运用 pytorch 进行 rnn 建模

1. Sina（用前 60 个数预测第 61 个数）

从 0 到 2π 中等间隔的取 4000 个数，放入 sin()函数中，得到我们需要的样本值。接下来将前 3000 个数据作为训练集，后 1000 个数据作为测试集。训练集与测试集中都把前 60 个数作为输入数据，第 61 个数作为标签，形成一个训练样本，最后将所有样本打乱放入网络。损失函数采用均方误差。

网络结构

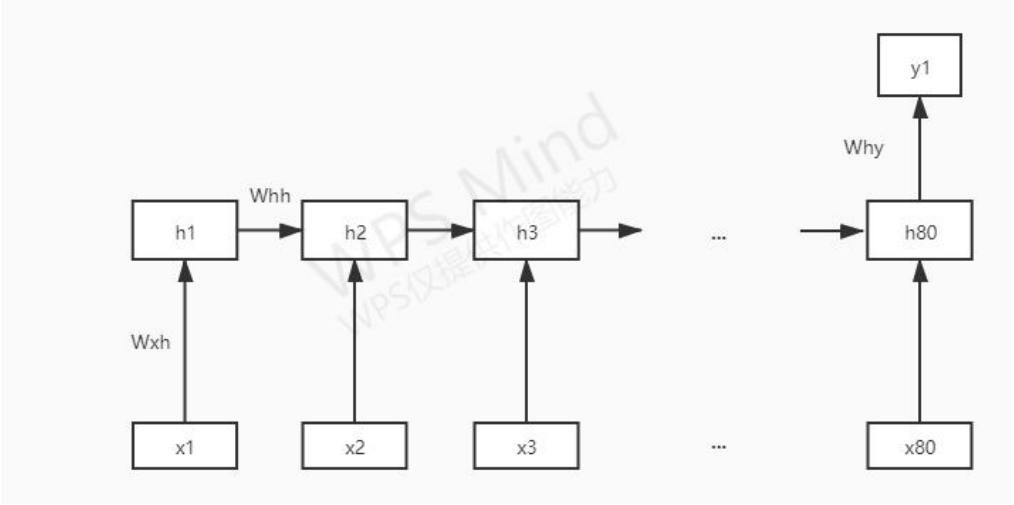


图 1 rnn 网络结构图

其中

$$h_t = \tanh(x_t w_{xh} + h_{t-1} w_{hh} + b_h) \qquad (1.1)$$

$$y_t = \tanh(h_t w_{hy} + b_y) \qquad (1.2)$$

w_{xh} 的形状为 80*1，w_{hh} 的形状为 80*80，b_h 的形状为 80*1，w_{hy} 的形状为 80*1，b_y 的形状为 1，所以总共的参数量为 80*80+80*3+1=6641

