

# 实验报告

课程名称: 物理实验B 实验名称: 动态法测杨氏模量 实验日期: 2024 年 5 月 9 日 上午

班级: 张力达班 教学班级:

页数: 1/7

座号: 14

## 一、实验目的

- (1) 学习用共振法测定金属细棒的杨氏模量。
- (2) 了解压力传感器的工作原理及特性。

## 二、实验仪器

本实验采用杨氏模量测试系统。

## 三、实验原理

一根细长棒(长度  $L$  比直径  $d$  大很多)在做横振动(又称弯曲振动)时,应满足下列动力学方程:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho S} \cdot \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

如果长棒的轴线沿  $x$  轴方向,式中  $\eta$  为长棒  $x$  处截面的  $z$  方向位移。 $E$  为该棒的杨氏模量,  $\rho$  为材料密度,  $S$  为棒的横截面积,  $I$  为惯量矩  $I = \int_S z^2 ds$ 。对于直径为  $d$  的细圆棒,其惯量矩  $I = \int_S z^2 ds = \frac{\pi d^4}{64}$ 。求解上述方程可得到样品在以最低的固有频率(基频)振动时,细圆棒的杨氏模量  $E$  与其他物理量的关系式为:

$$E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2 \quad (2)$$

式中  $L$  为样品的长度;  $m$  为其质量;  $d$  为其直径;  $f$  为样品的基频固有频率。各样品的固有频率通过共振法测量。而样品的共振频率  $f'$  与其固有频率  $f$  之间有下列关系:

$$f = f' \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \quad (3)$$

式中:  $Q$  为样品的机械品质因数。由于本实验所选取的样品的  $Q$  值均大于 50, 因此  $f$  与  $f'$  的差值小于万分之一。故可用样品的  $f'$  代替样品的固有频率  $f$  来计算动态杨氏模量。在实际测量中,当样品不能满足  $d \ll L$  的条件时,式(2)应修正为:

$$E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f'^2 T_1 \quad (4)$$

联系方式:

指导教师签字:



# 实验报告

课程名称: 物理实验BI 实验名称: 动态法测杨氏模量 实验日期: 2024 年 5 月 9 日上午

班级: 张力达班

教学班级:

页数: 2/7

座号: 14

修正系数  $T_1$  可由下表查到。

表1 径长比与修正系数  $T_1$  的关系

径长比 $d/L$	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10
修正系数 $T_1$	1.002	1.008	1.019	1.033	1.051

## 四、实验内容及步骤:

### (1) 熟悉实验系统。

信号发生器输出的正弦信号加在激振器上, 激发试样发生振动。拾振器将试样的振动信号转换为电信号输入示波器。改变信号发生器输出信号的频率, 当其输出信号的频率与试样的某种振动模式的固有频率一致时, 样品发生共振。本实验要求要找到样品的最低共振频率(基频)振动状态, 把测出的基频共振频率代入式(4), 就可求得样品的动态杨氏模量  $E$ 。

### (2) 利用悬挂式测试架, 测量钢制样品在做弯曲振动时的共振基频频率, 并测定共振频率与悬点位置关系的曲线。

理论上, 样品做基频共振时, 悬线的悬点应置于样品的节点处, 但节点处振幅始终为 0, 棒的振动无法激发。在实验中先将悬线置于靠近样品端面的测点, 测定此时的共振频率(注意: 频率调节应从高端指向低端, 并在调节的过程中认真观察示波器接收信号的变化规律, 应在样品的不同振动模式中选出基频——最低频率振动模式)。

然后, 同时改变两悬线位置, 每隔 5mm 测一次共振频率, 共测 8 点(钢棒上刻痕所在位置)。画出共振频率与悬线位置的  $f \sim x$  关系曲线, 以确定节点处对应的共振频率。

用支撑法测试架, 采用“支撑法”测定铝棒(粗细各一根)或铜棒的共振频率。从样品的端点处开始测量, 每个测点大约相距 0.5cm, 选择 4 个测点。由所测结果求出平均的基频共振频率  $\bar{f}$ , 并确定各被测样品的动态杨氏模量。

联系方式:

指导教师签字:

# 实验报告

课程名称: 物理实验 BI 实验名称: 动态法测杨氏模量 实验日期: 2024 年 5 月 9 日上午

班 级: 张力达班 教学班级:                     

页 数: 3/7

座 号: 14

(3) 利用游标卡尺测量各被测样品的长度  $L$ ; 利用千分尺测量各样品的直径  $d$  (在不同部位各测 3 次, 并取平均值); 利用电子天平测定各个样品的质量  $m$ 。

注意:

(1) 在利用信号源测定共振频率时, 先用频率粗调旋钮  $f_0$  慢慢调到共振频率附近, 再用频率微调旋钮  $f_c$  细致调节信号源输出信号频率, 否则很容易错过共振峰!

