

## 2 Modelo de radiación solar para conversión de datos sintéticos de radiación solar en valores horarios

### 2.1 Posición del Sol y la Tierra

En primer lugar deberemos determinar la posición del sol respecto de nuestra localización. Para ello calcularemos los siguientes parámetros:

*Ángulo de día ( $\Gamma$ ):* es el ángulo en radianes que representa el día respecto al periodo de un año, se obtiene aplicando la siguiente expresión donde  $d_n$  es el número de día del año, contando el 1 de enero como 1 hasta el 31 de diciembre que es el 365, (febrero se asume que tiene 28 días siempre).

$$\Gamma = \frac{2\pi \times (d_n - 1)}{365}$$

*Declinación solar ( $\delta$ ):* El plano en el que se desplaza la tierra alrededor del sol se denomina *plano eclíptico*, en éste se desarrolla el movimiento cíclico anual (365 días). La tierra además realiza un movimiento de giro alrededor de un eje llamado *eje polar*, el cual está inclinado  $23\frac{1}{2}^\circ$  respecto al plano eclíptico.

La rotación sobre el eje polar produce el ciclo diario (24 horas), variando a lo largo del año la duración del día y de la noche.

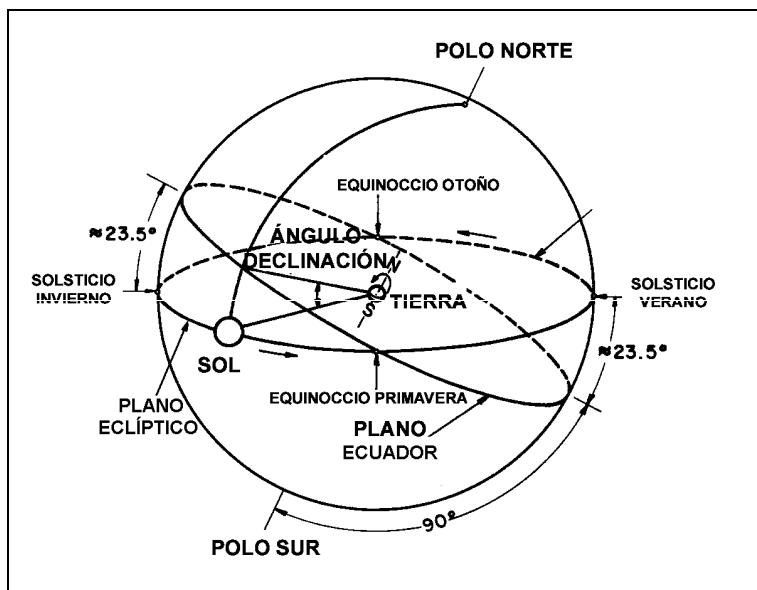
El ángulo entre el eje y el plano, permanecen constantes a lo largo del año, al igual que el plano ecuatorial (plano perpendicular al eje polar y que pasa por el ecuador) respecto al plano eclíptico. Sin embargo el ángulo formado por la línea de unión imaginaria entre el sol y la tierra y el plano ecuatorial varía en cada instante, este ángulo se llama *declinación solar ( $\delta$ )*.

La declinación solar es nula en los equinoccios, mientras que referida para el hemisferio norte es máxima en el solsticio de verano ( $23\frac{1}{2}^\circ$ ) y mínima en el solsticio de invierno ( $-23\frac{1}{2}^\circ$ ).

En la figura 2.1.1.a., se representa la declinación solar utilizando una esfera celestial, en la que la tierra se sitúa en el centro y el sol es el que realiza la rotación alrededor de ésta (movimiento aparente visto desde la tierra).

La declinación solar varía ligeramente a lo largo de los años, y para un mismo día del año pueden presentarse variaciones máximas de  $+/- 10^\circ$ .

A lo largo de un día la declinación varía, ya que no sólo gira la tierra alrededor de su eje sino que se produce un pequeño movimiento de traslación (rotación alrededor del sol). El máximo valor diario de variación de la declinación solar es menor de  $1/2^\circ$ . Dado que esta variación diaria es tan pequeña, se suele considerar en los cálculos constante para un mismo día, introduciéndose un pequeño error al considerar esta aproximación.



