

STO—- Stöße

P1 — Praktikum

29. Januar 2024

Ziele

Die Stoßgesetze werden anhand von elastischen Stößen zweier Kugeln studiert. Mit einer schiefen Ebene wird eine Kugel beschleunigt und stößt an deren Ende elastisch auf eine zweite Kugel. Nach einem waagrechten Flug treffen beide auf eine mit Kohle- und Transparentpapier ausgelegte Landefläche auf, wo dann die jeweilige Flugweite und -richtung vermessen werden kann.

Teilversuche

1. Flugweiten verschiedener Kugeln

Ermittlung des geeignetsten Kugeltyps durch Analyse von Flugweite und Landepunktstreuung.

2. Elastischer Stoß von Kugeln gleicher Masse

Stoß zweier identischer Kugeln. Auswertung des Landekreises und Analyse der Abweichungen von der Theorie.

3. Bewegungsanalyse mit Hochgeschwindigkeitskamera

Bestimmung der Abfluggeschwindigkeit einer Kugel und der Erdbeschleunigung durch Hochgeschwindigkeitsaufnahme und Videoanalyse.

4. Bestimmung der Erdbeschleunigung

Mit der Smartphone-App „Phyphox“ wird die Erdbeschleunigung durch ein Kugelfallexperiment bestimmt.

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen	3
1.1	Eigenschaften der Versuchsanordnung	3
1.2	Elastischer Stoß zweier Kugeln	10
1.3	Korrekturen an den Auftreffpunkten	13
1.4	Energieverluste und Drehimpulsaustausch beim Stoß	15
2	Technische Grundlagen	17
2.1	Versuchsaufbau	17
2.2	Längenmessung	19
2.3	Einstellungen an der Apparatur	20
2.4	Geometrie des Stoßvorgangs	23
2.5	Hochgeschwindigkeitsaufnahme	23
3	Versuchsdurchführung	27
3.1	Teilversuch 1: Flugweiten verschiedener Kugeln	27
3.2	Teilversuch 2: Elastischer Stoß von Kugeln gleicher Masse	28
3.3	Teilversuch 3: Bewegungsanalyse mit einer Hochgeschwindigkeitskamera	29
3.4	Teilversuch 4: Bestimmung der Erdbeschleunigung aus dem freien Fall	31
4	Auswertung	32
4.1	Teilversuch 1: Flugweiten und Streuung verschiedener Projektilarten	32
4.2	Teilversuch 2: Elastischer Stoß von Kugeln gleicher Masse	32
4.3	Teilversuch 3: Bewegungsanalyse mit einer Hochgeschwindigkeitskamera	33
4.4	Teilversuch 4: Bestimmung der Erdbeschleunigung mit der Smartphone-App „Phyphox“	36

1 Physikalische Grundlagen

Mit der im Versuch verwendeten Apparatur sollen elementare Größen wie Impuls und Energie veranschaulicht werden. Ferner können Grundbegriffe von Stoßexperimenten der Teilchenphysik modellmäßig studiert werden.

1.1 Eigenschaften der Versuchsanordnung

Die Apparatur besteht aus einem Beschleuniger und einem Detektor.

Beschleuniger

Der Beschleuniger ist hier eine abwärts führende Schiene, die in einen waagerechten Auslauf mündet (Abbildung 3). Auf ihr können Kugeln herunterrollen, deren anfangs vorhandene potentielle Energie fast vollständig in kinetische Energie umgewandelt wird (bis auf geringe Reibungsverluste). Nach dem Verlassen der Schiene fliegen sie mit definierter horizontaler Anfangsgeschwindigkeit u davon.

Kugelführung

Die Kugel rollt in einer V-förmigen Schiene mit dem Öffnungswinkel β ab (Abbildung 1). Im Falle des rutschfreien Abrollens herrscht eine eindeutige Beziehung zwischen den Umdrehungen der Kugel (Winkel ϕ) und der von ihr durchlaufenen Strecke s . Für eine Umdrehung gilt $s = r'\phi$ mit $\phi = 2\pi$ wobei hier der effektive Rollradius r' , welcher sich durch die Auflage in der Schiene ergibt, anstelle des Kugelradius r verwendet werden muss.

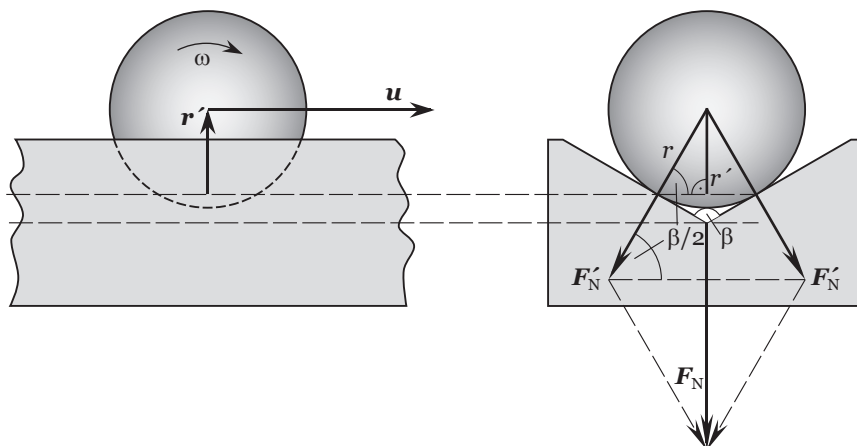


Abbildung 1: Auflage der Kugel auf der V-förmigen Schiene mit Rollradius r' und Zwangskräften

