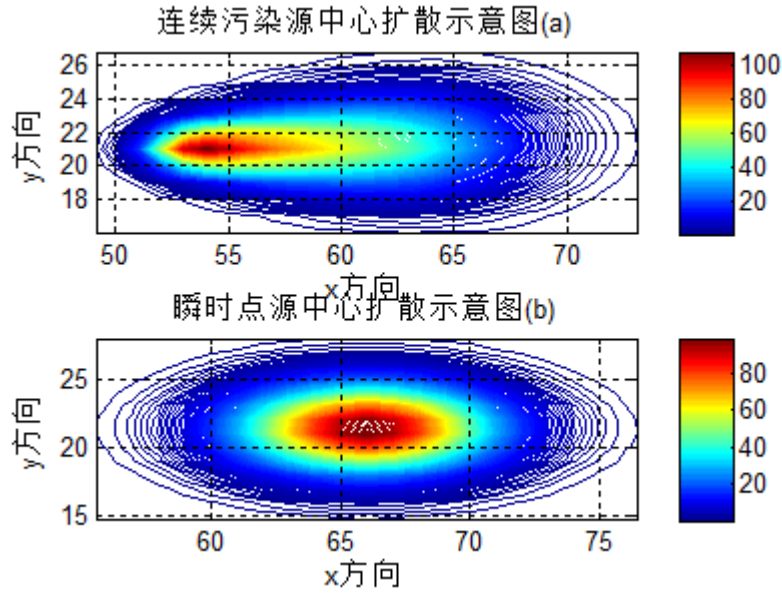


图 16 经过 10s 扩散瞬时污染源和连续污染源扩散示意图

模型参数 $u_x=15$, $u_y=0.2$, $t=50$

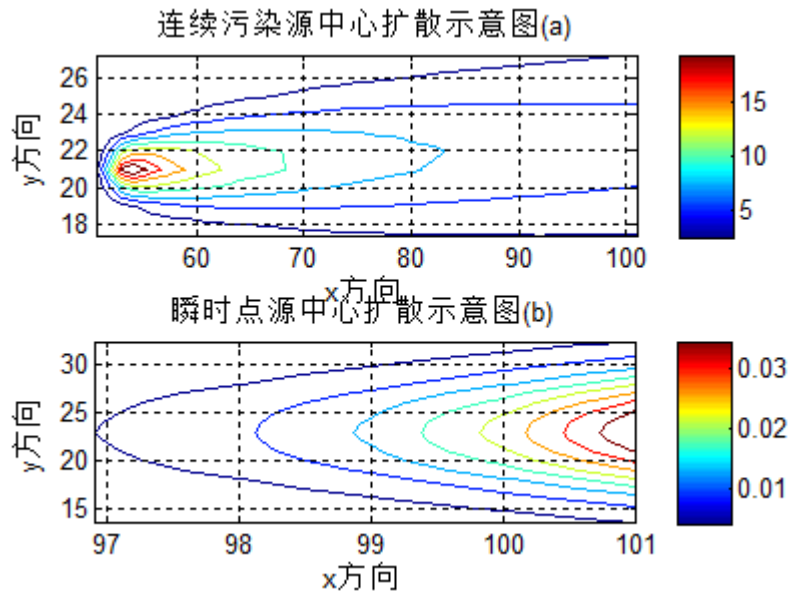


图 17 经过 50s 扩散瞬时污染源和连续污染源扩散示意图

分析图 16 和 17 知,当海面海水流速较大时,瞬时污染点的污染中心会随着海水一起流动,而连续污染点的污染中心则静止,所以连续污染造成的污染面积要大得多。随着时间的扩展,油膜厚度不断减小。油膜呈现出鸡蛋形状。此时扩散传质方程中的扩散项和对流项同时起到对传质过程的支配作用。与第一种情况不同的是这种情况下强迫对流传质现象明显。在实际情况下海面有风并且海水在流动,故更一般的情况应该是后者。由于该偏微分方程的初值问题可以求出解析解,故不存在较大的数值误差。可以在时间很

