

Метод моментов

Упражнение 1. Из теории известно, что величина X имеет показательное распределение ($X \in E_\alpha$), $\bar{X} = 2.54$. Дать оценку параметра α распределения. Будет ли эта оценка смещённой? Если да, то в какую сторону.

Решение. $\mathbb{E} X = \alpha^{-1}$. $(\alpha^*)^{-1} = \bar{X} = 2.54 \Rightarrow \alpha^* \approx 0.394$.

\bar{X} — несмещённая оценка. Тогда $\frac{1}{\bar{X}}$ очевидно смещённая:

$$\mathbb{E} \alpha^* = \mathbb{E} \frac{1}{\bar{X}} \stackrel{??}{\geq} \frac{1}{\mathbb{E} \bar{X}} = \frac{1}{\mathbb{E} X} = \alpha$$

Таким образом, систематическая ошибка есть, смещение вверх. □

Упражнение 2. Из теории известно, что $X \in \Gamma_{\alpha, \lambda}$, по статданным $\bar{X} = 5.4$, $\overline{X^2} = 32.25$. Найти оценки параметров α и λ .

Решение.

$$\begin{cases} \mathbb{E} \bar{X} = \frac{\lambda}{\alpha} = \bar{X} \\ \mathbb{D} \bar{X} = \frac{\lambda}{\alpha^2} = \overline{X^2} - (\bar{X})^2 \\ \alpha^* = \frac{\bar{X}}{\overline{X^2} - (\bar{X})^2} \approx 1.75 \\ \lambda^* = \bar{X} \cdot \alpha^* \approx 9.44 \end{cases}$$

□

(??): Неравенство Йенсена, f выпуклая вниз.