Bestimmung der Beschleunigung

Im geradlinigen Teil des Beschleunigers lässt sich die Beschleunigung für zwei verschiedene Fälle theoretisch ermitteln:

1. Fall: Reibungsfreies Rutschen In der Realität kann es dazu kommen, dass die Kugel auf einer schiefen Ebene rutscht – im Extremfall also nicht mehr rollt. In diesem Fall des reibungsfreien Rutschens wirkt auf die Kugel nur eine konstante Kraft in abfallender Hangrichtung, die auch als Hangabtriebskraft bezeichnet wird und deren Beschleunigung a aus der Erdfeldbeschleunigung g und dem Sinus des Neigungswinkels α der schiefen Ebene berechnet werden kann:

$$a = g \cdot \sin \alpha \quad (1)$$

Mit dieser Beschleunigung wird ein Körper auf einer schiefen Ebene beschleunigt, wenn man annimmt, dass die potentielle Energie an der schiefen Ebene rein in kinetische Energie des Schwerpunkts umgewandelt wird.

2. Fall: Rutschfreies Rollen In diesem Fall rollt eine Kugel die schiefe Ebene des Beschleunigers herab, ohne zu rutschen. Zur quantitativen Beschreibung der Rollbewegung sind in Abbildung 2 die Kräfteverhältnisse dargestellt.

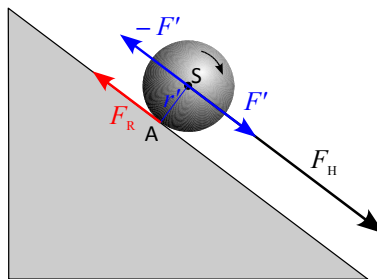


Abbildung 2: Kugel auf schiefer Ebene und die an ihr angreifenden Kräfte; F_H : Hangabtriebskraft, F_R : Haftreibungskraft, $-F'$: Kraft, die im Schwerpunkt angreift und die Reibungskraft ersetzt

Einerseits greift im Schwerpunkt S wieder die parallel zur schiefen Ebene gerichtete Hangabtriebskraft F_H an, andererseits wirkt am Auflagepunkt A die Reibungskraft F_R der schiefen Ebene in die entgegengesetzte Richtung. Durch Einführen zweier sich gegenseitig aufhebender Kräfte F' und $-F'$ kann die Reibungskraft F_R durch die im Schwerpunkt S angreifende Kraft $-F'$ und das Kräftepaar (F_R, F') ersetzt werden. Dieses Kräftepaar bewirkt ein Drehmoment vom Betrage rF' , welches die Kugel um eine durch den Schwerpunkt verlaufende Achse in Rotation versetzt. Weil $-F'$ der Kraft F_H entgegengerichtet ist, kommt es zudem zu einer Verringerung der Translationsbeschleunigung der Kugel entlang der schiefen Ebene. Die Bewegung kann somit zerlegt werden in eine Translation des Schwerpunkts und eine Rotation um den Schwerpunkt.

1 Physikalische Grundlagen

Damit die Kugel mit Trägheitsmoment J um ihren Schwerpunkt rotieren, d. h. eine Winkelbeschleunigung a/r' erfahren kann, muss folgendes Drehmoment wirken:

$$M = J \frac{a}{r'} = r' F'$$

Somit folgt:

$$F' = J \frac{a}{r'^2}$$

Aus Abbildung 2 lässt sich für die beschleunigende Kraft der Translationsbewegung ansetzen:

$$F = F_H - F' \quad (2)$$

$$ma = mg \sin \alpha - J \frac{a}{r'^2} \quad (3)$$

Und somit kann man (3) mit (8) und (9) nach a auflösen:

$$a = \frac{g \sin \alpha}{1 + \frac{2}{5 \sin^2 \frac{\beta}{2}}} \quad (4)$$

Hier ist a also kleiner als im Fall des reibungsfreien Rutschens, was man bereits auch an (2) sehen kann. Bemerkenswert dabei ist, dass die Beschleunigung, welche die Kugel erfährt, weder vom Radius noch von der Masse der Kugel abhängt.

Im dritten Versuchsteil wird die Kugel mit Hilfe einer Hochgeschwindigkeitskamera gefilmt und der Schwerpunktsverlauf mit einem Bild-Analyseprogramm analysiert. Legt man die x -Achse eines Koordinatensystems parallel zur schiefen Ebene durch den Schwerpunkt S der Kugel, so kann man folgende Bahngleichung aufstellen:

$$x(t) = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \quad (5)$$

Aus dieser Funktion lässt sich die Beschleunigung a mit den im Versuch gewonnenen Messwerten für x und t durch Kurvenanpassung in einem Analyseprogramm sehr einfach ermitteln.

Hierbei werden Sie jedoch mit großer Wahrscheinlichkeit Werte erhalten, die zwar deutlich kleiner als der mit (1), aber größer als der mit (4) theoretisch ermittelte Wert sind. Das bedeutet, dass die Kugel nicht rutschfrei rollt. Nicht rutschfreies Rollen bedeutet bei gleichbleibender Strecke und Steigung jedoch, dass der Schwerpunkt mehr kinetische Energie erhält und sich somit die Abfluggeschwindigkeit erhöht.

