

实验报告

3.21-3

课程名称: _____ 实验名称: 用动态法测杨氏模量 实验日期: 2023 年 3 月 21 日
 班级: _____ 教学班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

一. 实验目的

- (1) 学习共振法测定金属细棒的杨氏模量
- (2) 了解压力传感器的工作原理及特性

二. 实验原理

一根细长棒(长度 L 比直径 d 大很多)在做横振动(又称弯曲振动)时,应满足下列动力学方程:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho S} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} = 0$$

如果长棒的轴线沿 x 方向,式中 η 为长棒 x 处截面的 z 方向位移。 E 为该棒的杨氏模量, ρ 为材料密度, S 为棒的横截面积, I 为惯量矩 $I = \iint z^2 ds$ 。对于直径为 d 的细圆棒,其惯量矩 $I = \iint z^2 ds = \frac{\pi d^4}{64}$ 。求解上述方程可得到样品在以量低的固有频率(基频)振动时,细圆棒的杨氏模量 E 与其他物理量的关系式为:

$$E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2$$

式中 L 为样品的长度; m 为其质量; d 为其直径; f 为样品的基频固有频率。各样品的固有频率通过共振法测量。而样品的共振频率 f' 与其固有频率 f 之间有下述关系

$$f = f' \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}$$

式中: Q 为样品的机械品质因数,由于本实验所选取的样品的 Q 值均大于 50,因此 f 与 f' 的差值小于万分之一。故可以用样品的 f' 替代样品的固有频率 f 来计算动态杨氏模量 E 值。

在实际测量中,当样品不能满足 $d \ll L$ 的条件时, $E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2 \cdot T$ (3-9)

径长比 d/L	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10
修正系数 T	1.002	1.008	1.019	1.033	1.051

