

基于博弈论和优化理论的机场出租车问题研究

摘要

通常,飞机需要同出租车等工具结合,共同组成完整的交通出行方案。本文聚焦机场出租车系统,研究出租车送客出发后的选择、出租车上车点设置以及短途出租车优先权问题。

针对**问题一**,我们选取了机场等待成本、机场期望载客收益、空载成本、空返途中期望载客收益 4 个影响司机收益的因素。因素的量化融入了到港旅客数量、排队出租车数量等动态条件和机场出租车调度策略等潜在影响,并进一步建立**单位时间收益模型**。接着,建立**博弈模型**分析司机的决策。博弈模型以司机、客观条件为参与者,以排队等待、空载返回和理想情况、非理想情况分别作为参与者的策略空间,以单位时间收益模型为效用函数。接着,使用**效用相等法**求解博弈模型,根据纳什均衡点的收益情况,为司机提供选择策略:若排队等候的期望收益小于空载返回的期望收益,则应选择空载返回;否则,应该选择排队等候载客。

针对**问题二**,以广州白云机场 T2 航站楼为研究对象,基于博弈模型,分析 2019 年 9 月 13 日 8:00-12:00 期间司机的选择。在到港航班数、航班平均旅客数、出租车定价等实际数据,分别从车流和客流 2 个方面确立机场情况、流量分配、时间间隔、排队规则、服务能力 5 项基本假设,以建立**动态仿真模型**。我们仿真得到 4 小时内 240 位司机的效用矩阵,结果表明:该时段,司机中 77.50% 选择排队,22.50% 空载返回,能够合理反映司机倾向更大利益方案的事实。分析表明,模型对初始出租车/乘客数量的依赖性可忽略不计,对单位时间候车人数增加值、航班班次分布具有较大依赖性。当单位时间候车人数增加值由 1 提高到 2 时,司机等待率由 31.25% 提高到 53.75%;当航班以均匀间隔到达,司机等待率由 77.50% 提高到 97.92%。

针对**问题三**,我们先结合图像分析 3 类机场出租车排队服务系统:单点式、多点并列式、多点纵列式,分析表明仅有多点并列式适合优化。我们用司机和乘客排队时间成本之和表征排队服务系统的效率,并以此为优化目标。基于多点并列式场景的超车特征,将其转化为多点纵列式考虑,并建立**排队模型**。接着,通过分析模型数学特征和场景实际情况,分析列举法求解的合理性。最后,将问题二仿真结果和白云机场 T2 航站楼实际情况代入模型,求解得知设置 3 个上车点能使其出租车系统获得最优效率。

针对**问题四**,我们假定机场出租车系统车辆不变,引入 0-1 变量表示是否给予特定车辆优先权。被给予优先权的车辆因节省等待成本而获得一定的潜在收益。因此,总收益包括载客收益和优先权带来的潜在收益。为使不同出租车的收益尽可能均衡,我们以总收益的方差作为优化对象,建立**非线性规划模型**。接着,我们使用**模拟退火算法**求解该规划模型。我们仿真了 50 位司机的情况,在应用上述模型分配优先权后,司机总收益的方差由 270.129 大幅下降到 34.8147,极大程度地促进了司机收益的均衡。

关键字: 博弈模型 动态仿真 排队模型 非线性规划 模拟退火

一、问题重述

1.1 问题背景

随着交通运输事业的飞速发展，飞机已成为常见的交通工具。作为干线交通工具，飞机需要与其他支线交通工具相互结合，以提供便捷的出行体验。出租车便是主要的支线交通工具之一。

从司机角度考虑，通常情况下，出租车司机接送乘客到机场后，面临两个选择：一是进入蓄车池排队，等待接送到港乘客返回市区；二是直接空载返回市区拉客。前者的等待时间取决于排队出租车数量和旅客数量，需付出一定的等待时间成本。后者需要付出一定的空载成本，亦可能损失潜在的载客收益。因此，如何根据航班数量、“蓄车池”内已有车辆信息等作出决策，将在某种程度上影响司机的收益情况。

从机场角度考虑，如何合理地在乘车区设置上车点，以减少出租车排队载客和乘客排队乘车时耗，对提高乘客出行效率和机场交通运转效率至关重要。

此外，如何平衡短途和长途出租车在机场排队载客的优先级，亦与行业公平、交通效率息息相关。

1.2 问题描述

1. **问题一：**分析并确定影响出租车司机决策的因素，综合考虑出租车司机的收益和机场乘客数量的变化规律，建立出租车司机选择决策模型，并为司机提供选择策略。
2. **问题二：**收集国内某一机场及其所在城市的出租车数据，为该机场出租车司机提供选择方案，并分析决策模型的合理性以及对各相关因素的依赖程度。
3. **问题三：**为某个“乘车区”具有两条并行车道的机场提供“上车点”设置方案，在确保车辆行驶和乘客安全的前提下，使机场总的乘车效率最高。
4. **问题四：**为机场管理部门提出一个可行的“优先”安排方案，给予短途载客返回的出租车一定的“优先权”，使得这些出租车的收益尽量均衡。

二、问题分析

2.1 问题一

对于问题一，出租车司机的决策是为了尽可能获取更多的收益。首先，我们需要分析确定影响出租车司机决策的因素。出租车司机到达机场后，存在“排队等待”和“空载返回”两种选择，因此，需要充分考虑每种选择关联的因素。同时，由于到港旅客数量

和蓄车池车辆是影响机场等待时间的重要因素，在量化等待相关因素时，需要融入这两项指标。司机的决策过程存在明显的博弈，另一博弈对象是客观条件，因此，我们可以建立博弈模型评估司机的决策。根据博弈模型的求解结果，我们可以得到司机做出选择的期望收益。通过比较两种选择期望收益的大小，为司机提供最优的选择策略。

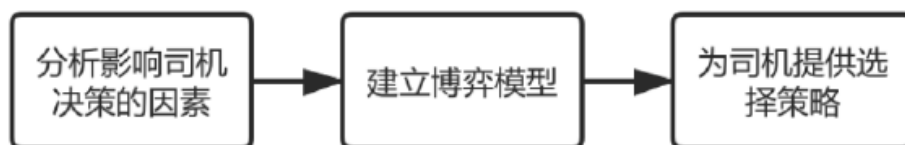


图 1 问题一分析

2.2 问题二

要分析特定机场出租车司机的选择，首先需要收集该机场及所在城市出租车的相关数据。进一步，立足机场情况和实际数据，建立动态仿真模型，结合问题一的博弈模型，可以仿真得到司机的选择方案和收益情况。通过调整模型的参数，根据司机群体选择的变化情况分析模型的合理性和对相关因素的依赖性。