Ursache dafür kann schon eine leichte Fettigkeit der Kugel oder der Schiene z. B. durch Anfassen mit bloßen Fingern sein. Auch wenn diese gar nicht oder nur kaum sichtbar ist, so können sich dadurch trotzdem Abweichungen von über 20 % ergeben. Deshalb ist es bei diesem Versuch äußerst wichtig, Kugeln und Schiene vor Gebrauch mit Ethanol abzuwischen und während des Experimentierens Handschuhe zu benutzen.

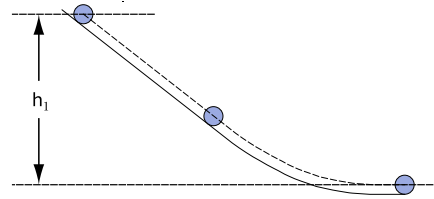


Abbildung 3: Beim Abrollen auf der Schiene durchlaufener Höhenunterschied

Berechnung der Abfluggeschwindigkeit

Eine elegante Methode zur Berechnung der Abfluggeschwindigkeit ist die Energieerhaltung.

Die durchlaufene Höhendifferenz h_1 zwischen Startposition und Schienenauslauf bestimmt die horizontale Anfangsgeschwindigkeit u . Die verfügbare potentielle Energie wird umgesetzt in kinetische Energie der Translations- und Rotationsbewegung:

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 \quad (6)$$

m = Masse und J = Trägheitsmoment der Kugel, g = Erdfeldbeschleunigung, h_1 = durchlaufener Höhenunterschied, u = Translationsgeschwindigkeit, ω = Winkelgeschwindigkeit der Rotation

Im Fall des rutschfreien Rollens gilt zwischen Translations- und Rotationsbewegung folgende Beziehung:

$$u = \frac{ds}{dt} = r' \frac{d\phi}{dt} = r' \omega \quad (7)$$

Mittels Abbildung 1 lässt sich die Beziehung zwischen r' und r aufstellen:

$$r' = r \sin \frac{\beta}{2} \quad (8)$$

Weiter sei die Formel für das Trägheitsmoment J einer Kugel hier gegeben:

$$J = \frac{2}{5}mr^2 \quad (9)$$

Mit (7), (8) und (9) kann man (6) nach u auflösen:

$$u = \sqrt{\frac{2gh_1}{1 + \frac{2}{5\sin^2 \beta/2}}} \quad (10)$$

Überlegen Sie selbst, von welchen Größen die Endgeschwindigkeit u dieses Gravitationsbeschleunigers abhängt bzw. interessanterweise nicht abhängt!

Im Versuch kann die Abfluggeschwindigkeit auf zwei Wegen ermittelt werden: Durch Ermittlung der Flugweite (siehe unten) sowie durch Analyse des Schwerpunktverlaufs der Kugel im waagrechten Flug (siehe S. 5).

Durch Berechnung der kinetischen Energien aus dem experimentell ermittelten (u_{exp}) und dem mit (10) berechneten theoretischen Wert der Abfluggeschwindigkeit (u_{th}) lässt sich später ausrechnen, welcher prozentuale Anteil der Energie durch Reibungsverluste verloren gegangen ist.

Reibungsvorgänge beim Abrollen auf der Schiene

Die Reibungsverluste kommen durch Roll- und Gleitreibung zu Stande. Die Rollreibung wird verursacht durch eine mikroskopische Verformung der Unterlage (Wulst vor dem momentanen Auflagepunkt). Gleitreibung entsteht zusätzlich, weil beim Rollen in einer V-förmigen Schiene die Kugel um die Verbindungsachse der beiden Auflagepunkte rotiert (Abbildung 1). Da die Berührung in der Realität statt in Punkten in kleinen Scheibchen stattfindet, kommt es lokal zu einer Relativbewegung zwischen Kugeloberfläche und Schiene.

Anmerkung für Interessierte: Wegen der V-Form der Schiene tritt bereits beim Rollen Gleitreibung auf, wodurch die Haftung stark vermindert wird. Um ihr einen genügend großen Wert zu geben, wurden die Schienen mit Folien aus Kupfer beklebt. Es hat sich ergeben, dass die Kugeln damit eine wesentlich größere Flugweite erreichen als bei den ursprünglich mit einer harten Eloxalschicht versehenen Schienen.

Detektor

Der im Versuch verwendete Detektor ist im Wesentlichen eine ebene Platte mit Kohlepapier und darüber liegendem Transparentpapier. Der Aufschlag einer Kugel hinterlässt dabei einen schwarzen Punkt auf dem Transparentpapier.

Flugweite

Eine anfangs waagrecht fliegende Kugel durchläuft eine parabelförmige Bahn und trifft nach der Flugweite s auf den Detektor (Abbildung 4).

