STV I. JOZEF JURČÍK 2.3.2025

Absolute Häufigkeit: Anzahl der Ereignisse mit einem Bestimmten Merkmal.

Stichprobe. Menge aller Ergebnisse

Relative Häufigkeit: Absolute Häufigkeit / |Stichprobe|

Wahrscheinlichkeit: $\lim_{|\text{Stichprobe}| \to \infty}$ Relative Häufigkeit = Wahrsch.

Erwartungswert: nach Wahrscheinlichkeit gewichtetes Mittel der Werte, die die Zufallsvariable annimmt

https://de.wikipedia.org/wiki/Erwartungswert

Varianz:

$$\mathrm{Var}(X) = \mathbb{E}\left((X-\mu)^2\right)$$

https://de.wikipedia.org/wiki/Varianz_(Stochastik)

X – Zufallsvariable

μ – Erwartungswert also $\mathbb{E}(X) = \mu$

Standardabweichung:

$$SD(x) = \sqrt{\mathrm{Var}(x)} = \sigma$$

II.

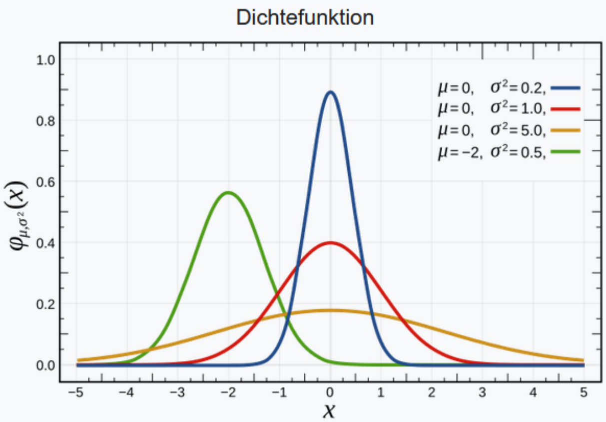
Normalverteilung:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$\sigma = SD(x)$

$\sigma^2 = \mathrm{Var}(x)$

$\mu = \mathbb{E}(x)$



Dichtefunktionen der Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$: $\mathcal{N}(0; 0{,}2)$ (blau), $\mathcal{N}(0; 1)$ (rot), $\mathcal{N}(0; 5)$ (gelb) und $\mathcal{N}(-2;\ 0{,}5)$ (grün)

https://de.wikipedia.org/wiki/Normalverteilung

https://de.wikipedia.org/wiki/Zentraler_Grenzwertsatz

Der Zentrale Grenzwertsatz (ZGS):

Sei $X_1, X_2, X_3 \ldots X_n$ eine Folge von Zufallsvariablen d

→ Unabhängig

→ Identisch verteilt

→ $\mathbb{E}(X_i) = \mu$ und $Var(X_i) = \sigma^2 < \infty$

Sei: $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$

$$Z_n = \frac{S_n - n\mu}{\sigma \sqrt{n}} = \frac{\frac{1}{n} S_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}}$$

$\mathbb{E}(Z_n) = 0$

$Var(Z_n) = 1$

Der ZGS besagt, dass die Verteilungsfunktion von Z_n für $n \to \infty$ gegen die Verteilungsfunktion von $\mathcal{N}(0,1)$ konvergiert.

Formal:

$$\lim_{n \to \infty} P(Z_n \leq z) = \Phi(z) \qquad , z \in \mathbb{R}$$

Binomialverteilung:

https://de.wikipedia.org/wiki/Binomialverteilung

Wahrscheinlichkeitsfunktion

$$B(k \mid p, n) = \begin{cases} \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} & \text{falls } k \in \{0, 1, \dots, n\} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

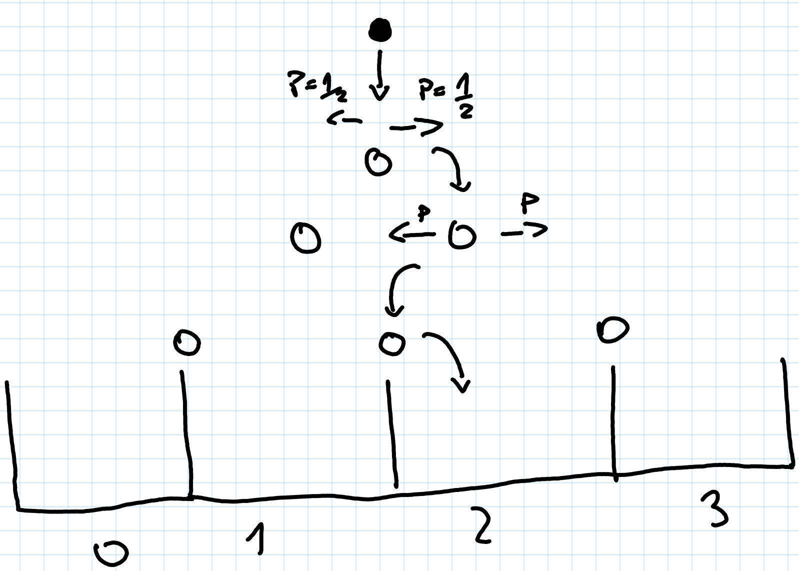
$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