实验内容及步骤

指导教师签字: _____

联系方式: vivo X80 · ZEISS

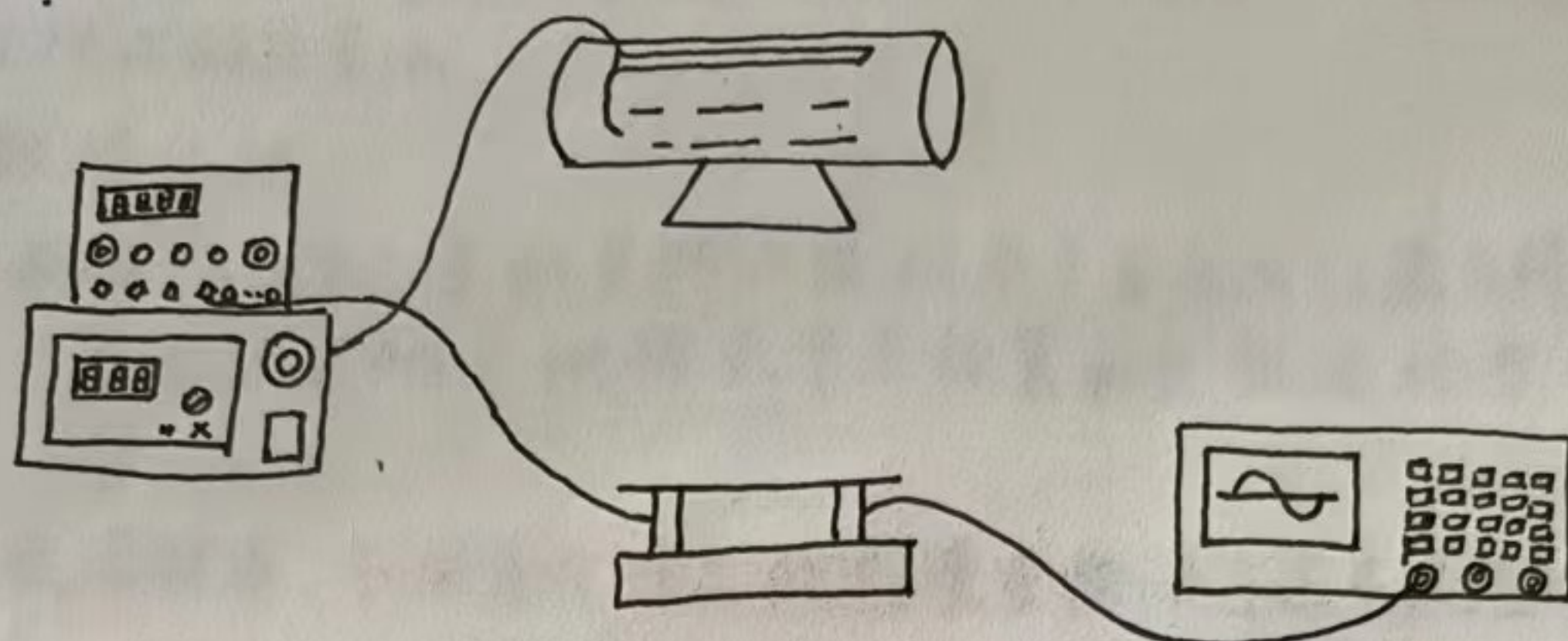
2023/03/23 13:23

北京理工大学良乡校区管理处监制

电话: 81382088

课程名称: _____ 实验名称: _____ 实验日期: _____ 年 _____ 月 _____ 日
 班级: _____ 教学班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

(1) 熟悉实验系统



信号发生器输出的正弦波信号加在激振器上,激发试样发生振动,拾振器将试样的振动信号变为电信号输入示波器。改变信号发生器输出信号的频率,当其输出信号的频率与试样的某种振动模式的固有频率一致时,样品发生共振,本实验要求要找到样品的最低共振频率(基频)振动状态,把测出的基频共振频率代入式(3-9),就可求得样品的动态杨氏模量 E 。

(2) 利用悬挂式测试架,测量钢制品在弯曲振动时的共振基频频率。并测定共振频率与悬点位置的关系曲线。理论上,样品做基频共振时,悬线的悬点应置于样品的节点处,但节点处的振幅始终为零,棒的振动无法激发。在实验中先将悬线置于靠近样品端面的测点,测定此时的共振频率。

然后,同时改变两悬线位置,每隔5mm测一次共振频率,共测8点(钢棒上刻痕所在位置)。画出共振频率与悬线位置的 $f \sim x$ 关系曲线,以确定节点处对应的共振频率

用支撑式测试架,采用“支撑法”测定铝棒或铜棒的共振频率。从样品的端点处开始测量,每个测点大约相距0.5cm,选择4个测点,由所测结果求出平均的基频共振频率 f ,并确定各被测样品的杨氏模量

指导教师签字: _____

联系方式: _____

北京理工大学良乡校区管理处监制

电话: 81382088

- (3) 利用游标卡尺测量各被测样品的长度 L ; 利用千分尺测量各种样品的直径 d (在不同部位各测 3 次, 并取平均值); 利用电子天平测定各个样品的质量 m 。

四. 实验数据处理

- (1) 用坐标纸作出钢棒的基频共振频率 f 与悬线位置与棒的端点的距离 x 的关系曲线并确定钢棒在节点位置的共振频率, 以确定其动态 E 值

- (2) 由两根同材质、不同直径样品的测量参数, 并考虑各测量仪器的精度指标 $\Delta f = 2\text{Hz}$, $\Delta m = 0.02\text{g}$, $\Delta L = 0.02\text{mm}$, $\Delta d = 0.004\text{mm}$,

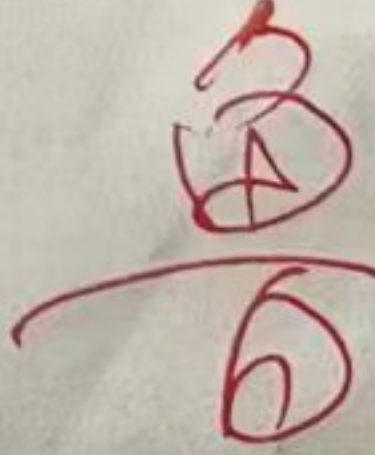
当包含因子统一取 $k=2$ 时, 推导相对不确定度公式 U_E/E , 绝对不确定度 U_E 公式, 并以 $E(U_E)$ 表述测量结果

