

Das Magnetische Moment des Protons

Jonas Wortmann^{1*}

^{1*}Rheinische Friedrich–Wilhelms–Universität, Bonn.

Corresponding author(s). E-mail(s): s02jwort@uni-bonn.de;

Abstract

Es wird das magnetische Moment des Protons in Bezug auf seine historische Bedeutung als erstes Indiz für die Substruktur des Protons erläutert. Dafür wird der experimentelle Aufbau aus 1933 von FRISCH und STERN zur Bestimmung des Protonenmoments erklärt, die Auswertung dargestellt und das Ergebnis in Hinblick auf die damaligen Erwartungen diskutiert. Zu Beginn wird die Entdeckung des Protons durch RUTHERFORD und das magnetische Moment und das Magneton dargestellt. Im Anschluss wird ein Ausblick in aktuelle Forschungsthemen besprochen.

1 Einleitung

Das Protonenmoment ist eine wichtige physikalische Größe, nicht nur im Kontext historischer Betrachtung, sondern auch vor dem Hintergrund der aktuellen Forschung.

Historisch führte das Protonenmoment zu Überlegungen über den Aufbau der Protonen. Durch Messung des magnetischen Moments konnte erkannt werden, dass die damals gängige Theorie des Protons den experimentellen Ergebnissen nicht genügt.

In der aktuellen Forschung findet sich das Protonenmoment vor Allem im Vergleich mit dem Antiprotonenmoment, um Aussagen über die Charge–Parity–Time–Symmetrie (CTP–Symmetrie) und Materie–Antimaterie Asymmetrie zu treffen. Ein großer Anwendungsbereich in der Medizin ist die Magnetresonanztomographie, die es ermöglicht, ohne schädliche Strahlung, Bilder von Gewebe zu erzeugen.

2 Die Entdeckung des Protons

Die Entdeckung des Protons wird im allgemeinen RUTHERFORD um 1920 zugeschrieben.

In einem Experiment um 1913 beschossen RUTHERFORD und MARDSEN ein Gasgemisch (Luft) mit α -Teilchen, um den inneren Aufbau der Atome zu erforschen.

Die α -Teilchen stammen aus einer radioaktiven Probe, deren Teilchenstrahl auf Luft gerichtet ist. Ein Zinksulfidschirm ist um die Luft herum angebracht, welcher als Teilchendetektor dient. Die Entfernung des Schirms von dem Gas ist wesentlich größer als die Reichweite der α -Strahlung, um zu vermeiden, dass diese auf dem Schirm detektiert werden.

Das Ergebnis des Experiments zeigt, dass die α -Teilchen mit der Luft stoßen und dabei Wasserstoffkerne aus dem Gas lösen, welche als Aufblitzen auf dem Schirm beobachtbar sind.

RUTHERFORD wiederholte das Experiment mit Stickstoff. Hierbei konnte er das selbe Aufblitzen wie bei Luft beobachten, woraus er schlussfolgerte, dass Stickstoff aus Wasserstoffkernen bestehen muss.

Die Entdeckung des Protons wird einer Aussage um 1920 von RUTHERFORD zugeschrieben, bei der er seine Beobachtungen aus dem Experiment verallgemeinerte. Er behauptete, dass jedes Atom aus Wasserstoffkernen bestehen musste. Zur

Unterscheidung von ionisiertem Wasserstoff, nannte er diese Bestandteile Protonen.[1][2]

