

六西格玛黑带考试公式整理

（收藏版）

第一章：六西格玛管理概论

	六西格玛水平	对应的不良率
短期（理想状况）	均值=规格中心，公差限内包含 $\pm 6\sigma$	十亿分之二
长期	均值偏离规格中心 $\pm 1.5\sigma$ ，公差限内包含 $\pm 6\sigma$	3.4ppm
西格玛水平	6 σ	3.4ppm
	5 σ	233ppm
	4 σ	6210ppm
	3 σ	6.7%
	2 σ	31%

第二章：六西格玛与过程管理

DPU	单位缺陷数	缺陷数/抽取的产品数	
DPO	机会缺陷率	缺陷数/（产品数*单位产品平均缺陷机会）	
DPMO	百万机会缺陷数	DPO*10 ⁶	
PFY	最终合格率	包含返修后的产品，PFY≥RTY	
FTY	一次合格率	本工序的输出合格率=e ^{-DPU}	
RTY	流通合格率	FTY ₁ *FTY ₂ ...FTY _n	
FV	终值	FV=PVx（1+i） ⁿ	i：利率
NPV	净现值	$\sum_{i=0}^n (CI_t - CO_t)(1 + i_0)^{-t}$	CI _t ：第t年现金流入 CO _t ：第t年现金流出 i ₀ ：项目收益率
ROI	投资收益率	ROI=项目预计收益/项目预计成本	

第三章：六西格玛项目管理

PPI	帕累托优先级指数	(项目节约费用*项目成功概率) / (项目投入成本*项目完成时间)	
E	项目期望时间	E= (O+4M+P) /6	O：乐观估计时间 M：正常估计时间 P：悲观估计时间

第四章：界定

目标的度量	缺陷率	DPMO 百万机会缺陷数
		RTY 流通合格率
		西格玛水平
		C _p , C _{pk} , P _p , P _{pk}
	周期时间	周期时间
	费用成本	COPQ 劣质成本

第五章：测量

基础概念	名称	计算式
组合	C	$C_n^x = \frac{n!}{x!(n-x)!}$
自然底数	e	e=2.72

1.均值与方差的性质

期望	$E(ax+b)=aE(X)+b$	X 为随机变量 a、b 为任意实数
方差	$\text{var}(aX+b)=a^2\text{var}(X)$	
期望	$E(X_1+X_2)=E(X_1)+E(X_2)$	X ₁ 、X ₂ 为随机变量
方差	$\text{var}(X_1\pm X_2)=\text{var}(X_1)+\text{var}(X_2)$	X ₁ 、X ₂ 为随机独立变量

2.常用的离散分布

分布	概率函数	均值 E(x)	标准差σ	备注说明
0-1 分布	$P(x)=p_i$	p	$\sqrt{p(1-p)}$	
二项分布	$P(x) = C_n^x p^x (1-p)^{n-x}$	np	$\sqrt{np(1-p)}$	试验之间必须相互独立
泊松分布	$P(x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$	λ	$\sqrt{\lambda}$	λ：单位产品平均缺陷数
超几何分布	视题目情况计算（无需记公式）	/	/	适用于产品无放回的情况

3.常用的连续分布

分布	概率函数	均值 E(x)	标准差σ	备注说明
正态分布	/	x	σ	
均匀分布	$p(x) = \frac{1}{b-a}$	$\frac{a+b}{2}$	$\sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}$	
指数分布	$p(x) = 1 - e^{-\lambda x}$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda}$	产品首次发生故障的时间或故障维修时间
对数正态分布	/	/	/	右偏分布：岩石化学成分、化学反应时间
威布尔分布	/	/	/	寿命试验和可靠性理论的基础

4.中心极限定理

三大特性		说明	备注
特点 1	分布	无论原来的数据属于何种分布，其取 样均值的分布都近似服从正态分布	原来的分布属于对称分布，样本容量 n ≥5 原来的分布属于非对称分布，样本容量 n≥30
特点 2	均值	μ	μ=原来分布的均值
特点 3	标准差	σ/\sqrt{n}	σ=原分布的标准差或总体标准差 n=样本容量

5.常用统计量

中心位置	均值	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$	
	中位数	一组数据按从小到大排序，中间的数据	当 n 为偶数时，取中间两个值的均值
	众数	一组数据中出现次数最多的数	
波动	极差	一组数据中最大值-最小值	
	样本方差	$S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$	
	样本标准差	$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$	
	变异系数	$CV = \frac{S}{\bar{x}}$	

6.箱线图

下限	$Q_1 - 1.5(Q_3 - Q_1)$	须触线的终点到极端观测值为止
上限	$Q_3 + 1.5(Q_3 - Q_1)$	

7.测量系统分析

数据类型	名称	计算公式	说明
计量型	分辨力	$\lceil \min \left(\frac{T}{10}, \frac{6\sigma}{10} \right) \rceil$	T：公差 σ：波动
	偏倚	$\bar{X} - \mu$	\bar{X} ：测量均值 μ：真值
	线性度	斜率 b × 过程总波动	越小越好
	重复性与再现性	$\sigma_t = \sigma_p + \sigma_{ms} = \sigma_p + \sigma_{ev} + \sigma_{av}$	σ _p ：产品波动 σ _{ms} ：测量系统波动 σ _{ev} ：重复性波动 σ _{av} ：再现性波动
	%R&R	σ_{ms}/σ_t	σ _t ：总变异
	%P/T	$6\sigma_{ms}/T$	T：公差
	NDC	$\text{int}(\frac{\sigma_p}{\sigma_{ms}} \times \sqrt{2})$	Int 表示取整函数（舍去小数）
计数型	一致性比例	一致的次数/测量总次数	》90%
	Kappa 值	$\frac{p_0 - p_e}{1 - p_e}$	P ₀ ：实际一致的比例 P _e ：期望一致的比例

