$\it Упражнение 1.$ Для набора прибыли найти оценку параметра a при известном $\sigma=7.9$ с уверенностью $\gamma=0.99$

Решение. $t_{\gamma} = 2.58$ (из таблицы).

$$\overline{X} - t_{\gamma} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < a < \overline{X} + t_{\gamma} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$97.6 - 2.58 \cdot \frac{7.9}{\sqrt{50}} < a < 97.6 + 2.58 \cdot \frac{7.9}{\sqrt{50}}$$

$$94.718 < a < 100.482$$

Упражнение 2. То же самое, но без известного σ .

Решение. Степеней свободы n-1=49.

По таблице $t_{\gamma}=2.680$, по Excel СТЬЮДЕНТ.ОБР.2X(1-0,99;49)=2.679

$$\overline{X} - t_{\gamma} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} < a < \overline{X} + t_{\gamma} \cdot \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$97.6 - 2.68 \cdot \frac{7.89}{\sqrt{50}} < a < 97.6 + 2.68 \cdot \frac{7.89}{\sqrt{50}}$$

$$94.609 < a < 100.590$$

 $\mathit{Упражнение}$ 3. Найти доверительный интервал для σ при неизвестном значении параметра $a, \gamma = 0.99$.

Решение. Степеней свободы $k=n-1=49, 1-\frac{\gamma}{2}=0.505, 1+\frac{\gamma}{2}=1.495.$

По Excel: $\chi_1^2=$ XИ2.ОБР $\left(\frac{1-\gamma}{2};49\right)=27.249$ и $\chi_2^2=$ XИ2.ОБР $\left(\frac{1+\gamma}{2};49\right)=78.231.$

$$\frac{(n-1)S^2}{\chi_2^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S}{\chi_1^2}$$

$$\frac{49 \cdot 62.245}{78.231} < \sigma^2 < \frac{49 \cdot 62.245}{27.249}$$

$$78.99 < \sigma^2 < 111.93$$

$$8.89 < \sigma^2 < 10.58$$

M3*37y2019 6.10.2021

Упражнение 4. То же самое, но при известном σ^{2*}

Решение. k = n = 50

$$\chi_1^2$$
 =XИ2.ОБР $\left(\frac{1-\gamma}{2};50\right)=28.991.249$ и χ_2^2 =XИ2.ОБР $\left(\frac{1+\gamma}{2};49\right)=79.49.$

$$\sigma^{2*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^2$$

$$\sigma^{2*} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{7} (c_i - 98)^2 \cdot m_i = 58.42$$
 (из Excel)

Дальше считается тривиально.

Решение (задачи при правило трёх сигм).

$$\mathbb{E}\,\xi = 0, \mathbb{D}\,\xi = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 p_i - (\mathbb{E}\,\xi)^2 = \frac{1}{18} + \frac{1}{18} = \frac{1}{9}, \sigma = \frac{1}{3}, P(|\xi| < 3 \cdot \frac{1}{3} = 1) = \frac{8}{9}$$

M3*37y2019