3 Das magnetische Moment und das Magneton

Die klassische Betrachtung des magnetischen Moments des Protons liefert die Stärke und Richtung eines magnetischen Dipols $\mathbf{m} = \frac{1}{2} \int d^3r [\mathbf{r} \times \mathbf{j}(\mathbf{r})]$. Betrachtet man einen Strom der um eine Fläche kreist, so ergibt sich der Ausdruck $\mathbf{m} = I \cdot \mathbf{A}$. Betrachtet man den Kreisstrom, erzeugt von einem geladenen Teilchen auf einer Kreisbahn, so ergibt sich mit $I = q/T$, mit der Periodendauer T und der Ladung q , und der Kreisfläche $|\mathbf{A}| = \pi r^2$ ein Moment von $|\mathbf{m}| = \frac{q}{T} \pi r^2$. Der Bahndrehimpuls eines Teilchens auf einer Kreisbahn wird beschrieben durch $|\mathbf{L}| = \frac{2\pi}{T} m r^2$. Bahndrehimpuls und magnetisches Moment lassen sich also miteinander verbinden zu $|\boldsymbol{\mu}| := |\mathbf{m}| = \gamma |\mathbf{L}| = \frac{q}{2m} |\mathbf{L}|$. Diese Größe wird auch als Magneton bezeichnet.

Die quantenmechanische Betrachtung des Magnetons liefert dann diskrete Werte, die proportional zu den Eigenwerten von \hat{L}_z sind. Wichtig für die folgende Diskussion sind das BOHR'sche Magneton für Elektronen mit der Drehimpulsquantenzahl $\ell = 1$: $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$; und das Kernmagneton, eine gängige Einheit in der Teilchenphysik, für Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$, $\ell = 1$ und der Protonenmasse: $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$.

4 Das Experiment von Otto Robert Frisch und Otto Stern

4.1 Motivation

Die Motivation hinter diesem Experiment ist die Untersuchung des Wasserstoffs mit dem Ziel der Bestimmung des Protonenmoments. Darüber hinaus soll auch eine allgemeine Apparatur zur Messung magnetischer Momente in der Größenordnung eines Kernmagnetons μ_N errichtet werden. Die kürzliche Entdeckung des Ortho- und Para-Wasserstoffmoleküls sind hierfür nützlich und wollen auch untersucht werden.

4.2 Experimenteller Aufbau

Der schematische experimentelle Aufbau ist in Abb. (1) gezeigt. Aus dem Ofen tritt ein

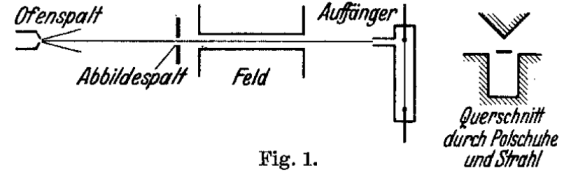


Fig. 1.

Fig. 1 Experimenteller Aufbau (schematisch); Gesamtlänge 30 cm.[3]

Molekülstrahl (H_2) aus, der mit Hilfe eines Abbildespaltens kollimiert wird und in ein inhomogenes Magnetfeld eintritt. In diesem Feld wird der Strahl abgelenkt und die Intensität kann mit Hilfe des Auffängers (Manometer) gemessen werden. Das Feld entsteht durch Polschuhe, deren Querschnitt abgebildet ist. Auf die exakte Anordnung und technische Details wird hier nicht weiter eingegangen. Diese sind ausführlich in der Originalarbeit[3] erklärt.

Im Folgenden werden die Anforderungen und Schwierigkeiten aufgeführt. Der Strahl muss aufgrund der kleinen magnetischen Momente äußerst lang und schmal sein, damit die Abweichungen aufgrund der Feldeinwirkung entsprechend groß und genaue Messungen möglich sind. Der kleinste im Experiment verwendete Strahl hat einen Durchmesser von circa $0.03 \text{ mm} = 30 \mu\text{m}$. Wichtig sind große Inhomogenitäten im Feld. Diese liegen im Bereich von circa 22 T/cm . Für einen Strahl mit einem magnetischen Moment von einem Kernmagneton ist dann eine Abweichung von $s = 0.0044 \text{ mm} = 4.4 \mu\text{m}$ zu erwarten.