(2) 测量过程中, 应该注意识别假共振信号。当样品以基频共振时, 从示波器上所观察到的接收信号幅度最强。此时, 若用手触摸样品将有较强的振感, 并且在距样品两端点的  $0.224L$  处可以明显感觉到节点的存在, 而示波器上的接收信号幅度将产生明显变化。

## 五、实验数据处理

(1) 用坐标纸作出钢棒的基频共振频率  $f$  与悬线位置与棒的端点的距离  $l$  的关系曲线, 并确定钢棒在节点位置的共振频率, 以确定其动态  $E$  值 (不求不确定度值)。

(2) 由两根同材质、不同直径样品的测量参数, 并考虑各测量仪器的精度指标:

$\Delta f = 2\text{Hz}$ 、 $\Delta m = 0.02\text{g}$ 、 $\Delta L = 0.02\text{mm}$ 、 $\Delta d = 0.004\text{mm}$ ; 当包含因子统一取  $k=2$  时, 推导相对不确定度公式  $u_E/E$ 、绝对不确定度  $u_E$  公式, 并以  $E(u_E)$  表述测量结果。

(3) 可根据各样品的  $d/L$  的不同数值, 参考表 1, 利用内插法获得各样品的修正系数  $T$  值。

联系方式:                     

指导教师签字:



课程名称: 物理实验II 实验名称: 动态法测杨氏模量 实验日期: 2024年5月9日上午

班级: 张力达班

教学班级:

页数: 4/7

座号: 14

## 六、实验数据与思考题

### 实验三 金属的杨氏弹性模量

动态支撑法测定金属的杨氏模量

千分尺零读数:  $d_0 = -0.145$  mm

样品	钢棒		铜棒		细铝棒		粗铝棒	
$L$ (mm)	200.02		200.10		199.94		199.44	
$m$ (g)	29.84		32.79		10.60		14.98	
$d$ (mm)	$d$		$d$		$d$		$d$	
	$\bar{d}$		$\bar{d}$		$\bar{d}$		$\bar{d}$	
	1	4.784	1	4.803	1	4.803	1	5.676
	2	4.782	2	4.800	2	4.818	2	5.690
	3	4.781	3	4.805	3	4.811	3	5.666
	$\bar{d}$		$\bar{d}$		$\bar{d}$		$\bar{d}$	
基频共振频率(Hz)	$f$		$f$		$f$		$f$	
	$\bar{f}$		$\bar{f}$		$\bar{f}$		$\bar{f}$	
	1	565	1	381	1	567	1	668
	2	566	2	369	2	562	2	663
	3	564	3	378	3	564	3	665
	4	563	4	375	4	565	4	668
$E$ (Pa)	$2.0812 \times 10^{11}$		$9.9742 \times 10^{10}$		$7.2169 \times 10^{10}$		$7.4603 \times 10^{10}$	
$u_E/E$ (%)	0.4%		0.6%		0.4%		0.3%	
$u_E$ (Pa)	$8 \times 10^8$		$6 \times 10^8$		$2.9 \times 10^8$		$2.5 \times 10^8$	
$E(u_E)$ (Pa)	$2.081 \times 10^{11} (8 \times 10^8)$		$9.98 \times 10^{10} (6 \times 10^8)$		$7.217 \times 10^{10} (2.9 \times 10^8)$		$7.460 \times 10^{10} (2.5 \times 10^8)$	

➢ 扩展不确定度:  $\Delta d = 0.004$  mm,  $\Delta m = 0.02$  g,  $\Delta L = 0.02$  mm,  $\Delta f = 2$  Hz, 包含因子都取  $k = 2$ .

➢ 根据样品的  $d/L$  值, 利用内插或外延法计算各样品的修正系数  $T$ .

➢ 推导钢棒杨氏模量的相对不确定度公式  $u_E/E$ , 并写出钢棒的  $E(u_E)$  的计算过程.

思考题: 1.

由数据处理部分推导得到的公式:

$$\frac{u_E}{E} = \sqrt{\frac{16u_d^2}{d^2} + \frac{u_m^2}{m^2} + \frac{9u_L^2}{L^2} + \frac{4u_f^2}{f^2}}$$

可知, 影响测量精度的主要因素为棒的直径  $d$  与棒的长度  $L$ .

