

Rechnernetze und verteilte Systeme

Übungsblatt 0

Koenig.Noah@campus.lmu.de



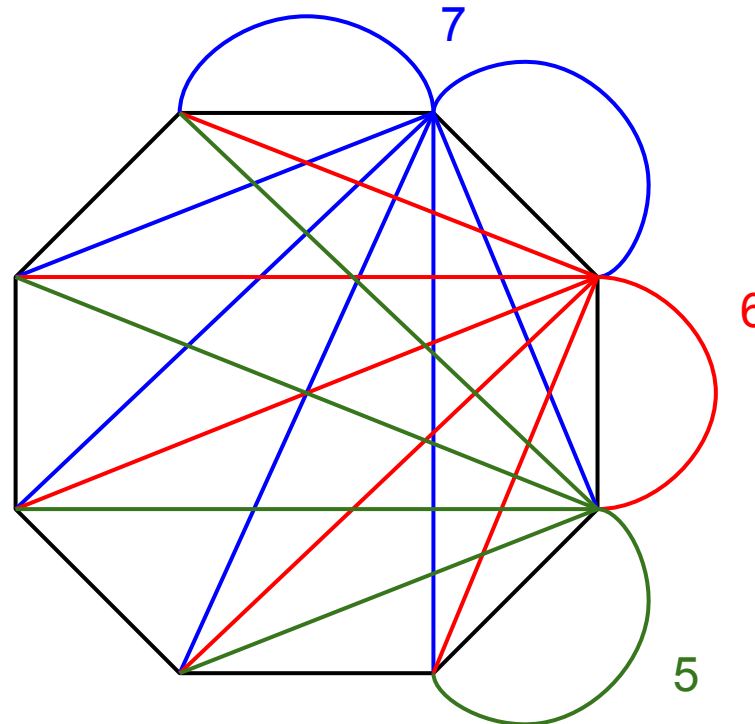
1. Anforderungen des Internets (H)

Im Internet macht es den Anschein, als wären alle Geräte unmittelbar miteinander verbunden.

- (a) Angenommen Sie müssen ein Netz entwerfen, in dem jedes Endgerät mit jedem anderen verkabelt ist, d.h. *komplett vermascht*.

Wie viele Verbindungen benötigen Sie für:

- 8 Teilnehmer?



- 8 Teilnehmer?

7 Verbindungen für den ersten Teilnehmer, 6 für den zweiten, ...

$$7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$$

- 300 Teilnehmer?

$$299 + 298 + \dots + 1 = \sum_{n=1}^{299} n = 44850$$

- N Teilnehmer?

Gaußsche Summenformel / kleiner Gauß:

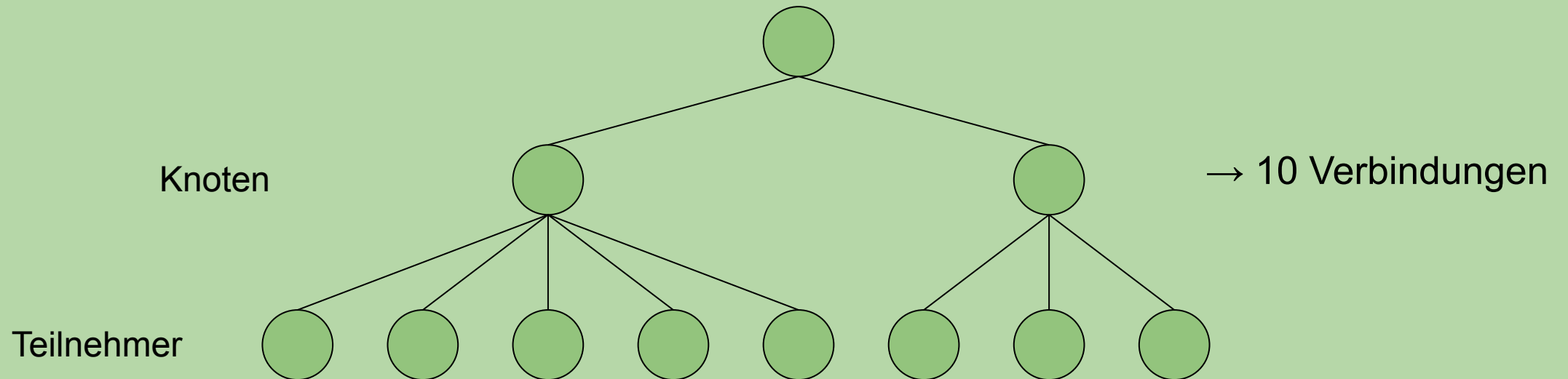
$$1 + 2 + \dots + n = \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n^2+n}{2}$$

Für N Teilnehmer:

$$1 + 2 + \dots + (N - 1) = \sum_{k=1}^{N-1} k = \frac{(N-1)(N-1+1)}{2} = \frac{(N-1)(N)}{2} = \frac{N^2-N}{2}$$

(b) Stattdessen sollen jetzt immer maximal fünf Geräte direkt mit einem *Knoten*, aber nicht untereinander, verbunden sein. Maximal fünf dieser Knoten sind wiederum mit einem Knoten verbunden, usw. Wie viele Verbindungen benötigt man hier für:

- 8 Teilnehmer?