↑ Binomialkoeffizient

$n \in \mathbb{N}$: Anzahl der Versuche
$p \in [0,1]$: Trefferwahrscheinlichkeit
$k \in \mathbb{N}$: Anzahl der Treffer

$$X \sim B(n, p) \longrightarrow E(X) = np$$

$$\searrow \mathrm{Var}(X) = np(1-p)$$



Treffer

III

α - Strahlung : Heliumkern , penetration : wenige cm in Luft
β - Strahlung : Elektron , penetration : einige m in Luft
γ - Strahlung : Photon , penetration : mehrere cm in Beton

Poisson Verteilung : https://de.wikipedia.org/wiki/Poisson-Verteilung

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

$$\mathbb{E}(X) = \lambda$$
$$Var(X) = \lambda$$

Der Parameter λ beschreibt die bei einer Beobachtung erwartete Ereignishäufigkeit. Die P-Verteilung gibt dann die Wahrscheinlichkeit, einer bestimmten Ereigniszahl k im Einzelfall an, wenn die mittlere Ereignisrate λ bekannt ist.

λ z.B. - Zerfälle pro Sekunde

$$P_\lambda(k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

Wahrscheinlichkeit k Zerfälle innerhalb einer S. zu beobachten.

Versuchsablaufplan

TV 1.

Generierung einer Binomialverteilung mit dem Galton-Brett

-> Brett während Versuch horizontal + Erschütterungsfrei halten
-> Rein ablesen nach hinten + seitlich kippen
Reset -> Brett flach legen + schütteln (clusters)

Messung:

kleine Stichprobe (SP) : 40 kugeln + Tabelle
Mittlere SP : 256 kugeln + Tabelle
Große SP : 2560 kugeln
↳ 2x Mittlere SP -> Werte an die Tafel
↳ Am Ende 10 x Mittlere SP -> 1 x Große SP

$$\sum |\text{kugeln}| \overset{!}{=} 256 \quad (\text{oder } 40) \quad !$$

MATLAB

$\bar{x}$ und σ von Mittlere SP und Große SP

↳ im derselbe Figure-Window:
plot von beiden Statistiken
y-Achse skalierung "plotyy"
mittelwert für die Große statistik plotten "mean(x,y)"

! Achsenbeschriftung + Titel

TV 2.

Aufnahme einer Poisson-Verteilung

\# Impulse / 2 s messen

ZGS → Normalverteilung anstatt Poi.

↳ Also: kleine Energieintervall wählen

Richtwert: 2-4 Impulse / Messung (2 s)

1 Messung × 100 s $\xrightarrow{\text{Perl-Script}}$ 50 Messungen × 2 s

MAESTRO:

- Clear ROI → "ROI / Clear All"
- Szintillationsdetektor an der Schnur (Nicht USB-Kabel!) aus der Bleikammer ziehen
- Während Messung draußen lassen
- HV/Gain → Spektrum fast den ganzen Bereich ausfüllt
- Voltage → anpassen sodass ↑

(~ 835 V Neu ~ 1150 V Alt)

Durchführung:

Messzeit 20 s → ziehen mit LMB ein Intervall ankreuzen sodass $\sum$ Impulse = 20 - 40

- Bereich markieren (ggf List Mode deaktivieren)

- RMB -> Sum -> Unten Links Σ angezeigt
-> Autoscale aktivieren ?

Gewählten Bereich -> RMB -> "Mark ROI" -> nicht ändern

Messzeit 2s -> 10x durchlaufen -> checken ob $\frac{\#\text{Impulse}}{\text{Messung}} = 2\text{-}4$

Menu -> ROI/Save File -> "11_JJTM_TV2.ROI"

Messungen:

Messmodus -> List Mode
Messzeit -> 100 s -> Save as -> 11_JJTM_TV2_50Messungen.Lis
Messzeit -> 200s — 11 — 100 —11—

CMD:

perl␣-S␣ParseOrderListData.pl␣<.ROI>␣<.Lis>␣<#Messungen>␣<sec>
↳␣> <savefile.dat>

MATLAB:

dlmread -> read .dat (50 Messungen)
$\bar{x}, \sigma$ berechnen
PROTOKOLIEREN Alles

—11— für 100 Messungen

- Plotten wie in TV1
in welche Richtung ist $\bar{X}$ verschoben ?
Save as → PDF

TV3.

Variante 1

100 Messungen × 20 s (Gleiche ROI)

Alles analog zu TV2

+ beim plotten :

Poissonverteilung "poisspdf (x, M)"

Normalverteilung "normpdf(x,M)"

Variante 2.

ROI → group3 einstellen (wie in TV2.)

100 Messungen × 2 s

Alles analog zu TV2

+ beim plotten : Histogram "normpdf (x, M, S)"