图 2 问题二分析

2.3 问题三

要讨论上车点的设置问题，需要先分析各种常见的机场出租车排队服务系统。结合实际，从中找出可供优化的服务系统模式。接着，我们需要量化服务系统的服务效率，这是优化的基础。随后，结合排队论相关理论，建立排队模型，以服务效率最优为目标进行优化。

2.4 问题四

获得优先权的出租车能够比正常排队的出租车更快载客，其能节省在机场排队等待的时间成本，因此具有一定的潜在收益。这部分潜在收益也应该加入到司机的总收益当中。数值是否均衡可通过方差表征，为使不同出租车的收益尽可能均衡，可将司机总收

益的方差视为优化对象，建立非线性规划模型。考虑到模型的复杂性，可采用模拟退火算法进行求解。

三、模型假设

1. 假设市区交通能正常运行, 且出租车司机对市区及周边道路均较为熟悉。
2. 假设司机的首要目标是效益的最大化，并能根据效益做出理性的决策。
3. 假设我们搜集到的数据是真实可信的。
4. 不考虑季节、恶劣天气、交通事故等对通行能力的影响。

四、符号说明

表 1 符号说明

符号	含义
T_v	等待时间
C_w	机场等待成本
T_w	机场期望载客收益
C_e	空载成本
E_e	空返途中期望载客收益
u	单位时间收益
G_1	司机排队时间成本
G_2	乘客排队成本

五、模型的建立与求解

5.1 问题一

司机的选择受多个方面因素的影响，需要全面综合考虑，以满足综合效益最优这一决策目的。为了给司机提供策略方案，我们需要先分析影响司机收益的因素，再评价不同选择的收益，最终根据收益对比情况提供选择策略。

5.1.1 影响因素

出租车司机载客到达机场后，有两种选择：一是排队等待；二是空载返还。两种选择各自都涉及一个成本型因素和一个效益型因素。因素的量化需要充分融入蓄车池内排队车辆数量和旅客数等动态条件。

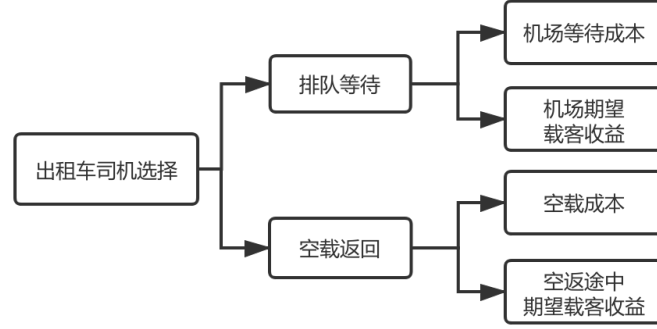


图3 决策影响因素

A. 排队等待

若出租车司机决定在机场等候载客返回市区，则根据规则，其必须驾车进入“蓄车池”等候。在机场相关管理人员的指挥下，按照“先来后到”顺序排队进场载客。出租车排队等候时间受排队出租车和乘客数量等的影响，等候过程会付出一定的时间成本，等候之后也会获得一定的载客收益。

机场等待成本：指等待时间的货币价值。若出租车不在蓄车池等候，而是前往其他区域载客，则司机能获得一定的收入。因此，出租车等候时间具有价值，司机等待过程需要付出一定的成本。

定义机场等待成本之前，我们需要先量化出租车在机场的等待时间。等待时间指出租车进入蓄车池到进场载客之间的时间。等待时间本质上也是一种“延误”，我们参照国家环保部冯相昭等人的研究^[1]，确定了等待时间的计算公式：

$$T_v = \sum_{i=1}^N D_i \cdot \left(\frac{1}{V_c} - \frac{1}{V_f} \right) \quad (1)$$

其中， N 为蓄车池内出租车的总数 (辆); D_i 为蓄车池第 i 辆车与等待区的距离 (km); V_c 为实际行驶平均车速 (km/h)，其受排队出租车数量、乘客数量、机场出租车调度策略等因素影响； V_f 为通畅无阻状态下的平均车速 (km/h)。在式 (1) 的基础上，我们得到等待成本的计算公式：

$$C_w = T_v \cdot \frac{S}{T} \quad (2)$$

其中， T_w 为等待时间 (h)， S 为当地出租车司机日均收入 (元)， T 为出租车司机日均工作时长 (h)。

机场期望载客收益: 指在蓄车池等候之后, 出租车进场载客所能获取收益的期望。若每辆出租车均满载离场, 在非高峰时段, 可能存在部分出租车因无客可载而长期等候的情况。出于公平性考虑, 我们假定机场出租车管理人员会根据候车客流量, 在限载人数范围内动态调整每车载客数。基于此, 我们得到机场载客收益计算公式:

$$T_w = \left[\frac{P_a}{P_t} \cdot L_c \right] \cdot I_a \quad (3)$$

其中, P_a 和 P_t 分别为到港旅客人数和蓄车池内出租车总运力 (人); L_c 为出租车限载人数 (人), 根据道路交通法规, 一般情况下 $L_c = 4$; $[\]$ 表示取整, 若 $\left[\frac{P_a}{P_t} \cdot L_c \right] > L_c$, 则取 L_c , 即 $\left[\frac{P_a}{P_t} \cdot L_c \right]$ 取值范围为 $[0, L_c]$; I_a 为人均乘车费用。

B. 空载返回

若司机选择直接空车返回市区, 则司机不能获得潜在机场载客收益、不存在机场等待成本, 但存在空载费用。此外, 在空载回程中, 司机亦可能在途中因载客而获得收入。我们假定从机场载客出发的出租车无法获得此类收入。

空载成本: 指出租车直接离开机场前往市区过程中, 因空载而带来的收入减少。我们定义空载费用计算公式:

$$C_e = \frac{D_e}{V_e} \cdot \frac{S}{T} \quad (4)$$

其中, D_e 为空载距离, 一般情况下其值小于机场到市中心的距离 (km); V_e 为空载路途中, 汽车的行驶速度 (km/h); S 为当地出租车司机日均收入 (元); T 为出租车司机日均工作时长 (h)。

空返途中期望载客收益: 指出租车空载返回市区过程中, 因潜在的载客而获得的收入。由于出租车上客地点和乘客行程距离存在一定的随机性, 返程载客收入的多寡存在一定概率性。我们使用期望来表征其值, 定义其计算公式为:

$$E_e = \sum P_j \cdot I_j \quad (5)$$

其中, P_j 为出租车司机获得收入 I_j 的概率。

至此, 我们量化了四个影响司机收益的因素: 机场等待成本 C_w 、机场期望载客收益 I_w 、空载成本 C_e 、空返途中期望载客收益 E_e 。

其中, 机场期望载客收益 I_w 、空返途中期望载客收益 E_e 为收益型因素, 对于司机而言, 其值越高越好; 机场等待成本 C_w 、空载成本 C_e 为成本型因素, 对于司机而言, 其值越低越好。则司机的收益为:

$$y = I_w + E_e - C_w - C_e \quad (6)$$

显然, 若司机选择等待, 则空载成本 C_e 、空返途中期望载客收益 E_e 的值均为 0; 若司机选择空车返回, 则等待成本 C_w 、机场期望载客收益 I_w 均为 0。