Esfera celestial que muestra el movimiento aparente del sol y la declinación solar

Para determinar la declinación solar de un día determinado del año ( $d_n$ ) se puede utilizar la siguiente expresión (Spencer J.W. 1971), con la que se comete un error máximo de 3°:

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{180}{\pi} \times (0.006918 - 0.399912 \times \cos \Gamma + 0.070257 \times \sin \Gamma \\ & - 0.006758 \times \cos(2\Gamma) + 0.000907 \times \sin(2\Gamma) \\ & - 0.002697 \times \cos(3\Gamma) + 0.00148 \times \sin(3\Gamma)) \quad , \text{ (en grados)} \end{aligned}$$

Una aproximación con menor grado de exactitud desarrollada por Cooper P.J. (1969) y referenciada por Iqbal M. (1983) es la siguiente:

$$\delta = 23.45 \times \sin \left[ \frac{360}{365} \times (d_n + 284) \right] \quad , \text{ (en grados)}$$

*Latitud (L):* Es el ángulo que forma el radio terrestre que pasa por el punto de la superficie terrestre considerado con respecto al ecuador. Está comprendido entre 90° y -90°.

*Acimut (A):* Ángulo que forma el plano vertical que pasa por el sol con el plano meridiano. Para la orientación Sur A=0°. Normalmente se mide con signo negativo hacia el Este y positivo hacia el Oeste, aunque se puede encontrar en algunas publicaciones el criterio opuesto.

$$A = \arccos \left( \frac{\cos(\delta) \times \cos(w) - \sin(h) \times \cos(L)}{\cos(h) \times \sin(L)} \right) \quad , \text{ (en grados)}$$

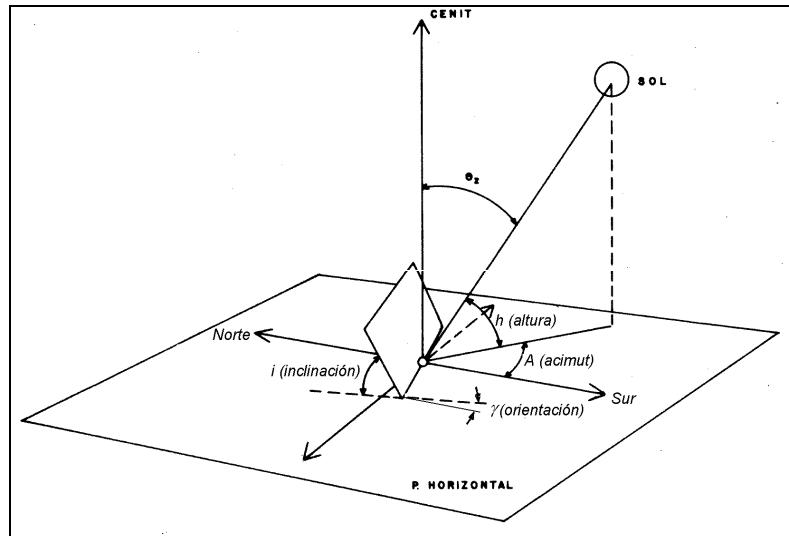
*Altura (h):* Ángulo formado por el sol respecto al plano horizontal definido en el punto de la superficie terrestre considerado.

$$h = \arcsen(\sin(L) \times \sin(\delta) + \cos(L) \times \cos(\delta) \times \cos(w)) \quad , \text{ (en grados)}$$

*Ángulo horario (w):* Ángulo que forma el meridiano celeste con el círculo horario que pasa por el sol. Éste ángulo se genera por la rotación de la tierra alrededor de su eje, cada hora son 15° con signo negativo por la mañana y positivo por la tarde, a las 12:00 h  $w = 0$ . Para determinar  $w$  se utiliza la siguiente expresión:

$$w = 15 \times (hora - 12) + \frac{minutos}{4} + \frac{segundos}{240} \quad , (\text{en grados})$$

*hora, minutos y segundos:* datos del instante de tiempo para el cual se quiere determinar  $w$ . Para la hora se debe asignar el valor con formato digital, por ejemplo, para las nueve de la tarde el valor a introducir en hora sería 21.



Posición del sol respecto a un plano inclinado.

Los valores de altura y acimut son parámetros físicos de la posición del sol respecto al lugar donde se ha determinado, y por lo tanto son independientes de la inclinación y de la orientación de la superficie.

