Klausurvorbereitung | physik221

Stella Hoffmann, Jonas Wortmann

July 5, 2023

Contents

1 Quickies

1.1 Übungszettel

1. Wie ist die Lagrange–Funktion definiert?
2. Wie wird die Wirkung aus der Lagrange–Funktion definiert?
3. Wie lauten die Euler–Lagrange–Gleichungen?
4. Welche Eigenschaften muss die Lagrange–Funktion erfüllen, damit die Gesamtenergie erhalten ist?
5. Welche Zwangsbedingungen gelten in Kartesischen Koordinaten für die folgenden Beispiele?
   a) Ein Massenpunkt hängt an einem nicht dehnbaren Faden.
   b) Ein Gummiball springt auf dem Boden.
6. Wie viele Erhaltungsgrößen hat das Kepler–Problem?
7. Welche sind dies?
8. Wie lautet die Hamilton–Funktion?
9. Wie lauten die Bewegungsgleichungen im Hamilton–Formalismus?
10. Wie lauten die Kepler'schen Gesetze?
11. Wann ist der Drehimpuls erhalten?
12. Wie ist der Trägheitstensor eines Systems aus N Massenpunkten definiert?
13. Was sind Hauptträgheitsmomente?
14. Wie lautet der Satz von Steiner?
15. Wie viele Koordinaten werden benötigt, um die Bewegung eines starren Körpers zu beschreiben?
16. Nenne 3 Scheinkräfte.
17. Wie lautet Newtons Theorem?
18. Wie lauten die Euler–Gleichungen?

1.2 2022 Klausur I

1. Wie viele und welche Erhaltungsgrößen gibt es im Zentralkraftproblem im Allgemeinen? Woraus folgen diese Erhaltungsgrößen?

2. Welche weitere Erhaltungsgröße findet man beim Keplerproblem und welche Funktion mit zentraler Bedeutung für das Keplerproblem kann hieraus leicht berechnet werden?

3. Wie ist die Lagrange–Funktion definiert und wie lauten die Euler–Lagrange–Gleichungen?

4. Was ist das Hamilton'sche Prinzip? Wie ist die Wirkung definiert?

5. Betrachten Sie eine Lagrange–Funktion mit generalisierten Koordinaten $q : \mathcal{L} = \mathcal{L}(q, \dot{q}, t)$. Was sind zyklische Koordinaten und wie stehen diese in Zusammenhang mit den Euler–Lagrange–Gleichungen?

6. Was ist eine Legendre–Transformation? Berechnen Sie aus $f(x) = ax^2$ die zugehörige Legendre–Transformierte $g(y)$ mit $y = \frac{\partial f}{\partial x}$.

7. Wie lautet das Neother–Theorem, wenn die Lagrange–Funktion unter einer kontinuierlichen, stetig differenzierbaren Koordinatentransformation bis auf eine Eichtransformation invariant ist?

8. Wie sind Poisson–Klammern definiert? Wie lauten die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen, ausgedrückt durch Poisson–Klammern?

9. Zeige, für welche a, b die Transformation $Q = q^a \cos(bp), P = q^a \sin(bp)$ kanonisch ist.

1.3 2022 Klausur II

1. Erläutern Sie kurz die drei Newton'schen Axiome.

2. Was sagt das Noether–Theorem im Lagrange–Formalismus aus?

3. Wie lautet die totale zeitliche Ableitung $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$ einer Funktion $f(q,p,t)$? Drücken Sie $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}$ durch die Hamilton–Funktion aus und zeigen Sie, dass sich das Ergebnis kompakt mit Hilfe der Poisson–Klammern schreiben lässt. Wann ist f eine Erhaltungsgröße wenn sie nicht explizit zeitabhängig ist?