8.过程能力分析（计量型数据）

短期能力	C_p	$\frac{USL - LSL}{6\sigma}$	$\hat{\sigma}_{ST} = \frac{\bar{R}}{d2}$
	C_{pu}	$\frac{USL - \bar{X}}{3\sigma}$	
	C_{pl}	$\frac{\bar{X} - LSL}{3\sigma}$	$\hat{\sigma}_{ST} = \frac{\bar{S}}{c4}$
	C_{pk}	$\text{Min} (C_{pu}, C_{pl})$	$\hat{\sigma}_{ST} = \frac{S_p}{c4}$
长期能力	P_p	$\frac{USL - LSL}{6\sigma}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$
	P_{pu}	$\frac{USL - \bar{X}}{3\sigma}$	
	P_{pl}	$\frac{\bar{X} - LSL}{3\sigma}$	
	P_{pk}	$\text{Min} (C_{pu}, C_{pl})$	
目标能力	C_{pm}	$\frac{USL - LSL}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - m)^2}}$	m：质量目标的特性值
	C_{pmk}	$\frac{C_{pk}}{\sqrt{1 + (\frac{\mu - m}{\sigma})^2}}$	

8.过程能力分析（计数型数据）

Z_{bench}	$Z_{bench} = \frac{USL - \mu}{\sigma}$	仅有单侧上规格线
	$Z_{bench} = \frac{\mu - LSL}{\sigma}$	仅有单侧下规格线
西格玛水平	$Z_{bench} + 1.5$	

第六章：分析

1.分布类型统计量及置信区间

分布类型	统计量	置信区间	备注
Z	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$	$\bar{x} \pm Z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$	总体标准差已知
t	$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$	$\bar{x} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} (n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}$	总体标准差未知
F	$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$		
卡方	$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$		卡方统计量

	$\sum_{i=1}^k \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$	列联表卡方值
--	--	--------

2.方差分析表

要因 (factor)	平方 (Sum of Squares)	自由度 (Degree of Freedom)	均方差 (Mean of Square)	F值
Factor	$SS_F = \sum_{i=1}^m n(\bar{y}_i - \bar{\bar{y}})^2$	$\phi_F = m - 1$	$MS_F = S_F / \phi_F$	$F = MS_F / MS_E$
Error	$SS_E = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$	$\phi_E = m(n - 1)$	$MS_E = S_E / \phi_E$	
Total	$SS_T = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m (x_{ij} - \bar{\bar{x}})^2$	$\phi_T = mn - 1$		

第七章：改善

DOE

真实值与代码值换算	真实值=M+D*代码值	M：实际中心值 D：半间距
决定系数	$R^2 = \frac{SS_{Model}}{SS_{Total}} = 1 - \frac{SS_{Error}}{SS_{Total}}$	越大越好
	$R^2_{调整} = 1 - \frac{SS_{Error}/(n - p)}{SS_{Total}/(n - 1)}$	越大越好
	$R^2_{预测} = 1 - \frac{PRESS}{SS_{Total}}$	越大越好
标准残差	$S = \sqrt{MS_E}$	越小越好

角点个数	轴点个数	α值	说明
2 ^k	2k	(2 ^k) ^{0.25}	K：因子个数

第八章：控制

控制图

控制图种类	控制限计算公式	要求
不合格品数图 np chart	$CL_{np} = n\bar{P} \pm 3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$	1. 样本量 n 固定 2. $np \geq 5$ & $n(1-p) \geq 5$ 3. P=不合格品总数/组数
不合格品率图 p chart	$CL_p = \bar{P} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{P}(1-\bar{P})}{n}}$	1. 样本量 n 不一定固定 2. $np \geq 5$ & $n(1-p) \geq 5$ 3. 控制限随 n 变化而变化
缺陷数图 C chart	$CL_c = \bar{c} \pm 3\sqrt{\bar{c}}$	1. 样本量 n 固定 2. $c \geq 5$ 3. C=缺陷总数/组数
单位缺陷数图 u chart	$CL_u = \bar{u} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$	1. 样本量 n 不一定固定 2. $nu \geq 5$ 3. 控制限随 n 变化而变化

第九章：精益生产

设备综合效率	OEE=时间开动率*性能开动率*合格品率		
	时间开动率= 实际工作时间/计划工作时间	计划工作时间= 可用时间-计划停机时间	实际工作时间= 计划工作时间-非计划停机时间
	性能开动率= 净开动率*速度运转率	净开动率= (产量*实际节拍)/实际工作时间	速度运转率= 理论节拍/实际节拍
节拍时间	T/T	T/T=实际工作时间/产品需求数量	
看板数量	看板数量= (每班最大生产量* (生产间隔期+生产提前期+回收提前期+安全库存)) /单位容器数量		

第十章：六西格玛设计

容差设计

安全系数	$\Phi = \sqrt{\frac{A_0}{A}}$	A_0 ：超出功能界限的损失（金钱） A ：超出公差界限的损失（金钱）
容差	$\Delta = \frac{\Delta_0}{\Phi}$	Δ_0 : 功能界限