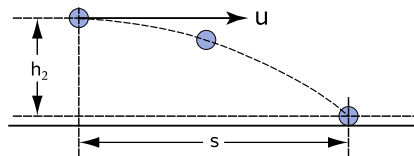


Abbildung 4: Von der Kugel beim freien Flug waagrecht durchlaufene Strecke

Der parabelförmige Flug einer Kugel mit der Anfangsgeschwindigkeit u lässt sich aus einer geradlinig gleichförmigen Bewegung in horizontaler Richtung mit

$$s(t) = ut \quad (11)$$

und dem in vertikaler Richtung gleichförmig beschleunigten freien Fall (mit der Anfangsgeschwindigkeit null)

$$h(t) = \frac{1}{2}gt^2 \quad (12)$$

zusammensetzen. Über (12) kann nun der Zeitpunkt der Landung nach Durchfallen der Höhe h_2 errechnet werden. Die zu diesem Zeitpunkt erreichte Flugweite ergibt sich mittels (11). Einsetzen liefert die Formel für die Flugweite s :

$$s = u \sqrt{2 \frac{h_2}{g}} \quad (13)$$

Die Flugweite (d. h. die horizontal durchlaufene Wegstrecke) ist also dem Betrag der Anfangsgeschwindigkeit u proportional oder umgekehrt: Wenn man die Flugweite s misst, kann man die Anfangsgeschwindigkeit u berechnen. Dafür wird (13) einfach nach u aufgelöst.

$$u = s \sqrt{\frac{g}{2h_2}} \quad (14)$$

Mit dem Detektor können also Flugweite und Flugrichtung der Kugeln über die Landepunkte bestimmt werden. Aus dem Betrag der Geschwindigkeit und der Flugrichtung lässt sich so der Geschwindigkeitsvektor der Kugel beim Verlassen der Schiene (bzw. nach einem Stoß) vollständig rekonstruieren.

Hinweis: Es ist zu beachten, dass die Fallhöhe der Kugel h_2 bei gleicher Anfangshöhe des Kugelmittelpunkts vom Kugelradius r abhängt, sie wird z. B. für größere r kleiner.

Maximale Flugweite

Die theoretische Flugweite s_{th} einer Kugel, die den Beschleuniger verlässt, kann durch Einsetzen von (10) in (13) errechnet werden:

$$s_{\text{th}} = \sqrt{\frac{4h_1h_2}{1 + \frac{2}{5\sin^2 \beta/2}}} \quad (15)$$

Sie wird nur unter idealen Versuchsbedingungen (z. B. ohne Reibungsverluste usw.) erreicht.

Im Versuch werden Sie auch eine Schwerpunktanalyse mit einer Hochgeschwindigkeitskamera und geeigneter Videoanalyse-Software durchführen, bei der die x-Achse eines Koordinatensystems parallel zur Abflugrichtung mit Ursprung am Bahnende gelegt wird und dann eine Ausgleichsrechnung mit Hilfe der Gleichung

$$x(t) = ut$$

durchgeführt wird.

Energieverlust durch Reibung

Die resultierende Reibungskraft ist proportional zur Kraft F_N , die senkrecht auf die Schiene drückt:

$$F_R = \kappa F_N$$

κ = Reibungskoeffizient

Der Energieverlust durch Reibung berechnet sich als aufzubringende Arbeit (Kraft mal Weg)

$$W_R = F_R S' = \kappa F_N S' = \kappa m g S \quad (16)$$

W_R = Reibungsarbeit, S' bzw. S = Weglänge¹, m = Masse der Kugel, g = Erdfeldbeschleunigung

Gleichung (16) gilt nur im geradlinigen Bereich des Beschleunigers. Obwohl der Beschleuniger auch einen gekrümmten Bereich besitzt, gibt der Konstrukteur einen solchen Wert an. Man kann sich diesen Wert als eine fiktive Strecke denken, die angibt, wie lange der Beschleuniger wäre, wenn er aus einem reinen geradlinigen Bereich bestünde. Er ist größer als die geometrische Bahnlänge. Der Wert für die vorhandene Apparatur wird im Versuch angegeben.

Zur besseren Beurteilung der Reibungseffekte ist das Verhältnis

$$\frac{W_R}{E_{\text{ges}}} = \frac{W_R}{m g h_1} = \kappa \frac{S}{h_1}$$

geeignet.

Im Fall des rutschfreien Rollens ändert sich die kinetische Energie E_k im gleichen Verhältnis, womit gilt:

$$\frac{\Delta E_k}{E_k} = \frac{\Delta u^2}{u^2} = \kappa \frac{S}{h_1} \quad (17)$$

ΔE_k = Verlust an kinetischer Energie

$$\frac{\Delta u^2}{u^2} = \frac{u_{\text{th}}^2 - u_{\text{exp}}^2}{u_{\text{th}}^2} = 1 - \frac{u_{\text{exp}}^2}{u_{\text{th}}^2}$$

Die Größe $\Delta u^2/u^2$ ergibt sich mit (14) zu:

$$\frac{\Delta u^2}{u^2} = 1 - \frac{s_{\text{exp}}^2}{s_{\text{th}}^2} \quad (18)$$

¹ S' ist die Weglänge der schiefen Ebene. S ist hier die effektive Bahnlänge, die nötig wäre, wenn die Kugel auf der horizontalen rollen würde. Hierbei sind der Neigungswinkel der Rampe und auch der gekrümmte Teil am Ende der Rampe berücksichtigt.

Aus (17) und (18) folgt:

$$\kappa = \frac{h_1}{S} \left(1 - \frac{s_{\text{exp}}^2}{s_{\text{th}}^2} \right)$$

Mit (15) kann κ aus den Messergebnissen bestimmt werden.