长，空间很广的条件下使用。

五. 模型的应用

5.1 原油扩散模型在问题二中的应用

通过查阅与蓬莱 19-3 漏油事故有关的报告，找到三组对已建立的原油扩散模型有用的数据，见表 1。将模型求解得到的数值与收集到的数据相比较，考虑到模型与实际有一定的差异，接受误差为 $\pm 10\%$ 。其中模型求解出的数据与结论均见表 1。重现蓬莱 19-3 油田漏油事故的过程，见表 2。

表 1 数据与结论

与模型有关的数据	模型求解出的数据	结论
B、C 平台被令停产，中海油的原油净产量每天减少约 2.2 万桶	3.1 万桶	否
截至 8 月 31 日，B 平台附近海域集油罩内液体累计回收总量约 305 立方米，累计污油量约 28 升。	以 28 升为已知量， 累计回收总量为 299.34 立方米	是
7 月 1 日称渗漏点已得到控制，并称泄漏范围只涉及 200 平方米左右	泄漏范围为 201.2 平方米左右， 判定渗漏点已得到控制	是

表 2 蓬莱 19-3 油田漏油事故过程重现

时间	事件
6.4	蓬莱 19-3 油田东北方向 650 米的海面发现少量油膜带，相应的海底出现溢油点
6.17	C 平台发生井涌，平台及附近海域发现大量溢油。
7.1	渗漏点已得到控制，并称泄漏范围只涉及 200 平方米左右
7.13	B、C 平台被令停产，中海油的原油净产量每天减少约 3.1 万桶
8.13	发现还有剩余的来自 6 月 17 日井涌事故所溢出的矿物油油基泥浆，这使得矿物油油基泥浆溢出总量增加到 2,500 桶，远超此前 1,500 桶的预期
8.31	B 平台附近海域集油罩内液体累计回收总量约 305 立方米，累计污油量约 28 升。
9.2	共有约 700 桶原油渗漏至渤海海面，另有约 2,500 桶矿物油油基泥浆渗漏并沉积到海床。

5.2 重要数据

通过对原油扩散模型的研究与应用，得出非常重要的数据有：海底漏油出口的压力、海底海水流动情况、海面海水流动情况、风速、海底微生物环境，以及其对原油降解影响、原油密度、海水密度等。

5.3 关于蓬莱 19-3 油田漏油事件的真实报道

关于蓬莱 19-3 油田漏油事件的真实报道

2011年6月4日19时许,国家海洋局北海分局接到蓬莱19-3油田作业者—康菲公司电话报告,在该油田B平台东北方向海面发现少量不明来源油膜。北海分局立即要求康菲公司快速处置并开展自查,同时启动溢油情况应急监测。6月12日油指纹鉴定结果显示,溢油来自蓬莱19-3油田,北海分局随即启动应急响应。康菲公司对B平台采取关闭注水井、实施回流泄压等措施,6月19日基本控制溢油。

6月17日11时,中国海监22船在蓬莱19-3油田进行应急巡视时,发现C平台及其附近海域有大量溢油,经核实确认蓬莱19-3油田C平台C20井发生井涌事故,导致原油和油基泥浆溢出海。当日,国家海洋局紧急约见康菲公司及其合作方中海油主要负责人,要求康菲公司采取一切有效措施,尽快控制溢油源,抓紧回收海面溢油。康菲公司紧急对C20井实施水泥封井,同时组织大量应急处置人员和设备全面实施溢油回收清理,6月21日基本控制溢油。至6月22日,除B、C平台附近海域外,其他海域海面漂油基本得到清理。

鉴于溢油事态并未得到完全控制,溢油源排查和封堵工作进展缓慢,7月13日,国家海洋局决定停止B、C平台油气生产作业。7月20日责成康菲公司在8月31日前完成“彻底排查溢油风险点、彻底封堵溢油源”(“两个彻底”)。8月18日,牵头成立联合调查组。截至8月31日,康菲公司未能按照主管部门的要求完成“两个彻底”,同时鉴于该油田“带病”生产作业可能会继续造成新的地层破坏和溢油风险,根据联合调查组的意见,9月2日责令蓬莱19-3全油田实施“三停”(停注、停钻、停产)、“三继续”(继续排查溢油风险点、继续封堵溢油源、继续清理油污)、“两调整”(调整油田总体开发方案、调整海洋环境影响报告书)。

