

# Primer en Física

Julio César Andrade L.

2019

Derechos reservados  
© 2018

**Photos by:** Julio César Andrade.  
**Libro digital**

Copyright © 2019 Julio César Andrade<sup>1</sup>. Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra sólo puede ser realizada con la autorización del autor, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase al autor si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

Copyright notice above.

Copyright Infringement Notification.

Updated: *Date* : 2019/10/23.

*Primera edición, Octubre 2019*

---

<sup>1</sup>Correspondencia: [fisicojuliocesar@yahoo.com](mailto:fisicojuliocesar@yahoo.com)

*Hay niños jugando en la calle que podrían resolver algunos de mis problemas clave en física, debido a que ellos tienen formas de percepción sensitiva que perdí hace mucho tiempo.*

—Julius Robert Oppenheimer

# Índice general

<b>1</b>	<b>Bases de estudio</b>	<b>11</b>
1.1	La Ciencia . . . . .	11
1.2	El Método Científico: . . . . .	12
1.2.1	Observación: . . . . .	13
1.2.2	Inducción: . . . . .	13
1.2.3	Hipótesis: . . . . .	13
1.2.4	Demostración o experimentación: . . . . .	13
1.2.5	Demostración o refutación de la Hipótesis: . . . . .	13
1.2.6	Tesis o teoría científica: . . . . .	14
1.3	Notación científica: . . . . .	14
1.3.1	Problemas propuestos: . . . . .	16
1.4	Magnitudes y Medidas: . . . . .	17
1.4.1	Sistema Internacional de Medidas (S.I.) . . . . .	17
1.4.2	Tipos de magnitudes: . . . . .	18
1.5	Múltiplos y submúltiplos: . . . . .	18
1.5.1	Problemas de conversión de unidades: . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Cantidades escalares y vectoriales:</b>	<b>22</b>
2.1	Escalares . . . . .	22
2.2	Vectores . . . . .	22
2.2.1	Representación en coordenadas cartesianas: . . . . .	24
2.2.2	Representación en coordenadas polares: . . . . .	26
2.2.3	Representación en coordenadas geográficas: . . . . .	27
2.2.4	Suma y resta de vectores: . . . . .	27
2.2.5	Producto escalar o punto: . . . . .	30

## *Índice general*

2.2.6	Producto vectorial de vectores: . . . . .	32
2.2.7	Problemas de vectores: . . . . .	33
<b>3</b>	<b>Física</b>	<b>36</b>
3.1	Física: Filosofía Natural . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Cinemática</b>	<b>39</b>
4.1	El movimiento . . . . .	39
<b>5</b>	<b>Movimiento Rectilíneo:</b>	<b>45</b>
5.1	Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU): . . . . .	45
5.2	Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado: .	47
5.2.1	La aceleración: . . . . .	47
5.3	Caída libre y lanzamiento vertical de los cuerpos:	50
5.3.1	Caída libre: . . . . .	50
5.3.2	Lanzamiento vertical: . . . . .	52
<b>6</b>	<b>Movimiento parabólico:</b>	<b>54</b>
<b>7</b>	<b>Movimiento circular:</b>	<b>58</b>
7.0.1	Velocidad angular: . . . . .	59
7.0.2	Velocidad Lineal: . . . . .	59
7.0.3	Aceleración centrípeta: . . . . .	60
7.1	Movimiento Circular Uniforme (MCU): . . . . .	61
7.2	Movimiento Circular Uniformemente Variado: . .	62
7.2.1	Aceleración angular: . . . . .	62
7.2.2	Aceleración tangencial: . . . . .	63
<b>8</b>	<b>Dinámica</b>	<b>66</b>
8.1	Las leyes de Newton: . . . . .	66
8.1.1	Primera Ley de Newton: . . . . .	67
8.1.2	Segunda Ley de Newton: . . . . .	68
8.1.3	Tercera Ley de Newton . . . . .	69

## *Índice general*

8.1.4	El Peso: . . . . .	70
8.1.5	La fuerza normal ( $\vec{N}$ ): . . . . .	70
8.1.6	Fuerzas de tensión ( $\vec{T}$ ): . . . . .	71
8.1.7	Fuerza de rozamiento: . . . . .	71
8.2	Diagrama de cuerpo libre: . . . . .	75
<b>9</b>	<b>Trabajo y Energía</b>	<b>77</b>
9.1	Energía cinética: . . . . .	78
9.2	Energía potencial gravitatoria: . . . . .	79
9.3	Energía Potencial Elástica: . . . . .	79
9.4	Trabajo mecánico: . . . . .	80
9.5	Potencia: . . . . .	81

# Introducción

Se espera que al finalizar el contenido de este libro el estudiante de Física tenga la capacidad para: Comprender como se debe estudiar Física, realizar un plan de estudio y como resolver problemas.

## Invitación a la Física

### ¿Como estudiar Física?

Adoptese una aptitud positiva hacia la disciplina, teniéndose presente que se trata de la más importante rama de las Ciencias Naturales, y por ende es importante comprender sus conceptos y teorías.

### Conceptos y principios de la Física

En el proceso de aprendizaje es útil tomar cuidadosamente notas en clases y luego preguntar aquellos aspectos que se desea esclarecer en clases y trabajos en laboratorio, podrá complementar el estudio y ayudar a esclarecer algunos puntos.

## Plan de estudio

Es importante que se establezca un plan de estudio regular, de preferencia del trabajo diario. Las clases adquirirán mayor significado si se lee e investiga por anticipado el tema de Física a tratar en clase.

En lugar de tener una sesión de estudio durante toda la noche para revisar los conceptos básicos y ecuaciones es mejor una buena noche de reposo.

## Problemas

*Cuando estas solucionando un problema, no te preocupes. Ahora, después de que has resuelto el problema es el momento de preocuparse.*

**Richard Feynman**

Debe de tratarse de resolver el mayor número posible de problemas, pero antes de eso debe de comprenderse los principios, conceptos y leyes básicas de los fenómenos naturales que estan involucrados en el problema implicado. Trate de encontrar soluciones alternativas a los mismos problemas. Como sugerencia para resolver un problema planteado de Física se puede seguir los siguientes pasos:

1. Léase el problema cuidadosamente y tranquilamente las veces que sean necesarias hasta estar seguro de la situación descrita y de lo que quiere encontrarse o resolver.



## Índice general

2. Realize (dibuje) una representación gráfica del problema con los rótulos de las cantidades físicas implicadas en el problema.
3. Cuando se encamine a lo que se pregunta, debe identificarse que principio o principios básicos están en la situación actuando.
4. Seleccione una relación que involucre los datos conocidos y las incógnitas del problema para aplicarla.
5. Sustituya los valores numéricos dados con las unidades apropiadas dentro de la ecuación.
6. Obtengase el valor numérico de la incógnita con su respectiva unidad de medida.
7. Revise con minuciosidad que todo el desarrollo sea lo más lógico posible y que su respuesta obtenida sea un valor físicamente coherente.

## Experimentos

*...lo que necesitamos es imaginación, pero la imaginación encorse-tada en la terrible camisa de fuerza que es el conocimiento, que no importa cuán hermosa sea tu conjetura, no importa cuán inteligente seas, quién hiciese la conjetura o cómo se llame. Si no está de acuerdo con el experimento, está mal.* **Richard Feynman**

La Física que se fundamenta en evidencias y observaciones experimentales, que en vista de ellas pueden servir para probar

## *Índice general*

o refutar ideas, teorías y modelos propuestos. Cuando los experimentos no son accesibles pueden ser imaginados, teorizados o simulados en una computadora.

# 1 Bases de estudio

*“No esperes a que las condiciones sean perfectas para empezar, es principio hacer las condiciones perfectas.”* **Alan Cohen**

Antes de abordar el estudio de la Física en sí, es necesario entender lo que es la Ciencia y como se genera el conocimiento científico.

## 1.1. La Ciencia

Es un sistema ordenado de conocimientos estructurados que estudia, investiga e interpreta los fenómenos naturales, sociales y artificiales. La ciencia considera y tiene como fundamento las observaciones experimentales.

Otro concepto de Ciencia es el siguiente:

La Ciencia es el esfuerzo humano concertado para comprender ó comprender mejor la historia del mundo natural y cómo funciona el mundo natural, con evidencia física observable como la base de ese entendimiento.

En palabras de Brian Greene: “Para mí, la Ciencia es verdaderamente una forma de vida, una perspectiva, una forma de relacionarse con el mundo, de tal forma que uno puede emplear

un pensamiento racional y una lógica deductiva para entender lo que es verdadero, lo que es correcto y lo que en verdad es exacto sobre el mundo que nos rodea.”

Siempre que se genera un conocimiento nuevo o un descubrimiento se dice con certeza que se ha generado Ciencia, y una parte fundamental del conocimiento humano es conocer cuales son las leyes fundamentales con las cuales este mundo funciona, y a eso se le llama Ciencia Física, por ello es fundamental saber lo que es la Ciencia y el método para generar Ciencia antes de abordar la Física en sí.

## 1.2. El Método Científico:

Siempre es más saludable comprender las cosas antes que antes que aprenderlas, porque así la generación de la duda y el por qué de las cosas nos genera la necesidad de saciar nuestras dudas, hallar nuevo conocimiento y hallar una forma correcta de hallarlo. De forma general la generación de conocimiento nuevo no es el fruto del azar sino más bien del esfuerzo y dedicación humana de manera sistematizada y ordenada mediante un proceso definido llamado Método Científico.

Este método como su propio nombre indica representa la metodología que define y diferencia el conocimiento de la ciencia de otros tipos de conocimientos. Para ello en general el método científico presenta las siguientes etapas para generar conocimiento nuevo:

### **1.2.1. Observación:**

Se trata de la actividad en la cual los sentidos captan a un objeto o aun fenómeno de la realidad y crean la necesidad de estudiar aquella realidad observada.

### **1.2.2. Inducción:**

En esta etapa se extrae de manera empírica un principio fundamental de la observación mencionada anteriormente.

### **1.2.3. Hipótesis:**

En esta actividad se elabora una explicación a priori de las observaciones o experiencias y las causas posibles.

### **1.2.4. Demostración o experimentación:**

Esta etapa es vital en la generación del conocimiento científico por cuanto en esta etapa mediante la experimentación se reproduce la realidad estudiada bajo el control y medición de los parámetros que intervienen en el mismo, que posteriormente se los analiza mediante la estadística y cálculos matemáticos se puede llegar a conocer como estos parámetros se comportan durante ese fenómeno estudiado.

### **1.2.5. Demostración o refutación de la Hipótesis:**

En este punto dado el análisis previo se puede relacionarlo con la hipótesis planteada y ver si se cumple o si es falsa.

### 1.2.6. Tesis o teoría científica:

Este punto es en cual el científico tiene el análisis y observaciones suficientes para llegar a conclusiones y establecimientos de verdades reproducibles y refutables las cuales ya pueden ser consideradas como conocimiento nuevo.

## 1.3. Notación científica:

En ciencias exactas y experimentales muchas de las cantidades que se manejan o son o muy grandes o muy pequeñas que necesitan ser representadas de tal manera que no se tenga que escribir demasiados ceros, por ejemplo; resulta molesto escribir un número como 0.00000000000000034 varias veces de esa manera, o por ejemplo el número 2440000000000000000000, y para ello usamos las matemáticas de los exponentes, de la siguiente manera:

### Formato de la Notación Científica

La forma general de un número en notación científica es:  $a \times 10^n$  donde  $1 < a < 9$  y  $n$  es un entero.

De ese modo se debe poner mucha atención a ese formato para escribir cualquier número correctamente en notación científica.

Por ejemplo el número 0.00000000000000034 expresado en notación científica es  $3,4 \times 10^{16}$ , y el número 2440000000000000000000 en cambio expresado de esta manera es  $2,4 \times 10^{24}$ , lo cual se ve que resulta fácilmente más comodo usar esta notación y por lo



En el manejo de este tipo de cantidades resulta común la realización de operaciones matemáticas básicas entre ellas, para lo cual se plantea a el lector los siguientes problemas de modo que se familiarize con el uso de estas cantidades:

### 1.3.1. Problemas propuestos:

Expresa las siguientes cantidades en notación científica:

- a. 120000000
- b. 0.00045578
- c. 45560000
- d. 0.0000004566
- e. 0.00000003345
- f. 7459980000000000000000
- g. 56700000000000000000
- h. 0.0000000000278
- i. 78000000000000000000
- j. 5.06004
- k. 0.0007456
- l. 0.0034521

Realice las operaciones siguientes y exprese la respuesta en notación científica:

j.  $(2,5 \times 10^9) \times (4 \times 10^{-6})$



## 1 Bases de estudio

k.  $1,2 \times 10^{-7} - 4,2 \times 10^{-5} + 30,4 \times 10^{-4}$

l.  $(5,5 \times 10^{14} - 35,4 \times 10^{13}) \times 8,9 \times 10^{-5}$

m.  $\frac{7,2 \times 10^{-30}}{0,008 \times 10^{-24}}$

n.  $\frac{0,081 \times 10^{20}}{0,9 \times 10^{-34}}$

o.  $\frac{3,2 \times 10^{23}}{0,004 \times 10^{16}} - \frac{0,45 \times 10^{-6}}{0,55 \times 10^{-10}}$

p.  $\frac{0,081 \times 10^{20}}{0,9 \times 10^{-34}} \times (2,5 \times 10^{12})$

q.  $\sqrt{9,8 \times 10^{-7} + 7,5 \times 10^{-6} + 0,52 \times 10^{-6}}$

r.  $((0,00005)^3 \times (0,003 \times 10^{-3})^{-2})^3$

### 1.4. Magnitudes y Medidas:

Aquella necesidad del hombre por analizar e interpretar de manera objetiva su entorno físico concibió la necesidad de medir aquellas cosas que sus sentidos perciben de este mundo.

Y a todo ello que el hombre puede medir se lo denomina **magnitud**. Y a la acción de medir se trata de la comparación de dos magnitudes de la misma naturaleza, asignándola a una de ellas como patrón de medida, y de esta manera a aquello que es medible se le asigna un número y así es susceptible de un análisis posterior.

#### 1.4.1. Sistema Internacional de Medidas (S.I.)

Es un conjunto de reglas, normas y disposiciones que rigen a nivel mundial para tener uniformidad en la determinación de

una medida. Constituye el sistema de unidades adoptado por la Undécima Conferencia General de Pesos y Medidas celebrada en 1960.

### 1.4.2. Tipos de magnitudes:

Se dividen en:

**Fundamentales:** Son aquellas que no pueden definirse o derivarse de otras magnitudes, sino más bien ya son de por sí primarias, es decir, no se definen en función de otras magnitudes, y entre ellas por ejemplo son: masa, la longitud, el tiempo, la temperatura, la intensidad luminosa, la cantidad de sustancia y la intensidad de corriente.

**Derivadas:** Son aquellas magnitudes que se derivan por la combinación de las magnitudes fundamentales, por ejemplo: el área, el volumen, el peso, la energía, la velocidad, etc.

Y así, la comunidad científica se ha puesto de acuerdo para seguir unos mismos estándares y unidades de medidas ya esto se lo llama: El Sistema Internacional de Unidades (SI), el cual utiliza por convención siete magnitudes fundamentales:

También tenemos otro tipo de magnitudes que son complementarias a las antes ya mencionadas:

## 1.5. Múltiplos y submúltiplos:

Para representar las medidas de diferentes magnitudes las cuales presentan cantidades muy grandes o muy pequeñas hace falta establecer un estándar de prefijos de múltiplos y submúltiplos de la siguiente manera:

## 1 Bases de estudio

Magnitud	Unidad de medida	Símbolo
Masa	kilogramo	kg
Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Temperatura	kelvin	K
Intensidad luminosa	candela	cd
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad de corriente	amperio	A

Tabla 1.1: Tabla de magnitudes fundamentales.

Magnitud	Unidad de medida	Símbolo
Ángulo plano	radián	rad
Ángulo sólido	estereoradián	sr

Tabla 1.2: Tabla de magnitudes complementarias.

### 1.5.1. Problemas de conversión de unidades:

Convertir las siguientes magnitudes a lo que se indica:

1. 3 cm a m.
2.  $3.4 \mu\text{s}$  a minutos.
3. 4 kg a gramos.
4. 5,1 ns a horas.
6. 5 dm a cm.
7. 19 mg a kg.
8. 43 fs a ns.

## 1 Bases de estudio

Factor numérico	Exponente	Prefijo	Símbolo
1000 000 000 000 000 000	$10^{18}$	exa	E
1000 000 000 000 000	$10^{15}$	peta	P
1000 000 000 000	$10^{12}$	tera	T
1000 000 000	$10^9$	giga	G
1000 000	$10^6$	mega	M
1000	$10^3$	kilo	k
100	$10^2$	hecto	h
10	$10^1$	deca	da

Tabla 1.3: Tabla de múltiplos del SI.

9. 14 ps a  $\mu\text{s}$ .
10. 74 libras a gramos.
11. 11  $\text{cm}^2$  a  $\text{m}^2$ .
12. 6,7  $\text{m}^3$  a  $\text{cm}^3$ .
13. 0,967  $\mu\text{m}^2$  a  $\text{mm}^3$ .
14. 54 m/s a km/h.
15. 78 km/h a m/s.
16. 86 cm/s a m/min.
17. 25 km/h a cm/s.
18. 32  $\text{kg}/\text{m}^3$  a  $\text{g}/\text{cm}^3$ .
19. 92  $\text{m}^3/\text{s}$  a  $\text{cm}^3/\text{s}$ .
20. 73  $\text{g}/\text{cm}^2$  a  $\text{kg}/\text{m}^2$ .

Factor Numérico	Exponente	Prefijo	Símbolo
0.1	$10^{-1}$	deci	d
0.01	$10^{-2}$	centi	c
0.001	$10^{-3}$	mili	m
0.000001	$10^{-6}$	micro	$\mu$
0.000000001	$10^{-9}$	nano	n
0.0000000000001	$10^{-12}$	pico	p
0.0000000000000001	$10^{-15}$	femto	f
0.000000000000000001	$10^{-18}$	atto	a

Tabla 1.4: Tabla de submúltiplos del SI.

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

*“Dios algunas veces geometriza”. Platón*

Cuando alguien empieza sus primeros pasos en la Física se encontrará con dos tipos de cantidades bien definidas como son: las cantidades **escalares** y **vectoriales**.

### 2.1. Escalares

Las cantidades escalares se definen simplemente por un valor numérico o algún valor numérico con alguna unidad de medida. Es decir, se trata de simplemente de un número que puede estar acompañado de alguna unidad de medida. También en la Física se lo conoce a los escalares como tensores de grado cero. Ejemplos: 10 cm, 3, -4,3, 4 kg, 34 km/h, etc.

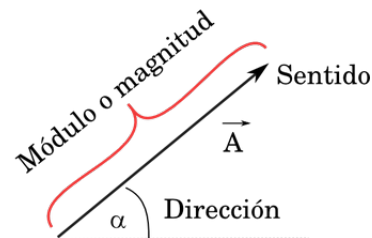
### 2.2. Vectores

Las cantidades vectoriales en cambio necesitan para definirse tres características: módulo, dirección y sentido. Gráficamente a las cantidades vectoriales se las representa por medio de una

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

flecha.

Los vectores se representan geoméricamente con flechas y se le asigna por lo general una letra que en su parte superior lleva una pequeña flecha de izquierda a derecha como se muestra en la figura siguiente:



### Módulo

El módulo de un vector queda definido como la longitud o tamaño que tiene la flecha que lo representa gráficamente y se representa como  $A$ ,  $|\vec{A}|$  ó  $\|\vec{A}\|$ . También denominado como la intensidad del vector.

### Dirección:

Es el ángulo que se forma desde la horizontal hasta el vector tomando el sentido antihorario como positivo y negativo en el sentido horario.

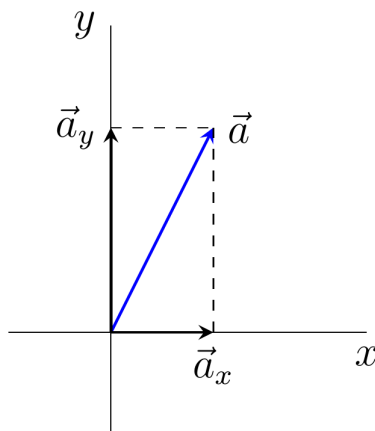
### Sentido:

El sentido se refiere a la línea acción del vector, ó mejor dicho hacia donde apunta la flecha del vector.

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

Todo vector tiene un vector opuesto que se trata de un vector con el mismo módulo pero con su sentido contrario y se simboliza con un signo menos  $-\vec{A}$ .

### 2.2.1. Representación en coordenadas cartesianas:



En Matemáticas y Física a los vectores los representamos mediante un sistema de referencia cartesiano, y así de esta manera todo vector posee lo que se denomina coordenadas rectangulares. Estas componentes son las proyecciones del vector en cada uno de los ejes cartesianos, en otros palabras, son los vectores que se forman al proyectar perpendiculares desde el punto extremo del vector hacia los ejes coordenados.

Las coordenadas cartesianas o rectangulares de un vector  $\vec{A}$ , se calcula como:



## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

$$A_x = A \cos(\theta) \quad y \quad A_y = A \sin(\theta) \quad (2.1)$$

donde  $A_x$  es la componente del vector  $\vec{A}$  en el eje de las  $x$ , y  $A_y$  es la componente del mismo vector en el eje de las  $y$ .