考虑到司机获取收益付出的时间存在差异, 为客观、合理地比较收益情况, 我们在式 (6) 的基础上, 计算司机单位时间的收益, 得到**单位时间收益模型**:

$$u = \frac{I_w + E_e - C_w - C_e}{T} \quad (7)$$

其中, T 指司机为获得收益所付出的时间, I_w, E_e, C_w, C_e 分别为机场期望载客收益、空返途中期望载客收益、机场等待成本、空载成本。

5.1.2 博弈模型

在定义影响司机收益的因素之后, 我们需要进一步总体评价收益, 以作出收益最优的决策。在此过程中, 我们需要研究司机的选择行为、预期情况、实际情况, 并由此提供优化策略。因此, 这是一个典型的博弈问题。

博弈论考虑游戏中的个体的预测行为和实际行为, 并研究它们的优化策略。在比选过程中, 其不需要确定各个评价指标的权重, 通过建立量化的博弈数学模型, 使求解结果更加直观精确。^[2]

在出租车司机决策这一场景中, 司机对某时间段抵达的航班数量和“蓄车池”里已有车辆数存在一定的感知, 客观条件亦受司机的决策影响。根据实际情况, 我们做出两条基本假设:

1. 假设博弈的所有参与者拥有博弈的完全信息, 即完全信息博弈。
2. 所有参与者同时做出决策, 即静态博弈。

故该博弈模型为完全信息静态博弈。

在此问题中, 视司机和客观条件^[3] 作为博弈局中人 (参与者), 则参与者集合为:

$$N = \{\text{司机, 客观条件}\}$$

局中人司机具有两种策略, 排队等候或者返回市区。客观条件存在两种情况, 理想情况和非理想情况。对于排队等候方案, 理想情况为排队时间、载客收入在正常范围内, 非理想情况为因航班延误等造成排队时间过长或乘客行程较短导致收入大幅减少等情况。对于返回市区方案, 理想情况为交通通行情况、乘车人符合正常水平, 非理想情况为交通异常堵塞导致空车时间过长、空返途中载客收入大幅下降的情况。

每个参与人的 (纯) 策略空间 (即决策变量的取值范围) 为:

$$A_1 = \{\text{排队等候, 返回市区}\}$$

$$A_2 = \{\text{理想情况, 非理想情况}\}$$

我们在 5.1.1 中已经定义了效用函数 (式 (7)): 理想情况下, 可按照该公式进行计算; 非理想情况下, 我们假设机场等待成本 C_w 和空载成本 C_e 均上浮 40%。

每个参与者的效用函数 (即决策者的目标函数) 为:

$$u_1 = (a_1, a_2), u_2 = (a_1, a_2)$$

其中: $a_1 \in A_1, a_2 \in A_2; (a_1, a_2)$ 表示每一种可能的决策。

用 $u_1 = (a_1, a_2)$ 表示对司机产生的结果, 即司机的效用函数, 其可以用矩阵

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{pmatrix}$$

表示, M 称为司机的收益矩阵。综上, 博弈双方的决策行为及其产生的结果如下所示:

表 2 博弈决策行为

司机决策	客观条件	
	理想情况	非理想情况
排队等待	u_{11}	u_{12}
返回市区	u_{21}	u_{22}

在博弈中, 双方都力求通过决策行为使己方的效用函数最大化, 用 a_1^* 和 a_2^* 分别表示司机和客观条件会选择的决策行为, 则 a_1^*, a_2^* 必须满足:

$$u_1(a_1^*, a_2^*) \geq u_1(a_1, a_2^*)$$

$$u_2(a_1^*, a_2^*) \geq u_2(a_1^*, a_2)$$

在博弈中, 这样的策略组合 $a^* = (a_1^*, a_2^*)$ 称为 (纯) 纳什均衡, 其含义是每一个决策选择对于他方的决策选择而言都是最优的, 称为最优反应, 因而每一方在理性的情况下, 都不会偏离该决策。

模型建立之后, 我们在纳什定理的基础上进行求解。定理内容如下:

定理 1 纳什定理 对于任何“有限”的完全信息静态博弈 (即参与人数量有限, 每个博弈模型及其解的基本概念人的纯策略数量也有有限的静态博弈), 一定存在纳什均衡 (可能是纯策略均衡, 也可能是混合策略均衡)

考虑到上面模型的博弈对象和策略行为均为有限 (2 个), 故该博弈模型必定存在纳什均衡。对于每个博弈问题, 不一定存在纯纳什均衡。若不存在纯纳什均衡, 可考虑双方随机地采取行动, 即双方都对每一种决策行为赋予一定的概率, 形成混合策略。

设司机采取行动 A_1 的概率为 $p = (p_1, p_2)$, 客观条件采取行动 A_2 的概率为 $q = (q_1, q_2)$ 。记司机和客观条件的 (混合) 策略空间分别为:

$$S_1 = \{p = (p_1, p_2) | 0 \leq p_1, p_2 \leq 1, p_1 + p_2 = 1\}$$

$$S_2 = \{q = (q_1, q_2) | 0 \leq q_1, q_2 \leq 1, q_1 + q_2 = 1\}$$

在混合策略下双方的效用函数用期望效用定义，记为：

$$U_1(p, q) = pMq^T = -U_2(p, q)$$

求解基本博弈模型，常用期望效用相等法或线性规划法。考虑到求解的复杂性，采用期望效用相等法求解。博弈中，每个参与人的混合策略都使其余参与人的任何纯策略的期望收益相等、因此，解混合策略纳什均衡可以令参与人的各个纯策略效用相等，构成方程组求解。

如果 $(p_1^*, p_2^*, q_1^*, q_2^*)$ 构成纳什均衡，则有：

$$\begin{cases} u_{11}p_1^* + u_{21}p_2^* = u_{12}p_1^* + u_{22}p_2^*, \\ u_{11}q_1^* + u_{12}q_2^* = u_{21}q_1^* + u_{22}q_2^* \end{cases}$$

即：

$$\begin{cases} p_1^* = \frac{1}{1 + \frac{u_{11}-u_{12}}{u_{22}-u_{21}}}, p_2^* = 1 - p_1^* \\ q_1^* = \frac{1}{1 + \frac{u_{11}-u_{21}}{u_{22}-u_{12}}}, q_2^* = 1 - q_1^* \end{cases}$$