κ hängt empfindlich von der Oberflächenbeschaffenheit von Schiene und Kugeln ab und variiert bereits bei geringen Verunreinigungen. Um reproduzierbare Versuchsbedingungen zu erhalten, sollte wie bereits erwähnt bei allen drei Versuchen mit äußerster Sauberkeit gearbeitet werden (Kugeln und Schiene mit Ethanol reinigen, Handschuhe benutzen!).

1.2 Elastischer Stoß zweier Kugeln

Im Versuch stößt die Kugel nach Verlassen des Beschleunigers mit einer ruhenden Kugel zusammen. Im Weiteren wird die Kugel, die den Beschleuniger verlässt, Projektil und die ruhende Kugel Target genannt (wieder in Anlehnung an die Teilchenphysik).

Beschreibung des Stoßvorgangs

Unmittelbar nach dem Stoß bewegen sich die beiden Kugeln horizontal. Für die Beschreibung des Stoßvorgangs betrachtet man Projektil und Target während des Stoßvorgangs in der Ebene, in der sie sich unmittelbar nach dem Stoß bewegen (siehe Abbildung 5).

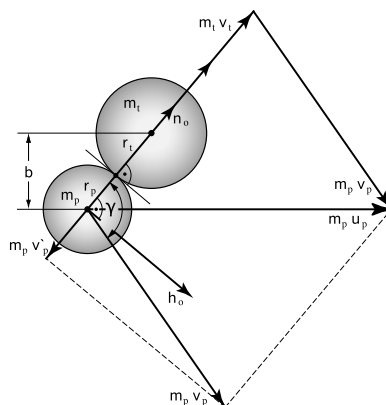


Abbildung 5: Impulse beim Stoßvorgang von zwei Kugeln, wobei kleine Kugel: Projektil und große Kugel: Target. Bei gleicher Dichte des Kugelmateri als führen unterschiedliche Kugelradien zu unterschiedlichen Massen. Im gezeichneten Fall erfährt das Projektil einen echten Rückstoß (vgl. Text)

Wie aus Abbildung 5 zu erkennen ist, stößt die Projektilkugel die Targetkugel in der Verbindungslinie der Mittelpunkte beider Kugeln („schrägzentraler“ Stoß). Das Target fliegt danach in Stoßrichtung \vec{n}_0 davon. Diese Richtung ist offenbar durch den Abstand b des Targetmittelpunkts zur Schusslinie des Projektils, den so genannten Stoßparameter, festgelegt.

Vor dem Stoß ist das Target in Ruhe, das Projektil besitzt den Impuls $m_p \vec{u}_p$. Nach dem Stoß hat das Target einen Impuls $m_t \vec{v}_t$ in Stoßrichtung \vec{n}_0 .

Impulse nach dem Stoß

Bei einem vollständig elastischen Stoß gilt außer dem Erhaltungssatz für den Impuls (der immer erfüllt ist, wenn keine Kräfte von außen auf das System wirken) auch der für die kinetische Energie. Für ein ruhendes Target gilt:

$$m_p \vec{u}_p = m_p \vec{v}_p + m_t \vec{v}_t \quad (19)$$

$$\frac{1}{2} m_p u_p^2 = \frac{1}{2} m_p v_p^2 + \frac{1}{2} m_t v_t^2 \quad (20)$$

Der Impulserhaltungssatz ((19)) besagt, dass die Summe der Impulse von Projektil und Target nach dem Stoß gleich dem Impuls des Projektils vor dem Stoß ist.

Die grafische Darstellung dieser Aussage ergibt ein geschlossenes Vektordreieck, wie in Abbildung 6 gezeigt.

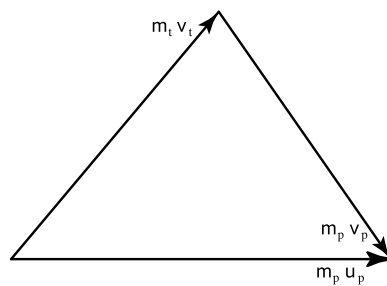


Abbildung 6: Impulserhaltung beim Stoß auf ein ruhendes Target

Verwendet man hier (19) und (20), besteht der Vorteil darin, dass nur je eine Komponente der Impulse berücksichtigt werden muss. Aus dem Ergebnis dieser Rechnung, die hier nicht durchgeführt werden soll, lassen sich folgende Aussagen für die drei verschiedenen Relationen zwischen Target- und Projektilmasse herleiten:

a) Projektilmasse kleiner als Targetmasse ($m_p < m_t$):

Das Projektil erfährt einen echten Rückstoß, d. h. $m_p \vec{v}_p$ ist entgegengesetzt zum Stoß gerichtet. Anschaulich gesehen wird die kleinere Masse an der größeren reflektiert, was im Grenzfall unendlich großer (also unbeweglicher) Targetmasse gut zu verstehen ist. Der Winkel γ , unter dem Projektil und Target nach dem Stoß auseinanderfliegen, ist daher größer als 90° (vgl. Abbildung 5).

Der Impuls $m_p \vec{v}_p$ des Projektils setzt sich aus dem ihm verbleibenden Restimpuls in der zur Stoßrichtung senkrechten Richtung \vec{h}_0 der Tangente an die Kugeln im Berührungspunkt und dem „Rückstoß“ $m_p \vec{v}_p'$ zusammen.

1 Physikalische Grundlagen

b) Projektilmasse größer als Targetmasse ($m_p > m_t$):

Das Projektil wird wegen seiner größeren Trägheit in seiner Bewegung nur wenig durch das „leichtere“ Target beeinflusst. Daher wird es auch nach dem Stoß eine Impulskomponente $m_p \vec{v}'_p$ in Stoßrichtung \vec{n}_0 besitzen. Der Winkel γ ist daher kleiner als 90° .

c) Projektilmasse = Targetmasse ($m_p = m_t$):

Das Projektil überträgt seine gesamte Impulskomponente in Stoßrichtung \vec{n}_0 auf das Target und fliegt mit der ihm verbleibenden Impulskomponente in der zu \vec{n}_0 senkrechten Richtung \vec{h}_0 davon. Der Winkel γ ist daher genau 90° .

Ortskurven für die Geschwindigkeiten

Im Versuch werden mit dem beschriebenen Detektor aus den Landepunkten die Geschwindigkeitsvektoren von Projektil und Target gemessen. Die Menge der Orte, die man erhält, wenn man den Stoßparameter variiert und alle Geschwindigkeitsvektoren von einem gemeinsamen Koordinatenursprung O aus abträgt (siehe Abbildung 7), nennt man Ortskurve.

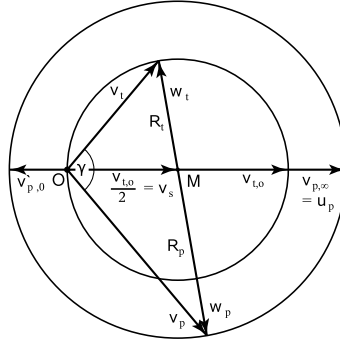


Abbildung 7: Konstruktion der Ortskurven für die Spitzen der Geschwindigkeitsvektoren. Der zweite Index für \vec{v}_p bzw. \vec{v}_t bedeutet den Wert des jeweiligen Stoßparameters.

Halbieren des Vektors $\vec{v}_{t,0}$ für den Stoßparameter $b = 0$ (zentraler Stoß) liefert einen Punkt M. Von ihm ausgehend werden zwei neue Geschwindigkeitsvektoren \vec{w}_p und \vec{w}_t eingeführt, deren Spitzen an denselben Stellen liegen, wie die von \vec{v}_p bzw. \vec{v}_t . Durch eine etwas aufwändige Rechnung lässt sich herleiten, dass die Längen von \vec{w}_p und \vec{w}_t jeweils einen konstanten Wert haben. Die Spitzen von \vec{w}_p und \vec{w}_t und damit die von \vec{v}_p und \vec{v}_t müssen daher auf Kreisen um den Mittelpunkt M liegen.

Für die bereits beim Impuls diskutierten drei Relationen zwischen Target- und Projektilmasse ergeben sich drei charakteristische Ortskurven (siehe Abbildung 8).

Die Kreisradien R_p und R_t verhalten sich umgekehrt wie die Massen von Projektil und Target:

$$\frac{R_p}{R_t} = \frac{m_t}{m_p} \quad (21)$$

1 Physikalische Grundlagen

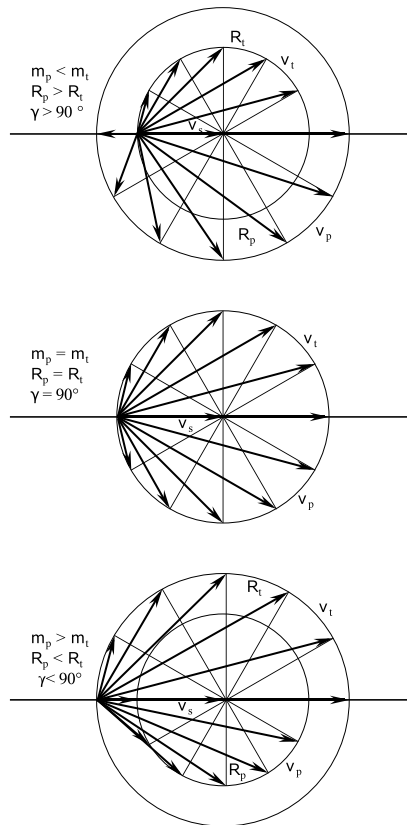


Abbildung 8: Ortskurven für elastische Stöße bei verschiedenen Massenrelationen

Daraus folgt u. a., dass der Vektor, der sich vom Koordinatenursprung bis zum Kreismittelpunkt M erstreckt, gleich der Geschwindigkeit des Schwerpunkts der beiden Kugeln ist.

In Abbildung 7 liegen die Geschwindigkeitsvektoren \vec{w}_p und \vec{w}_t auf einer einzigen geraden Linie. Diese Aussage lässt sich exakt beweisen. Sie bedeutet zusammen mit (21), dass in einem Koordinatensystem, in welchem der Schwerpunkt ruht, die Summe aller Impulse null ist.

Für den Sonderfall, in dem $m_t = m_p$ ist auch $R_p = R_t$, d. h. die Auftreffpunkte liegen auf einem Kreis.

1.3 Korrekturen an den Auftreffpunkten

Korrektur wegen der endlichen Ausdehnung der Kugeln

Wenn die Auftreffpunkte im Landekasten wirklich gemäß Abbildung 7 und Abbildung 8 auf Kreisen liegen sollen, müsste jede Kugel ihren Flug im selben Punkt beginnen. Das ist aber wegen der endlichen Ausdehnung der Kugeln nicht der Fall (siehe Abbildung 9).

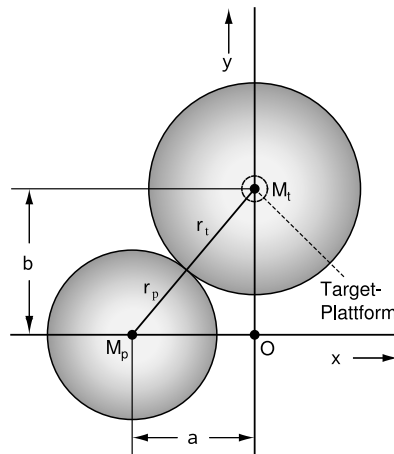


Abbildung 9: Geometrie des Stoßvorganges bei zwei ausgedehnten Kugeln: Die Kugeln beginnen ihren Flug nicht im selben Punkt. Bei Vernachlässigung der Kugelradien würden Projektil und Target im Punkt O ihren Flug beginnen.

Durch die endlichen Kugelradien sind die Landepunkte auf dem Detektor entsprechend verschoben. Diesen systematischen Fehler kann man leicht korrigieren. Wie aus Abbildung 9 abzulesen ist, muss zur Korrektur ein Auftreffpunkt des Targets um die Strecke b in negativer y -Richtung und ein Auftreffpunkt des Projektils um die Strecke

$$a = \sqrt{(r_p + r_t)^2 - b^2}$$

in positiver x -Richtung verschoben werden.

Korrekturen für Fallen des Projektils und Einfluss der Targetplattform

Im Idealfall sollte das Projektil genau waagrecht auf das Target zufliegen und dieses sollte außer dem Stoß durch das Projektil keine weitere Wechselwirkung erfahren. Beides ist bei der vorhandenen Versuchsanordnung nicht gegeben.

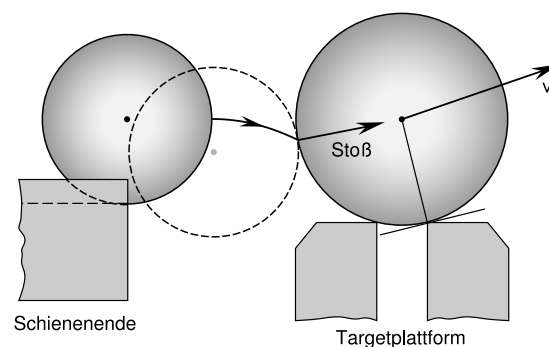


Abbildung 10: Freier Flug des Projektils vor dem Stoß und Auflage des Targets auf dem Rand einer zylindrischen Bohrung

1 Physikalische Grundlagen

- a) Der freie Fall des Projektils vor dem Stoß ist nicht zu vernachlässigen. Auf dem Wege zum Target verliert das Projektil bereits etwas an Höhe (max. ca. 1 mm) und entwickelt eine nach unten gerichtete z -Komponente u_z der Geschwindigkeit. Unter der Bedingung, dass die Mittelpunkte beider Kugeln vor dem Absprung des Projektils von der Schiene die gleiche Höhe besitzen, wird das Target unterhalb der horizontalen Mittelebene getroffen. Hierdurch vergrößert sich die (negative) z -Komponente der Geschwindigkeit des Projektils zusätzlich und seine Flugweite wird weiter verkürzt.
- b) Die Targetkugel muss in einer vertikalen Bohrung in der horizontalen Targetplattform zentriert werden (Abbildung 10). Durch die von der Kante der Bohrung im Augenblick des Stoßes ausgehende Zwangskraft erfährt das Target eine nach oben gerichtete Geschwindigkeitskomponente, die seine Flugweite vergrößert (bekanntlich ist die Flugweite bei einem Abflugwinkel von 45° am größten).

Beide Korrekturen ändern praktisch nicht die Flugrichtungen sondern nur die Flugweiten. Dieser systematische Fehler ist prinzipiell korrigierbar. Eine entsprechende Korrektur ist aber sehr aufwändig und mit dem Zeitaufwand im Grundpraktikum nicht vereinbar. Die verwendete Theorie ist für die korrekte Beschreibung des Experiments also zu einfach. Wie sich aber im Experiment zeigt, sind die systematischen Fehler zwar beobachtbar aber nicht so groß, dass die Beobachtung völlig unvereinbar mit der (einfacheren) Theorie wäre. Diese Inkorrektheit soll hier als Beispiel eines unkorrigierten systematischen Fehlers dienen.

1.4 Energieverluste und Drehimpulsaustausch beim Stoß

Die im realen Fall auftretenden Abweichungen von den Kreisen beruhen auch auf zwei weiteren Effekten, die im Gegensatz zu den bisher diskutierten Korrekturen auf experimentell schwer zugänglichen Details des Stoßvorganges beruhen und zu Energieverlusten und zum Drehimpulsaustausch führen.