4. Berechne aus $f(x) = ax^2$ die zugehörige Legendre–Transformation $g(y)$ mit $y = \frac{\partial f}{\partial x}$.

5. Wie ist der Trägheitstensor eines starren Körpers bestehend aus N Punktmassen definiert?

6. Untersuche ob folgende Kraftfelder konservativ sind (c_i sind Konstanten, x, y, z sind Ortskoordinaten, t ist die Zeit)

   i. $\vec{F}_1 = c_1 \left(x^2 z, xy, xz\right)^T$

   ii. $\vec{F}_2 = c_2 \left(y^3 z, 3xy^2 z, xy^3\right)^T$

   iii. $\vec{F}_3 = c_3 t^2 \left(x^2 \sqrt{z} \tan(xyz), \sqrt{y} z^5, x^{3/2} \cos y\right)^T$

7. Wann ist die Anwendung der Störungstheorie sinnvoll?

8. Betrachten Sie die Bewegungsgleichung $\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = \varepsilon \zeta \, \mathrm{i} \, x^2(t) + O(\varepsilon^2)$ des anharmonischen Oszillators, die für alle Werte ε eine Lösung besitzen soll. Skizzieren Sie (ohne explizite Rechnung), wie man vorgehen muss, um für diese inhomogene Differenzialgleichung mit beliebig fixierten Anfangsbedingungen perturbativ eine explizite Lösung für $x(t)$ bis zur ersten Ordnung in ε zu finden.

9. Zeigen Sie, für welche a, b die Transformation $Q = q^{a/2} \sin(bp), P = q^{a/2} \cos(bp)$ kanonisch ist.

1.4 2021 Klausur I

1. Geben Sie die Euler–Lagrange Gleichungen zu einer Lagrangefunktion $\mathcal{L}(q, \dot{q}, t)$ an.
2. Zeigen Sie die Energieerhaltung bei der eindimensionalen Bewegung in einem Potential $U(x)$ ausgehend von der Newton'schen Bewegungsgleichung $m\ddot{x} = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x}$.
3. Es sei die Zwangsbedingung $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} = 1$ für eine Bewegung gegeben. Was bedeutet diese Bedingung geometrisch? Berechnen Sie die zugehörige Zwangskraft Z.
4. Zeigen Sie, dass für eine Lagrange–Funktion $\mathcal{L}(q, \dot{q})$, die nicht explizit von der Zeit abhängt, auf der physikalischen Bahnkurve $q(t), \dot{q}(t)$ (welche die Bewegungsgleichung erfüllt) gilt $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\mathcal{L} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}\dot{q}\right) = 0$.
5. Was bedeutet es, wenn eine Variable q zyklisch ist? Was gilt dann für den kanonischen Impuls p bezüglich der Variablen q?
6. Welche Erhaltungsgrößen hat das Keplerproblem?
7. Wie lauten die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen allgemein?
8. Wie sind die Poissonklammern definiert?
9. Wie ist das Skalarprodukt im Minkowski–Raum definiert? Geben Sie den metrischen Tensor im Minkowski–Raum in Matrixform an.
10. Wie lautet die relativistische Energie–Impuls–Beziehung?
11. Wie hängt die Rotationsenergie mit dem Trägheitstensor zusammen?
12. Was besagt der Satz von Steiner? (Formel angeben).

1.5 2019 Klausur I

1. Wie lauten die Newton'schen Axiome?

2. Zeigen Sie, dass für den Drehimpuls $\vec{L}$ im Zentralpotential $\frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t} = 0$ gilt.

3. Was ist das Hamilton'sche Prinzip? Wie ist die Wirkung definiert?

4. Was besagt das Neother–Theorem im Lagrange–Formalismus?

5. Wann ist eine Verschiebung der Frequenz bei der Störungstheorie eines anharmonischen Oszillators notwendig? Was passiert wenn man diese nicht berücksichtigt?

6. Wie lautet der Satz von Steiner?

7. Wie lauten die Hamilton'schen Bewegungsgleichungen?

8. Wie lautet die totale zeitliche Ableitung einer Funktion $f(q, p, t)$ ausgedrückt durch Poisson–Klammern? Wann ist f eine Erhaltungsgröße, wenn sie nicht explizit zeitabhängig ist?