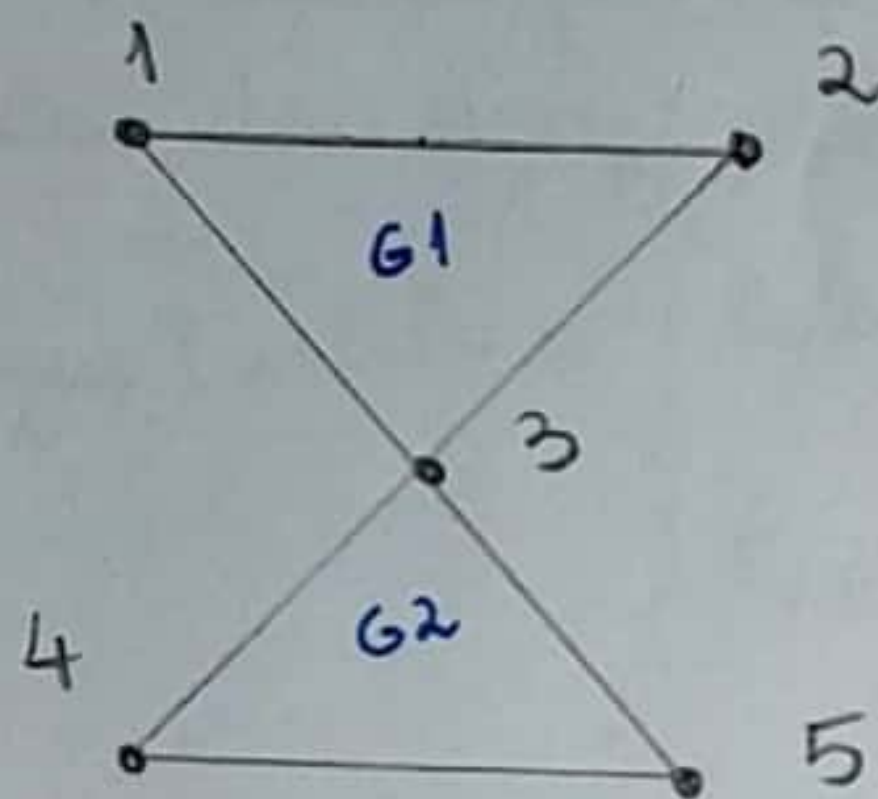


## README

Pentru găsirea unei transformări polinomiale  $T$ , a problemei kBligue am considerat că într-un graf complet, toate nodurile sunt unite prin muchii.

Adică :



Correspondența fiecărei muchii avem relația de implicație logică -  $x_1 \rightarrow x_2$  a cărei tabelă de adevăr este :

$x_1$	$x_2$	$x_1 \rightarrow x_2$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$$x_1 \rightarrow x_2 \Leftrightarrow \sim x_1 \vee x_2$$

Asadar funcția polinomială corespunzătoare unei muchii din graf este  $\sim x_1 \vee x_2$  și pentru graful  $G_1$ , funcția polinomială este :

$$G = (\sim x_1 \vee x_2) \wedge (\sim x_2 \vee x_3) \wedge (\sim x_1 \vee x_3)$$

$G$  verifică valoarea true pentru  $x_1 = F$ ,  $x_2 = T$ ,  $x_3 = T$

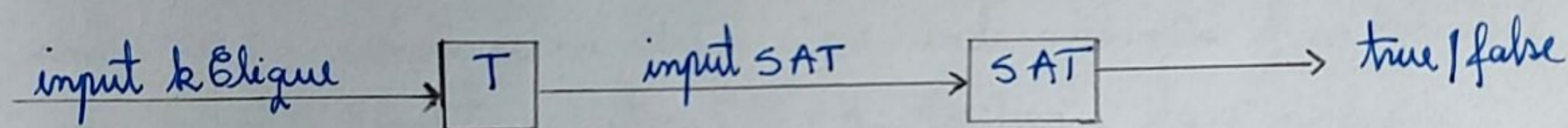
Pentru generarea cluzelor am considerat condițiile de existență a muchiilor (relația de implicație) și am construit polinomul doar în cazurile în care kBligue întoarce "True".