- (3) 可根据各样品的 d/L 的不同数值, 利用内插法获得各样品的修正系数 T 值。

联系方式: _____

指导教师签字: _____

	钢	钢	细铝	粗铝
L	200.00 mm 198.56 mm	198.64 mm 200.06 mm	198.56 mm 200.00 mm	198.80 mm 200.18 mm
m	29.80 g	32.79 g	10.73 g	14.99 g
d ₀	-0.01 mm			
d	4.935 mm 4.940 4.949 mm 4.949 mm 4.955 mm 4.960 mm 4.960 mm	4.985 mm 5.058 mm 4.973 mm 4.980 mm 4.995 mm 4.983 mm 4.990 mm	4.970 mm 4.955 mm 4.962 mm 4.980 mm 4.985 mm 4.982 mm	4.940 4.835 4.841 4.841 5.845 mm 5.851 mm 5.851 mm
f	572 Hz 569 Hz 569 Hz 568 568 Hz	398 Hz 394 Hz 393 Hz 392 Hz	582 Hz 581 Hz 579 Hz 581 Hz	669 Hz 668 Hz 667 Hz 667 Hz


3.21

联系方式: _____ 指导教师签字: _____

课程名称: _____ 实验名称: _____ 实验日期: _____ 年 _____ 月 _____ 日
 班级: _____ 教学班级: _____ 学号: _____ 姓名: _____

$$E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2 T_1$$

$$U_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial m}\right)^2 u_m^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)^2 u_L^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d}\right)^2 u_d^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial f}\right)^2 u_f^2}$$

$$= 1.6067 T_1 \sqrt{\left(\frac{L^3 f^2}{d^4}\right)^2 u_m^2 + \left(\frac{3mL^2 f^2}{d^4}\right)^2 u_L^2 + \left(\frac{4mL^3 f^2}{d^5}\right)^2 u_d^2 + \left(\frac{2mL^3 f}{d^4}\right)^2 u_f^2}$$

$$\frac{E}{U_E} = \frac{mL^3 f^2}{d^4 \sqrt{\left(\frac{L^3 f^2}{d^4}\right)^2 u_m^2 + \left(\frac{3mL^2 f^2}{d^4}\right)^2 u_L^2 + \left(\frac{4mL^3 f^2}{d^5}\right)^2 u_d^2 + \left(\frac{2mL^3 f}{d^4}\right)^2 u_f^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{u_m^2}{m^2} + \frac{3u_L^2}{L^2} + \frac{4u_d^2}{d^2} + \frac{2u_f^2}{f^2}}}$$

钢棒: $\bar{d} = \frac{4.955 + 4.960 + 4.960}{3} = 4.958 \text{ mm}$

$\bar{f} = \frac{572 + 569 + 569 + 568}{4} = 570 \text{ Hz}$

$\frac{d}{L} = \frac{4.958}{200.00} = 0.025 \quad T_1 = 1.0035$

$E = 1.6067 \times \frac{(200.00)^3 \times 29.80}{(4.958)^4} \times (570)^2 \times 1.0035 = 1.30 \times 10^9 \text{ N}$