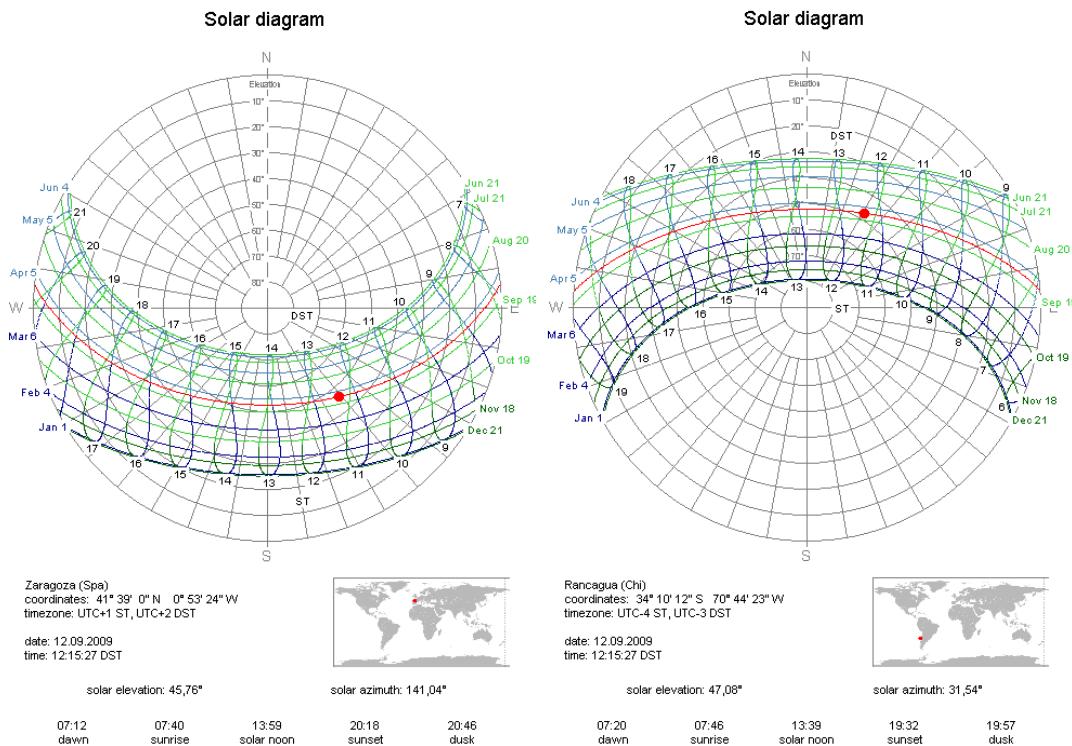


Fig. 3 Diagrama solar estereográfico para el mismo día y hora para la ciudad de Zaragoza – España (izquierda) y Rancagua – Chile (derecha)

Diagrama obtenido con el software SolarBeam 1.0  
<http://solarbeam.sourceforge.net/>

## 2.2 Modelos de radiación solar

Una vez que hemos posicionado el sol respecto a nuestra superficie podremos calcular la radiación solar horaria sobre cualquier superficie a partir de la radiación global media mensual sobre superficie horizontal. En este apartado describiremos todos los pasos a realizar.

Lo primero que debemos conocer es la constante solar. La constante solar es la irradiancia, (para todas las longitudes de onda), proveniente del sol que incide sobre la unidad de superficie expuesta perpendicularmente a los rayos solares fuera de la atmósfera de la tierra. Esta magnitud varía ligeramente a lo largo del año, quizás se debería haber llamado factor solar.

Se han realizado diversas mediciones de esta constante por medio de aproximaciones que la estiman entre 1338 y 1368 W/m<sup>2</sup>. Uno de los valores más utilizado y fijado como estándar durante mucho tiempo, fue el obtenido por la NASA (*NASA design standard*)

$$I_{0,\text{NASA}} = 1353 \text{ W/m}^2$$

Mediciones posteriores han fijado como valor más preciso es del World Radiation Center (Fröhlich C et all 1981)

$$I_0 = 1367 \text{ W/m}^2$$

### 2.2.1 Componentes de la radiación solar

La radiación solar que llega a la superficie terrestre está formada por la radiación directa ( $H_D$ ), la difusa ( $H_d$ ) y la reflejada ( $H_r$ ), cuyo conjunto forma la radiación global ( $H_G$ ).

