

Упражнение 1. Для набора прибыли найти оценку параметра a при известном $\sigma = 7.9$ с уверенностью $\gamma = 0.99$

Решение. $t_\gamma = 2.58$ (из таблицы).

$$\begin{aligned}\bar{X} - t_\gamma \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} &< a < \bar{X} + t_\gamma \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ 97.6 - 2.58 \cdot \frac{7.9}{\sqrt{50}} &< a < 97.6 + 2.58 \cdot \frac{7.9}{\sqrt{50}} \\ 94.718 &< a < 100.482\end{aligned}$$

□

Упражнение 2. То же самое, но без известного σ .

Решение. Степеней свободы $n - 1 = 49$.

По таблице $t_\gamma = 2.680$, по Excel СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х(1 - 0,99; 49) = 2.679

$$\begin{aligned}\bar{X} - t_\gamma \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} &< a < \bar{X} + t_\gamma \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \\ 97.6 - 2.68 \cdot \frac{7.89}{\sqrt{50}} &< a < 97.6 + 2.68 \cdot \frac{7.89}{\sqrt{50}} \\ 94.609 &< a < 100.590\end{aligned}$$

□

Упражнение 3. Найти доверительный интервал для σ при неизвестном значении параметра a , $\gamma = 0.99$.

Решение. Степеней свободы $k = n - 1 = 49$, $1 - \frac{\gamma}{2} = 0.505$, $1 + \frac{\gamma}{2} = 1.495$.

По Excel: $\chi_1^2 = \text{ХИ2.ОБР}\left(\frac{1-\gamma}{2}; 49\right) = 27.249$ и $\chi_2^2 = \text{ХИ2.ОБР}\left(\frac{1+\gamma}{2}; 49\right) = 78.231$.

$$\begin{aligned}\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2} &< \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_1^2} \\ \frac{49 \cdot 62.245}{78.231} &< \sigma^2 < \frac{49 \cdot 62.245}{27.249} \\ 78.99 &< \sigma^2 < 111.93 \\ 8.89 &< \sigma < 10.58\end{aligned}$$

□

Упражнение 4. То же самое, но при известном σ^{2*}

Решение. $k = n = 50$

$$\chi_1^2 = \text{ХИ2.ОБР}\left(\frac{1-\gamma}{2}; 50\right) = 28.991.249 \text{ и } \chi_2^2 = \text{ХИ2.ОБР}\left(\frac{1+\gamma}{2}; 49\right) = 79.49.$$

$$\sigma^{2*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - a)^2$$

$$\sigma^{2*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^7 (c_i - 98)^2 \cdot m_i = 58.42 \quad (\text{из Excel})$$

Дальше считается тривиально. □

Решение (задачи при правиле трёх сигм).

| | | | |
|---------|----------------|---------------|----------------|
| ξ_i | -1 | 0 | 1 |
| p_i | $\frac{1}{18}$ | $\frac{8}{9}$ | $\frac{1}{18}$ |

$$\mathbb{E}\xi = 0, \mathbb{D}\xi = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - (\mathbb{E}\xi)^2 = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{1}{9}, \sigma = \frac{1}{3}, P(|\xi| < 3 \cdot \frac{1}{3} = 1) = \frac{8}{9}$$

□