六. 模型的优缺点(模型的评价与推广)

6.1 模型的优点

(1) 对于原油从水底上浮到水面的过程,使用计算流体力学模型对于多相流动进行非稳态数值模拟准确度较高,数值结果展示形象具体。能充分的反映海底溢油的情况,并且参数调整容易,通过调整参数可以快速模拟出多种海况,同时也可以调整溢油的压力,模型的参数调整较为方便。所得到的结果可信度较高并且可以通过图像的方式显示数值结果,对于海底溢油情况的评估具有很强的参考价值。目前计算流体力学的数值技术较为成熟,通过选用适当的方法数值误差可以被有效压制。

(2) 对于海面油膜的运动采用扩散传质数学模型可以较好的模拟油膜在海面上的运动,能够影响油膜运动的因素较多,但扩散定律应该占到主导作用。扩散传质数学模型中充分考虑到了海水的运动和原油的降解。传质方程中包含了对流项,扩散项,衰减项,源项,考虑到了多种传质方式。在该问题背景下的边界条件选用特定的方法可以求出问题的解析解,避免了数值误差,能够长时间,广空间范围的模拟油膜扩散过程。

6.2 模型的缺点

(1) 由于流体多相混合流动过程为非常强的非线性过程,而非线性过程对初始条件和边界条件都高度敏感,任何微小的改变都可能诱发流动失稳。具体的精细的渤海的海底地形情况和溢油口的精细情况均不可知,以及具体的海水水体情况都不可知,故与实际情况必然存在一定偏差。问题的计算量特别的大,计算速度过慢。由于数值误差的积累。能够较为准确模拟的时间范围有限。

(2) 在重力作用下油膜的运动过程可以认为是扩散传质过程，但是当扩散充分后即油膜足够薄时，由于油膜和海水之间存在自由液面，油膜的表面张力会显现出来。同时油膜和水面之间存在有复杂的粘性力作用，故扩散模型仅仅适用于较为理想的海况。原油和海水互不相溶，扩散系数不好确定。模型只是一个类比。

参考文献

- [1] 维基百科，蓬莱 19-3 油田漏油事故 [EB/OL]. <http://zh.wikipedia.org/wiki/%E8%93%AC%E8%8E%B119-3%E6%B2%B9%E7%94%B0%E6%BA%A2%E6%B2%B9%E4%BA%8B%E6%95%85>, 2013. 8. 23
- [2] 高清军. 多种海况下的水下溢油数值模拟[D], 大连: 大连海事大学, 2008. 3
- [3] 卓金武. MATLAB 在数学模型中的应用[M], 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011. 4

附录

1.1 海流作用时 Fluent 求解信息

Fluent 软件求解信息

```
Welcome to Fluent 6.3.26

Copyright 2006 Fluent Inc.
All Rights Reserved

Loading "C:\Fluent. Inc\fluent6.3.26\lib\fl_s1119.dmp"
Done.

> Reading "C:\Users\apple\Desktop\default_id190288.cas"...
131248 quadrilateral cells, zone 2, binary.
208 2D velocity-inlet faces, zone 3, binary.
208 2D velocity-inlet faces, zone 4, binary.
1 2D pressure-inlet faces, zone 5, binary.
630 2D wall faces, zone 6, binary.
631 2D pressure-outlet faces, zone 7, binary.
261657 2D interior faces, zone 9, binary.
132088 nodes, binary.
132088 node flags, binary.
```

Building...

```
    grid,
    materials,
    interface,
    domains,
mixture
air
oil
seawater
interaction
    zones,
water (air)
outlet_w (air)
inlet_w (air)
inlet (air)
wall (air)
out (air)
default-interior (air)
water (oil)
outlet_w (oil)
inlet_w (oil)
inlet (oil)
wall (oil)
out (oil)
default-interior (oil)
water (seawater)
outlet_w (seawater)
inlet_w (seawater)
inlet (seawater)
wall (seawater)
out (seawater)
default-interior (seawater)
default-interior
out
wall
inlet
inlet_w
outlet_w
water
    shell conduction zones,
```

Done.