~~$U_E = 1.6067 \times 1.6067 \times 1.0035$~~

$U_m(b) = 0.01 \quad U_d(b) = 0.002 \quad U_L(b) = 0.01 \quad U_f(b) = 1$

~~$U_d(a) = 0.00168325$~~

$U_d(a) = 0.0017 \quad U_f(a) = 0.9 \quad U_f(a) = 1.7 \quad U_d = 0.0026$

$U_E = 1.3 \times 10^9$

$\frac{U_E}{E} = 0.63\%$

指导教师签字: _____

联系方式: _____

銅棒: $\bar{d} = \frac{4.995 + 4.983 + 4.990}{3} = 4.989 \text{ mm}$

$\bar{f} = \frac{395 + 394 + 393 + 392}{4} = 394 \text{ Hz}$

$E = 1.06 \times 10^{11}$

$U_E = 8.91 \times 10^8 \quad \frac{U_E}{E} = 0.84\%$

細鋁: $\bar{d} = \frac{4.980 + 4.965 + 4.972}{3} = 4.972 \text{ mm}$

$\bar{f} = \frac{582 + 581 + 579 + 581}{4} = \cancel{394 \text{ Hz}} 581 \text{ Hz}$

$E = \cancel{1.06} 7.64 \times 10^{10}$

$U_E = 5.0 \times 10^8 \quad \frac{U_E}{E} = 0.65\%$

粗鋁: $\bar{d} = \frac{5.845 + 5.851 + 5.851}{3} = 5.849 \text{ mm}$

$\bar{f} = \frac{669 + 668 + 667 + 667}{4} = 668 \text{ Hz}$

$E = 7.4 \times 10^4 \quad \frac{U_E}{E} = 0.47\%$

动态支撑法测定金属的杨氏模量

金属的杨氏弹性模量

千分尺零读数: $d_0 = -0.01$ mm

千分尺零读数: $d_0 = -0.01$ mm																		
样品	钢棒					铜棒					细铝棒			粗铝棒				
L (mm)	200.00					200.06					200.00			200.18				
m (g)	29.80					32.79					10.13			14.99				
d (mm)	d		\bar{d}			d		\bar{d}			d		\bar{d}		d		\bar{d}	
	1	4.955	4.958			1	4.995	4.989			1	4.980	4.972		1	5.845	5.849	
	2	4.960				2	4.983				2	4.965			2	5.851		
	3	4.960				3	4.990				3	4.972			3	5.851		
	基频共振 频率(Hz)	f		\bar{f}			f		\bar{f}			f		\bar{f}		f		\bar{f}
1		572	570			1	395	394			1	582	581		1	669	668	
2		569				2	394				2	581			2	668		
3		569				3	393				3	579			3	667		
4		568				4	392				4	581			4	667		
E (Pa)	2.07×10^{11}					1.06×10^{11}					7.64×10^{10}			7.40×10^{10}				
u_E/E (%)	0.643					0.84					0.65			0.47				
u_E (Pa)	1.3×10^9					9×10^8					5×10^8			3×10^8				
$E(u_E)$ (Pa)	$2.070(0.013) \times 10^{11}$					$1.060(0.009) \times 10^{11}$					$7.64(0.05) \times 10^{10}$			$7.40(0.03) \times 10^{10}$				

- 扩展不确定度: $\Delta d = 0.004\text{mm}$, $\Delta m = 0.02\text{g}$, $\Delta L = 0.02\text{mm}$, $\Delta f = 2\text{Hz}$, 包含因子都取 $k = 2$ 。
- 根据样品的 d/L 值, 利用内插或外延法计算各样品的修正系数 T 。
- 推导钢棒杨氏模量的相对不确定度公式 u_E/E , 并写出钢棒的 $E(u_E)$ 的计算过程。

思考题: 1.

$$\frac{u_E}{E} = \frac{1}{\sqrt{\frac{u_m^2}{m^2} + \frac{3u_L^2}{L^2} + \frac{4u_d^2}{d^2} + \frac{2u_f^2}{f^2}}}$$

$$\frac{u_E}{E} = \sqrt{\frac{u_m^2}{m^2} + \frac{3u_L^2}{L^2} + \frac{4u_d^2}{d^2} + \frac{2u_f^2}{f^2}}$$

对质量, 直径, 长度, 频率的测量误差均会影响测量精度
可以通过加长加粗粗金属棒来改进