

Это не полный конспект лекции, а только то, что нужно было ко второму опросу.

Теорема 1. Если функция $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ непрерывна в точке x_0 и $f(x_0) \neq 0$, то:

$$\exists V(x_0) : \forall x \in V(x_0) \cap D \quad \text{sign } f(x) = \text{sign } f(x_0)$$

Доказательство. Докажем для $f(x_0) > 0$.

Докажем от противного:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists x_n \in U_{x_0} \left(\frac{1}{n} \right) \cap D : g(x_n) \leq 0$$

Противоречие. □

Лемма 1. Свойства сходимости в себе

1. Сходящаяся в себе последовательность ограничена.
2. Если у сходящейся в себе последовательности есть сходящаяся подпоследовательность, то сама последовательность сходится.