最终，可求解得向量 $(p_1^*, p_2^*, q_1^*, q_2^*)$ 的值，以及司机、客观条件各自两种决策行为的期望收益值。

5.1.3 选择策略

根据 5.1.2 中博弈模型的计算结果，我们可以得到司机的选择策略：对于司机而言，若排队等候的期望收益小于空载返回的期望收益，那么他应该选择空载返回；否则，他应该选择排队等候。

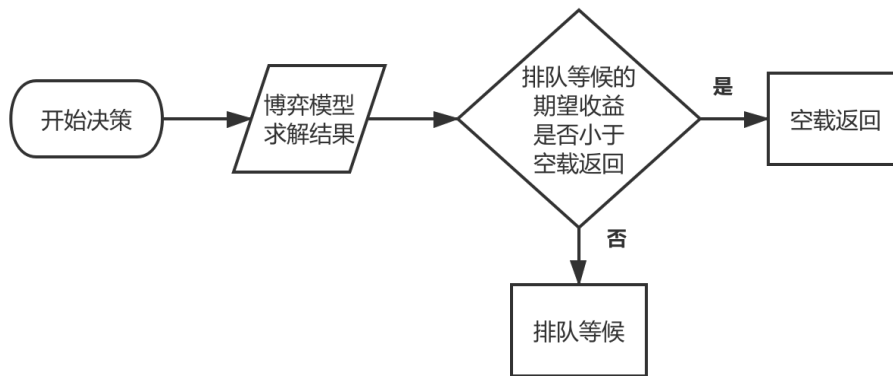


图 4 策略选择流程

5.2 问题二

我们选取广州白云国际机场作为研究对象。广州白云国际机场，位于广东省广州市白云区 and 花都区交界处，为 4F 级民用国际机场，是中国三大门户复合枢纽机场之一。2018 年，广州白云机场旅客吞吐量 6972.04 万人次，位居全球机场第 13 位。

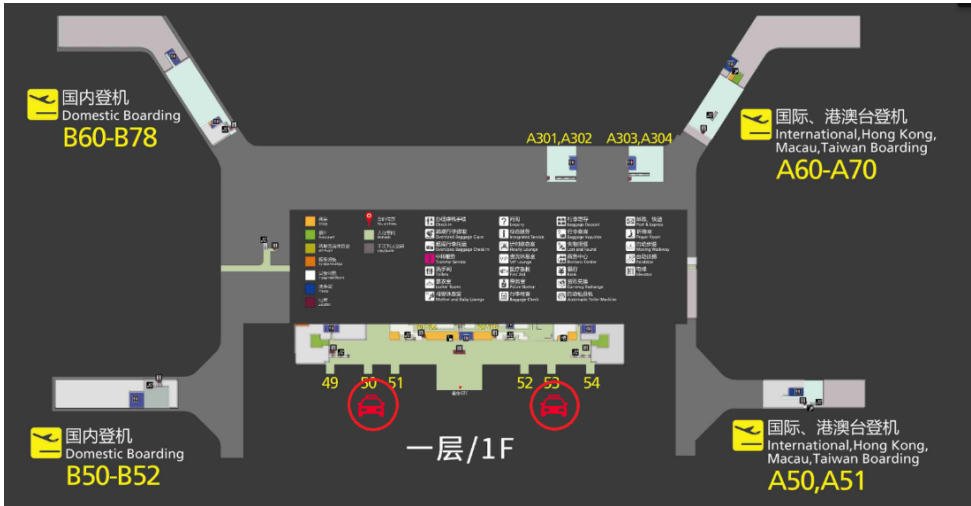
5.2.1 机场及出租车基本情况

广州白云国际机场拥有 T1、T2 两座航站楼，由于两座航站楼客观条件相似，我们仅研究 T2 航站楼的情况。T2 航站楼的基本情况如下表所示：

表 3 广州白云机场 T2 航站楼基本情况

项目	与市中心 距离 (km)	出租车候车 点数 (个)	同时上客出租 车位总和 (个)	平均每班次 乘客数 (人)
数值	28	2	32	156

图 5 广州白云机场 T2 航站楼平面图 (图片来源：广州白云机场官网)



如上表所示，广州白云机场 T2 航站楼距离市中心 28km，拥有出租车候车点 2 个 (位于 50、53 号出口)，同时上客出租车位总和 32 个。查阅《广州白云国际机场股份有限公司 2019 年 8 月生产经营数据快报》¹，计算得：广州白云机场 2019 年 8 月平均每班次到港航班乘客数为 156 人。

查阅《广州市发展改革委广州市交通委员会关于优化调整巡游出租车运价的通知》(2018 年 5 月)，知：广州市出租车计价标准为：首 3 公里 12 元；超过 3 公里部分，每公

¹上海证券交易所 600004.SH 发布的 2019-020 号公告

里 2.6 元。

查阅《广州交通运输月报〔2019〕第 7 期》²，知：2019 年 7 月，广州市城市道路工作日平均速度为 29.76 公里/小时。

5.2.2 动态仿真模型

在已有机场、出租车相关数据的基础上，我们建立机场出租行驶动态仿真模型，以模拟一段时间内 (2019 年 9 月 13 日 8:00:00-12:00:00)，所有送客到机场的出租车司机的决策情况。首先，确立基本假设和规则；接着，确定仿真步骤；随后进行仿真实验；最终，根据仿真结果，为该机场的司机提供决策方案。

基本假设和规则

我们从机场情况、流量分配、时间间隔、排队规则、服务能力五个方面确立基本假设和规则，并综合考虑车流和客流情况。

1. **机场情况:** 车流方面，假设机场为单通道。机场有若干条接客通道 (即接客点)，但每条通道相互独立。因此，可只考虑一条通道。客流方面，假设乘客从车道的一侧上车。乘客可从车道的两侧上车，由于两侧上车效果一致，故可视为单侧上车。
2. **流量分配:** 车流方面，假设出租车平均分布在每一条接客通道；客流方面，假设乘客平均分布在每一条接客通道上。
3. **时间间隔:** 车流方面，假设 60S 为一个模拟时间间隔，即平均每 60S 有一辆出租车从通道离开 (车载人数由机场管理人员根据实际情况安排，人数安排规则见 5.1.1 中的式 (3))。客流方面，假设广州白云机场官网提供的航班到港时间准确。
4. **排队规则:** 车流方面，假设进入蓄车池的出租车不可中途退出排队，若无客可载，则出租车司机需继续等待。客流方面，假设进入乘车区的到港旅客不离开乘车区。
5. **服务能力:** 车流方面，假设进入蓄车池的出租车立刻能为乘客提供服务。客流方面，假设航班到港意味着潜在乘车乘客处于接受服务状态，即不考虑航班抵达后乘客到达乘车区所需时间。

仿真步骤

在确立基本假设和原则之后，接着制定仿真步骤。

1. 确定初始状态：根据机场实际情况，给定“蓄车池”的等待出租车司机的数量和“乘车区”乘客的数量。
2. 确定参数：根据系统现状，确定各个参数的取值，分别计算出理想和非理想情况下，机场等待成本、机场载客预期收益、空载成本和空返途中载客预期收益等，根据问题一中建立的博弈模型，计算效用矩阵。

²政府信息公开索取号:07482639-08-2019-957736

3. 根据问题一中介绍的期望效用相等法，计算博弈模型的纳什均衡点，并根据最优解的情况确定司机的决策行为。
4. 以 60S 为时间间隔，更新系统状态。若系统模拟次数小于 240 次 (即 4h 时间段内)，则返回步骤 2；否则，结束模拟。
5. 完成所有模拟后，统计所有司机的决策行为。

参数确定

广州白云机场官网提供的航班到港数据³显示，2019 年 9 月 13 日 8:00:00-12:00:00 期间，T2 航站楼共有到港航班 63 班次。根据广州白云机场基本情况、广州市出租车基本情况以及时段内到港航班情况，计算得：时段内到港人数有 $63 \times 156 = 9828$ 人，平均每 4 分钟有一航班抵达 T2 航站楼，平均每条模拟通道 (即单条上车单车道) 有 5 名乘客到达乘客区。由于缺乏可信的机场出租车数据，根据实际情况，我们按照前述基本假设进行模拟 (即假设每隔 60s 有一辆车抵达模拟通道)。同时，我们设定仿真系统的初始状态为：乘车区有 10 名乘客，排队区有 10 辆出租车。

仿真结果

根据前述基本假设、仿真步骤和参数设定，仿真模拟得有 77.50%(186/240) 的司机会选择排队等待 (求解代码见附录，司机具体决策见支撑材料/白云机场司机决策数据)。这说明，无论是在理想情况还是在非理想情况下，排队等待获得的收益大多好于空载返回的收益。另外，在模拟时段内，模拟候车区内乘客数量为 315 人，而出租车仅有 240 辆。乘客数量大于出租车数量，预期收益可能较大，故对司机而言，排队等待的吸引力较大，因此多数司机选择排队等待。

以第 200 位出租车的司机为例，分析其决策的收益情况：

表 4 第 200 位司机决策效用矩阵

司机决策	客观条件	
	理想情况	非理想情况
排队等待	66.5463	55.5412
空载返回	55.5412	34.7645

显然，该司机博弈模型的纳什均衡为 (排队等候，理想情况)，即对于该司机而言，排队等候能够获得比空载返回更好的效益。

更为深层的原因是：机场排队等待的时间成本相对于机场载客的期望收益小得多，且多数情况下不会大于空返的空载成本。这是因为广州白云机场距离市区较远，潜在空

³广州白云机场航班到港时间数据 <http://www.gbiac.net/byairport-web/flight/list?depOrArr=2&type=1&terminal=T2&day=-1>

载成本较高。而排队等待的预期收益要比空返途中载客的预期收益更大，因为从机场载客出发的行驶里程数要比从中途载客大，较大的里程数能带来更多的收入。

以第 200 辆车为例，理想情况下，成本和预期收益如下：

表 5 第 200 位司机成本和预期收益

	成本估算	预期收益
排队等待	20.2800	96.2000
空载返回	32.9049	50.7671

上述分析中，我们可以发现，博弈模型和仿真模型求解结果能够较好地反映司机追求更大收益的行为。通常情况下，出租车司机做出选择，本身就是为了追求更大的个人收益。由此可见，我们建立的模型是合理的。

5.2.3 合理性及依赖性

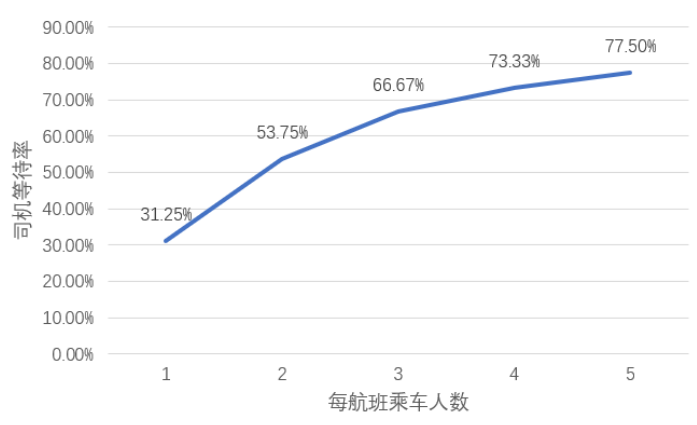
从上述分析中，可以看出我们建立的模型能够较好地反映司机追求更大收益的行为。我们主要从候车乘客数量和初始状态两方面分析模型 (亦即出租车司机的选择方案) 的因素依赖性，并进一步评估模型的合理性。

候车乘客数量的影响

我们从两个方面考虑乘客数量的变化，一是到港旅客乘坐出租车的比例变化 (即改变进入乘车区的乘客数量)，二是航班到达时间间隔的变化 (即改变候车乘客的时间分布)。

对于前者，我们仿真分析每航班乘车人数从 1 变化到 5 时的司机等待率 (即司机选择在机场排队等待的比例) 情况：

图 6 每航班乘车人数和司机等待率关系图



如图图 6, 随着每航班乘车人数的提高, 司机等待率显著提高。当每航班乘车人数从 1 提高到 2 时, 司机等待率从 31.25% 提高到 53.75%; 当每航班乘车人数从 1 提高到 5 是, 司机等待率从 31.25% 提高到 77.5%。

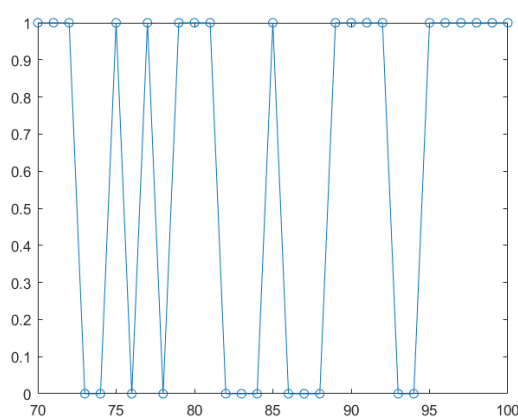
对于航班到达时间间隔的变化, 我们设定航班到达时间的间隔固定, 这种情况下, 仿真结果显示 97.92% 的司机选择排队等待。而此前, 我们选择广州白云机场 T2 航站楼 2019 年 9 月 13 日 8:00-12:00 的实际到港航班信息作为输入, 仿真结果显示 77.50% 的司机会选择排队等待。即, 调整航班到达的时间间隔之后, 司机等待率提高了 20.42 个百分点。这说明航班到达情况的变化对司机的决策有较大影响。

