

## Метод моментов

*Упражнение 1.* Из теории известно, что величина  $X$  имеет показательное распределение ( $X \in E_\alpha$ ),  $\overline{X} = 2.54$ . Дать оценку параметра  $\alpha$  распределения. Будет ли эта оценка смещённой? Если да, то в какую сторону.

*Решение.*  $\mathbb{E} X = \alpha^{-1}$ .  $(\alpha^*)^{-1} = \overline{X} = 2.54 \Rightarrow \alpha^* \approx 0.394$ .

$\overline{X}$  — несмещённая оценка. Тогда  $\frac{1}{\overline{X}}$  очевидно смещённая:

$$\mathbb{E} \alpha^* = \mathbb{E} \frac{1}{\overline{X}} \stackrel{??}{\geq} \frac{1}{\mathbb{E} \overline{X}} = \frac{1}{\mathbb{E} X} = \alpha$$

Таким образом, систематическая ошибка есть, смещение вверх. □

*Упражнение 2.* Из теории известно, что  $X \in \Gamma_{\alpha, \lambda}$ , по статданным  $\overline{X} = 5.4$ ,  $\overline{X^2} = 32.25$ . Найти оценки параметров  $\alpha$  и  $\lambda$ .

*Решение.*

$$\begin{cases} \mathbb{E} \overline{X} = \frac{\lambda}{\alpha} = \overline{X} \\ \mathbb{D} \overline{X} = \frac{\lambda}{\alpha^2} = \overline{X^2} - (\overline{X})^2 \\ \alpha^* = \frac{\overline{X}}{\overline{X^2} - (\overline{X})^2} \approx 1.75 \\ \lambda^* = \overline{X} \cdot \alpha^* \approx 9.44 \end{cases}$$

□

---

(??): Неравенство Йенсена,  $f$  выпуклая вниз.