改进措施: ①: 选用测量精度更高的测量工具、方法来测量  $d$  与  $L$ ;

②: 如果考虑 A 类不确定度的话, 可以增加测量次数以减小合成不确定度

# 实验报告

课程名称: 物理实验BI 实验名称: 动态法测杨氏模量 实验日期: 2024 年 5 月 9 日 上午

班级: 张力达班 教学班级:

页数: 5/7

座号: 14

## 七、数据处理:

1. 平均直径  $\bar{d}$ : ①: 未减  $d_0$ :  $\bar{d}_{\text{钢}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 d_{\text{钢}i} = 4.782 \text{ mm}$ ,  $\bar{d}_{\text{铜}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 d_{\text{铜}i} = 4.803 \text{ mm}$ ,  
 $\bar{d}_{\text{细铝}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 d_{\text{细铝}i} = 4.811 \text{ mm}$ ,  $\bar{d}_{\text{粗铝}} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 d_{\text{粗铝}i} = 5.677 \text{ mm}$

②: 减去  $d_0 = -0.145 \text{ mm}$  后:

$\bar{d}_{\text{钢}} = 4.927 \text{ mm}$ ,  $\bar{d}_{\text{铜}} = 4.948 \text{ mm}$ ,  
 $\bar{d}_{\text{细铝}} = 4.956 \text{ mm}$ ,  $\bar{d}_{\text{粗铝}} = 5.822 \text{ mm}$

## 2. 平均基频

共振频率  $f$ : ①:  $\bar{f}_{\text{钢}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 f_{\text{钢}i} = 564.5 \text{ Hz}$ ,  $\bar{f}_{\text{铜}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 f_{\text{铜}i} = 375.75 \text{ Hz}$ ,  
 $\bar{f}_{\text{细铝}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 f_{\text{细铝}i} = 564.5 \text{ Hz}$ ,  $\bar{f}_{\text{粗铝}} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 f_{\text{粗铝}i} = 666 \text{ Hz}$

## 3. 内插法计算修正系数 $T_1$

(1): 内插法推导: 设存在两点  $(x_1, y_1)$  与  $(x_2, y_2)$ , 对任意  $x \in (x_1, x_2)$ , 及所对应的  $y$ , 有如下关系:

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

于是:

$$y = y_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \cdot (y_2 - y_1)$$

(2) 径长比  $d/L$ : 钢:  $\frac{\bar{d}_{\text{钢}}}{L_{\text{钢}}} = \frac{4.927}{200.02} = 0.025$  铜:  $\frac{\bar{d}_{\text{铜}}}{L_{\text{铜}}} = \frac{4.948}{200.10} = 0.025$

细铝:  $\frac{\bar{d}_{\text{细铝}}}{L_{\text{细铝}}} = \frac{4.956}{199.94} = 0.025$  粗铝:  $\frac{\bar{d}_{\text{粗铝}}}{L_{\text{粗铝}}} = \frac{5.822}{199.94} = 0.029$

(3) 计算修正系数  $T_1$  查表得对应两端点:  $(x_1, y_1) \rightarrow (0.02, 1.002)$ ,  $(x_2, y_2) \rightarrow (0.04, 1.008)$

故:  $T_{1\text{钢}} = 1.002 + \frac{0.025 - 0.02}{0.02} \times 0.006 = 1.0034$

$T_{1\text{铜}} = 1.002 + \frac{0.025 - 0.02}{0.02} \times 0.006 = 1.0034$

$T_{1\text{细铝}} = 1.002 + \frac{0.025 - 0.02}{0.02} \times 0.006 = 1.0034$

联系方式:  $T_{1\text{粗铝}} = 1.002 + \frac{0.029 - 0.02}{0.02} \times 0.006 = 1.0047$  指导教师签字: \_\_\_\_\_



# 实验报告

课程名称: 物理实验BI 实验名称: 动态法测杨氏模量 实验日期: 2024 年 5 月 9 日 上午

班级: 张为达班 教学班级:                     

页数: 6/7

座号: 14

## 4. 动态法计算杨氏模量 $E$ :

$$E_{\text{钢}} = 1.6067 \cdot \frac{L_{\text{钢}}^3 \cdot m_{\text{钢}}}{d_{\text{钢}}^4} \cdot f_{\text{钢}}^2 \cdot T_{1\text{钢}} = 2.0812 \times 10^{11} (\text{Pa})$$

$$E_{\text{细铝}} = 1.6067 \cdot \frac{L_{\text{细铝}}^3 \cdot m_{\text{细铝}}}{d_{\text{细铝}}^4} \cdot f_{\text{细铝}}^2 \cdot T_{1\text{细铝}} = 9.9792 \times 10^{10} (\text{Pa})$$

