

六西格玛控制（下） -特殊控制图及习 题讲解

2022

六西格玛黑带课程培训





目 录

1

累积和控制图

2

指数加权滑动平均控制图

3

预控制

4

习题讲解

两类错误

第一类错误



☐ 虚发警报 α

☐ 过程正常而点子偶然超出控制限外，判断过程异常

第二类错误



☐ 漏发警报 β

☐ 过程异常而点子落在控制限内，不能判断过程异常

常规控制图：先定 α ，再定 β 。
在 3σ 方式下， $\alpha=0.27\%$ ，容易导致漏发警报的概率增加。

累积和控制图 CUSUM

- 常规休哈特控制图存在着对过程小偏移不灵敏的缺陷。
- CUSUM控制图的诞生正是为了解决过程小偏移的质量控制问题。
- 设计思想：用“平均链长”（average run length, ARL）控制两类错误，对过程的判断是以历次观测结果为依据，对观测数据加以累积。这样可以充分利用数据所提供的信息，对发现过程的小偏移特别有效。

累积和控制图 CUSUM

➤ 使用条件：

生产是连续的，按时间次序获得的样本代表了随时间推移的过程质量水平，并且生产过程的质量水平是处在一个稳定的状态；

一旦由于一些异常因素使质量突然发生了变化，那么过程在为调整之前就将维持在这一状态，直到采取措施。

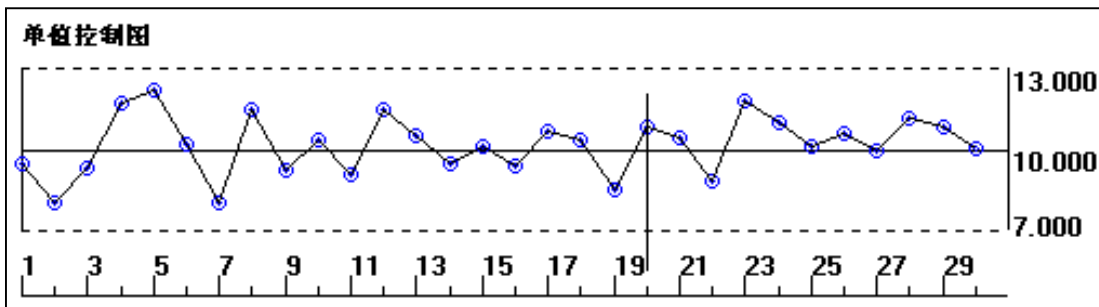
累积和控制图 CUSUM

➤ 示例：

序号	原始观测值	序号	原始观测值	序号	原始观测值
1	9.45	11	9.03	21	10.40
2	7.99	12	11.47	22	8.83
3	9.29	13	10.51	23	11.79
4	11.66	14	9.40	24	11.00
5	12.16	15	10.08	25	10.10
6	10.18	16	9.37	26	10.58
7	8.04	17	10.62	27	9.88
8	11.46	18	10.31	28	11.12
9	9.20	19	8.52	29	10.81
10	10.34	20	10.84	30	10.02

累积和控制图 CUSUM

- 前20个观测值随机地取自均值为 $\mu=10$ 、方差为 $\sigma^2=1$ 的正态分布。
- 后10个观测值随机地取自均值为 $\mu=10.5$ 、方差为 $\sigma^2=1$ 的正态分布

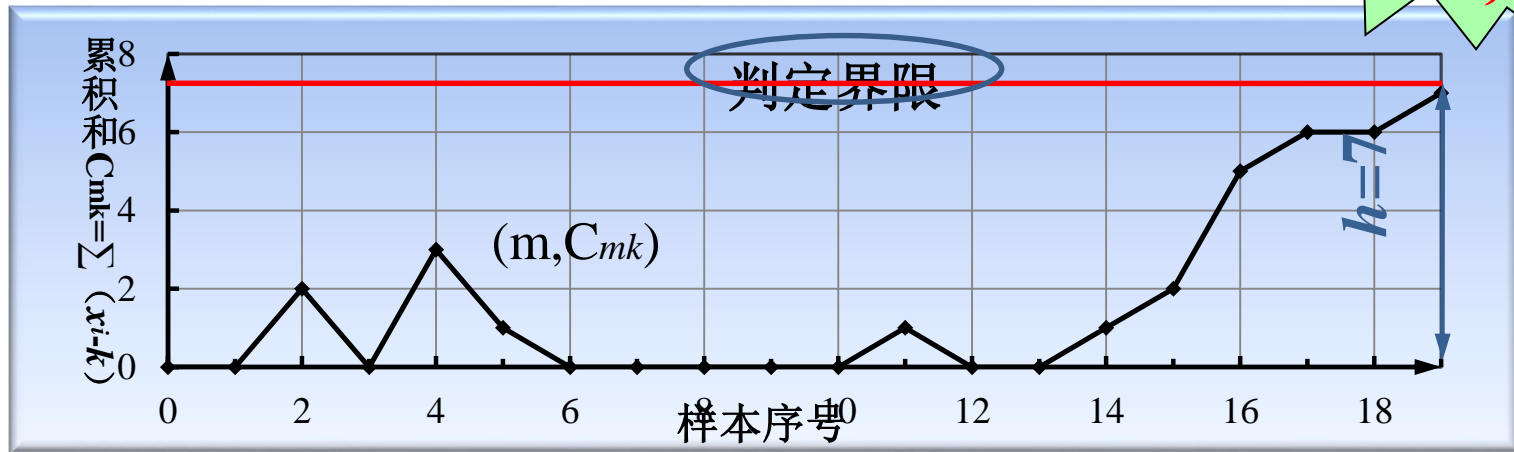


➤ 累积和：概念

逐次抽取容量为n的样本中检出的不合格品数或缺陷数对其参考值的偏差之和

$$C_{mk} = \sum_{i=1}^m (x_i - k)$$

关键参数
(k, h)



➤统计量 C_{mk} ，在过程处于稳态和偏移时的两种情况：

a) 过程处于受控状态， C_{mk} 作为随机变量，应在控制界线下波动

b) 如果过程运行中逐渐失控，那么有两种可能:

一是发生向上偏移，过程均值增大

二是发生向下偏移，过程均值降低

➤判定准则:

对过程是否正常的判定，取决于局部累积和的点（ m ， C_{mk} ）是否落在判定界限内，判定界限有参数 h 来确定

$C_{mk} < 0$ 过程判稳

$C_{mk} > h$ 过程判异

累积和控制图 CUSUM

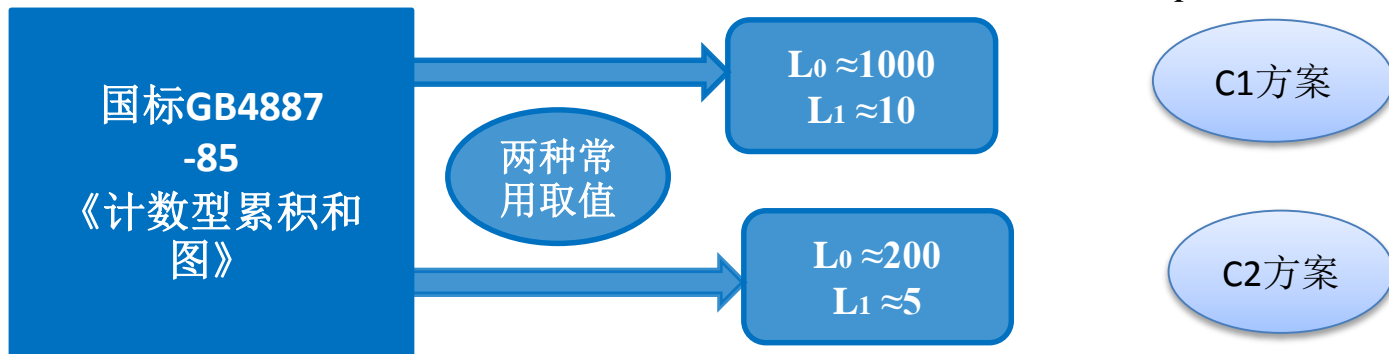
- 平均链长ARL (Average Run Length) : 对某一个确定的质量特性水平, 控制图从开始进行控制直到发出警报信号为止所抽取的平均样本数。
- 过程处于稳态时, 均值控制图的ARL为 $370 = 1/0.0027$, 即过程处于稳态时, 平均每370个样本中会产生一个失控的信号, 即存在一个界外点。
- 显然, 过程处于稳态时, ARL越长越好; 过程出现异常时, ARL越短越好。

➤平均链长（L）：概念

给定的质量水平，累积和控制图从开始到发出警报为止所抽取的平均样本数

➤两种链长：**L₀**：受控过程的平均链长（[AQL]过程不合格品率 p_0 ）

L₁：失控过程的平均链长（[RQL]过程不合格品率 p_1 ）



举例 例子8-4:

项目团队在夹具磨铣工序的过程控制中，每半小时抽检一个样本，按控制测量的要求，产品的不合格品率不应超过6%，并且希望对异常的生产过程能在半天中检测出来，按要求制定累积和控制图。

a) 确定方案:

要求半小时检一次，半天能检出，则 $L_1 < 8$ ，所以选用C₂方案

b) 按规范确定 p_0 和 p_1

规范要求不合格品率不应超过6%，取 $p_1=5\%$ ，根据过去经验取 $p_0=2.1\%$

c) 确定样本大小 n 和控制图参数

从C₂方案中找出与 p_1/p_0 最接近的值为2.3或2.5，取2.5，则可知： $T_0=1.0$ ， $h=5$ ， $k=1.5$ ，样本容量 $n=T_0/p_0=48$ 。

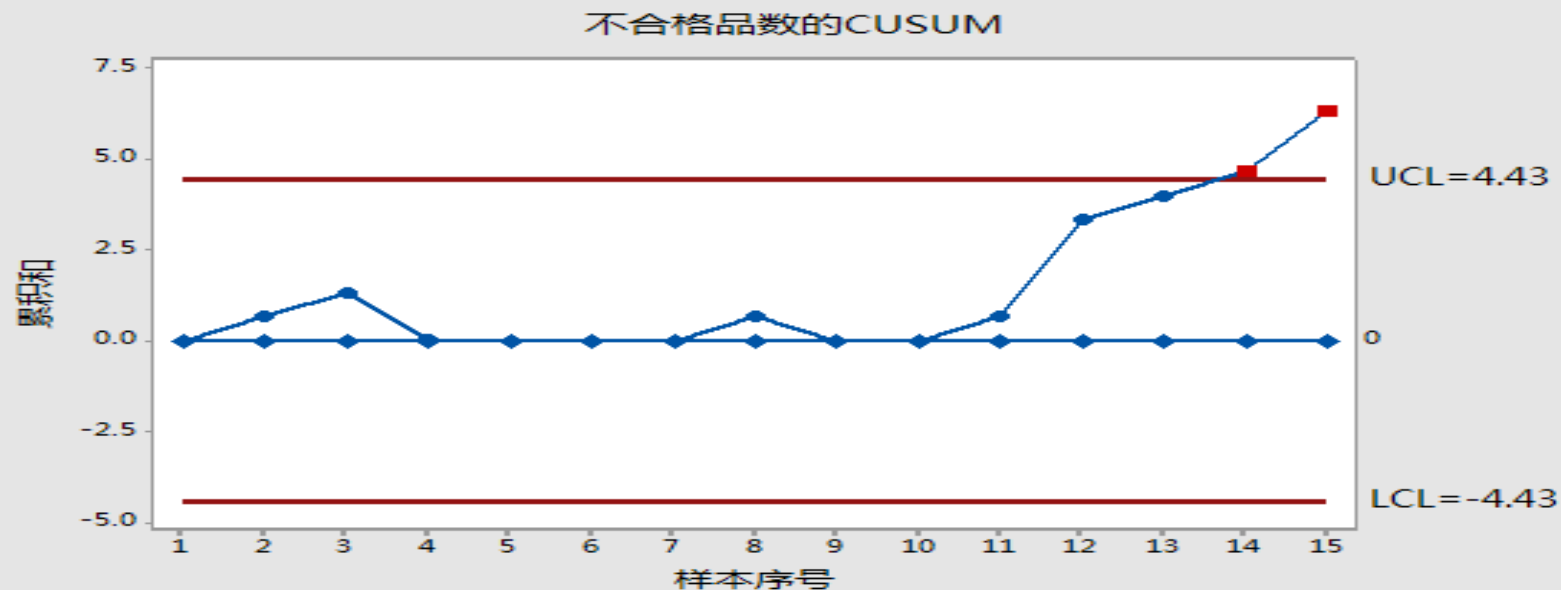


累积和方案的计算 ($k=1.5$, $h=5$)

$$C_{mk} = \sum_{i=1}^m (x_i - k)$$

序号m	不合格品数 x_m	对参考值的偏差 ($x_m - k$)	偏差的累积和 C_m
1	1	-0.5	-0.5*
2	2	0.5	0.5
3	2	0.5	1.0
4	0	-1.5	-0.5*
5	0	-1.5	-1.5*
6	0	-1.5	-1.5*
7	0	-1.5	-1.5*
8	2	0.5	0.5
9	0	-1.5	-1.0*
10	1	-1.5	-0.5*
11	2	0.5	0.5
12	4	2.5	3.0
13	2	0.5	3.5
14	2	0.5	4.0
15	3	1.5	5.5**

累积和控制图



指数加权移动平均控制图 EWMA

- 继1954年佩基 (Page) 提出累积和CUSUM控制图之后，1959年罗伯特 (Robert) 又提出另一种能够有效控制过程小偏移的方法：EWMA(Exponentially Weighted Moving Average，指数加权滑动平均)控制图，同样充分利用了所有的历史数据，且对数据的处理更有特色。

指数加权滑动平均控制图

用来监测过程小偏移的控制图工具，广泛用于小样本检验

指数加权滑动平均控制图的基本原理如下：

设 $x_1, x_2 \dots$ 为相互独立的随机变量，则指数加权移动平均控制图统计量：

$$Z_t = \lambda x_t + (1 - \lambda) Z_{t-1}$$

式中， Z_t 为当前时刻的EWMA统计量，

Z_{t-1} 为上一时刻的EWMA统计量

$Z_0 = \mu_0$ 为EWMA统计量的初值；

x_t 为当前时刻的观测值。



权重因子 λ

当 $\lambda \rightarrow 1$ 时，则 x_t 的权重趋近于 1，此时 Z_t 的值是由 x_t 来确定

当 $\lambda = 1$ 时，指数加权移动平均控制图则演变为常规控制图-单
值 \bar{x} 控制图

EWMA 控制图的控制线为：

$$UCL = \hat{\mu} + 3\hat{\sigma}\sqrt{\lambda/(2-\lambda)}$$

$$LCL = \hat{\mu} - 3\hat{\sigma}\sqrt{\lambda/(2-\lambda)}$$

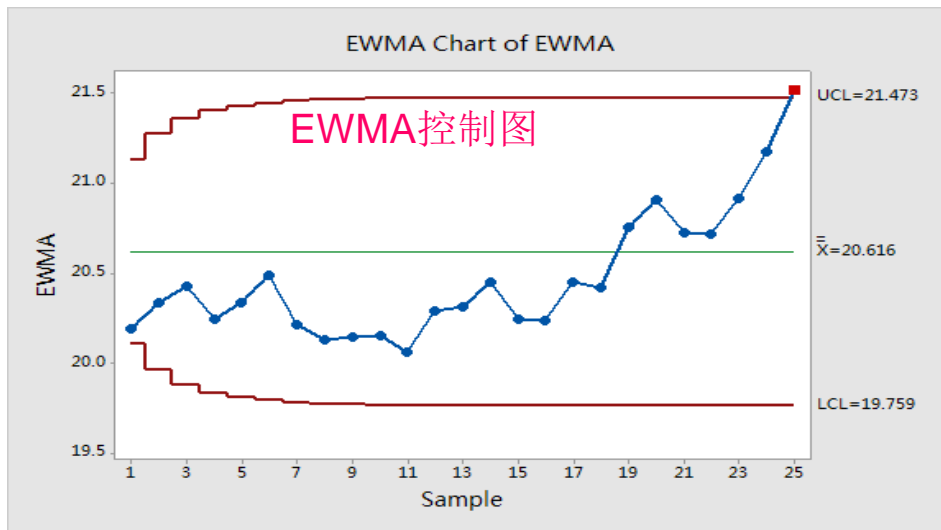
λ 常用取值：0.08、0.10、0.15、0.2



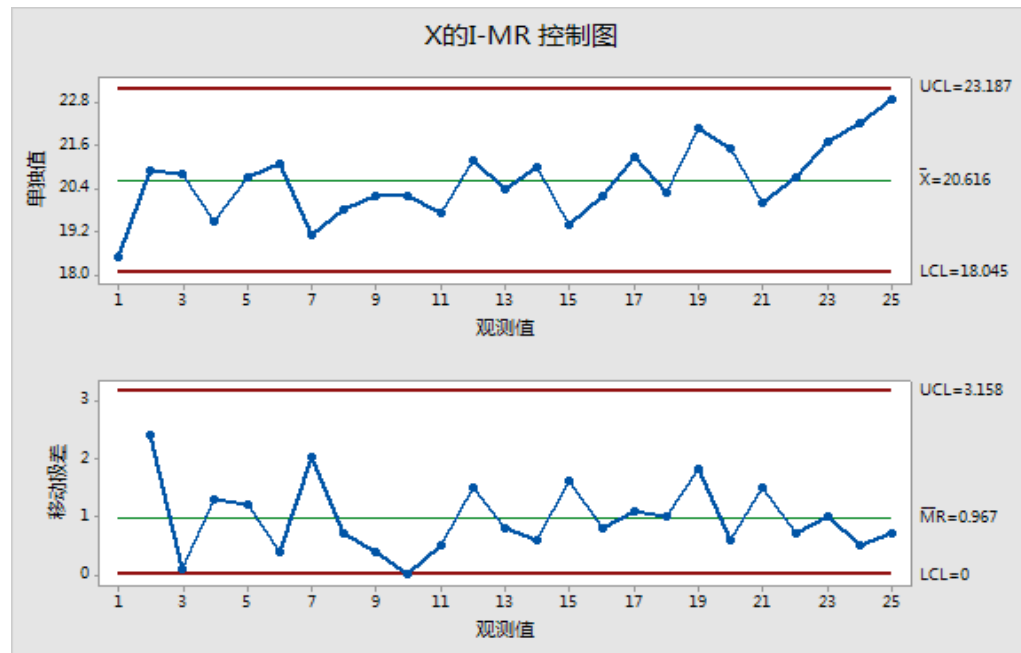
举例：

团队收集了自动化车床的25根轴棍的直径数据（单位：毫米）如下：

18.5、20.9、20.8、19.5、20.7、21.1、19.1、19.8、20.2、20.2、19.7、