La dirección del vector se lo encuentra de la siguiente manera:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) \quad (2.2)$$

, y por su puesto el módulo del vector queda definido en función de sus componentes como:

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad (2.3)$$

### Ángulos y cosenos directores:

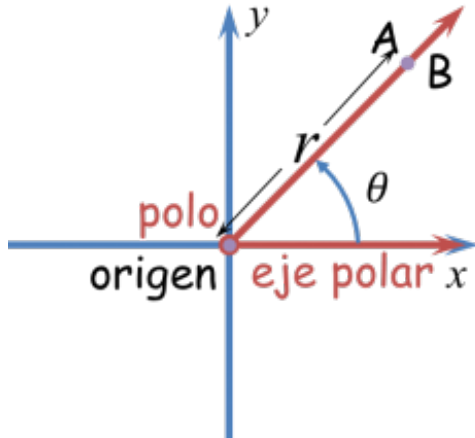
Son aquellos ángulos que parten desde los ejes coordenados positivos hacia el vector y cuyo valor esta en el intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . El que parte desde el eje de las abscisas se simboliza como  $\alpha$ , mientras que el que parte desde el eje de las ordenadas se le simboliza como  $\beta$ .

Y a los cosenos directores son los cosenos de los ángulos directores simplemente:

$$\cos(\alpha) = \frac{A_x}{A} \quad y \quad \cos(\beta) = \frac{A_y}{A} \quad (2.4)$$

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

### 2.2.2. Representación en coordenadas polares:

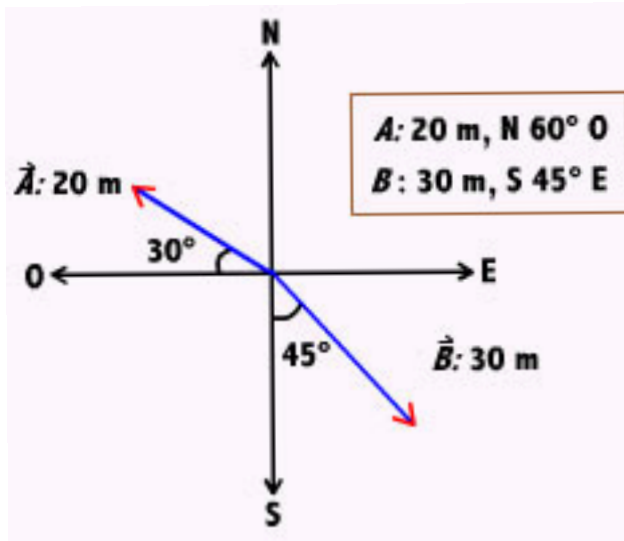


Los vectores usualmente también se los representa en función de su módulo y dirección:

$$\vec{A} = (|\vec{A}|, \theta) \quad (2.5)$$

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

### 2.2.3. Representación en coordenadas geográficas:



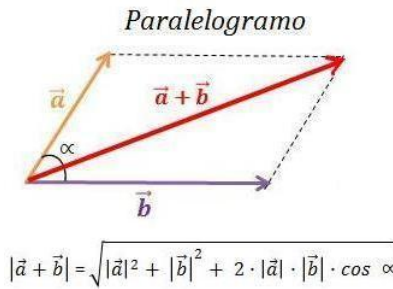
Un vector queda representado en coordenadas geográficas indicando primero su módulo, luego indicando a cual polo sea el Norte o el Sur al cual el vector está más cercano, posteriormente el ángulo desde ese eje hacia el vector y finalmente hacia que dirección sea Este o Oeste queda más cercana el vector.

### 2.2.4. Suma y resta de vectores:

Ya que las cantidades vectoriales poseen módulo y dirección, la suma de estas cantidades no sigue las reglas de la suma tradicional de los escalares.

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

### Método del paralelogramo:

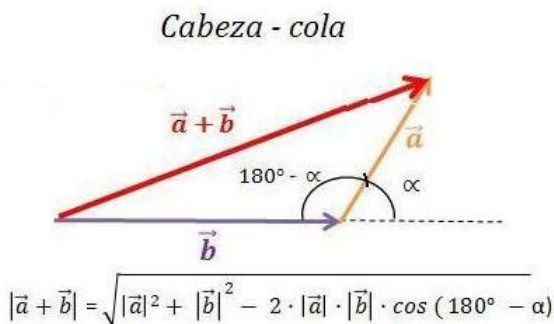


El método del paralelogramo es un procedimiento gráfico sencillo que permite hallar la suma de dos vectores.

- Primero se dibujan ambos vectores a escala, con el punto de aplicación común.
- Seguidamente, se completa un paralelogramo, dibujando dos segmentos paralelos a ellos.
- El vector suma resultante ( $\vec{a} + \vec{b}$ ) será la diagonal del paralelogramo con origen común a los dos vectores originales.

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

### Método cabeza - cola:



Se trata de una variante del método del paralelogramo. Se desplaza el vector  $\vec{b}$  paralelamente hasta el extremo del vector  $\vec{a}$ . El lado que completa el triángulo es el vector suma  $(\vec{a} + \vec{b})$ , cuyo inicio está en el extremo del primer vector  $\vec{a}$  y su fin en el final del segundo vector sumando  $\vec{b}$ .

### Método analítico:

A diferencia de los dos anteriores métodos, este se trata de un método analítico algebraico que no requiere de la realización del gráfico y por tanto es el más práctico y útil. Este método se trata de que primero los vectores a sumar deben estar expresados en sus coordenadas cartesianas y posteriormente se suman algebraicamente las componentes de los vectores en el eje x y así mismo en el eje y.

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

Si  $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$  y  $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$ , entonces el vector suma o resultante de los dos es:  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  tal que:  $\vec{c} = (a_x + b_x)\vec{i} + (a_y + b_y)\vec{j}$ .

### Propiedades de la suma:

#### Propiedad asociativa:

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = (\vec{a} + \vec{c}) + \vec{b} \quad (2.6)$$

#### Propiedad conmutativa:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a} \quad (2.7)$$

#### Elemento opuesto:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{0} \quad \text{si y solo si} \quad \vec{b} = -\vec{a} \quad (2.8)$$

#### Elemento neutro:

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a} \quad (2.9)$$

### 2.2.5. Producto escalar o punto:

Este producto se da entre dos vectores y su resultado es una cantidad escalar. Esta operación se realiza de la siguiente manera:

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

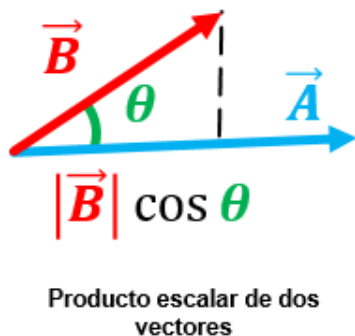


Figura 2.1: Ilustración geométrica del producto entre dos vectores.

Sean  $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j}$  y  $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j}$  dos vectores entonces el producto escalar entre ellos se define como  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(\theta) = a_xb_x + a_yb_y$ , donde  $\theta$  es el ángulo formado entre los dos vectores.

Así, es obvio que el producto escalar entre dos vectores que son perpendiculares es cero debido a que el ángulo entre ellos es de  $90^\circ$ .

Este producto tiene una interpretación geométrica que corresponde al área del paralelogramo formado entre los dos vectores.

A través del uso de este producto se puede calcular la proyección de un vector sobre otro de la siguiente manera:

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

La proyección de un vector  $\vec{b}$  sobre otro vector  $\vec{a}$  se define como:  $\text{proj}_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\cos(\theta) = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}$ .

### 2.2.6. Producto vectorial de vectores:

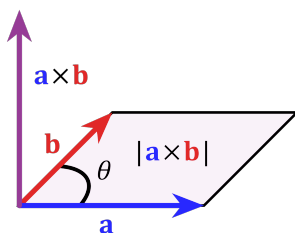


Figura 2.2: Ilustración del producto vectorial entre vectores.

Este producto se da entre dos vectores dando como resultado otro vector. Este producto se define de la siguiente manera:

Sean  $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$  y  $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$  dos vectores entonces el producto vectorial entre ellos se define como:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - b_y a_z)\vec{i} - (a_x b_z - a_z b_x)\vec{j} + (a_x b_y - b_x a_y)\vec{k}$$

Siendo el vector  $\vec{a} \times \vec{b}$  perpendicular a los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ , y que cuyo módulo es:



## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin(\theta) \quad (2.10)$$

Cabe resaltar que para este producto es necesario utilizar el eje coordenado espacial  $z$  cuyo vector base es  $\vec{k}$ . En cuanto a la dirección del vector resultante está dada por la regla de la mano derecha. Por otro lado este producto da como resultado igual a cero si los vectores operandos son paralelos.

La dirección del vector  $\vec{a} \times \vec{b}$  estaría definida por la dirección del pulgar, cerrando los demás dedos en torno al vector  $\vec{a}$  primero y siguiendo con el vector  $\vec{b}$ .

Así, cabe destacar que se cumple lo siguiente  $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$ . También el módulo del producto vectorial de dos vectores equivale al área del paralelogramo construido en estos vectores.

### 2.2.7. Problemas de vectores:

1. Encuentre el módulo y dirección del vector  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ .
2. Encuentre el vector unitario del anterior problema.
3. Calcule el valor de  $k$  sabiendo que el módulo del vector  $\vec{v} = (k, 3)$  es 5.
4. Hallar las coordenadas del punto  $C$ , sabiendo que  $B(2, ?2)$  es el punto medio de  $AC$ ,  $A(?3, 1)$ .
5. Dos vectores forman entre sí un ángulo de  $60^\circ$ , si el valor de su resultante es de 156 unidades, y la magnitud de uno de los vectores componentes es de 100 unidades, ¿cuál será la magnitud del otro vector?