$$E_{\text{细铝}} = 1.6067 \cdot \frac{L_{\text{细铝}}^3 \cdot m_{\text{细铝}}}{d_{\text{细铝}}^4} \cdot f_{\text{细铝}}^2 \cdot T_{1\text{细铝}} = 7.2169 \times 10^{10} (\text{Pa})$$

$$E_{\text{粗铝}} = 1.6067 \cdot \frac{L_{\text{粗铝}}^3 \cdot m_{\text{粗铝}}}{d_{\text{粗铝}}^4} \cdot f_{\text{粗铝}}^2 \cdot T_{1\text{粗铝}} = 7.4603 \times 10^{10} (\text{Pa})$$

## 5. 不确定度的计算(钢棒): (老师要求: 不用算A类不确定度)

(1) B类不确定度,  $u_d = \frac{\Delta d}{k} = 0.002 \text{ mm}$ ,  $u_m = \frac{\Delta m}{k} = 0.01 \text{ g}$ ,  $u_L = \frac{\Delta L}{k} = 0.01 \text{ mm}$ ,  $u_f = \frac{\Delta f}{k} = 1 \text{ Hz}$

(2) 相对不确定度公式  $\frac{u_E}{E}$  的推导:

由动态法杨氏模量计算公式:  $E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2 T_1$ , 对两侧同时取对数:

$$\ln E = \ln 1.6067 + 3 \ln L + \ln m - 4 \ln d + 2 \ln f + \ln T_1$$

$$\text{故 } \frac{\partial \ln E}{\partial d} = -\frac{4}{d}, \frac{\partial \ln E}{\partial m} = \frac{1}{m}, \frac{\partial \ln E}{\partial L} = \frac{3}{L}, \frac{\partial \ln E}{\partial f} = \frac{2}{f}$$

$$\begin{aligned} \text{于是 } \frac{u_E}{E} &= \sqrt{\left(\frac{\partial \ln E}{\partial d}\right)^2 \cdot u_d^2 + \left(\frac{\partial \ln E}{\partial m}\right)^2 \cdot u_m^2 + \left(\frac{\partial \ln E}{\partial L}\right)^2 \cdot u_L^2 + \left(\frac{\partial \ln E}{\partial f}\right)^2 \cdot u_f^2} \\ &= \sqrt{\frac{16 u_d^2}{d^2} + \frac{u_m^2}{m^2} + \frac{9 u_L^2}{L^2} + \frac{4 u_f^2}{f^2}} \end{aligned}$$

代入钢的相关数据:  $d_{\text{钢}} = 4.927 \text{ mm}$ ,  $m_{\text{钢}} = 29.84 \text{ g}$ ,  $L_{\text{钢}} = 200.02 \text{ mm}$ ,  $f_{\text{钢}} = 564.51 \text{ Hz}$

计算得:  $\frac{u_{E_{\text{钢}}}}{E_{\text{钢}}} \approx 0.4\%$

(3) 动态法杨氏模量  $E$  不确定度(钢棒):  $u_{E_{\text{钢}}} = \frac{u_{E_{\text{钢}}}}{E_{\text{钢}}} \cdot E_{\text{钢}} = 8 \times 10^8 (\text{Pa})$

6. 最终结果: 钢棒杨氏模量  $E_{\text{钢}} = 2.081 \times 10^{11} (8 \times 10^8) \text{ Pa}$

(细铝棒、粗铝棒同理)

联系方式:                     

指导教师签字:

# 实验报告

课程名称: 物理实验B1 实验名称: 动态法测杨氏模量 实验日期: 2024 年 5 月 9 日 上午

班级: 张力达班

教学班级:                     

页数: 7/7

座号: 14

## 八、原始数据:

表1 动态支持法测定金属的杨氏模量

游标卡尺读数:  $d_0 = -0.145 \text{ mm}$

样品	铜棒	铜棒	细铝棒	粗铝棒
$L(\text{mm})$	200.02	200.10	199.94	199.94
$m(\text{g})$	29.84	32.79	10.60	14.98
$d(\text{mm})$	1 4.784	1 4.803	1 4.803	1 5.676
	2 4.782	2 4.800	2 4.818	2 5.690
	3 4.781	3 4.805	3 4.811	3 5.666
基频共振频率 $f(\text{Hz})$	1 565	1 381	1 567	1 668
	2 566	2 369	2 562	2 663
	3 564	3 378	3 564	3 665
	4 563	4 375	4 565	4 668

序号:	张力达		
时间:	年	月	日
	上午	下午	晚上

联系方式:                     

指导教师签字: