卡尔曼滤波

* 目的：对状态的估计
* 方法：利用状态过程中的噪声 和 观测噪声 ，给予合理的权重，对状态 进行估计
* 公式：

预测：

校正：

=

* 符号说明：

：k时刻的状态

：k时刻的预测状态（未优化）

：k时刻的预测状态（未优化）

：k时刻的优化预测状态

：k时刻的状态新息（状态 - 预测状态）

: k时刻的观测值

：k时刻的预测观测值（未优化）

：k时刻的预测观测值（未优化）

：k时刻的优化预测观测值

：k时刻的观测新息（观测 - 预测观测）

：状态转移矩阵

：输入控制矩阵

*H* ：观测矩阵

*Q* ：预测噪声协方差矩阵

*R* ：观测噪声协方差矩阵

*P* ：误差矩阵

: k时刻的卡尔曼增益（观测权重）

：k时刻的过程噪声

：k时刻的观测噪声

：k时刻外界对系统的作用

* 推导：
* 目标是更新优化的状态估计值

假定k时刻的系统状态与k-1时刻有关，并且内部有噪声，则

状态方程： 公式1

观测方程： 公式2

* 求优化预测状态

在无噪声情况下的预测

预测状态： 公式3

预测观测： 公式4

观测新息（观测 - 预测观测）： = 公式5

反应了预测噪声和观测噪声对状态的综合影响

将过程噪声 看作一个 新息 \* 比例

则优化预测状态 = = 公式6

公式(6)中仅为未知

* 求卡尔曼增益

来看误差协方差矩阵，而应该使最小

状态新息（状态 - 预测状态）：

=

=

=

=

=

=

=

= 公式7

假设在无噪声情况下

公式8

则误差协方差矩阵：

公式9

来看预测误差协方差矩阵 公式10

再把误差协方差矩阵展开，

公式11

使用T表示的协方差的对角线，则

公式12

对求导，就可找到最小的均方差，使最小，就能得到卡尔曼增益

公式13

令=0，则

公式14

其中观测矩阵H和观测噪声协方差矩阵R为常数，所以与有关

* 求预测误差协方差矩阵

假设观测矩阵 ， 公式17

则越大，越大，权重重视反馈测量

则越小，越小，权重重视预测值

有

公式15

因为状态 和过程噪声是独立的，

所以

公式16

其中状态转移矩阵A和预测噪声协方差矩阵Q为常数，所以与有关

* 求误差协方差矩阵

公式18

* + 在加入外界对系统的作用时：

预测：

公式16

校正： 公式14

公式6

= 公式18