$k$ -Eliques este în NP așa că poate fi redusă la SAT folosind spațiu logaritm.  $k$ -Eliques este în P pentru fiecare  $k$  fixat deci ar trebui să existe o reducere eficientă

Considerăm funcția `bool is-clique()`. Funcția verifică dacă un set de noduri din array-ul `store` formează un clique (subgraf complet) sau nu. Funcția primește ca parametru `b` ce reprezintă numărul de noduri din array-ul `store`.

`bool is-clique(int b) =`  $\left\{ \begin{array}{l} \text{false, dacă există în matricea graph o valoare 0} \\ \text{true, altfel} \end{array} \right.$



Transformarea :

Existim din fișierul de intrare linie cu linie

- citim  $k$  - dimensiunea clipei căutate
- citim  $N$  - numărul de noduri din graf
- citim  $M$  - numărul de muchii din graf

Creăm o matrice `edges` de dimensiune  $M \times 2$  -  $M$  linii și 2 coloane

Existim în ea nodurile din fișierul de intrare, fiecare linie a matricii constituind o muchie între nodurile `edge[i][0]` și `edge[i][1]`

După ce s-a terminat citirea putem închide fișierul de intrare.

Dacă dimensiunea clipei căutate nu este 0 ( $k \neq 0$ ) construim :

- 1) O matrice pătratică `graph` de dimensiune  $N \times N$  cu valori binare astfel încât la pozițiile `[edges[i][0]][edges[i][1]]` și `[edges[i][1]][edges[i][0]]` se află valoarea 1, 0 în rest.
- 2) Un vector `d` ce are ca indici nodurile grafului, aflate în matricea `edges` (1, 2, ..., N). În acest vector conținem numărul



de muchii al fiecărui nod.

Construcțiile se opresc când  $i$ -ul ajunge la valoarea  $size - 1$ .

Variabila  $size$  reține valoarea dată de expresia  $sizeof(edges) / sizeof(edges[0])$  ce reprezintă numărul de elemente al matricei  $edges$ .

Definim o variabilă booleană  $gata$  inițializată cu 0.

Apelăm funcția  $findClique()$  prin apelul  $findClique(0, 1, k)$

0, 1 reprezintă valorile inițiale ale indicilor de căutare

Funcția ~~void~~  $findClique(int i, int l, int s)$  caută primul clique de dimensiune  $s$  și dacă îl găsește variabila  $gata = 1$ .

Se observă că dimensiunea cliii  $s$  determină ca numărul minim de muchii ale unui nod să fie  $s - 1$ .

Astfel parcurgând vectorul  $d$  și ținând cont de observația anterioară, construim un vector  $store$  unde adăugăm doar nodurile care satisfac condiția:  $store[l] = j$ . Verificăm dacă nodurile din  $store$  formează o clică și dacă nu s-a atins dimensiunea cliii completăm în continuare vectorul prin apelarea recursivă a funcției  $findClique()$ .

Când se ajunge la dimensiunea cliii se construiește funcția polinomială satisfiabilă corespunzător cliii găsite cu funcția  $print\_sat()$ .

Dacă  $gata$  rămâne 0 înseamnă că nu s-a găsit nicio clică și se construiește o funcție polinomială nesatisfiabilă.

Complexitatea algoritmului este  $O(n^2 \cdot k)$  ce denotă un timp polinomial de rulare.



### Task 3

În cadrul testelor întâlnim 3 tipuri de teste:

Prima categorie conține un  $k$  destul de mare în comparație cu  $N$ . Numărul de muchii este relativ mic raportat la ideea de clique care reprezintă un subgraf complet al grafului inițial. Numărul total de muchii este  $\frac{(n-1)n}{2}$ .

A doua categorie conține un  $k$  foarte mic în comparație cu numărul de noduri și muchii. Odată cu determinarea unui clique în acest caz se poate deduce (sau aștepta) un timp de rulare mai mare.

A treia categorie conține un  $k$  destul de mare în comparație cu numărul de noduri și muchii. Deoarece  $k$ -ul este mai apropiat ca valoare de  $N$ , determinarea unui clique de dimensiune apropiată grafului este așteptată. Acest aspect implică și faptul că numărul de muchii al grafului respectiv al cliii este apropiat.

#### Timpi de rulare

Categ.	BKT	RDT	BKT/RDT
1	0.0111	0.4351	39.545
2	0.0211	0.7781	37.047
3	0.0301	1.2001	40.000

În categoria 2, raportul este cel mai mare datorită  $k$ -ului mic. Pentru un  $k$  mare în raport cu  $N$ , eficiența SAT crește și BKT scade.