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

6. Un alumno camina 50 m hacia el este, a continuación 30 m hacia el sur, después 20 m hacia el oeste, y finalmente, 10 m hacia el norte. Determina el vector desplazamiento desde el punto de partida hasta el punto de llegada. (incluyendo el ángulo que determina su dirección)
7. Encuentre la suma de los vectores  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j}$  y  $\vec{d} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ .
8. Encuentre también la diferencia.
9. Encuentre el vector unitario del vector que es opuesto al siguiente vector  $\vec{S} = 10\vec{i} - 7\vec{j}$ .
10. Un vector hace un ángulo de  $240^\circ$  en sentido antihorario con el eje de las abscisas y el valor de su componente en ese mismo eje es de 200 m, halle el vector unitario de ese vector.
11. Encuentre el módulo del siguiente vector:  $5\vec{d} - 2\vec{c}$ , donde  $d = (34\text{m/s}, 330^\circ)$  y  $c = (54\text{m/s}, 520^\circ\text{O})$ .
12. Determina las coordenadas geográficas del siguiente vector:  $\vec{R} = (23\text{m/s}, N45^\circ E)$ .
13. Determina las coordenadas polares del siguiente vector:  $\vec{T} = (7\vec{i} - 4\vec{j})\text{kgf}$ .
14. Determina las coordenadas cartesianas del vector:  $\vec{h} = (13, 330^\circ)$ .
15. Calcula el producto escalar entre  $\vec{a} = 6\vec{i} - 7\vec{j}$  y  $\vec{b} = -4\vec{i} + 10\vec{j}$ .
16. Determina si  $\vec{a} = 12\vec{i} - 13\vec{j}$  es perpendicular al vector  $\vec{b} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ .

## 2 Cantidades escalares y vectoriales:

17. Determine la proyección del vector  $\vec{r} = (23km, N40^\circ O)$  sobre el vector  $\vec{q} = (40km, 230^\circ)$ .
18. Determine el área del paralelogramo formado por los vectores  $\vec{u} = (1, 1)$  y  $\vec{v} = (1, -1)$ .
19. Siendo los vectores  $\vec{a} = (2, 3)$ ,  $\vec{b} = (-3, 5)$  y  $\vec{c} = (4, -1)$ , calcular lo siguiente:  $3\vec{a} \cdot \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b}) - 7\vec{b} \cdot \vec{c} + 5\vec{a} \cdot (\vec{c} - \vec{a})$
20. Dado los vectores  $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$  y  $\vec{w} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ , calcule lo siguiente:  $\frac{1}{2}\vec{v} \times \vec{w}$ .
21. Sabiendo que  $\vec{A} = (m - 1)\vec{i} + (2m + 3)\vec{j}$  y  $\vec{B} = (m - 2)\vec{i} + (2m - 19)\vec{j}$ . Encuentre el número real  $m$  para que se cumpla que  $3\vec{A} + \vec{B} = 0$ .

## 3 Física

*“Sería muy triste ser un átomo en el universo sin los físicos. Y los físicos están hechos de átomos. Un físico es la forma de un átomo de saber que hay átomos.”* **George Wald**

### 3.1. Física: Filosofía Natural

La Física es parte de las Ciencias Naturales, ésta ciencia estudia a la energía, la materia, el tiempo y el espacio en toda su comportamiento, estructura, e interacciones. El término **Física** proviene del lat. *physica*, y este del griego *φυσικός*, ‘natural, relativo a la naturaleza’.

Una muy precisa definición de Física es la siguiente:

Ciencia que estudia las leyes fundamentales que rigen el Universo.

Entendiéndose como Universo el conjunto de cuerpos celestes y materia interestelar que se encuentra en el espacio. También otra precisa definición es la siguiente:

Ciencia natural que estudia los fenómenos físicos y lo que ocurre en la naturaleza, los componentes fundamentales del Universo, la energía, la materia, el espacio-tiempo y las interacciones fundamentales. La Física es una ciencia básica estrechamente vinculada con las matemáticas y la lógica en la formulación y cuantificación de sus principios.

En esta ciencia se estudia aquellos fenómenos llamados físicos en los cuales la estructura química de la materia permanece inalterada. Ejemplos de fenómenos físicos: la ebullición del agua, la caída de los cuerpos, la transmisión del calor, la evaporización de los líquidos, etc.

Esta disciplina incentiva competencias, métodos y una cultura científica que permiten comprender nuestro mundo físico y viviente, para luego actuar sobre él. Sus procesos cognitivos se han convertido en protagonistas del saber y hacer científico y tecnológico general, ayudando a conocer, teorizar, experimentar y evaluar actos dentro de diversos sistemas, clarificando causa y efecto en numerosos fenómenos. De esta manera, la física contribuye a la conservación y preservación de recursos, facilitando la toma de conciencia y la participación efectiva y sostenida de la sociedad en la resolución de sus propios problemas.

Y como podemos apreciar nos encontramos viviendo en un mundo tecnológico y científico, siendo la física parte fundamental del mundo, ya que esta abarca desde lo infinitamente pequeño, como es el caso de la física de las partículas, a lo infinitamente grande, como es el caso de la astrofísica. Es por eso que no debe ser extraño para nosotros que la física se encuentre

### 3 Física

presente en cada ámbito del progreso técnico y científico.

La Física trata de responder dos grandes preguntas: ¿Cómo funciona el Universo? y ¿Por qué funciona?. La respuesta o las respuestas a la primera pregunta se manifiesta mediante el surgimiento de las leyes físicas, que cuyo sueño científico es lograr llegar a una sólo ley de unificación, mientras que la segunda pregunta se ve responde mediante el reconocimiento de principios físicos que a su vez responde a la inevitabilidad de los fenómenos en el Universo.

## 4 Cinemática

*“Si en un instante determinado conociésemos la situación y la velocidad exactas de todas las partículas del universo, podríamos deducir por cálculos todo lo pasado y lo futuro de él.”* **Laplace**

### 4.1. El movimiento

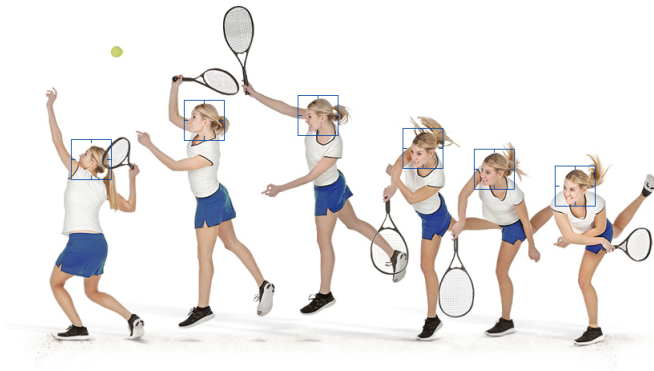


Figura 4.1: Ilustración del movimiento de una tenista.

El estudio de la Física comienza con el fenómeno más fundamental que existe en el Universo el cual es el movimiento. Cada componente del Universo está en movimiento, incluso en

## 4 Cinemática

a temperaturas muy bajas cercanas al cero absoluto el movimiento no cesa, y es por eso que el movimiento es el fenómeno más fundamental del Universo y el primer apartado a estudiar en Física.

La Cinemática es la rama de la Física que estudia a el movimiento sin analizar sus causas, es decir, estudia las magnitudes que describen la geometría del movimiento de los cuerpo.



Figura 4.2: Ilustración de tres sistemas de referencia diferentes.

Para estudiar el fenómeno del movimiento se hace referencia a uno o más observadores que analizan el movimiento y realizan las medidas de las magnitudes involucradas en el fenómeno, por ello es necesario plantear un sistema de referencia desde el cual el observador u observadores hacen sus medidas, en general el sistema de referencia es el plano cartesiano.

Una vez ya ubicado el sistema de referencia lo más natural es observar que el cuerpo o partícula en movimiento tendrá diferentes posiciones cuando el tiempo avanza, es por tanto la necesidad de definir lo que se llama vector posición.



**Vector posición:** Es el vector que indica la posición del cuerpo respecto a un sistema de referencia. Este vector tiene su origen en el origen del sistema de referencia (donde se supone que está un observador) y su extremo donde está el cuerpo o partícula de estudio.

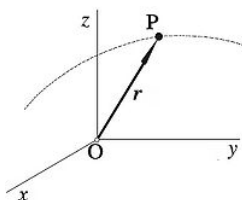


Figura 4.3: Ilustración del vector posición.

Así, si tenemos dos posiciones diferentes del cuerpo o partícula en movimiento se puede definir lo que se llama desplazamiento.

### Desplazamiento:

Se entiende por desplazamiento el vector o segmento recto orientado que une la posición inicial con otra posición posterior en el tiempo del cuerpo en movimiento; así, el origen del vector posición es la posición inicial del cuerpo y el extremo del vector desplazamiento se halla en la posición final del cuerpo tomada en cuenta. El vector desplazamiento ( $\Delta \vec{r}$ ) resulta de hecho la resta del vector posición final ( $\vec{r}_f$ ) con la posición inicial ( $\vec{r}_o$ ).

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_o \quad (4.1)$$

## 4 Cinemática

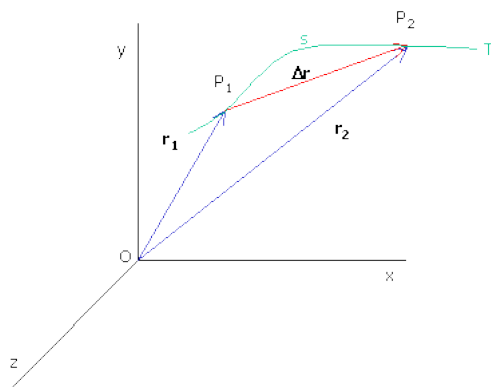


Figura 4.4: Ilustración del vector desplazamiento.

### Trayectoria:

La trayectoria es el camino por el cual el cuerpo en movimiento<sup>1</sup> se mueve.

### Distancia:

En Física, la distancia es la longitud total recorrida por un objeto móvil en su trayectoria. Como tal, es una magnitud escalar, y, por lo tanto, es expresada en unidades de longitud (En el SI en metros).

### Velocidad:

La velocidad ( $\vec{v}$ ) es una cantidad vectorial muy usada en Física que mide el ritmo de cambio de la distancia recorrida por

---

<sup>1</sup>Muchas veces a un cuerpo en movimiento también se le dice móvil en Física.

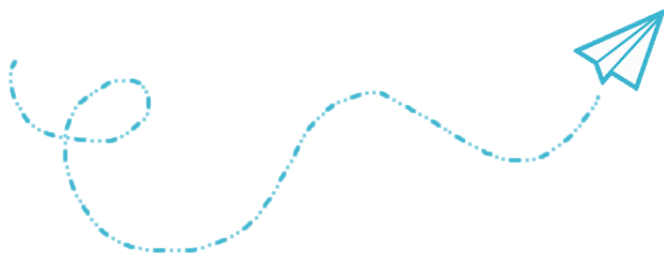


Figura 4.5: Ilustración de la trayectoria de un avión de papel.

un móvil con respecto al tiempo, y en este vector brinda la idea de cuan rápido o tan despacio se mueve un cuerpo. El módulo de la velocidad se llama rapidez o celeridad, generalmente se simboliza simplemente como  $v$  y se la mide en el SI en  $m/s$ .

$$v = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo necesario para el movimiento}} \quad [m/s] \quad (4.2)$$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (4.3)$$

Una de las principales características del vector velocidad es que siempre es tangente a la trayectoria que sigue el móvil.