21.2、20.4、21.0、19.4、20.2、21.3、22.1、21.5、20.0、20.7、21.7、
22.2、22.9；试分别用EWMA控制图和单值极差图分析生产状况是否异常？

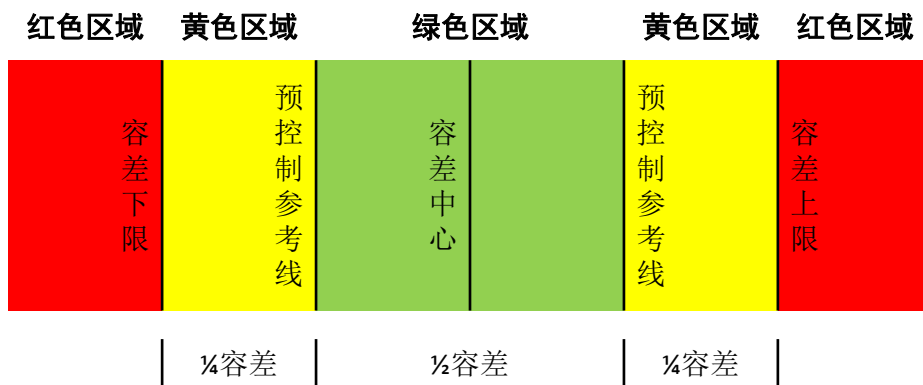


单值-极差图



预控制

- 预控制是一种探测和预防失效的控制图方法
- 采用不同的彩色作为编码，中心区域是绿色的，警戒区域是黄色的，容差范围以外的区域是红色的。



预控制的规则

➤ 规则1:

- 第一个样本落在绿色区域，不用采取行动 - 继续运行

➤ 规则2:

- 第一个样本落在黄色区域，那么检查第二个
- 如果第二个样本落在绿色区域，那么继续运行
- 如果第二个样本落在黄色区域的同一边，那么调整流程设定
- 如果第二个样本落在黄色区域的另一边，那么停止流程调查变异原因

➤ 规则3:

- 任意样本落入红色区域，那么停止流程。调查变异原因，调整或重新设定流程。证明流程合格后回到规则1

预控制

➤ 抽样频率由以下考虑因素决定，例如：

- 流程改变的频率
- 流程自然变化的频率
- 操作者经验

➤ 建议检验频率为：

两次测量之间的分钟数=两次过程调整之间的小时数*10

历年考题1:

在控制图的应用中，可以灵敏地检测出过程均值发生的小偏移的控制图有（ ）

答案：BC

A、平均值和极差控制图

B、累积和（CUSUM）控制图

C、指数加权滑动平均（EWMA）控制图

D、单值和移动极差控制图

历年考题 2:

下面关于积累和控制图（**CUSUM**）的描述，正确的是（ ）

答案 **AC**

- A、累积和控制图对发现过程小偏移更有效**
- B、累积和控制图对发现过程的变异增大更有效**
- C、累积和控制图可以和常规控制图联合使用**
- D、和常规控制图联合使用时，增加累积和控制图后并不会增加原来犯第一类错误的概率**

注：题目换成**EWMA**，答案完全一样



THANK YOU !