Besondere Schwierigkeiten ergeben sich aus der Natur des Molekülstrahls (H_2). Die Moleküle im Strahl sind MAXWELL-verteilt, was dazu führt, dass sie unterschiedliche Geschwindigkeiten haben und dadurch unterschiedlich starke Ablenkungen erfahren. Aus diesem Grund kann die Ablenkung – alleine verursacht durch das magnetische Moment – nicht abgelesen werden, sondern muss aus der Intensitätsverteilung des Strahls berechnet werden. Solch kleine Intensitäten können mit Hilfe sehr empfindlicher Manometer gemessen werden. Technische Details sind in der Originalarbeit[3] zu finden.

4.3 Erwartungen

Die Erwartung an das Experiment gibt für das Protonenmoment einen Wert von $\mu_p = 1 \cdot \mu_N = 1 \cdot \frac{e\hbar}{2m_p}$ an. Diese Erwartung beruht auf der Annahme, dass das Proton ein elementares DIRAC-Teilchen ist; also punktförmig und ohne innere Struktur. Diese Annahme liegt in anbeacht des wissenschaftlichen Standes sehr nahe, da unter anderem das Elektron passend durch die DIRAC'sche-Theorie beschrieben ist.

Der Wert des Protonenmoments sollte sich also, nur aufgrund des Massenunterschieds, um einen Faktor von circa 1840 von dem des Elektrons unterscheiden.[3]

4.4 Durchführung & Auswertung

Das Gesamtmoment des H_2 ist eine Zusammensetzung aus dem Rotationsmoment und dem Kernmoment. Das Kernmoment ist nicht exakt das Protonenmoment, da es sich hier um das H_2 -Molekül handelt; das Protonenmoment kann aber aus dem Kernmoment berechnet werden.

Die Beobachtung und Auswertung werden an Ortho- und Parawasserstoffmolekülen durchgeführt, da ihre magnetischen Eigenschaften hilfreich zur Bestimmung der einzelnen Momente sind.

Das H_2 -Molekül hat, aufgrund des PAULI-Prinzips, zwei mögliche Spinanordnungen. In Ortho- H_2 ist die Ausrichtung $|\uparrow\uparrow\rangle$ zu finden; in Para- H_2 $|\uparrow\downarrow\rangle$. Die Auswirkung davon ist, dass Ortho- H_2 ein Kernmoment ungleich null und Para- H_2 ein Kernmoment gleich null hat. Für beide Arten des Moleküls erwartet man daher unterschiedliche Aufspaltungsbilder. In Abb. (2) ist dies beispielhaft für Ortho- H_2 gezeigt. Dabei

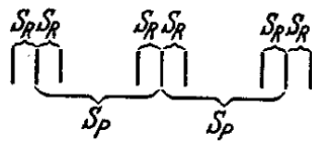


Fig. 9. Aufspaltungsbild von Orthowasserstoff

Fig. 2 Das Aufspaltungsbild von Ortho- H_2 . [3]

beschreibt S_R die Aufspaltung aufgrund des Rotationsmoments und S_P die Aufspaltung aufgrund des Kernmoments.

Ziel dieser Auswertung ist die Bestimmung des Kernmoments, um Rückschlüsse auf das Protonenmoment zu ziehen. Dafür muss das Rotationsmoment von H_2 bestimmt werden, um dieses im Anschluss von dem Gesamtmoment zu subtrahieren. Die Berechnung folgt aus der Intensitätsverteilung von Para- H_2 (zu sehen für gewöhnliches H_2 in Abb. (3)), da eine Bestimmung durch direkte Auswertung der Ablenkung des Strahls aufgrund der Messgenauigkeit nicht möglich ist. Para- H_2 wird deshalb verwendet, weil sein Kernmoment null ist und daher das Gesamtmoment nur aus dem Rotationsmoment besteht.