得到结果：

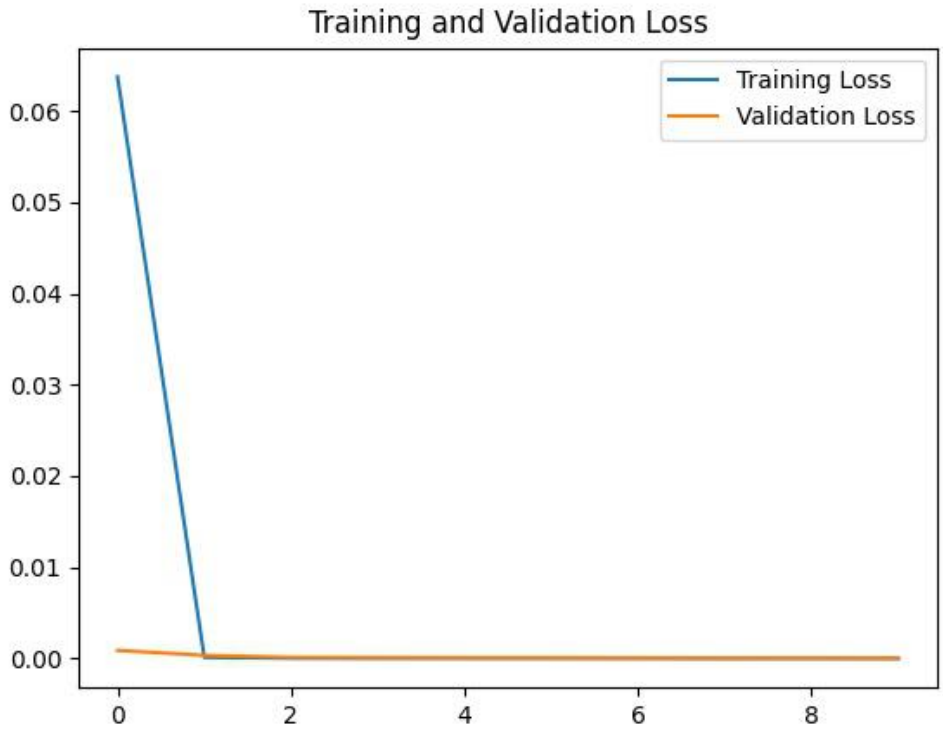


图 2 训练集与测试集损失函数的变化情况

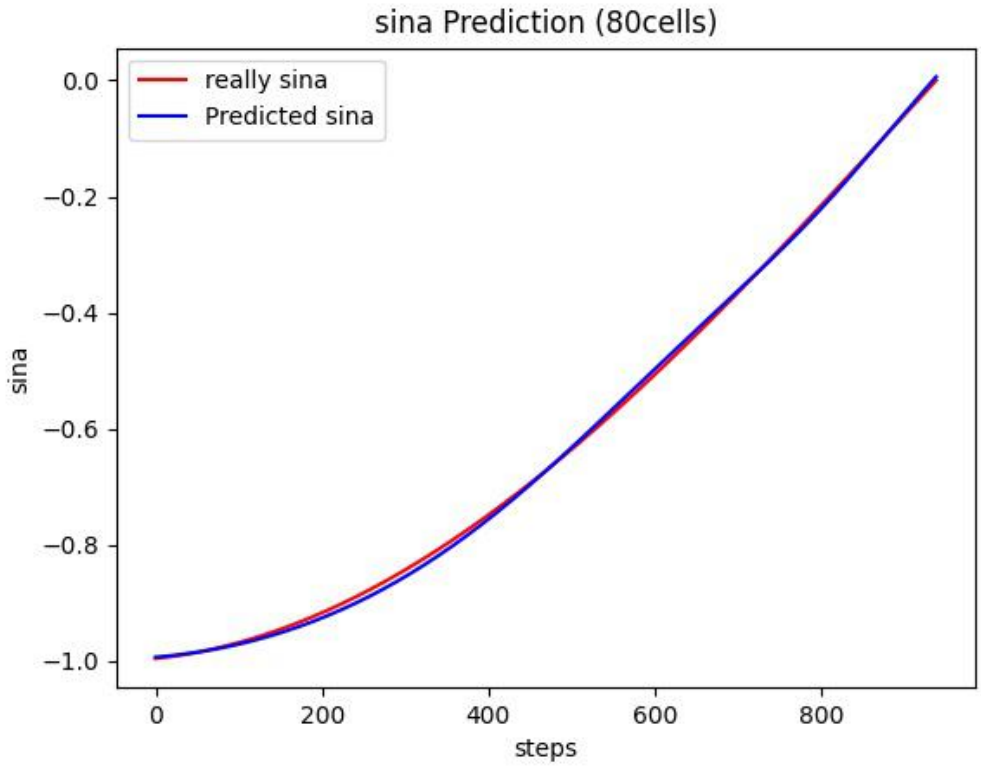


图 3 测试集中真实值与预测值的对比情况

2. sina 用前一个数预测后一个数

Total params: 6,641

发现用 1v1 的效果更好，更换不同步长进行测试。

	1v1	60v1
均方误差:	0.000017	0.000045
均方根误差:	0.004109	0.006690
平均绝对误差:	0.003665	0.005707

	1v1	5v1	10v1	20v1	30v1	60v1	100v1
均方误差:	0.000017	0.000357	0.000194	0.000059	0.000037	0.000045	0.000209
均方根误差:	0.004109	0.018892	0.013939	0.007707	0.006113	0.006690	0.014465
平均绝对误差:	0.003665	0.017133	0.012569	0.006862	0.005544	0.005707	0.010377

可以看到测试的步长中，依然是 1v1 的效果更好，考虑原因可能是在训练同一数据量的参数时，1v1 提供给模型的数据量是最优的，其他步长并没有在 1v1 的基础上给出更优的信息，反而使模型进行信息的选择，剔除了更好的信息。