La **radiación directa** proviene directamente del sol sin haber sufrido modificación alguna, esta radiación se puede concentrar al presentar una única dirección de incidencia.

La **radiación difusa** es la que llega a la superficie después de haber sufrido diferentes cambios de dirección, motivados por las reflexiones y refracciones que se producen al atravesar la capa atmosférica, esta radiación procede de la bóveda celeste. A diferencia de la radiación directa la difusa no presenta una dirección principal de incidencia, y por lo tanto no se podrá concentrar.

Otra componente de radiación difusa, es la **radiación reflejada**, tampoco presenta dirección principal de incidencia. Ésta proviene de la reflexión producida por el suelo o por otros elementos que rodean a la superficie. El coeficiente de reflexividad se llama **albedo** ( $\alpha$ ), y puede tomar valores entre 0.05 a 0.9 dependiendo del tipo de superficie reflectante, en la tabla A.3 aparecen valores indicativos de albedo para diferentes superficies.

Tipo de superficie	albedo
Nieve recién caída	0.9
Nieve aplastada	0.6
Suelo desnudo	0.15 a 0.25
Praderas	0.25 a 0.75
Mar en verano	0.05
Mar en invierno	0.1

Valores de albedo en función del tipo de superficie reflectante. (Bernad R. et all 1982)

## 2.3 Radiación solar media para cielo cubierto

La mayoría de los días del año aparecen nubes en el cielo con diferentes formas y tamaños. Para estos días no se puede obtener la radiación solar a partir de las ecuaciones utilizadas para cielo claro, ya que existirán diferentes atenuaciones de la irradiación directa en función del tipo de nubes, atenuaciones que no son corregidas por los modelos de cielo claro, también hay que tener en cuenta que la irradiación difusa es diferente a la del modelo de cielo claro.

La radiación para cielo claro se basa en modelos matemáticos en los cuales existen diferentes relaciones físicas entre parámetros, por lo tanto para una localización geográfica se podrían estimar los datos de radiación para cielo claro.

Para cielo cubierto no existen modelos teóricos apropiados. En este caso se debe construir el modelo de radiación media a partir de series anuales de datos meteorológicos.

En los institutos meteorológicos españoles habitualmente se ha medido la radiación global media mensual sobre superficie horizontal. En la actualidad con las mejoras de equipamiento se está registrando datos horarios en los principales centros meteorológicos.

A partir del dato de radiación global media mensual de una localización, existen modelos aproximados que determinan la difusa sobre superficie horizontal, parámetro necesario para hallar la radiación sobre una superficie con inclinación y orientación cualesquiera.

En el caso de disponer como único dato de las horas de insolación media mensual, habrá que aplicar en primer lugar los modelos que determinen la radiación global media mensual, como paso inicial para la determinación de la componente de radiación difusa.

### 2.3.1 Radiación solar diaria media mensual

Para realizar un análisis de medidas medias mensuales, los parámetros climáticos necesarios son la radiación global y la difusa sobre plano horizontal. A partir de éstos se puede estimar la radiación global incidente sobre una superficie con una determinada inclinación y orientación.

Este valor medio diario es con el que normalmente se trabaja en aplicaciones relacionadas con la captación solar (placas de ACS, edificios, etc).

Si el dato climático conocido es la insolación deberá tratarse con un modelo previo para obtener la radiación global, a partir de ésta habrá otros modelos que permitan obtener la radiación difusa. Incluso hay modelos híbridos de mayor precisión que utilizan el factor de insolación y la radiación global para determinar la difusa.

Dependiendo de los datos disponibles se aplicaran unos modelos u otros. En este subapartado se van a describir los diferentes métodos que conducen al objetivo de obtención de la radiación difusa media mensual sobre horizontal.