综上, 无论是到港旅客乘车比例的变化, 还是航班到达时间间隔的变化, 都可能会导致司机决策发生显著变化 (即司机决策对候车乘客数量有较大的依赖性)。当乘客较多时, 更多司机倾向于在机场排队等候载客。这与实际情况相吻合, 进一步验证了我们模型的合理性。

初始状态的影响

在上面数据的基础上, 将初始排队车辆数由 10 调整为 15, 仿真计算得有 76.25%(183/240) 的司机会选择排队等待。若将初始排队车辆数调整为 5, 则有 78.75%(189/240) 的司机选择排队等待。同原来 77.50% 的等待率对比, 初始车辆数对司机整体决策的影响不大。这是由于在我们的模型中, 尽管会存在一定程度的扰动, 但整体始终趋向于一个均衡状态 (如下图所示)。类似地, 初始乘客数的变化亦不会对司机整体决策产生较大影响。

图 7 系统周期性变化图



综上, 我们的模型是合理的, 且司机决策对乘客数量有较大的依赖性。

5.3 问题三

5.3.1 排队服务系统类型

在出租车排队服务系统中, 司机的数量为 n_1 , 平均等待时间为 t_1 , 时间成本 (即平均单位时间价值) 为 b_1 , 司机排队成本为

$$G_1 = n_1 t_1 b_1 \quad (8)$$

乘客的数量为 n_2 , 平均等待时间为 t_2 , 时间成本为 b_2 , 乘客排队成本为

$$G_2 = n_2 t_2 b_2 \quad (9)$$

故排队服务系统的总成本为 $G = G_1 + G_2$ 。

为了保证司机和乘客的乘车效率最高 (时间短, 付出时间成本小), 我们应使排队总成本最小, 故我们的优化目标函数为 $\min G$ 。

根据机场内出租车服务站的设置类型、上车点的数目等, 可将常见的机场出租车排队系统分为 3 类: 单点式出租车排队服务系统 (图 7)、多点并列式出租车排队服务系统 (图 9)、多点纵列式出租车排队服务系统 (图 10)^[4]。我们绘制了三种系统的示意图:

图 8 单点式出租车排队服务系统示意图

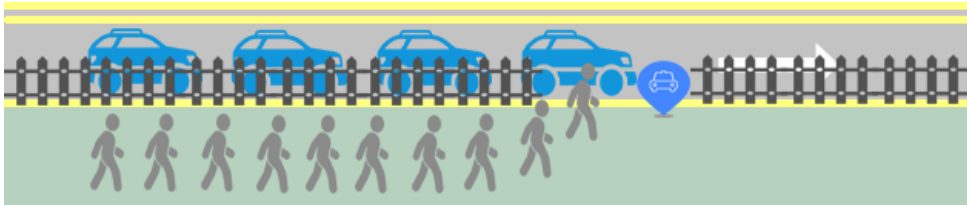
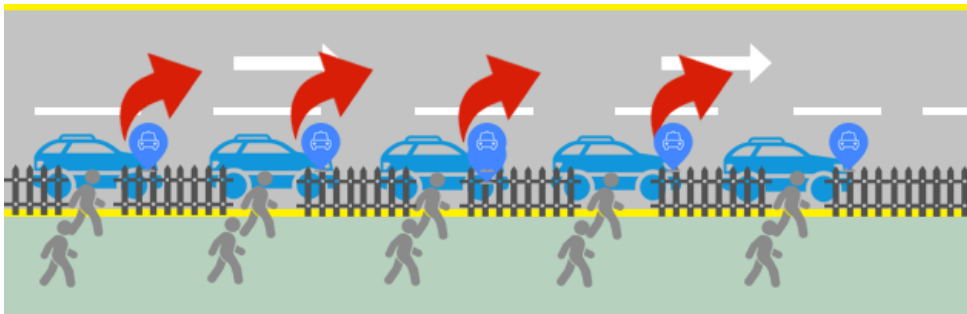
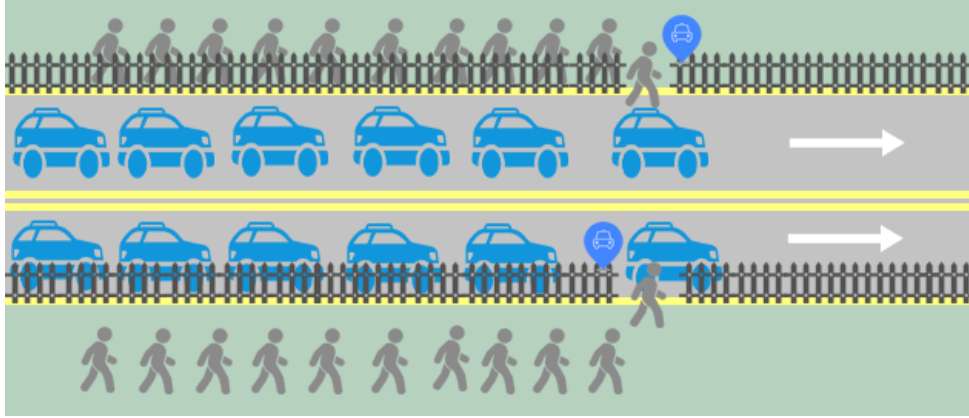


图 9 多点并列式出租车排队服务系统示意图



对于双车道通道, 第一类和第三类服务站是唯一确定的, 故无法对排队系统进行优化; 而第二类服务站由于并列的上车点可以任意数量, 故可做排队系统优化。对于问题 3, 我们假设机场的服务站类型为第二类 (即图 9 所示的多点纵列出租车排队服务系统)。接下来, 我们通过优化计算求解最优上车点数量及最小排队成本。

图 10 多点纵列式出租车排队服务系统示意图



5.3.2 排队模型

为减少前车停滞时间对后车的影响，在机场出租车上客区的多点并列式出租车服务系统通中，通常允许后车变道超车，即图 9 中红色箭头对应的行为。由于变道行为在该场景中极为常见，考虑变道行为之后，多点并列式出租车服务系统近似为多点纵列式出租车服务系统。

根据排队论的相关理论，当机场出租车候车区排队系统处于全忙期且服务强度 $\rho < 1$ 时，系统达到稳定状态且不存在无限排队现象。我们基于此基础进行建模。

当系统处于稳定状态时， C 个服务台并联工作，系统中出租车乘客数为 n 的概率如下^[5]：

$$P_0(C) = \left[\sum_{k=0}^{C-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \frac{1}{C!} \frac{1}{(1-\rho)} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^C \right]^{-1} \quad (10)$$

$$P_n(C) = \begin{cases} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0(C) & n = 1, 2, \dots, C \\ \frac{1}{C!} \frac{1}{C^{n-C}} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0(C) & n = C + 1 \end{cases} \quad (11)$$

用排队模型中，乘客的平均等待时间 t_2 对系统进行分析，得：

$$E(W_s) = \frac{P_n(C)}{C\mu(1-\rho)^2} = \frac{n\mu}{n!(n\mu - \lambda)^2} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0(C) \quad (12)$$

根据排队系统中的费用决策模型，对机场出租车排队系统进行优化设计，已知出租车时间成本和乘客的时间成本分别为 G_1 、 G_2 ，当两者之和最小才能使得系统进一步优化，根据式 (8) 和式 (9)，得：

$$\min Z(C) = G_1 + G_2 = n_1 t_1 b_1 + n_2 t_2 b_2 \quad (13)$$

$$\begin{cases} Z(C^*) \leq Z(C+1) \\ Z(C^*) \leq Z(C-1) \end{cases} \quad (14)$$

多点并列式出租车排队服务系统属于面向乘客的带有多个服务台和一个公共队伍的排队系统。此类出租车排队系统与单点式出租车排队服务系统相比,增加了上车服务点,提高了系统的服务效率和减少乘客的等待时间。但会增加司机的等待时间;司机和乘客的等待时间之和接近守恒,因为一方的等待时间的减少是建立在另一方等待时间增加的基础上的。故我们不妨做如下假设:

$$t_1 + t_2 = T, T \text{ 为定值}$$

其中, n_1, n_2, b_1, b_2 是给定的, 故可变的是 t_1, t_2 , 而 t_1, t_2 是受服务台数 C 影响的, 所以可将 Z 看成 C 的函数, 记为 $Z(n)$ 。

其中, n_1, n_2, b_1, b_2 是给定的, 故可变的是 t_1, t_2 , 而 t_1, t_2 是受服务台数 C 影响的, 所以可将 Z 看成是 C 的函数, 记为 $Z(C)$ 。因为 C 只取整数, 且其值大到一定程度时, 对于乘客是十分有利的, 但对于司机是不利的, $Z(C)$ 很难取得最小值; 故我们不妨假设 C 不超过平均队长 L ; 又 $Z(C)$ 不是连续函数 (函数值有限), 故我们可通过列举 $C = 1, 2, \dots, L$, 计算 $Z(C)$ 的值, 通过对比找出 $Z(C)$ 的最小值和对应的最优解 C^* 。

我们将问题二中仿真产生的 240 位司机情况和广州白云机场实际情况, 代入上述排队模型, 求解得到: 在广州白云机场 T2 航站楼的多点并列式出租车服务系统中, 设置 3 个上车点为效率最高的方案。

5.4 问题四

5.4.1 模型建立

机场出租车的载客收益与载客的行驶里程有关, 由于出租车司机不能拒载或选择乘客, 出租车司机机场载客收入存在一定差异。为尽可能使不同出租车的收益均衡, 管理部门计划为某些短途载客的出租车赋予一定的“优先权”。关于“优先权”我们通过“快速通道”和“普通通道”实现, 拥有“优先权”的司机能进入“快速通道”, 从而减少排队接客时间。

机场作为一个重要的交通枢纽, 交通流繁忙且复杂。为便于研究问题, 我们仅考虑长期服务于机场出租车系统的司机的收益均衡, 不考虑个别偶尔进出机场出租车系统的出租车的收入情况。假定纳入考虑的出租车的数量保持 n 辆不变, 每辆出租车一小时内最多只能返回机场载客一次 (即每小时内每车最多只能排队两次)。若被赋予优先权, 则司机因减少等待时间 (节省等待成本), 而获得潜在收益 ΔC_i

$$\Delta C_i = C_w - C'_w$$

其中, C_w, C'_w 分别为未被赋予优先权和被赋予优先权时的机场等待成本, 机场等待成本的计算参考 5.1.1 中的公式 (1)。

出租车载客收益与乘客的行程里程有关, 假定载客收益与行驶里程成正比关系。纳入考虑的 n 辆出租车的载客行驶里程分别用 $S_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示, 每公里的平均载客收益为 m 元, 则这 n 辆车第一次载客的收益分别为 $ms_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 。当出租车返回机场时, 机场管理部门根据出租车第一次载客的收益决定是给予优先权。我们引入 0-1 变量 $x_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 来表示各出租车的优先权情况, 若 i 车被赋予优先权, 则 $x_i = 1$, 否则 $x_i = 0$ 。考虑“优先权”后, 出租车司机的综合收益表示为 $C_i = ms_i + x_i \Delta C_i$ 。综合收益的平均值表示为 $\bar{c} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{n}$ 。

为使不同出租车的收益尽可能均衡, 我们以综合收益 (即载客收益 + 优先权带来的潜在收益) 的方差作为优化对象。根据定义, 方差越小, 说明出租车的收益越均衡。我们建立非线性规划模型:

$$\min S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (C_i - \bar{C})^2 \quad (15)$$

求解 $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 即得优先权的安排方案。

5.4.2 模型求解

显然, 我们建立的模型是一个较为复杂的非线性规划模型, 难以求得全局最优解。因此, 我们采用模拟退火算法求局部最优解, 求解步骤如下:

1. 初始温度取 1000°C , 初始解状态 Q 取每个 0-1 变量 x_i 为 1, 每个 T 值得迭代次数 L 取 100。
2. 对 $k = 1, \dots, L$, 做第 3-6 步。
3. 产生新解 Q' : 在解 Q 的基础上, 我们使部分变量改变为 $x'_i = 1 - x_j$ 。
4. 计算增量 $\Delta T = C(Q') - C(Q)$, 其中 $C(Q)$ 为评价函数, 我们取载客收益的方差 S^2 。
5. 若 $\Delta T < 0$ 则接受 Q' 作为新的当前解 Q , 否则以概率 $\exp(-\frac{\Delta T}{T})$ 接受 Q' 作为新的当前解。
6. 如果满足终止条件则输出当前解作为最优解, 结束程序。终止条件我们取温度低于 1°C 。
7. 温度 T 以 0.95 的比率减少, 然后转第 2 步。

上述模拟退火算法可通过 MATLAB 编程实现, 下面我们将以具体案例进行分析。

5.4.3 案例分析

我们选取 50 名出租车司机为研究对象, 由于缺乏可信的行驶数据, 我们通过随机生成的方法给出第一次载客的行驶距离, 以此分别计算载客收益和潜在收益等数据。在未设置优先权的情况下, 司机收益的方差为 270.129。

随后, 我们用上面的模型和模拟退火算法进行求解。(具体数据和求解结果参见支撑材料/司机载客收益均衡求解数据.xlsx)。求解结果显示, 在 50 名司机中, 共有 27 名

司机获得了优先权，他们共同特征是：第一次载客行驶里程数较少，收益也较少。目标函数 (即司机总收益方差) 的最优值为：34.8147，较 270.129 大幅下降。