3.记忆体个数的测试：

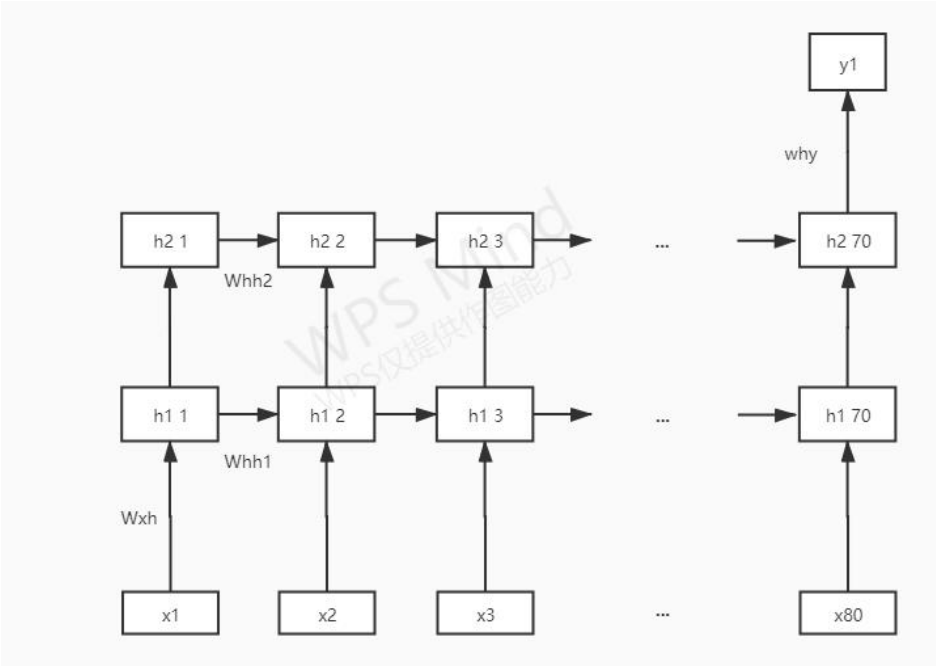
在上面的实验中采用的记忆体个数为 80 个，现在测试不同的记忆体个数，看对神经网络有什么不同的影响。

记忆体个数	10	20	30	40	50	60
参数个数	131	461	991	1,721	2,651	3,781
均方误差:	0.000108	0.000014	0.000022	0.000009	0.000013	0.000008
均方根误差:	0.010379	0.003691	0.004657	0.003079	0.003645	0.002913
平均绝对误差:	0.008538	0.003025	0.004069	0.002723	0.003112	0.002629
记忆体个数	70	80	90			
参数个数	5,111	6,641	8,371			
均方误差:	0.000001	0.000011	0.000002			
均方根误差:	0.001081	0.003352	0.001389			
平均绝对误差:	0.000812	0.002838	0.001009			

可以看出准确度并不是单纯的随着参数个数与模型复杂度的增加而增加的，在记忆体个数选择 70 时，模型在测试集上的准确度最大。

4.Rnn 层数的测试

增加 rnn 网络隐藏层的层数，观察模型的情况：（选取 1v1 的步长，第一层取 70 个记忆体，第二层取 70 个记忆体）。



其中

$$\mathrm{h}_{1t} = \tanh(w_{xh}x_t + w_{hh1}h_{1t-1} + b_{h1}) \qquad (4.1)$$

$$\mathrm{h}_{2t} = \tanh(h_{1t}w_{h1h} + h_{2t-1}w_{hh2} + b_{h2}) \qquad (4.2)$$

$$\mathrm{y}_{\mathrm{t}} = \tanh(h_{2t}w_{hy} + b_y) \qquad (4.3)$$

w_{xh} 的形状为 70*1， w_{hh1} 的形状为 70*70，bh1 的形状为 70*1，why 的形状为 80*1， w_{h1h} 的形状为 70*70， w_{hh2} 的形状为 70*70，bh2 的形状为 70*1，why 的形状为 70*1，by 的形状为 1，所以总共的参数量为 14,981。