### 2.3.2 Radiación solar difusa diaria media mensual

Una vez conocida la radiación global la componente difusa diaria media mensual sobre horizontal se puede obtener aplicando diferentes correlaciones como las de: Liu B.Y.H. et all (1960), Page J.K. (1961) o Collares-Pereira M. Et all (1979), basadas todas ellas en el índice de nubosidad ( $K_s$ )

Estas correlaciones son las siguientes,

$$\frac{H_{dH}}{H_{GH}} = 1.39 - 4.027 \times K_T + 5.531 \times K_T^2 - 3.108 \times K_T^3 \quad (\text{Liu y Jordan})$$

$$\frac{H_{dH}}{H_{GH}} = 1.00 - 1.13 \times K_T \quad (\text{Page})$$

$$\frac{H_{dH}}{H_{GH}} = 0.75 + 0.347 \times \left( ws - \frac{\pi}{180} \right) - \left[ 0.505 + 0.261 \times \left( ws - \frac{\pi}{180} \right) \right] \times \cos[2 \times (K_T - 0.9)]$$

(Collares y Rabl)

$H_{dH}$ : Radiación difusa diaria media mensual sobre superficie horizontal

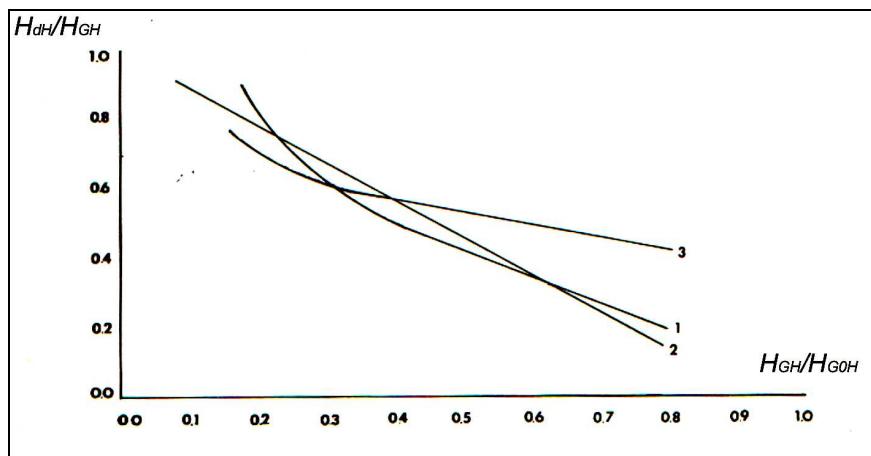
$H_{GH}$ : Radiación global diaria media mensual sobre superficie horizontal.

$K_T$ : índice de nubosidad

$$K_T = \frac{H_{GH}}{H_{G0H}}$$

$H_{G0H}$ : Radiación global extraterrestre sobre superficie horizontal, definida en la ecuación .

En la siguiente figura se muestra gráficamente las correlaciones anteriores.



Relación entre la radiación difusa y global diaria sobre horizontal para día cubierto frente al índice de nubosidad. 1) Curva de Liu Jordan, 2) Correlación de Page, 3) Correlación de Collares. (Mitjá A. et all 1982)

Los modelos anteriores no son universales y fueron obtenidos a partir de datos de pocas estaciones, por ejemplo Liu y Jordan partió de 4 estaciones y Page de 10.

Gopinathan K.K. (1992) realizó un estudio de diferentes correlaciones que aplicó a datos del sur de África, obteniendo errores medios anuales para el modelo de Liu-Jordan entre un 5% y un 21%. Los modelos propuestos por Gopinathan mejoraban la correlación de Liu-Jordan alcanzándose errores entre un 2.4% y un 11.6% para las 5 poblaciones que analizaba.

En investigaciones posteriores Gopinathan K.K. et all (1995) partieron de los datos de radiación registrados en 40 poblaciones situadas entre 36°S y 60°N de latitud, planteándose como objetivo encontrar por análisis de regresión ecuaciones de tipo lineal o multi-lineal que produjesen buenas aproximaciones. Las ecuaciones que obtuvieron fueron las siguientes:

$$\frac{H_{dH}}{H_{GH}} = 0.91138 - 0.96225 \times K_T \quad (r=0.833 \quad e=0.080)$$

$$\frac{H_{dH}}{H_{GH}} = 0.79819 - 0.6993 \times \sigma \quad (r=0.926 \quad e=0.055)$$

$$\frac{H_{dH}}{H_{GH}} = 0.87813 - 0.3328 \times K_T - 0.53039 \times \sigma \quad (r=0.9440 \quad e=0.0482)$$

$$\begin{aligned} \frac{H_{dH}}{H_{GH}} &= 1.01833 - 0.33029 \times K_T - 0.5311 \times \sigma \\ &\quad - 0.14696 \times \cos(\delta) \end{aligned} \quad (r=0.9444 \quad e=0.0481)$$

$$\begin{aligned} \frac{H_{dH}}{H_{GH}} &= 1.01267 - 0.33058 \times K_T - 0.53656 \times \sigma \\ &\quad - 0.14698 \times \cos(\delta) + 0.011427 \times \cos(L) \end{aligned} \quad (r=0.9445 \quad e=0.0481)$$

Para las 40 estaciones la comparación entre los datos experimentales y teóricos condujeron a coeficientes de regresión (*r*) cercanos a uno, que indican una buena aproximación entre los valores obtenidos de los modelos y los experimentales, el más adecuado de todos es el descrito en la ecuación, más simple que los que le preceden y con similar grado de precisión.

Después del coeficiente de regresión se ha incluido el error estándar (*e*) para cada una de las ecuaciones.

## 2.4 Radiación solar media horaria

En algunas aplicaciones es necesario determinar la radiación horaria (directa, difusa o global) que incide sobre una superficie.

Para obtener la radiación difusa y la global horaria sobre una superficie horizontal se debe partir de los datos de radiación difusa y global diaria media mensual.

### 2.4.1 Radiación global horaria media sobre superficie horizontal

Para determinar la radiación global horaria media mensual para superficie horizontal ( $H_{GKh}$ ) se puede utilizar la figura 2.1.2.6., partiendo del ángulo horario de salida de sol ( $w_s$ ) o, de la duración del día y el valor de la radiación global media mensual diaria ( $H_{GH}$ ).

La curva a continuación, deducida por Liu B.Y.H. (1960), ha sido posteriormente expresada analíticamente por Collares – Pereira M. (1979), a través de la siguiente ecuación:

$$\frac{H_{GKh}}{H_{GH}} = \frac{\pi}{24} \times (a + b \times \cos w) \times \frac{\cos w - \cos ws}{\sin ws - \frac{2 \times \pi \times ws \times \cos ws}{360}}$$

$H_{GKh}$ : Radiación global horaria para cielo cubierto sobre superficie horizontal

$H_{GH}$ : Radiación global para cielo cubierto sobre superficie horizontal.

$ws$ : ángulo horario ( $^{\circ}$ ) estimado para la hora de salida del sol.

$w$ : ángulo horario ( $^{\circ}$ ) estimado para la hora en cuestión, viene referido al punto medio de la hora considerada.

*a, b:* coeficientes obtenidos mediante las expresiones:

$$a = 0.409 + 0.5016 \times \operatorname{sen}(ws - 60)$$

$$b = 0.6609 - 0.4767 \times \operatorname{sen}(ws - 60)$$

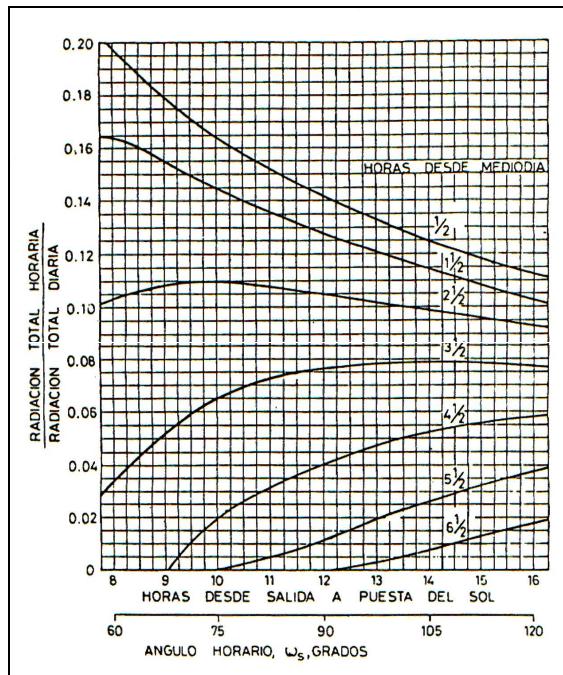


Fig. 4 Determinación del valor medio mensual horario de la radiación global sobre horizontal. (Mitjá A. et all 1982)

#### 2.4.2 Radiación difusa horaria media sobre superficie horizontal

El valor medio mensual horario de radiación difusa sobre superficie horizontal ( $H_{dH}$ ) se puede calcular gráficamente a partir de la siguiente gráfica, partiendo del ángulo horario de salida del sol ( $w_s$ ) o, la duración del día y el valor de la radiación difusa media mensual diaria ( $H_{dH}$ ).