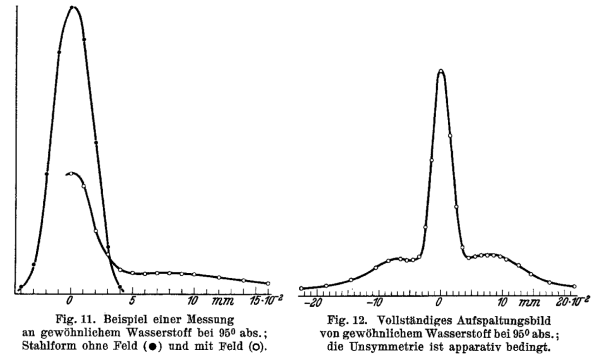


Fig. 3 Intensitätsverteilung des Molekülstrahls. Rechts ist eine Vergrößerung. [3]

Para- H_2 ist BOLTZMANN-verteilt, was bedeutet, dass 73% der Moleküle die Rotationsquantenzahl $n = 0$ und 27% $n = 2$ haben. Für den Anteil mit $n = 0$ ergibt sich keine Ablenkung, was dem Peak der Intensitätsverteilung um die Ablenkung von 0 mm entspricht (s. Abb. 3). Für den Anteil mit $n = 2$ ergibt sich eine Aufspaltung aufgrund der Aufhebung der Entartung. Man erhält dann jeweils Anteile der Intensitäten von $\frac{1}{5}$ für $m_n \in \{-2, -1, 0, +1, +2\}$ die je ein abiträres Rotationsmoment ($-$ quant) von $m_n \cdot \mu_R$ besitzen. Es ergibt sich also ein analoges Bild zu Abb. (2) nur mit 5 anstatt 9 Intensitätsmaxima.

Dieses Rotationsmoment μ_R wird dann wie folgt bestimmt. Man berechnet eine erwartete Intensität für ein gewähltes μ_R und vergleicht diese dann mit der tatsächlich gemessenen Intensität. Stimmen diese Intensitäten nicht überein,

so wird μ_R weiter variiert. Für ein ausgezeichnetes μ_R , was genau dem Rotationsmoment des Molekülstrahls entspricht, sind diese Intensitäten gleich.

Das Rotationsmoment von Para- H_2 ergibt sich dann zu $\mu_R \lesssim \mu_N$. Dieses Rotationsmoment ist auch der Wert für gewöhnliches H_2 . Misst man also das Gesamtmoment über die selbe Methode so kann das Kernmoment von H_2 berechnet werden.[3]

4.5 Ergebnis

Die im vorigen Abschnitt diskutierte Auswertung gibt für das magnetische Moment des Protons einen Wert von $3\mu_N \leq \mu_p \leq 5\mu_N$. Dieses Ergebnis ist nicht mit der Erwartung von $\mu_p = \mu_N$ vereinbar [3]. Aus moderner Forschungsperspektive ist dieser Wert hingegen sehr gut zu erklären. Das Proton ist kein elementares Punktteilchen, sondern ein aus Quarks zusammengesetztes Teilchen (u, u, d). Das Protonenmoment berechnet sich also aus dem Moment der Quarks mit $\mu_p = \frac{3}{4}\mu_u - \frac{1}{3}\mu_d \approx 2.792\mu_N$ [4].

Obwohl dieses Ergebnis in der Originalarbeit noch nicht gedeutet werden konnte, ist es ein wichtiges Ereignis, bei dem die Struktur des Protons erstmals in Frage gestellt wurde.

5 Die Substruktur des Protons

Eine genaue Betrachtung der Substruktur von Teilchen haben zum ersten Mal GELL-MANN[5] und ZWEIG[6] 1964 unabhängig voneinander angestellt.

GELL-MANN[5] stellt ein Modell dar, indem Teilchen aus anderen Teilchen, namentlich *Quarks*, aufgebaut werden können. Es ergibt sich, dass Baryonen aus einer ungeraden Anzahl an Quarks, also (q, q, q) , (q, q, q, q, \bar{q}) etc. und Mesonen aus einer geraden Anzahl, also (q, \bar{q}) , (q, q, \bar{q}, \bar{q}) etc. aufgebaut werden können. Er zeigt, dass der von ihm beschriebene *Eightfold Way* zur Kategorisierung von Teilchen mit seinem Quark-Modell vereinbar ist.

