

Это не полный конспект лекции, а только то, что нужно было ко второму опросу.

**Теорема 0.1.** Если функция  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  непрерывна в точке  $x_0$  и  $f(x_0) \neq 0$ , то:

$$\exists V(x_0) : \forall x \in V(x_0) \cap D \quad \text{sign } f(x) = \text{sign } f(x_0)$$

*Доказательство.* Докажем для  $f(x_0) > 0$ .

Докажем от противного:

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \exists x_n \in U_{x_0} \left( \frac{1}{n} \right) \cap D : g(x_n) \leq 0$$

Противоречие. □

**Лемма 1.** *Свойства сходимости в себе*

1. *Сходящаяся в себе последовательность ограничена.*
2. *Если у сходящейся в себе последовательности есть сходящаяся подпоследовательность, то сама последовательность сходится.*