physik311 | Notizen

Jonas Wortmann

October 9, 2023

Contents

1 Einführung

Licht ist eine elektromagnetische Welle. Die Wellenlänge ist im Bereich von 400 nm bis 800 nm, das entspricht einer Frequenz von 750 THz bis 375 THz. Ein Lichtpuls kann nie kürzer als ein Zyklus sein.

1.1 Lichtquellen

- Lampe: Inkoherentes („ungeordnetes“) Licht
- Laser: Koherentes („geordnetes“, auch Wellen in „gleichschritt“) Licht

2 Die elektromagnetische Theorie des Lichts

Für diesen Fall betrachtet man nur die Lichtausbreitung in großer Entfernung von allen Quellen. Also ist $\rho = 0$ und $\vec{j} = 0$. Die Maxwell–Gleichungen sind dann

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0 \tag{2.1}$$
$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{2.2}$$
$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.3}$$
$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \tag{2.4}$$

In Materialien gilt dann

$$\vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E} \tag{2.5}$$
$$\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}. \tag{2.6}$$

Hier ist ε die Dielektrizitätskonstante und μ die relative Permeabilität (in der Optik ist sie üblicherweise 1).

$$\operatorname{rot}\left(\operatorname{rot}\vec{E}\right) = \underbrace{\operatorname{div}\left(\operatorname{div}\vec{E}\right)}_{=0} - \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\right)\vec{E} \qquad \mid \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{\nabla}\right) = \operatorname{div}\operatorname{grad} = \triangle \tag{2.7}$$
$$= \operatorname{rot}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right). \tag{2.8}$$

Mit $\operatorname{rot}\vec{B} = \varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ folgt

$$\triangle \vec{E} = \varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \tag{2.9}$$

Dies ist die **Wellengleichung** für das elektrische Feld. Man erwartet eine Ausbreitungsgeschwindigkeit mit

$$v_{\text{ph}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu\varepsilon_0\mu_0}} \equiv \frac{c}{n}, \tag{2.10}$$

wobei $c = \sqrt{\varepsilon_0\mu_0}^{-1}$ die Vakuumslichtgeschwindigkeit und $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ der Brechungsindex ist. Dann lässt sich die Wellengleichung wie folgt schreiben

$$\triangle \vec{E} = \frac{1}{v_{\text{ph}}^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \overset{\text{Vakuum}}{=} \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \tag{2.11}$$

Eine analoge Rechnung kann auch für das $\vec{B}$–Feld verwendet werden.

2.1 Einfachste Lösung der Wellengleichung: Ebene elektromag. Welle

Hier wird die Lichtausbreitung nur entlang einer Koordinate (z.B. z) betrachtet. Also ist $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}(z,t)$, bzw. $\frac{\partial \vec{E}}{\partial x} = \frac{\partial \vec{E}}{\partial y} = 0$. Die Wellengleichung vereinfacht sich dann zu

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \tag{2.12}$$

Mit $\operatorname{div} \vec{E} = 0$ folgt für ebene Wellen $\frac{\partial E}{\partial z} = 0$, also ist $E_z = \text{const.}$.

Jetzt wählt man die Randbedingungen, dass $E_z = 0$. Also ist $\vec{E} = \begin{pmatrix} E_x(z) \\ E_y(z) \\ 0 \end{pmatrix}$. Die Lösung der Wellengleichung ist dann

$$\vec{E}(z,t) = \vec{E}_0 \cos(kz - \omega t) \tag{2.13}$$

$$= \vec{E}_0 \cos(k(z - ct)), \tag{2.14}$$

wobei $\frac{\omega}{k} = c$, mit $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ der **Wellenzahl** (λ der Wellenlänge) und E_0 der Amplitude.