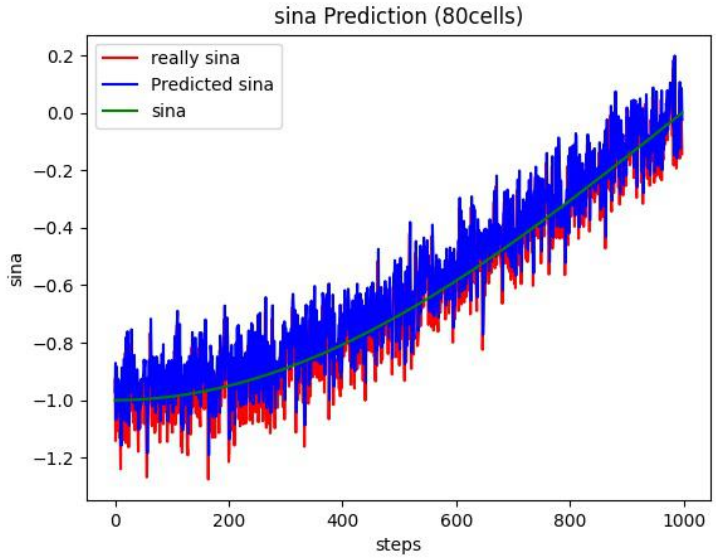
Rnn 层数	1（70）	1（70）2（70）	1（70）2（70）3（70）
均方误差:	0.000020	0.000104	0.000193
均方根误差:	0.004505	0.010207	0.013883
平均绝对误差:	0.004035	0.009265	0.012711

可以看到增加层数，反而模型的预测效果更差，推想可能是数据量不大，参

数过多造成过拟合。

5.添加噪声进行预测（均值为 0，方差为 0.10 的随机噪声）

运用 1v1 的划分方法分训练集与测试集，模型为一层 70 个记忆体个数的 rnn，得到结果：



Total params: 5,111

_____

	Rnn	Sina
均方误差:	0.021534	0.009840
均方根误差:	0.146743	0.099195
平均绝对误差:	0.118982	0.080623
平均相对误差	2.357425	0.385786

可以看到 rnn 模拟出了一条较为贴合绿色曲线的趋势，对于绝对误差来说，rnn 的效果对比 sina 原曲线还是稍差。但对于相对误差来说，两个模型的差别很大，考虑可能的原因，可能是 rnn 选取的 loss 函数为绝对量，所以相对误差被忽略。也可能是模型过拟合，模拟了过多的噪声导致模型的精度不够。

6. 修改训练区间观测最佳步长

将整体区间修改为 0 到 4π，前 3000 个数据作为训练集，后 1000 个数据作为验证集。

	1v1	5v1	10v1	20v1	30v1	60v1	100v1
均方误差:	1.70E-05	3.57E-04	1.94E-04	5.90E-05	3.70E-05	4.50E-05	2.09E-04
均方根误差:	4.11E-03	1.89E-02	1.39E-02	7.71E-03	6.11E-03	6.69E-03	1.45E-02
平均绝对误差:	3.67E-03	1.71E-02	1.26E-02	6.86E-03	5.54E-03	5.71E-03	1.04E-02

表 6.1：原训练集下步长测试

	1v1	5v1	10v1	20v1	30v1	60v1	100v1
均方误差:	1.96E-05	1.02E-05	4.69E-06	6.46E-07	1.74E-06	4.53E-07	4.46E-07
均方根误差:	4.43E-03	3.20E-03	2.17E-03	8.04E-04	1.32E-03	6.73E-04	6.68E-04
平均绝对误差:	3.62E-03	2.68E-03	1.60E-03	6.71E-04	1.18E-03	5.76E-04	5.10E-04

表 6.2：新训练集下步长测试

可以观测到在新训练集上，随着步长的增大，误差是逐渐减小的，说明在前一区间学习到的趋势帮助后一区间的预测。在原训练集上步长并没有优化模型效果的原因可能是学习区间只有一个周期，学习到的趋势并没有用途。

接下来将区间更改为 0 到 12π，产生 6000 个数据，前 4000 个作为训练集，后 2000 个作为测试集。查看周期步长与半周期步长的建模效果。

	1v1	100v1	500v1	2000v1
均方误差:	3.10E-05	8.35E-07	3.40E-07	1.97E-07
均方根误差:	5.57E-03	9.14E-04	5.83E-04	4.44E-04
平均绝对误差:	4.52E-03	7.40E-04	4.88E-04	3.76E-04

