
PROJET : ENSEMBLES STABLES MAXIMUM DANS LES GRAPHS DE DISQUES

Un ensemble X de sommets dans un graphe G forme un *stable* (ou ensemble indépendant) s'il n'y a aucune arête entre deux sommets de X dans G . Un stable X de G est *maximum* s'il n'existe pas de stable de cardinalité plus grande dans G . Pour un sommet x de G , l'ensemble de ses voisins est noté $N(x)$ et son voisinage fermé est $N[x] = N(x) \cup x$.

Un graphe de disque $G(d, h, l, n)$ est un graphe obtenu à partir de n disques de diamètre d dont les centres sont positionnés aléatoirement dans le plan sur une zone de largeur l et hauteur h en associant un sommet par disque et en mettant une arête entre deux sommets si les disques correspondants s'intersectent (cf. TP2).

L'algorithme récursif suivant pour le calcul du nombre d'indépendance (cardinalité d'un ensemble stable maximum) est connu depuis les années 80 :

```
int ESM(graphe G)
{
1 si  $|V(G)| = 1$  alors retourner 1
2 s'il existe une composante connexe  $C$  dans  $G$  alors retourner  $ESM(C) + ESM(G - C)$ 
3 s'il existe deux sommets  $x$  et  $y$  tels que  $N[x] \subset N[y]$  alors retourner  $ESM(G - y)$ 
4 choisir un sommet  $x$  de degré maximum et retourner  $\max\{ESM(G - x), ESM(G - N[x]) + 1\}$ 
}
```

Remarque : seules les étapes 1 et 4 sont nécessaires, les étapes 2 et 3 peuvent donc être implantées par la suite, pour améliorer le temps de calcul. L'étape 4 provient du fait que tout sommet du graphe soit ne fait pas partie du stable, soit en fait partie (et alors ses voisins n'en font pas partie). Pour l'étape 3, noter que les sommets x et y sont forcément voisins. Pour l'étape 4, une amélioration possible est de choisir, à degré égal, le sommet x tel que ses voisins ont le moins d'arêtes possibles entre eux dans G .

Travail effectuer

L'objectif de ce projet est d'implanter cet algorithme (en le modifiant pour qu'il calcule un ensemble stable maximum et non pas seulement sa taille), et de le tester sur les graphes de disques.

Votre programme devra permettre de

1. calculer un ensemble stable maximum d'un graphe par l'algorithme ci-dessus. Le choix de la structure pour coder le graphe est laissée à votre appréciation.
2. visualiser l'ensemble stable calculé sur un graphe de disques.
3. calculer le nombre d'indépendance moyen d'un graphe de disques en fonction de son nombre de sommets n , de d et de la taille de la zone $h \times l$.

Modalités de réalisation

- Programmes à réaliser en C/C++/Java.
- La notation sera basée sur la façon dont les fonctions sont implantées, les résultats du programme ainsi que sur le mini-rapport.