我们建立的优化模型，能有效地求解出每名司机是否能获得优先权，获得人数有多少；能为管理者提供一个快速可行的优先安排方案。故我们建立的模型是有效可行的。

六、模型评价与改进

6.1 模型优点

1. 充分考虑了影响出租车司机决策的多个因素，并给出具体的量化计算方法。
2. 用动态仿真的方法给出了一个时间段内司机的决策情况，并分析了影响司机决策和模型的主要因素。
3. 本文的大部分公式和模型均是我们自己所建，有较大的原创性。

6.2 模型缺点

1. 问题 4 中采用模拟退火求解非线性规划问题, 只能求得局部最优解。
2. 使用仿真手段研究问题，同实际情况存在一定的差异。
3. 影响因素的选择存在一定的局限性，未能全面反映客观事实。

6.3 模型改进

1. 考虑更多影响司机决策的因素，比如油耗成本等。
2. 进一步研究模型对不同规模机场、季节、天气状况等的依赖性。

参考文献

- [1] 冯相昭, 邹骥, 郭光明. 城市交通拥堵的外部成本估算[J]. 环境与可持续发展, 2009, 34 (3):1-4.
- [2] 姜启源, 谢金星. 数学模型[J]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
- [3] 方志耕, 刘思峰. 基于纯策略的灰矩阵二人有限零和博弈模型研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2003:35.
- [4] 魏中华, 王琳, 邱实. 基于排队论的枢纽内出租车上客区服务台优化[J]. 公路交通科技 (应用技术版), 2017.
- [5] 胡运权, 郭耀煌. 运筹学教程[J]. 清华大学出版社: 北京, 2018.

附录 A 纳什均衡 MATLAB 代码

```
function [p,q] = Nash_balance(u)
% 求混合纳什均衡的最优解--期望效用相等法
%u = [0.5830 0.9497
%     0.9291 0.6992]; % 效用矩阵

k = (u(1,1)-u(1,2))/(u(2,2)-u(2,1));
p1 = 1/(k+1); p2 = 1-p1;
p = [p1 p2]; % 司机的概率向量p [排队等待 返回市区]

k = (u(1,1)-u(2,1))/(u(2,2)-u(1,2));
q1 = 1/(k+1); q2 = 1-q1;
q = [q1 q2]; % 客观条件的概率向量q [理想情况 非理想情况]
end
```

附录 B 司机决策仿真模型 MATLAB 代码

```
%司机决策仿真模型
clear; clc;
load a;
a = [a 0];
N = 240; %模拟时间4小时, 1分钟1次
m = 10; %乘车区的乘客数
M = []; %排队乘客数
n = 10; %排队等待的车辆数
detat = 1; %时间间隔1分钟
t0 = 28/29.76; %到市区的时间
sc = 101.4; %单位时间的价值
ia = 96.2; %单位载客收益
rand('seed',10); %设置随机种子数
T = ones(1,N); %用0-1标记司机的决策, 1表示排队等待
P = []; %乘客离开数
for i = 2:N+1
% 司机决策预期收益估算
% -----选择排队等待 (1) 收益的估算-----
tw = n*detat/60*1.5; % 等待时间(h)
cw = tw*sc; %时间成本
pe = floor(4*m/n); %载客数量
pe(pe>=4)=4;
if pe == 0 && m>0 && n>0
pe = 1;
end
```

```

P = [P pe];
lw = ia; %载客预期收益
a11 = lw-cw;%理想排队收益
u11 = a11/(t0+tw);%理想排队收益率
a12 = lw-1.4*cw; %非理想排队收益
u12 = a12/(t0+1.4*tw); %非理想排队收益率

% -----返回市区等待（0）收益的估算-----
to = (t0-rand/5)*3/8;
ce = to*sc;%空载成本
ee = ((28+rand)*5/8-3)*2.6+12;%载客期望收益
%too = to + 28*5/8/29.76;
a21 = ee-ce; %理想返回的收益
u21 = a21/to; %理想返回的收益率
a22 = ee - 1.2*ce;
u22 = a22/to; %非理想返回的收益率

u = [u11 u12;u21 u22]; %效用矩阵
if u(1,1)>=u(2,1) && u(1,2)>=u(2,2) %纯纳什均衡
T(i) = 1;
else
if u(1,1)<=u(2,1) && u(1,2)<=u(2,2)
T(i) = 0;
else
[p,q] = Nash_balance(u); %混合纳什均衡求解
if p(1)>=p(2)
T(i) = 1;
else
T(i) = 0;
end
end
end

% 更新系统的下一个状态参数
m = m - pe; %“乘车区”的乘客数
m(m<0) = 0;
if mod(i,4)==0
m = m+5;
end
% if a(i) > 0
%     m = m + a(i);
% end
M = [M m];
if pe > 0
n = n-1; %排队等待的车辆数
end
if T(i-1) == 1

```

```

n = n+1;
end
end
disp(sum(T))

```

附录 C 载客收益的最小方差求解: 模拟退火算法

```

route = fujian(:,6); % 初始化解
temperature = 1000; % 初始化温度
cooling_rate = 0.95; % 温度降低比率
iterations = 1; % 用来控制降温的循环
rand('seed',0); %设置随机种子数
[tai,previous_number] = totalnumber(x0,route); %初始目标值

while 1.0 < temperature %循环继续条件
    temp_route = perturb(route,tai); %扰动产生邻解
    [tai,current_number] = totalnumber(x0,temp_route); %新解
    % compute change of distance
    diff = current_number - previous_number;

    % Metropolis Algorithm
    if (diff < 0) || (rand < exp(-diff/(temperature)))
        route = temp_route; %接受新的解
        previous_number = current_number; %当前目标解
        iterations = iterations + 1;
    end

    % 每100步降温
    if iterations >= 100
        temperature = cooling_rate*temperature;
        iterations = 0;
    end
end
disp('局部优化最优解:'); disp(previous_number)

function [tai,total] = totalnumber(x0,route) %计算任务完成总数
x = [x0 route];
q = exp(x*b);
pi = 1./(1+q);
pi(pi<p) = 0;
pi(pi>=p) = 1;
total = sum(pi);
tai = pi;
end

```

```

function new_route = perturb(route,tai) %产生新的邻近解
b = []; tai0 = find(tai==0);
for i = 1:length(tai0)
if route(tai0(i)) < 84.9
b = [b;tai0(i)];
end
end
tai0 = b; b = [];

tai1 = find(tai==1);
for i = 1:length(tai1)
if route(tai1(i)) > 65.1
b = [b;tai1(i)];
end
end
tai1 = b;

n = min(length(tai0),length(tai1));
for i = 1:n
route(tai0(i)) = route(tai0(i))+0.1;
route(tai1(i)) = route(tai1(i))-0.1;
end
new_route = route;
end

```