#### **Velocidad instantánea:**

Es la que tiene el cuerpo en un instante específico, en un punto determinado de su trayectoria. Se define la velocidad instantánea o simplemente velocidad como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo considerado tiende a 0. Esta velocidad es la que marca el velocímetro dentro de un auto por ejemplo.

## 4 Cinemática

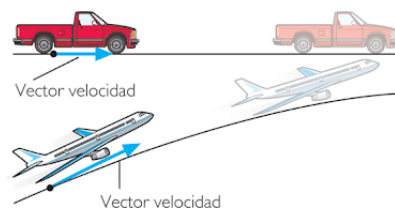


Figura 4.6: Ilustración del vector velocidad.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad [m/s] \quad (4.4)$$

Una vez comprendido estos conceptos fundamentales del movimiento es tiempo de analizar el movimiento más simple que existe: *El movimiento rectilíneo*.

## 5 Movimiento Rectilíneo:

*“Al principio vienen necesariamente a la mente la fantasía y la fábula. Desfilan después los cálculos matemáticos, y solo al final la realización corona el pensamiento.”* **Konstantin Tsiolkovski.**

Un movimiento es rectilíneo cuando describe una trayectoria recta. En ese tipo de movimiento la aceleración y la velocidad son siempre paralelas. Usualmente se estudian dos casos particulares de movimiento rectilíneo: Uniforme y el uniformemente variado.

### 5.1. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU):

Es el movimiento en que un cuerpo móvil se mueve a través de una trayectoria recta (una línea recta) y con una velocidad constante; lo que implica que este cuerpo con este tipo de movimiento recorre distancias iguales en tiempos iguales. Esto implica que la velocidad en cualquier instante cualesquiera siempre tendrá el mismo valor.

En este movimiento apenas se tiene una ecuación de movimiento:

## 5 Movimiento Rectilíneo:

$$v = \frac{d}{t} \quad [m/s] \quad (5.1)$$

donde  $v$  es la velocidad del cuerpo,  $d$  la distancia recorrida y  $t$  el tiempo recorrido para cubrir dicha distancia. Y de forma vectorial se tiene que:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad (5.2)$$

es de notar que como el movimiento es rectilíneo la distancia recorrida por el cuerpo coincide con el módulo del vector desplazamiento del movimiento.

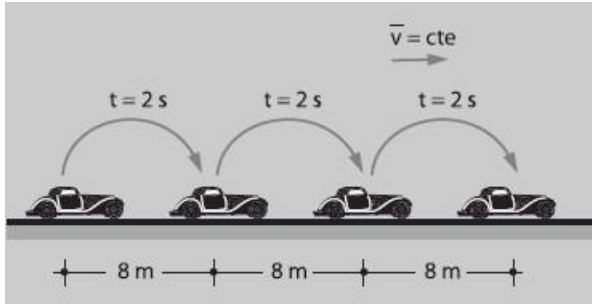


Figura 5.1: Ilustración del vector velocidad.

La ilustración 5.1 muestra a un auto con MRU que cada 2 segundos recorre una distancia de 8 metros, esto corresponde a decir que su velocidad es de  $v = \frac{8m}{2s} = 4m/s$ , por lo cual después de 6 segundos el auto habrá recorrido 24 metros.

## 5.2. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado:

En este movimiento al contrario que el MRU la velocidad con la que se mueve el móvil ya no es constante en el tiempo, y existe una nueva cantidad cinemática que da de cuenta de este cambio llamada *aceleración*.

### 5.2.1. La aceleración:

La aceleración  $a$  es una cantidad vectorial que mide el ritmo de cambio de la velocidad con respecto al tiempo. Es decir, esta cantidad es una medida de como cambia la velocidad del móvil. Y esta cantidad se calcula así:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad [m/s^2] \quad (5.3)$$

siendo  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_0$  la diferencia entre velocidades (desde una velocidad inicial  $\vec{v}_0$  hasta una velocidad final  $\vec{v}_f$ ) realizado por el cuerpo en el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

La principal característica del MRUV es que posee una aceleración que es constante en el tiempo, es decir, la aceleración del cuerpo con MRUV siempre tendrá el mismo valor para cualquier instante de tiempo. Por ejemplo la caída libre de un cuerpo, con aceleración de la gravedad constante.

El movimiento rectilíneo uniformemente variado puede ser acelerado o desacelerado (retardado):

## 5 Movimiento Rectilíneo:

**Acelerado:** El movimiento es acelerado cuando la aceleración que experimenta el cuerpo en movimiento es de signo positivo ( $a > 0$ ), y esto quiere decir que con el paso del tiempo el cuerpo se “acelera”: su velocidad va aumentando en el tiempo.

**Retardado:** Es cuando la aceleración que experimenta el cuerpo en movimiento es de signo negativo ( $a < 0$ ), y esto quiere decir que con el paso del tiempo el cuerpo se “desacelera” o se ?frena?: su velocidad va disminuyendo en el tiempo.

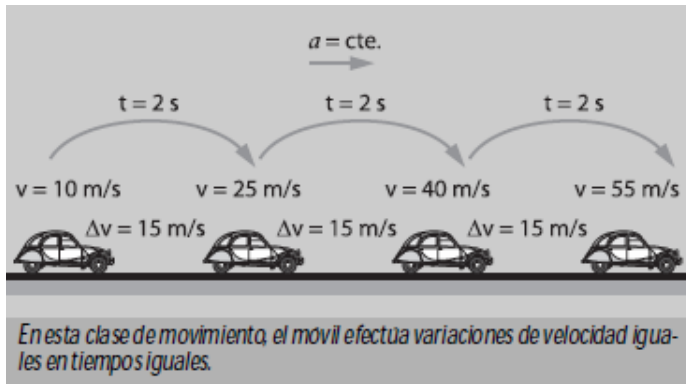


Figura 5.2: Ilustración de un automóvil con MRUV.

En la figura 5.2 se observa como un automóvil con MRUV cada 2 segundos incrementa su velocidad en  $\Delta v = 15 \text{ m/s}$ , y así por tanto su aceleración es  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 7,5 \text{ m/s}^2$ , y como en este caso como  $a > 0$  se trata de un movimiento acelerado.

Este movimiento está regido por cuatro ecuaciones de movimiento siguientes:



## 5 Movimiento Rectilíneo:

$$v_f = v_0 + at \quad (5.4)$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2ad \quad (5.5)$$

$$d = \left( \frac{v_f + v_0}{2} \right) t \quad (5.6)$$

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (5.7)$$

Dónde:  $v_f$  : es la velocidad final del cuerpo en movimiento (se mide en  $[m/s]$ ),  $v_0$  : es la velocidad inicial del cuerpo en movimiento (se mide en  $[m/s]$ ),  $a$  : es la aceleración del cuerpo en movimiento (se mide en  $[m/s^2]$ ),  $t$ : es el tiempo que emplea el cuerpo durante el movimiento (se mide en  $[s]$ ),  $d$ : es la distancia recorrida por el cuerpo (se mide en  $[m]$ ). Estas ecuaciones están planteadas de forma escalar, es decir, relacionan los módulos de las magnitudes vectoriales del cuerpo en movimiento, pero es importante notar que estas ecuaciones también se pueden plantear de forma vectorial de la siguiente manera:

$$\vec{v}_f = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad (5.8)$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta r \quad (5.9)$$

$$\Delta \vec{r} = \left( \frac{\vec{v}_f + \vec{v}_0}{2} \right) t \quad (5.10)$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2 \quad (5.11)$$

Observando detenidamente estas ecuaciones se infiere que cada ecuación tiene cuatro diferentes magnitudes relacionadas a través de ella, y por tanto conocer cualquiera de ella está en función de las otras tres, es decir, es suficiente con este tipo de ecuaciones encontrar una magnitud conociendo otras tres distintas (este es un dato importante en el momento de resolver problemas relacionados con el MRUV).

### 5.3. Caída libre y lanzamiento vertical de los cuerpos:

Un caso especial de MRUV es el movimiento de los cuerpos cuando están exclusivamente sólo bajo la influencia de la fuerza de la gravedad. También en este apartado se supondrá que la resistencia aerodinámica del aire es insignificante (para el caso real esto depende de la forma del cuerpo), es decir, se supone que el cuerpo se mueve el vacío.

#### 5.3.1. Caída libre:

Se trata del movimiento de un cuerpo cuando cae desde cierta altura (la distancia que recorre el cuerpo durante toda la caída) por encima del nivel de la superficie de la Tierra (piso)

## 5 Movimiento Rectilíneo:

hacia abajo. Este movimiento es un MRUV con una aceleración la cual es la gravedad  $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$  (constante), la cual está en la misma dirección de la velocidad lo cual hace que se trate de un movimiento acelerado.

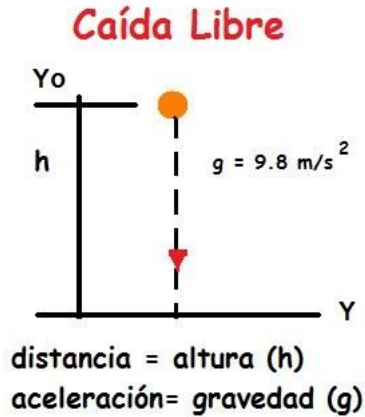


Figura 5.3: Ilustración de la caída libre de un cuerpo.

Y las ecuaciones de movimiento son las de un MRUV:

$$v_f = v_0 + gt \quad (5.12)$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2gh \quad (5.13)$$

$$h = \left( \frac{v_f + v_0}{2} \right) t \quad (5.14)$$

## 5 Movimiento Rectilíneo:

$$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (5.15)$$

En la figura 5.4 se observa como un cuerpo parte del reposo ( $v_0 = 0$ ) y cae bajo la acción de la gravedad y consecuentemente su velocidad va aumentando rápidamente con el paso del tiempo.

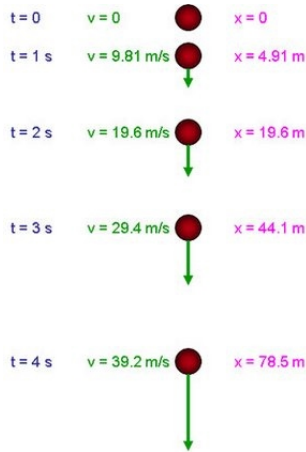


Figura 5.4: Ilustración del tiempo de caída de un cuerpo.

### 5.3.2. Lanzamiento vertical:

Este movimiento es de tipo MRUV que trata del lanzamiento de un cuerpo en línea recta hacia arriba en contra de la gravedad, y por tanto en este caso para cálculos la gravedad se toma como  $g = -9.8 \text{ m/s}^2$ , se nota el signo negativo por cuanto en

## 5 Movimiento Rectilíneo:

este caso el movimiento es retardado y la fuerza de la gravedad está en contra del movimiento. Obviamente para que ocurra este movimiento el cuerpo lanzado debe partir con una velocidad inicial diferente de cero ( $v_0 \neq 0$ ), y así mismo la velocidad alcanzará su valor mínimo de cero donde se dice que el cuerpo ha alcanzado su altura máxima ( $h_{max}$ ) y ya no sube más, y posteriormente bajará con un movimiento de caída libre que parte del reposo.

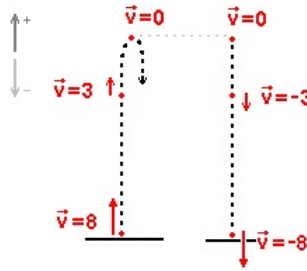


Figura 5.5: Ilustración del lanzamiento vertical.

Es importante mencionar que cuando un cuerpo realiza un lanzamiento vertical, este movimiento tiene cierta simetría con la caída libre que luego realizará una vez que alcance la altura máxima, debido a que está bajo la misma magnitud de la aceleración de la gravedad y que además recorre la misma distancia (altura), y por tanto el tiempo que demorará en subir el cuerpo (tiempo de subida:  $t_s$ ) es el mismo tiempo que demora en bajar (tiempo de bajada:  $t_b$ ).

## 6 Movimiento parabólico:

*“¿Por qué las cosas son como son y no de otra manera?”* **Johannes Kepler**

También llamado tiro de proyectiles, corresponde al movimiento de un proyectil en el campo gravitatorio y que cuya trayectoria es una parábola.

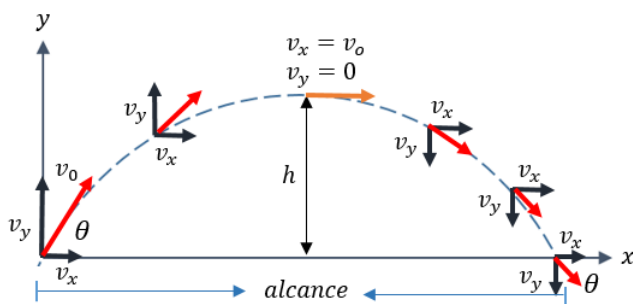


Figura 6.1: Ilustración del movimiento parabólico.

Para el análisis de este movimiento se lo considera como la composición de dos movimientos: horizontal (respecto al eje  $x$ ) y vertical (respecto al eje  $y$ ).

Antes de analizar estos submovimientos hay que considerar que el móvil inicia su movimiento con una velocidad inicial  $\vec{v}_0$

## 6 Movimiento parabólico:

que hace un ángulo  $\theta$  (ángulo de tiro) con la horizontal referenciada con el eje  $x$  positivo. Así, resulta conveniente encontrar las componentes de esta velocidad en cada eje cartesiano, y estas son:

$$v_{0x} = v_0 \cos(\theta) \quad (6.1)$$

$$v_{0y} = v_0 \sin(\theta) \quad (6.2)$$

### Movimiento horizontal:

Este movimiento se refiere al movimiento de la proyección del cuerpo en el eje  $x$ , en este eje la velocidad es constante, es decir,  $v_{0x} = \text{constante} = v_x$  y por tanto el movimiento en este eje es MRU, y por tanto la ecuación de movimiento es:

$$x = v_{0x}t = v_x \Delta t \quad (6.3)$$

A la distancia máxima en el eje  $x$  que la proyección del cuerpo logra moverse se la denomina alcance máximo ( $x_{max}$ ). Y al tiempo que demoró en cubrir esa distancia se la llama tiempo de vuelo ( $t_v$ ), con lo cual alcance máximo es:

$$x_{max} = v_x t_v \quad (6.4)$$

### Movimiento vertical:

Este es el movimiento correspondiente en el eje  $y$ , en este movimiento se considera la acción de la gravedad ( $g$ ), además,

## 6 Movimiento parabólico:

hay que distinguir que el movimiento se divide en dos etapas: la primera en la que el cuerpo sube con una velocidad inicial  $v_{0y} = v_0 \sin(\theta)$  y llega a una altura máxima  $h_{max}$  donde el cuerpo tiene una velocidad en  $y$  de 0 (en esta etapa se ha realizado un lanzamiento vertical), luego en el cuerpo cae con una velocidad inicial en  $y$  de cero así que cae realizando una caída libre.

Entonces la velocidad del cuerpo en cualquier instante es:

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y \quad \text{cuyo módulo es: } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \quad (6.5)$$

Debido a la simetría del movimiento en el eje  $y$  es notorio que el tiempo de vuelo es el doble del tiempo de subida como el tiempo de bajada.

$$t_v = 2t_s = 2t_b \quad (6.6)$$

Además, que las ecuaciones de movimiento en el eje de las  $y$  son las de lanzamiento vertical y caída libre respectivamente:

$$v_{fy} = v_{0y} + gt \quad (6.7)$$

$$v_{fy}^2 = v_{0y}^2 + 2gh \quad (6.8)$$

$$h = \left( \frac{v_{fy} + v_{0y}}{2} \right) t \quad (6.9)$$



## 6 Movimiento parabólico:

$$h = v_{oy}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (6.10)$$

Y así por tanto para encontrar por ejemplo la altura máxima se utiliza la ecuación (6) sabiendo que la  $v_{fy} = 0$ , así que:

$$h_{max} = -\frac{v_0^2 \sin^2(\theta)}{2g} \quad (6.11)$$

## 7 Movimiento circular:

*“Y, lógicamente, se mueve con movimiento incesante: pues todas las cosas cesan de moverse cuando llegan a su lugar propio, mientras que el lugar de donde parte el cuerpo circular es el mismo adonde va a parar.”* **Aristóteles**

El movimiento circular es el que recorre una partícula o cuerpo realizando una circunferencia como trayectoria. Este movimiento tiene un eje y todos los puntos por los que pasa la partícula se encuentran a una distancia constante ( $R$ : radio de la circunferencia) del eje. De modo que cuando el cuerpo con movimiento circular se mueve recorre una longitud de arco ( $s$ ) sostenido por un ángulo recorrido  $\theta$ , y así se tiene que:

$$s = R\theta \quad (7.1)$$

donde la longitud de arco  $s$  se mide en metros,  $R$  es el radio de la circunferencia y el ángulo recorrido  $\theta$  se mide en radianes.<sup>1</sup>

Ya que el cuerpo se mueve a través de la trayectoria circular posee dos velocidades: una angular y otra lineal.

---

<sup>1</sup>Los grados sexagésimales se convierten a radianes mediante el uso de la equivalencia de:  $360^\circ = 2\pi rad$ .

## 7 Movimiento circular:

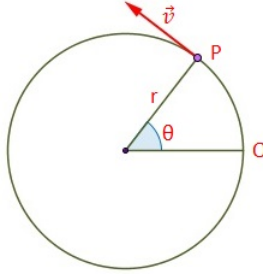


Figura 7.1: Ilustración del movimiento circular.

### 7.0.1. Velocidad angular:

Esta velocidad mide el ritmo de cambio del ángulo recorrido por el cuerpo en movimiento con respecto al tiempo:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad [rad/s] \quad (7.2)$$

### 7.0.2. Velocidad Lineal:

También llamada velocidad tangencial mide el ritmo de cambio de la longitud de arco recorrida por el cuerpo con respecto al tiempo.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{R\Delta\theta}{\Delta t} = R\omega \quad [m/s] \quad (7.3)$$

Esta velocidad depende exclusivamente de la velocidad angular de manera directa.

## 7 Movimiento circular:

También se definen dos magnitudes importantes para este movimiento:

**Período:** es el tiempo  $T$  que tarda la partícula en dar una vuelta a la circunferencia completa.

**Frecuencia:** Es el número de vueltas  $f$  que recorre la partícula en una unidad de tiempo. Se expresa en ciclos/s o hertzios (Hz).

Estas dos cantidades se relacionan de manera inversa:

$$f = \frac{1}{T} \quad [Hz] \quad (7.4)$$

, y también con la velocidad angular:

$$w = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \quad (7.5)$$

Cuando un móvil se mueve con movimiento circular su velocidad lineal siempre esta en constante cambio de dirección, y como se sabe que siempre el cambio de velocidad en el tiempo esta medido por una aceleración, y esta aceleración se llama aceleración centrípeta.

### 7.0.3. Aceleración centrípeta:

Esta aceleración es la que se origina debido al cambio de dirección constante de la velocidad lineal cuando el cuerpo gira a través de la circunferencia, y su dirección es central, siempre apuntando al centro del círculo. Y su expresión de cálculo es:

## 7 Movimiento circular:

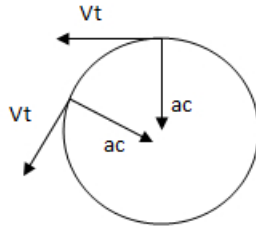


Figura 7.2: Ilustración de la aceleración centrípeta.

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad [m/s^2] \quad (7.6)$$

### 7.1. Movimiento Circular Uniforme (MCU):

Es aquel movimiento circular en que el móvil se mueve con velocidad tanto angular y lineal constante, es decir la velocidad angular y la lineal no cambian su valor en el tiempo. De este modo se puede decir que el móvil en este movimiento recorre distancias iguales en tiempos iguales.

Es decir, en el MCU:  $\omega = \text{constante}$  y  $v = \text{constante}$ .

Esto implica que el cuerpo que tiene MCU solamente posee una aceleración que es la centrípeta.

## 7 Movimiento circular:

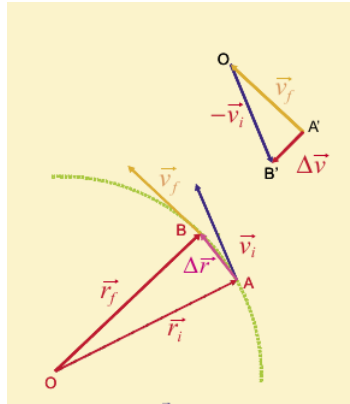


Figura 7.3: Ilustración del origen vectorial de la aceleración centrípeta.

## 7.2. Movimiento Circular Uniformemente Variado:

Es el movimiento que realiza un cuerpo con trayectoria circular y con una aceleración tangencial, que hace que la velocidad lineal y angular no sean constantes en el tiempo. El cuerpo con MCUV tiene una aceleración angular y aceleración tangencial constantes, y éstas miden la variación de la velocidad angular y lineal respecto al tiempo.

### 7.2.1. Aceleración angular:

Es una cantidad vectorial que mide el ritmo de cambio de la velocidad angular con el tiempo, la cual se mantiene constante

## 7 Movimiento circular:

en el MCUV. Esta aceleración se calcula así:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega_f - \omega_0}{\Delta t} \quad [\text{rad/s}^2] \quad (7.7)$$

donde  $\Delta\omega = \omega_f - \omega_0$  representa la variación de la velocidad angular desde una inicial  $\omega_0$  hasta una final  $\omega_f$ . Si esta aceleración  $\alpha$  es positiva el movimiento es acelerado, mientras que si  $\alpha$  es negativa el movimiento es de frenado.

### 7.2.2. Aceleración tangencial:

O también llamada lineal, esta mide la variación de la velocidad tangencial con respecto al tiempo, la cual se mantiene constante en el MCUV. Esta aceleración se calcula así:

$$a_T = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_0}{\Delta t} \quad [\text{m/s}^2] \quad (7.8)$$

donde  $\Delta v = v_f - v_0$  representa la variación de la velocidad tangencial desde una inicial  $v_0$  hasta una final  $v_f$ . Si esta aceleración  $a_T$  es positiva el movimiento es acelerado, mientras que si  $\alpha$  es negativa el movimiento es de frenado. Así, mismo como la velocidad tangencial esta aceleración es tangente a la trayectoria, y mide de que tan rápido o tan lento el cuerpo está cambiando su velocidad.

En el MCUV:  $a_T = \text{constante}$  y  $\alpha = \text{constante}$

Las dos aceleraciones anteriores descritas se relacionan mediante la siguiente ecuación:

$$a_T = \alpha R \quad (7.9)$$

## 7 Movimiento circular:

, y la aceleración resultante de un cuerpo con MCUV es:

$$\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_c \quad (7.10)$$

cuyo módulo es entonces:

$$a_R = \sqrt{a_c^2 + a_T^2} \quad (7.11)$$

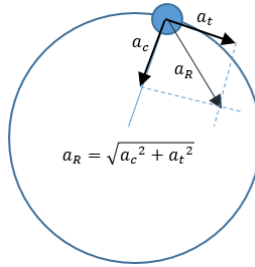


Figura 7.4: Ilustración de la aceleración resultante en un MCUV.

Este movimiento queda descrito completamente con las siguientes ecuaciones:

**Parte angular:**

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t \quad (7.12)$$

$$\omega_f^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta \quad (7.13)$$



## 7 Movimiento circular:

$$\theta = \left( \frac{\omega_f + \omega_0}{2} \right) t \quad (7.14)$$

$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (7.15)$$

**Parte lineal:**

$$v_f = v_0 + a_T t \quad (7.16)$$

$$v_f^2 = v_0^2 + 2a_T s \quad (7.17)$$

$$s = \left( \frac{v_f + v_0}{2} \right) t \quad (7.18)$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a_T t^2 \quad (7.19)$$

## 8 Dinámica

*“Si he realizado descubrimientos invaluables ha sido más por tener paciencia que cualquier otro talento.”***Sir Isaac Newton**

En este apartado se refiere a la Dinámica, la cual es la parte de la Física que estudia o analiza el movimiento desde sus causas (fuerzas), es decir, que es lo que genera el movimiento.

Las causas que generan el movimiento se denominan fuerzas, entendiéndose como fuerza a aquella capacidad física que ejerce un cuerpo sobre otro y que genera movimiento e incluso deformaciones.

La persona que realizó un estudio formidable acerca de Dinámica fue Sir Isaac Newton, y sobre cuyo estudio plasmado en tres leyes descansa la base de la Dinámica.

### 8.1. Las leyes de Newton:

Son un total de tres leyes que describen el comportamiento de las fuerzas y como los cuerpos reaccionan ante ellas.

# Primera Ley de Newton

## Inercia

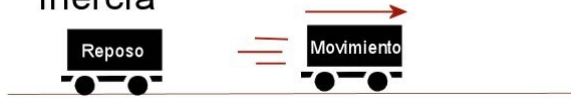


Figura 8.1: Ilustración de la primera ley de Newton.

### 8.1.1. Primera Ley de Newton:

O también conocida como **Ley de la Inercia<sup>1</sup> o de la Masa**, esta ley dice:

"Todo cuerpo que esta en movimiento o en reposo continua en ese estado indefinidamente y solo cambia de estado cuando existe una fuerza exterior que modifica la permanencia".

Esto implica que si la fuerza resultante aplicado sobre un cuerpo es igual a cero sólo existen dos posibilidades de estado de movimiento para ese cuerpo; ya sea el reposo o el MRU. Así, esta ley nos dice que la causa del movimiento es la fuerza, es decir, si quiero darle movimiento a un cuerpo debo aplicarle obligatoriamente una fuerza.

Si  $\sum \vec{F} = 0$  entonces se tienen reposo ( $v = 0$ ) o MRU ( $v = \text{constante}$ )

<sup>1</sup>Oposición o resistencia que presenta un cuerpo para ponerse en movimiento.

### 8.1.2. Segunda Ley de Newton:

## Segunda Ley de Newton

Fuerza  $F=ma$

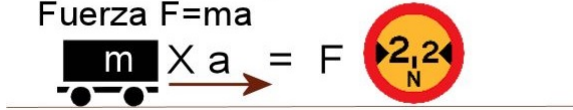


Figura 8.2: Ilustración de la primera ley de Newton.

También conocida como **Ley de la Fuerza**, y dice:

"Si a un cuerpo de masa  $m$  se le aplica una fuerza  $\vec{F}$ , ésta fuerza le produce una aceleración  $a$ ."

Esta aceleración es directamente proporcional a la Fuerza e inversamente proporcional a la masa, y esto se escribe así:

$$\vec{a} \propto \vec{F} \quad y \quad \vec{a} \propto \frac{1}{m} \quad (8.1)$$

Uniando estas dos proporcionalidades se obtiene que la fuerza es directamente proporcional a la masa y a la aceleración, y así queda como ecuación:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad [N] \quad (8.2)$$

donde se ha tomado como constante de proporcionalidad la unidad, y las unidades de la fuerza es el Newton(N), así mismo para el caso de varias fuerzas aplicadas en un cuerpo la ley se generaliza así:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad (8.3)$$

### 8.1.3. Tercera Ley de Newton

## Tercera Ley de Newton

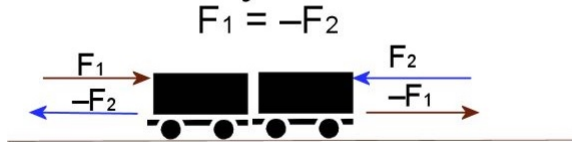


Figura 8.3: Ilustración de la tercera ley de Newton.

A esta ley se la conoce como la **ley de la acción y reacción**, y dice:

"En el Universo las fuerzas nunca aparecen solas, sino en parejas donde una la acción y la otra la reacción, estas fuerzas son de igual tamaño pero de sentido contrario".

$$\vec{F}_{\text{acción}} = -\vec{F}_{\text{reacción}} \quad (8.4)$$

Es importante destacar que la fuerza de acción y reacción actúan sobre cuerpos diferentes no sobre el mismo.

Para abordar problemas de dinámica un poco complejos es importante definir bien algunos tipos de fuerza comunes:

#### 8.1.4. El Peso:

El peso es la fuerza gravitatoria que actúa sobre un objeto que tiene masa ( $g$ ). El peso es causado por la acción del campo gravitatorio local sobre la masa del cuerpo. Por ser una fuerza, el peso se representa como un vector, definido por su módulo, dirección y sentido, aplicado en el centro de gravedad del cuerpo y dirigido aproximadamente hacia el centro de la Tierra.

Clásicamente se calcula así:

$$\vec{P} = m\vec{g} \quad (8.5)$$

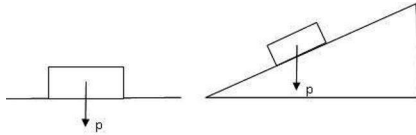


Figura 8.4: Ilustración de la dirección del peso en dos casos diferentes.

#### 8.1.5. La fuerza normal ( $\vec{N}$ ):

Es la fuerza que ejerce una superficie sobre un cuerpo apoyado sobre ella. Esta es de igual magnitud y dirección, pero de sentido contrario a la fuerza ejercida por el cuerpo sobre la superficie. La fuerza normal es una fuerza de contacto. Si dos superficies no están en contacto, no pueden ejercer fuerza normal una sobre la otra.

La fuerza normal es la fuerza que las superficies ejercen para prevenir que los objetos sólidos se atraviesen entre sí. Ésta fuerza siempre es perpendicular a la superficie de contacto.

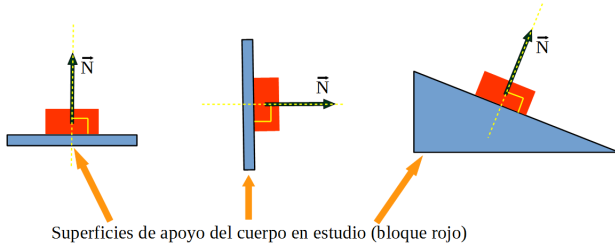


Figura 8.5: Ilustración de la dirección de la fuerza normal en diferentes casos.

#### 8.1.6. Fuerzas de tensión ( $\vec{T}$ ):

Son aquellas fuerzas que se transmiten a través de cuerdas o hilos cuando se los tensiona.

#### 8.1.7. Fuerza de rozamiento:

Se trata de aquella fuerza que se origina cuando dos superficies en contacto se deslizan una sobre otra, debido a que las superficies, aún las que se consideran pulidas son extremadamente rugosas a escala microscópica. Es decir, esta fuerza es la que se opone al movimiento relativo entre ellas. Esta fuerza es de tipo disipativa, es decir, cuando esta se genera también se genera una pérdida de energía que se convierte en calor.

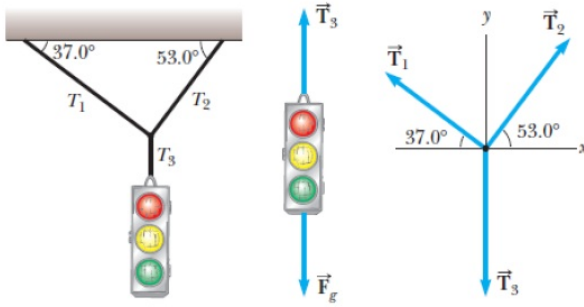


Figura 8.6: Ilustración de las tensiones sobre unas cuerdas que sostienen un semáforo.

Esta fuerza de fricción se comporta de tal manera que cumple con los siguientes postulados básicos:

- a.** La resistencia al deslizamiento tangencial entre dos cuerpos es proporcional a la fuerza normal ejercida entre los mismos.
- b.** La resistencia al deslizamiento tangencial entre dos cuerpos es independiente de las dimensiones de contacto entre ambos.