- 300 Teilnehmer?

Knoten pro Ebene (von unten nach oben):

- 300
- $\left\lceil \frac{300}{5} \right\rceil = 60$
- $\left\lceil \frac{60}{5} \right\rceil = 12$
- $\left\lceil \frac{12}{5} \right\rceil = 3$
- $\left\lceil \frac{3}{5} \right\rceil = 1$

Kanten insgesamt: $300 + 60 + 12 + 3 = 375$

- N Teilnehmer? Gehen Sie von $N = 5^a$ mit $a \in \mathbb{N}$ aus.

- Vollständiger Baum mit Grad 5, N Blättern und $\log_5(N) + 1 = a + 1$ Ebenen
- 5^k Knoten auf Ebene $k \geq 0$
- Summe der **Knoten**:

$$K = 5^0 + 5^1 + \dots + 5^a = \sum_{k=0}^a 5^k$$

- N Teilnehmer? Gehen Sie von $N = 5^a$ mit $a \in \mathbb{N}$ aus.

- Summe der **Kanten**:

$$K - 1 = 5^0 + 5^1 + \dots + 5^a - 1 = \left(\sum_{k=0}^a 5^k\right) - 1 = \frac{5^{a+1} - 1}{5 - 1} - 1 = \frac{5^{a+1} - 1}{4} - 1$$

- Warum?

→ Weniger Kanten pro Teilnehmer: <https://www.desmos.com/calculator/uikboh9so>

Geometrische Summenformel:

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{(-1)(-1 + q^{n+1})}{(-1)(-1 + q)} = \frac{(-1)(q^{n+1} - 1)}{(-1)(q - 1)} = \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$$

2. Das Stellenwertsystem (H)

Bezeichnung	Basis	Ziffern (→ aufsteigende Wertigkeit)									
Dezimalsystem	zehn	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Oktalsystem	acht	0	1	2	3	4	5	6	7		
Dualsystem/Binärsystem	zwei	0	1								

- (a) Welche Ziffern werden normalerweise für das Hexadezimalsystem verwendet? Schreiben Sie alle mit aufsteigender Wertigkeit auf!

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

auch: a b c d e f

(b) Schreiben Sie die Zahlen 2, 4, 8, 10 je im Hexadezimal, Oktal und Binärsystem auf!

Dezimal	Hexadezimal	Oktal	Binär
2	2	2	10
4	4	4	100
8	8	10	1 000
10	A	12	1 010

(c) Konvertieren Sie die folgenden Zahlen je in das Binärsystem und das Hexadezimalsystem!

16, 127, 168, 172, 192, 255

Dezimal	Binär	Hexadezimal
16	10 000	10
127	1 111 111	7F
168	10 101 000	A8
172	10 101 100	AC
192	11 000 000	C0
255	11 111 111	FF

(d) Wieviele Stellen hat die Zahl $2^{32} - 1$ in Binärdarstellung? Wieviele davon sind 1 wieviele 0?

- $(2^{32})_{10} = (1000\dots)_2$
→ 33 Stellen
- $(2^{32} - 1)_{10} = (1111\dots)_2$
→ 32 Stellen (nur 1en)

3. Rechnen in unterschiedlichen Zahlensystemen

Zahlensystem	Zahl	multipliziert mit Faktor				
		$(1)_{10}$	$(2)_{10}$	$(8)_{10}$	$(10)_{10}$	$(16)_{10}$
Dezimalsystem	zwei	2	4	16	20	32
	acht	8	16	64	80	128
Oktalsystem	zwei	2	4	20	24	40
	acht	10	20	100	120	200

- (a) Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse für die Berechnungen $(1, 2, 8, 10, 16) \cdot (2, 8)$ im Dezimal und Oktal-system. Führen Sie die selbe Rechnung für das Binär- und Hexadezimalsystem durch!

Binär:

Zahl	Faktor				
	$1 = (1)_2$	$2 = (10)_2$	$8 = (1\ 000)_2$	$10 = (1\ 010)_2$	$16 = (10\ 000)_2$
$2 = (10)_2$	10	100	10 000	10 100	100 000
$8 = (1\ 000)_2$	1 000	10 000	1 000 000	1 010 000	10 000 000

Regeln:

- $0 * 0 = 0$
- $0 * 1 = 0$
- $1 * 0 = 0$
- $1 * 1 = 1$

Hexadezimal:

Zahl	Faktor				
	$1 = (1)_{16}$	$2 = (2)_{16}$	$8 = (8)_{16}$	$10 = (A)_{16}$	$16 = (10)_{16}$
$2 = (2)_{16}$	2	4	10	14	20
$8 = (8)_{16}$	8	10	40	50	80

(b) Ergebnisse der folgenden Terme im angegeben Zahlensystem auf ...

- i. Als Binärzahl: $2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7$
- ii. Als Oktalzahl: $8^2, 8^3, 8^4, 8^5, 8^6, 8^7$
- iii. Als Dezimalzahl: $10^2, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6, 10^7$
- iv. Als Hexadezimalzahl: $16^2, 16^3, 16^4, 16^5, 16^6, 16^7$

100
1 000
10 000
100 000
1 000 000
10 000 000
(i. bis iv.)