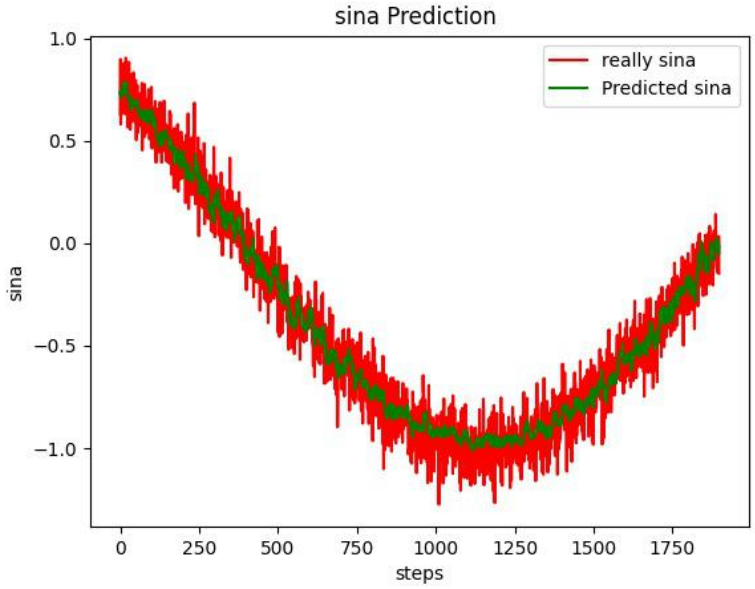
表 6.3 半周期步长与周期步长的测试效果

7. 建立 arma 模型进行比较

在 0 到 4π 区间取 6000 个数，前 4000 个数为训练集，后 2000 个为测试集，同时加入均值为 0，方差为 0.1 的方差的噪声。

在 RNN 建模里，建立 100 步长以及 70 个记忆神经元的 rnn。同时建立 arma 模型进行对比。

RNN:



Arma：

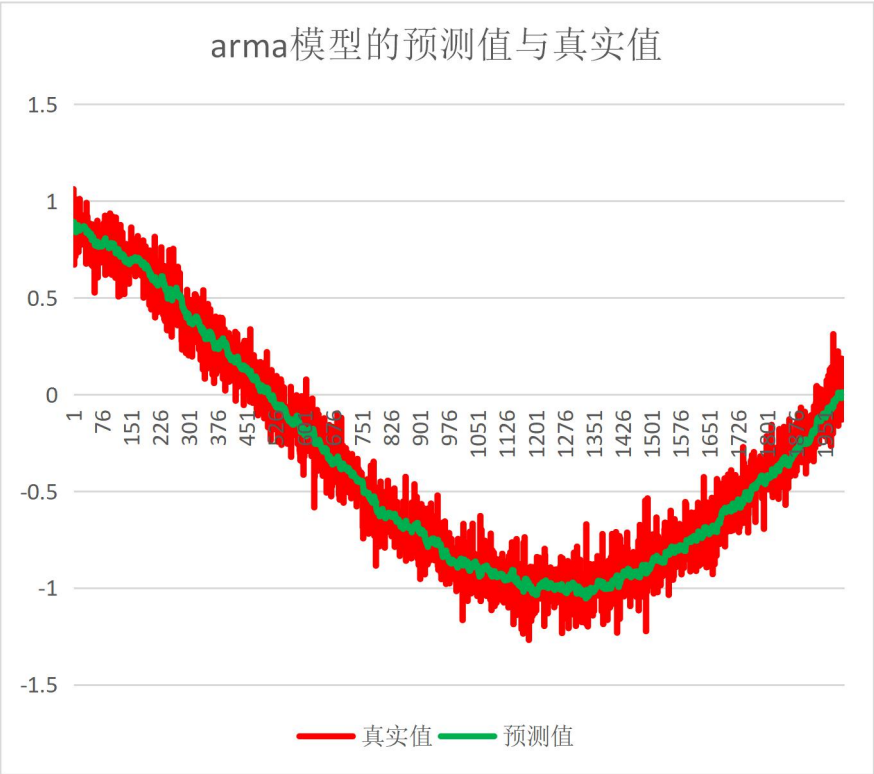
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	1.000095	0.000206	4856.121	0.0000
MA(1)	-0.909743	0.006578	-138.3073	0.0000

R-squared	0.978435	Mean dependent var	0.177846
Adjusted R-squared	0.978429	S.D. dependent var	0.708137
S.E. of regression	0.104004	Akaike info criterion	-1.688275
Sum squared resid	43.23487	Schwarz criterion	-1.685127
Log likelihood	3377.706	Hannan-Quinn criter.	-1.687159
Durbin-Watson stat	2.027350		

Inverted AR Roots	1.00
	Estimated AR process is nonstationary
Inverted MA Roots	.91

表 7.1 arma 模型表

建立模型：$y_t = 1.000095y_{t-1} - 0.909743\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$



	Rnn 100v1	Arma
均方误差:	0.0119704443	0.010827
均方根误差:	0.1094095254	0.104051
平均绝对误差:	0.0872553621	0.08364
平均相对误差	7.516227	0.538742

表 7.2 rnn 与 arma 模型对比表