La fuerza de fricción ( $f_r$ ) en forma general se calcula de la siguiente manera:

$$f_r = \mu N \quad (8.6)$$

donde  $\mu$  es una constante adimensional<sup>2</sup> de llamada coefi-

---

<sup>2</sup>Se dice adimensional a aquellas cantidades que no poseen unidades de me-



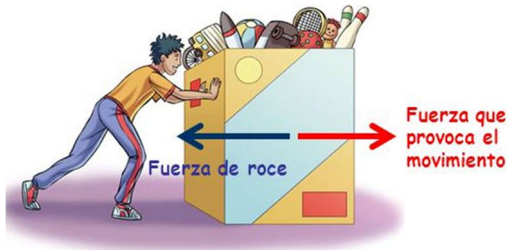


Figura 8.7: Ilustración de la fuerza de rozamiento.

ciente de rozamiento que depende de la naturaleza de las superficies de rozamiento, que es además un número entre 0 y 1, además,  $N$  es la fuerza normal. Esta fuerza se opone al movimiento relativo al movimiento, por cuanto tendrá una dirección opuesta a este movimiento.

### **Tipos de Rozamiento:**

Existen dos tipos de rozamiento o fricción, la fricción estática ( $f_{rs}$ ) y la fricción cinética ( $f_{rk}$ ).

#### **Fuerza de fricción estática:**

Es la resistencia que se debe superar para poner en movimiento un cuerpo con respecto a otro que se encuentra en contacto. Se calcula así:

$$f_{rs} = \mu_e N \quad (8.7)$$

---

dida.

donde  $\mu_s$  es el coeficiente de rozamiento estatico.

### Fuerza de rozamiento cinética:

Es la resistencia, de magnitud considerada constante, que se opone al movimiento pero una vez que este ya comenzó.

$$f_{rk} = \mu_k N \quad (8.8)$$

donde  $\mu_k$  es el coeficiente de rozamiento cinético.

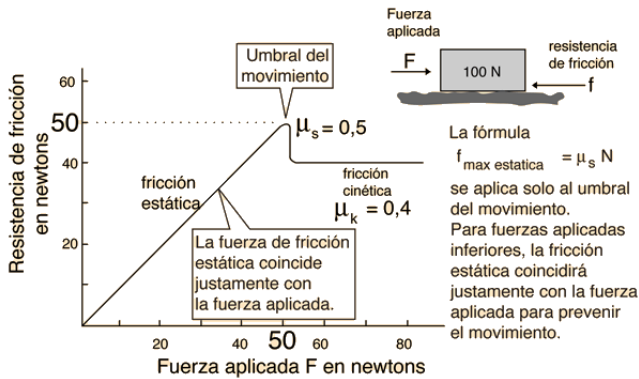


Figura 8.8: Ilustración del comportamiento de la fuerza de fricción.

En la figura 8.9 se puede apreciar como actúa el rozamiento cuando se mueve un cuerpo desde el reposo, primero se genera fuerza de rozamiento estática ( $f_{rs}$ ) que se va incrementando desde cero hasta un valor máximo donde se supone que el cuerpo que se quiere mover comienza a moverse, luego esta fuerza

de rozamiento disminuye en valor teniéndose de hecho a lo que se llama fuerza de rozamiento cinético ( $f_{rk}$ ).

## 8.2. Diagrama de cuerpo libre:

Para la resolución de sistemas dinámicas usualmente se usa una técnica llamada el diagrama de cuerpo libre que consiste en un boceto de un objeto de interés despojado de todos los objetos que lo rodean y mostrando todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo.

Consiste en colocar la partícula en el origen de un plano de coordenadas, y representar a las fuerzas que actúan sobre ella por medio de los vectores correspondientes, todos concurrentes en el origen. La mayor aplicación de los DCL es visualizar mejor el sistema de fuerzas que actúan sobre un cuerpo; además, se identifican mejor las fuerzas pares, como la de acción - reacción y las componentes de las fuerzas.

Si en un sistema existen dos o más cuerpos de interés, éstos se deben separar y cada uno tiene un DCL propio con sus respectivas fuerzas actuando.

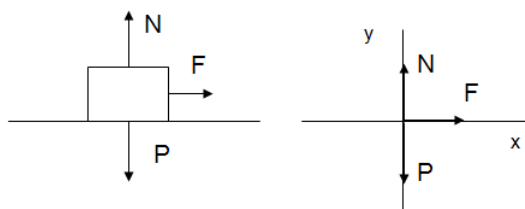


Figura 8.9: Ilustración de un ejemplo de diagrama de cuerpo libre.

## 9 Trabajo y Energía

*“El movimiento es un modo de ser que resulta necesariamente de la materia; ésta se mueve por su propia energía; sus movimientos se deben a las fuerzas que le son inherentes.”***Barón de Holbach**

El concepto de energía (**E**) es uno de los más utilizados y destacados en esta ciencia. En este Universo la energía juega un papel muy importante, es aquella encargada del movimiento de los cuerpos y que los procesos naturales sean posibles.

La energía es la capacidad que poseen los cuerpos para poder efectuar un trabajo (movimiento) o de lograr alguna transformación.

Según la forma o el sistema físico en que se manifiesta, se consideran diferentes formas de energía: térmica, mecánica, eléctrica, química, electromagnética, nuclear, luminosa, etc. En cuanto a su unidad de medida es el "JOULE" ó "JULIO", que se denota simplemente como **J**.

Aunque la energía puede cambiar de forma en los procesos de conversión energética, la cantidad de energía se mantiene constante conforme con el **principio de conservación de la energía** que establece:

“La energía no se crea ni se destruye, sólo se transforma”.

Por consiguiente, la energía total de un sistema aislado se mantiene constante y en el universo no puede existir creación o desaparición de energía, sino transferencia de un sistema a otro o transformación de energía de una forma a otra, es en otras palabras, la energía es una invariante física. Así en un sistema aislado se tendrá que la energía total de cuyo sistema es el mismo, es decir:

$$E_{inicio} = E_{final} \quad (9.1)$$

En este momento nos referiremos específicamente a la energía mecánica ( $E_m$ ) la cual es aquella relacionada con el fenómeno del movimiento, y así esta energía se la puede visualizar como la suma de la energía cinética ( $E_c$ ), la energía potencial gravitatoria ( $E_p$ ) y la energía potencial elástica ( $E_k$ ), así inicialmente:

$$E_m = E_c + E_p + E_k \quad [J] \quad (9.2)$$

### 9.1. Energía cinética:

Esta energía es la que tiene un cuerpo movimiento por el simple hecho de que tiene una velocidad diferente de cero. Por tanto la energía que tiene un cuerpo de masa  $m$  cuya velocidad  $v$  es:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad (9.3)$$

## 9.2. Energía potencial gravitatoria:

Esta energía está asociada a la posición que tienen los cuerpos, y no a su movimiento. Se define como aquella que poseen los cuerpos por el hecho de encontrarse en una determinada posición en un campo de fuerzas.

Un concepto más acertado es el siguiente:

La energía potencial gravitatoria, de una masa en un punto del espacio es el trabajo que realiza en un campo gravitatorio para trasladar la masa desde dicho punto hasta el infinito.

Es decir, esta energía es la que posee un cuerpo por el hecho de encontrarse bajo la acción de la gravedad. Su valor, para el caso de alturas pequeñas sobre la superficie terrestre, viene dado por:

$$E_p = mgh \quad (9.4)$$

donde la  $h$  es la altura del cuerpo con respecto al suelo.

## 9.3. Energía Potencial Elástica:

Esta energía es la que se almacena o se libera cuando un resorte es comprimido o estirado, esta energía depende del material del resorte como también de la variación de su longitud al ser manipulado.

## 9 Trabajo y Energía

Todo resorte tiene una constante elástica  $k$  llamada constante de elasticidad del resorte y está relacionado con la energía potencial elástica ( $E_k$ ) como:

$$E_k = \frac{1}{2}k\Delta x^2 \quad (9.5)$$

donde  $\Delta x$  es la longitud comprimada o alargada el resorte por una fuerza. Un concepto más acertado de esta energía es el trabajo realizado por una fuerza al comprimir o alargar un resorte.

Se ha mencionado el término de trabajo, por lo cual es pertinente conocer el significado físico de ese término.

### 9.4. Trabajo mecánico:

El trabajo mecánico es la capacidad de una fuerza para desplazar un cuerpo una cierta distancia. Es decir, es esa energía necesaria para poder mover a ese cuerpo una distancia mediante una fuerza.

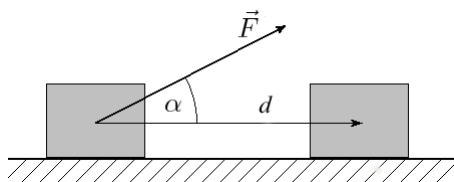


Figura 9.1: Ilustración del trabajo mecánico.

El trabajo es una magnitud física escalar que se representa con la letra  $W$  y se expresa en unidades de energía (J) en el



Sistema Internacional de Unidades. Para el cálculo del trabajo sólo se tiene en cuenta la componente de la fuerza que actúa en la dirección de desplazamiento del cuerpo, por lo que el trabajo es una magnitud escalar. De este modo el trabajo se computa así:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \quad [J] \quad (9.6)$$

donde se observa que el trabajo mecánico es el producto escalar entre la fuerza  $\vec{F}$  y el desplazamiento  $\Delta \vec{r}$  que realiza el cuerpo bajo la influencia de  $\vec{F}$ .

El trabajo mecánico puede tener dos signos: uno positivo y otro negativo. El signo positivo es cuando la fuerza aplicada va en el mismo sentido del movimiento, pero es negativo cuando va en contra del movimiento, ya que el trabajo mecánico es:

$$W = F \Delta r \cos(\theta) \quad (9.7)$$

siendo el  $\theta$  el ángulo entre la fuerza  $\vec{F}$  y el desplazamiento  $\Delta \vec{r}$ . También, existe el caso cuando el trabajo es nulo que correspondería cuando la fuerza y el desplazamiento son perpendiculares entre sí.

### 9.5. Potencia:

La potencia se puede entender como la rapidez con la que se efectúa trabajo y se define como el trabajo realizado por unidad de tiempo. La potencia mecánica se simboliza con la letra P

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad [W] \quad (9.8)$$

## 9 Trabajo y Energía

También la potencia la podemos expresar en término de la velocidad, para cuando la fuerza es constante

$$P = Fv \quad (9.9)$$

Las unidad de medida para la potencia en el S.I son el Watts (W), el cual se define como *Joule/s*.

## Bibliografía:

1. René Descartes. Discurso del método. segundo título o indicación al título principal Discours de la methode. Pour bien conduire la raison & chercher.
2. Molina M.J.T.- El Método Científico Global.
3. Kuhn, Thomas S., "The Function of Measurement in Modern Physical Science", ISIS 52(2), 161-193, 1961.