FLUENT

Version: 2d, dp, pbns, vof, ske, unsteady (2d, double precision, pressure-based, VOF, standard k-epsilon, unsteady)

Release: 6.3.26

Title:

Models

Model	Settings

Space	2D
Time	Unsteady, 1st-Order Implicit
Viscous	Standard k-epsilon turbulence model
Wall Treatment	Standard Wall Functions
Heat Transfer	Disabled
Solidification and Melting	Disabled
Species Transport	Disabled
Coupled Dispersed Phase	Disabled
Pollutants	Disabled
Pollutants	Disabled
Soot	Disabled

Boundary Conditions

Zones

name	id	type

water	2	fluid
outlet_w	3	velocity-inlet
inlet_w	4	velocity-inlet
inlet	5	pressure-inlet
wall	6	wall
out	7	pressure-outlet
default-interior	9	interior

Boundary Conditions

water

Condition

Value

Material Name	
fuel-oil-liquid	
Specify source terms?	no
Source Terms	()
Specify fixed values?	no
Fixed Values	()
Motion Type	0
X-Velocity Of Zone (m/s)	0
Y-Velocity Of Zone (m/s)	0
Rotation speed (rad/s)	0
X-Origin of Rotation-Axis (m)	0
Y-Origin of Rotation-Axis (m)	0
Deactivated Thread	no
Laminar zone?	no
Set Turbulent Viscosity to zero within laminar zone?	yes
Porous zone?	no
Porosity	1

outlet_w

Condition	Value
Velocity Specification Method	2
Reference Frame	0
Velocity Magnitude (m/s)	-0.1
X-Velocity (m/s)	0
Y-Velocity (m/s)	0
X-Component of Flow Direction	1
Y-Component of Flow Direction	0
X-Component of Axis Direction	1
Y-Component of Axis Direction	0
Z-Component of Axis Direction	0
X-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Y-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Z-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Angular velocity (rad/s)	0
Turbulent Specification Method	0
Turbulent Kinetic Energy (m2/s2)	1
Turbulent Dissipation Rate (m2/s3)	1
Turbulent Intensity (%)	0.00099999993
Turbulent Length Scale (m)	1
Hydraulic Diameter (m)	1
Turbulent Viscosity Ratio	10
is zone used in mixing-plane model?	no

inlet_w

Condition	Value
Velocity Specification Method	2
Reference Frame	0
Velocity Magnitude (m/s)	0.1
X-Velocity (m/s)	0
Y-Velocity (m/s)	0
X-Component of Flow Direction	1
Y-Component of Flow Direction	0
X-Component of Axis Direction	1
Y-Component of Axis Direction	0
Z-Component of Axis Direction	0
X-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Y-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Z-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Angular velocity (rad/s)	0
Turbulent Specification Method	0
Turbulent Kinetic Energy (m2/s2)	1
Turbulent Dissipation Rate (m2/s3)	1
Turbulent Intensity (%)	0.00099999993
Turbulent Length Scale (m)	1
Hydraulic Diameter (m)	1
Turbulent Viscosity Ratio	10
is zone used in mixing-plane model?	no

inlet

Condition	Value
Gauge Total Pressure (pascal)	331535
Supersonic/Initial Gauge Pressure (pascal)	0
Direction Specification Method	1
X-Component of Flow Direction	1
Y-Component of Flow Direction	0
X-Component of Axis Direction	1
Y-Component of Axis Direction	0
Z-Component of Axis Direction	0
X-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Y-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Z-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Turbulent Specification Method	0