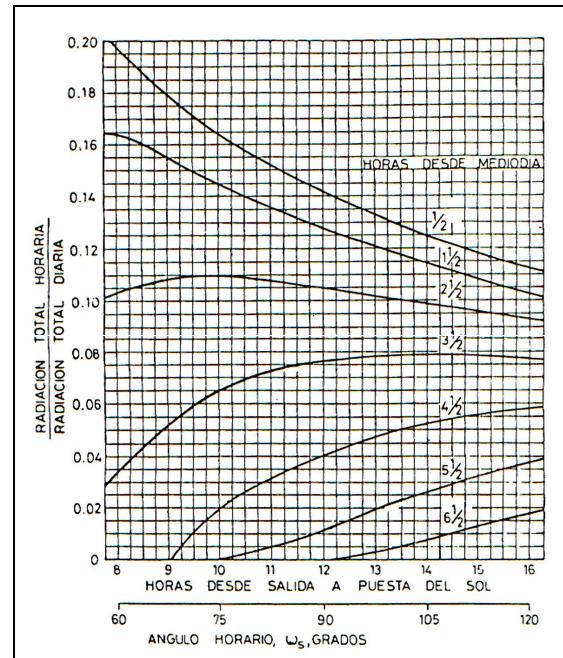


Fig. 5 Determinación del valor medio mensual horario de la radiación difusa sobre horizontal. (Mitjá A. et all 1982)

La curva anterior, fue posteriormente expresada analíticamente a través de la siguiente ecuación:

$$\frac{H_{dHh}}{H_{dH}} = \frac{\pi}{24} \times \frac{\cos w - \cos ws}{\sin ws - \frac{2 \times \pi \times ws \times \cos ws}{360}}$$

$H_{dHh}$ : Radiación difusa horaria para cielo cubierto sobre superficie horizontal

$H_{GH}$ : Radiación difusa para cielo cubierto sobre superficie horizontal.

Radiación directa horaria media mensual para superficie horizontal

El valor medio mensual horario de radiación directa sobre superficie horizontal ( $H_{DHh}$ ) viene determinado por la diferencia entre la radiación global horaria ( $H_{GHh}$ ) y la difusa ( $H_{dHh}$ ).

#### 2.4.3 Radiación horaria media superficie inclinada

Una vez conocidos los valores de radiación global, difusa y directa sobre una superficie horizontal, se podrá determinar el valor de la radiación global horaria sobre superficie inclinada.

La radiación global se obtiene de la composición de la radiación directa, difusa y reflejada. La expresión utilizada para determinar la radiación global horaria sobre una superficie inclinada es la siguiente:

$$H_{Gh} = H_{DHh} \times \frac{\cos(i)}{\sin(h)} + \frac{1 + \cos(s)}{2} \times H_{dHh} + a \times \frac{1 - \cos(s)}{2} \times H_{GHh}$$

$H_{Gh}$ : Radiación global horaria para cielo cubierto sobre superficie inclinada.

$H_{DHh}$ : Radiación directa horaria para cielo cubierto sobre superficie horizontal.

$H_{DHh} = H_{GHh} - H_{dHh}$

$i$ : ángulo de incidencia.

$h$ : altura solar para el instante medio de la hora analizada.

$a$ : coeficiente reflexividad del suelo (albedo).

$s$ : ángulo de inclinación de la superficie colectora respecto a la horizontal.

$\delta$ : declinación solar calculada para el día analizado.

$L$ : latitud del lugar.

$\gamma$ : orientación de la superficie colectora.

$w$ : ángulo horario para la hora considerada.

Para determinar la radiación directa horaria sobre la superficie hay que determinar el ángulo de incidencia, conformado entre la dirección normal a la superficie y el rayo solar (definido por el acimut y la altura solar).

Para determinar matemáticamente el ángulo de incidencia se puede utilizar la siguiente expresión (Markus T.M. et all 1980):

$$\cos(i) = \cos(h) \times \cos(\gamma) \times \sin(s) + \sin(h) \times \cos(s)$$