Упражнение 1. Для набора прибыли найти оценку параметра a при известном $\sigma = 7.9$ с уверенностью $\gamma = 0.99$

Решение. $t_\gamma = 2.58$ *(из таблицы).*

$$\overline{X} - t_\gamma \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{X} + t_\gamma \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$97.6 - 2.58 \cdot \frac{7.9}{\sqrt{50}} < a < 97.6 + 2.58 \cdot \frac{7.9}{\sqrt{50}}$$
$$94.718 < a < 100.482$$

□

Упражнение 2. То же самое, но без известного σ.

Решение. Степеней свободы $n - 1 = 49$.

По таблице $t_\gamma = 2.680$, по Excel СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х$(1 - 0,99; 49) = 2.679$

$$\overline{X} - t_\gamma \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < a < \overline{X} + t_\gamma \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$
$$97.6 - 2.68 \cdot \frac{7.89}{\sqrt{50}} < a < 97.6 + 2.68 \cdot \frac{7.89}{\sqrt{50}}$$
$$94.609 < a < 100.590$$

□

Упражнение 3. Найти доверительный интервал для σ при неизвестном значении параметра a, $\gamma = 0.99$.

Решение. Степеней свободы $k = n - 1 = 49, 1 - \frac{\gamma}{2} = 0.505, 1 + \frac{\gamma}{2} = 1.495$.

По Excel: χ^2_1 =ХИ2.ОБР$\left(\frac{1-\gamma}{2}; 49\right) = 27.249$ и χ^2_2 =ХИ2.ОБР$\left(\frac{1+\gamma}{2}; 49\right) = 78.231$.

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S}{\chi^2_1}$$
$$\frac{49 \cdot 62.245}{78.231} < \sigma^2 < \frac{49 \cdot 62.245}{27.249}$$
$$78.99 < \sigma^2 < 111.93$$
$$8.89 < \sigma^2 < 10.58$$

□

Упражнение 4. То же самое, но при известном σ^{2*}

Решение. $k = n = 50$

$\chi_1^2 =$ХИ2.ОБР$\left(\frac{1-\gamma}{2}; 50\right) = 28.991.249$ и $\chi_2^2 =$ХИ2.ОБР$\left(\frac{1+\gamma}{2}; 49\right) = 79.49.$

$$\sigma^{2*} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - a)^2$$

$$\sigma^{2*} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{7}(c_i - 98)^2 \cdot m_i = 58.42 \quad \text{(из Excel)}$$

Дальше считается тривиально. □

Решение (задачи при правило трёх сигм).

ξ_i	-1	0	1
p_i	$\frac{1}{18}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{1}{18}$

$$\mathbb{E}\,\xi = 0, \mathbb{D}\,\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - (\mathbb{E}\,\xi)^2 = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{1}{9}, \sigma = \frac{1}{3}, P(|\xi| < 3 \cdot \frac{1}{3} = 1) = \frac{8}{9}$$

□