Turbulent Kinetic Energy (m2/s2)	1
Turbulent Dissipation Rate (m2/s3)	1
Turbulent Intensity (%)	0.000999999993
Turbulent Length Scale (m)	1
Hydraulic Diameter (m)	1
Turbulent Viscosity Ratio	10
is zone used in mixing-plane model?	no

wall

Condition	Value
Wall Motion	0
Shear Boundary Condition	0
Define wall motion relative to adjacent cell zone?	yes
Apply a rotational velocity to this wall?	no
Velocity Magnitude (m/s)	0
X-Component of Wall Translation	1
Y-Component of Wall Translation	0
Define wall velocity components?	no
X-Component of Wall Translation (m/s)	0
Y-Component of Wall Translation (m/s)	0
Wall Roughness Height (m)	0
Wall Roughness Constant	0.5
Rotation Speed (rad/s)	0
X-Position of Rotation-Axis Origin (m)	0
Y-Position of Rotation-Axis Origin (m)	0
X-component of shear stress (pascal)	0
Y-component of shear stress (pascal)	0
Specularity Coefficient	0

out

Condition	Value
Gauge Pressure (pascal)	0
Backflow Direction Specification Method	1
X-Component of Flow Direction	1
Y-Component of Flow Direction	0
X-Component of Axis Direction	1
Y-Component of Axis Direction	0
Z-Component of Axis Direction	0
X-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Y-Coordinate of Axis Origin (m)	0

Z-Coordinate of Axis Origin (m)	0
Turbulent Specification Method	0
Backflow Turbulent Kinetic Energy (m2/s2)	1
Backflow Turbulent Dissipation Rate (m2/s3)	1
Backflow Turbulent Intensity (%)	0.000999999993
Backflow Turbulent Length Scale (m)	1
Backflow Hydraulic Diameter (m)	1
Backflow Turbulent Viscosity Ratio	10
is zone used in mixing-plane model?	no

default-interior

Condition	Value
-----------	-------

Solver Controls

Equations

Equation	Solved
----------	--------

Flow	yes
Volume Fraction	yes
Turbulence	yes

Numerics

Numeric	Enabled
---------	---------

Absolute Velocity Formulation	yes
-------------------------------	-----

Unsteady Calculation Parameters

Time Step (s)	1
Max. Iterations Per Time Step	20

Relaxation

Variable	Relaxation Factor
----------	-------------------

Pressure	0.30000001
----------	------------

Density	1		
Body Forces	1		
Momentum	0.69999999		
Turbulent Kinetic Energy	0.80000001		
Turbulent Dissipation Rate	0.80000001		
Turbulent Viscosity	1		
Linear Solver			
	Solver	Termination	Residual
Reduction			
Variable	Type	Criterion	Tolerance
<hr/>			
Pressure	V-Cycle	0.1	
X-Momentum	Flexible	0.1	0.7
Y-Momentum	Flexible	0.1	0.7
Turbulent Kinetic Energy	Flexible	0.1	0.7
Turbulent Dissipation Rate	Flexible	0.1	0.7
Pressure-Velocity Coupling			
Parameter	Value		
<hr/>			
Type	PISO		
Skewness-Neighbour Coupling	yes		
Skewness Correction	1		
Neighbour Correction	1		
Discretization Scheme			
Variable	Scheme		
<hr/>			
Pressure	PRESTO!		
Momentum	First Order Upwind		
Volume Fraction	Geo-Reconstruct		
Turbulent Kinetic Energy	First Order Upwind		
Turbulent Dissipation Rate	First Order Upwind		
Solution Limits			
Quantity	Limit		
<hr/>			
Minimum Absolute Pressure	1		

Maximum Absolute Pressure	5e+10
Minimum Temperature	1
Maximum Temperature	5000
Minimum Turb. Kinetic Energy	1e-14
Minimum Turb. Dissipation Rate	1e-20
Maximum Turb. Viscosity Ratio	100000

Material Properties

Material: fuel-oil-liquid (fluid)

Property	Units	Method	Value (s)
Density	kg/m ³	constant	960
Cp (Specific Heat)	J/kg-K	constant	1880
Thermal Conductivity	W/m-K	constant	0.12
Viscosity	kg/m-s	constant	0.048
Molecular Weight	kg/kgmol	constant	258.19
L-J Characteristic Length	angstrom	constant	0
L-J Energy Parameter	k	constant	0
Thermal Expansion Coefficient	1/K	constant	0
Degrees of Freedom		constant	0
Speed of Sound	m/s	none	#f

Material: water-liquid (fluid)