Eine analoge, allerdings nicht auf dem *Eightfold Way* beruhende Erklärung wird auch von ZWEIG[6] geliefert. In seiner Ausarbeitung stellt er diese Elementarteilchen als *Aces* vor.

Diese Modelle wurden kurz nach Veröffentlichung beider Arbeiten am SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) Experiment

bestätigt.[7] Bei Elektron – Proton Streuung wurde der Formfaktor gemessen, welcher ergab, dass die Ladungsverteilung innerhalb des Protons punktförmig sein musste. Dieses Ergebnis wurde in einer Ausarbeitung von BLOOM, et al. [7] diskutiert und diese punktförmige Ladungsverteilung wurde mit den Quarks von GELL-MANN identifiziert.

6 Aktuelle Forschung

In der modernen Forschung findet das Protonenmoment eine große Bedeutung, vor Allem im Hinblick auf die CPT-Symmetrie und Materie-Antimaterie Asymmetrie. Anwendung findet das Protonenmoment in der Medizin, genauer in der Magnetresonanztomographie.

Am BASE im Cern[8] wird mit Hilfe von zwei PENNING-Fallen das magnetische Moment des Antiprotons gemessen und mit dem magnetischen Moment des Protons verglichen. Dabei können die Zyklotronfrequenz und LAMORpräzession jeweils separat gemessen werden, um eine möglichst hohe Auflösung zu erreichen. Es wird nach Diskrepanzen gesucht, die zu möglichen Symmetriebrechungen führen könnten. Bisher sind die Momente beider Teilchen innerhalb der Fehlergrenzen identisch.

Das MRT beruht auf der Spin-Gitter und Spin-Spin Relaxation der Protonen in einem (organischen) Material. Die Spins werden mit Hilfe eines homogenen Magnetfeldes ausgerichtet und anschließend durch Impulse magnetischer Wechselfelder ausgelenkt. Diese Auslenkung ruft zwei Effekte hervor: Die Spin-Gitter Relaxation, bei der sich die Protonenspins langsam entlang der homogenen Magnetfeldlinien ausrichten und dabei eine Änderung der Magnetisierung in der zum Feld orthogonalen Ebene gemessen werden kann; und, die Spin-Spin Relaxation, bei der eine abnehmende Magnetisierung innerhalb der orthogonalen Ebene gemessen werden kann, die aufgrund der unterschiedlichen Präzessionsgeschwindigkeiten der Protonenspins zustande kommt. Bei beiden Relaxationsprozessen wird eine Magnetisierung gemessen, die computergestützt in Bilder von Spindichten umgewandelt werden kann. Diese geben Aufschlüsse über die Beschaffenheit der untersuchten Probe.

References

- [1] Campbell, J.: Rutherford, transmutation and the proton. <https://cerncourier.com/a/rutherford-transmutation-and-the-proton/>.
Letzter Zugriff: 2024-10-27 (8. May 2019)
- [2] Rutherford, P.S.E.: Collision of α particles with light atoms. an anomalous effect in nitrogen. The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **37**, 581–587 (1919)
- [3] Otto Robert Frisch, O.S.: Über die magnetische ablenkung von wasserstoffmolekülen und das magnetische moment des protons. Zeitschrift für Physik **85**, 4–16 (1933)
- [4] CODATA: Proton magnetic moment. https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?mup|search_for=magnetic+moment+proton.
Letzter Zugriff: 2024-10-27 (2022)
- [5] Gell–Mann, M.: A schematic model of baryons and mesons. Physics Letters **8**, 214–215 (1964)
- [6] Zweig, G.: An su_3 model for strong interaction symmetry and its breaking. CERN **CERN-TH-401**, 1–24 (1964)
- [7] Bloom, *et al.*: Observed behavior of highly inelastic electron–proton scattering. Phys. Rev. Lett. **23**, 935–939 (1969)
- [8] CERN: Summary BASE CERN. <https://home.cern/science/experiments/base>.
Letzter Zugriff: 2024-11-02