

Formulação matemática para o *VRPSPD* proposta por (MONTANÉ, et al., 2006)

Notação

V conjunto de clientes

V_0 conjunto de clientes mais depósito (cliente 0): $V_0 = V \cup \{0\}$

n número total de clientes: $n = |V|$

C_{ij} distância entre os clientes i e j

P_j demanda de coleta do cliente j , $j = 1, \dots, n$

d_j demanda de entrega do cliente j , $j = 1, \dots, n$

Q capacidade do veículo

MD distância máxima permitida para qualquer rota k

K número máximo de veículos

variáveis de decisão

$X_{ij}^k = \begin{cases} 1, & \text{se arco}(i, j) \text{ pertencer à rota operada pelo veículo } k \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$

Y_{ij} = demanda coletada em clientes roteados até o nó i (incluindo o nó i)
e transportados no arco (i, j)

Z_{ij} = demanda a ser entregue aos clientes roteados após o nó i
e transportados no arco (i, j)

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n C_{ij} X_{ij}^k \quad (1)$$

Sujeito a

$$\sum_{i=0}^n \sum_{k=1}^K X_{ij}^k = 1, \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=0}^n X_{ij}^k - \sum_{i=0}^n X_{ji}^k = 0, \quad \begin{matrix} j = 0, \dots, n \\ k = 1, \dots, K \end{matrix} \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^n X_{0j}^k \leq 1, \quad k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n C_{ij} X_{ij}^k \leq MD, \quad k = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^n Y_{ji} - \sum_{i=0}^n Y_{ij} = P_j, \quad \forall j \neq 0 \quad (6)$$

$$\sum_{i=0}^n Z_{ij} - \sum_{i=0}^n Z_{ji} = d_j, \quad \forall j \neq 0 \quad (7)$$

$$Y_{ij} + Z_{ij} \leq Q \sum_{k=1}^K X_{ij}^k, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (8)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\}, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (9)$$

$$Y_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (10)$$

$$Z_{ij} \geq 0, \quad i, j = 0, \dots, n \quad (11)$$

A função objetivo (1), busca minimizar a distância total percorrida. A restrição (2) garante que cada cliente seja visitado por exatamente um veículo; restrição (3) garante que o mesmo veículo chegue e saia de cada cliente que atende. A restrição (4) define que no máximo k^- veículos são usados; a restrição (5) é a restrição de distância máxima. As restrições (6) e (7) são equações de fluxo para demandas de coleta e entrega, respectivamente; eles garantem que ambas as demandas sejam satisfeitas para cada cliente. A restrição (8) estabelece que as demandas de coleta e entrega somente serão transportadas por meio de arcos incluídos na solução; impõem ainda um limite superior à carga total transportada por um veículo em qualquer seção da rota. Finalmente, as restrições (9)–(11) definem a natureza das variáveis de decisão.