Property	Units	Method	Value (s)
Density	kg/m ³	constant	1025
Cp (Specific Heat)	J/kg-K	constant	4182
Thermal Conductivity	W/m-K	constant	0.6
Viscosity	kg/m-s	constant	0.001003
Molecular Weight	kg/kgmol	constant	18.0152
L-J Characteristic Length	angstrom	constant	0
L-J Energy Parameter	k	constant	0
Thermal Expansion Coefficient	1/K	constant	0
Degrees of Freedom		constant	0
Speed of Sound	m/s	none	#f

Material: air (fluid)

Property	Units	Method	Value (s)
----------	-------	--------	-----------

Density	kg/m ³	constant	1.225
Cp (Specific Heat)	J/kg-K	constant	1006.43
Thermal Conductivity	W/m-K	constant	0.0242
Viscosity	kg/m-s	constant	1.7894001e-05
Molecular Weight	kg/kgmol	constant	28.966
L-J Characteristic Length	angstrom	constant	3.711
L-J Energy Parameter	K	constant	78.6
Thermal Expansion Coefficient	1/K	constant	0
Degrees of Freedom		constant	0
Speed of Sound	m/s	none	#f

Material: aluminum (solid)

Property	Units	Method	Value(s)
Density	kg/m ³	constant	2719
Cp (Specific Heat)	J/kg-K	constant	871
Thermal Conductivity	W/m-K	constant	202.4

1.2 海面连续溢油扩散模型的计算机模拟

lianxuwuran.m
<pre>%这是主程序, 命名为 lianxuwuran.m % function Value=lianxuwuran(t) %现在开始编写连续污染源模型 t=input(' 请输入时间: '); global xx yy; xmin=-500;dx=10;xmax=500;ymin=-100;dy=5;ymax=100; Cxyz_t((ymax-ymin)/dy+1,(xmax-xmin)/dx+1)=0; ii=0;jj=0; for yy=ymin:dy:ymax;jj=jj+1; for xx=xmin:dx:xmax;ii=ii+1; Cxyz_t(jj,ii)=quadl(@fun3D,1,t)/t; end ii=0; end Cxyz_tt2=Cxyz_t; %现在开始编写瞬时点源污染模型 M=200400;K=4.2/(24*60*60); Dx=50;Dy=5;ux=15;uy=0.2; [x,y]=meshgrid(xmin:dx:xmax,ymin:dy:ymax); C_Point=M./(4.*(pi.*t).*sqrt(Dx.*Dy)).*exp(-(x-ux.*t).^2./(4.*Dx.*... t)-(y-uy.*t).^2./(4.*Dy.*t)).*exp(-K.*t);</pre>

```

if (t<=30&t>0)
figure(1);
subplot(2,1,1);[c,h]=contour(Cxyz_tt2(:,:),200);colorbar;grid on;
axis tight;title('连续污染源中心扩散示意图(a)');
xlabel('x 方向'); ylabel('y 方向');
subplot(2,1,2);[c,h]=contour(C_Point(:,:),200);colorbar;grid on;
axis tight;title('瞬时点源中心扩散示意图(b)');
xlabel('x 方向'); ylabel('y 方向');
else
figure(1);
subplot(2,1,1);[c,h]=contour(Cxyz_tt2(:,:),8);colorbar;grid on;
% clabel(c,h);
axis tight;title('连续污染源中心扩散示意图(a)');
xlabel('x 方向'); ylabel('y 方向');
subplot(2,1,2);[c,h]=contour(C_Point(:,:),8);colorbar;grid on;
% clabel(c,h);
axis tight;title('瞬时点源中心扩散示意图(b)');
xlabel('x 方向'); ylabel('y 方向');
end

```

fun3D.m

```

%这是子程序，命名为 fun3D.m
function CPoint=fun3D(t)
global xx yy;
Q=30000;Cq=6.68;K=4.2/(24*60*60);
Dx=50;Dy=5;ux=15;uy=0.2;
CPoint=Cq*Q./(4*(pi.*t).*sqrt(Dx.*Dy)).*exp(-(xx-ux.*t).^2./(4.*Dx.*...
t)-(yy-uy.*t).^2./(4.*Dy.*t)).*exp(-K.*t);

```