Verformung der Kugeln während des Stoßvorgangs

Die Kugeln prallen gemäß Abbildung 5 in Richtung des Stoßnormalenvektors \vec{n}_o aufeinander. Durch die dabei auftretende Kraft \vec{Z}_N werden beide etwas zusammengedrückt. So ist z. B. beim zentralen Stoß von Kugeln mit dem Radius 10 mm unter Versuchsbedingungen die Berührungszeit $\Delta t < 50 \text{ ms}$ und damit $Z_N \approx 2500 \text{ N}$, was eine „Abplattung“ von 0,04 mm bewirkt.

Die Verformung kann teilweise irreversibel (d. h. plastisch) sein, oder es wird in ihrem Verlauf mechanische Energie irreversibel in Wärme oder Schall umgewandelt. Die auf die Kompression folgende Abstoßung hat daher weniger Energie zur Verfügung, als vor dem Stoß vorhanden war, d. h. die Kugeln fliegen mit verminderter Geschwindigkeit auseinander.

Reibung der Kugeloberflächen während des Stoßvorganges

Bei einem nichtzentralen Stoß müssen die Kugeln aneinander abgleiten, was mit Gleitreibung verbunden ist. Auch durch die Rotation des Projektils nach dem Abrollen auf der Schiene reiben die Oberflächen sich während des Stoßes. Die daraus resultierende Gleitreibungskraft ist tangential zu den Oberflächen gerichtet. Sie lenkt daher das Target senkrecht zur Stoßrichtung ab, wodurch sich ohne Änderung der Flugweite der Stoßwinkel γ_t verkleinert. Die auf das Projektil wirkende Reaktionskraft verursacht dagegen wegen des tangentialen Abgleitens keine Änderung seiner Flugrichtung aber eine Verkürzung seiner Flugweite.

Auf Grund seiner Rotation bekommt das Projektil durch die Gleitreibung beim Stoß eine Geschwindigkeitskomponente vertikal nach oben, so dass sich seine Flugweite vergrößert. Andererseits wird Energie „verrieben“. Die Reibung der Oberflächen bewirkt auch, dass Drehimpuls vom Projektil auf das Target übertragen wird und dass andererseits in der Rotation steckende Energie in die der Translation übergeht.

Diese Einflüsse bewirken trotz ihrer Gegenläufigkeit mit wachsendem Stoßparameter b einen monotonen Anstieg der Abweichung $\Delta\gamma$ des Winkels γ von 90° .

2 Technische Grundlagen

2.1 Versuchsaufbau

Beschleuniger

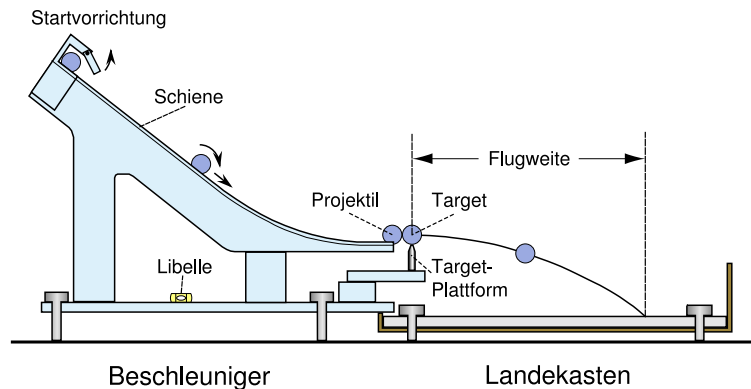


Abbildung 11: Beschleunigungsschiene und Detektor-Landekasten von der Seite gesehen

Der Beschleuniger ist hier eine abwärts führende Schiene, die in einen waagerechten Auslauf mündet (Abbildung 11). Auf ihr können Kugeln herunterrollen, die nach dem Verlassen der Schiene mit definierter horizontaler Anfangsgeschwindigkeit u davonfliegen. Die arretierbare Federklappe der Startvorrichtung sorgt hierbei für reproduzierbare Startbedingungen.

Ausrichtung des Schienenauslaufs

Die Waagrechtstellung des Schienenauslaufs erfolgt mit den Stellschrauben an der Bodenplatte der Schiene (siehe Abbildung 12). Zur Kontrolle dient eine auf der Bodenplatte montierte Libelle (zu deren Wirkungsweise siehe Abbildung 13).

Detektor

Die Kugeln landen in einem „beckenförmigen“ Holzkasten mit Plastikboden. Um die Landepunkte zu bestimmen, wird der Boden mit Kohlepapier und darüber liegendem Transparentpapier (Registrierblatt) ausgelegt.

Beim Aufprall der Kugel hinterlässt das Kohlepapier einen kleinen schwarzen Fleck auf dem Transparentpapier. Da die Kugel nach dem ersten Aufprall wieder abprallt entstehen weitere Landepunkte. Es muss also bei den Versuchen genau beobachtet werden, wo die Kugel ihren ersten Aufprall hat – nur dieser ist relevant! Durch Verbinden des Absprungpunkts mit dem Landepunkt ist die Geschwindigkeitsrichtung zu ermitteln. Aus der Länge der Strecke kann mit (10) der Betrag der Geschwindigkeit bestimmt werden. Auf Grund dieser Eigenschaften dient der Landekasten als Detektor für die Geschwindigkeitsvektoren der Kugeln.

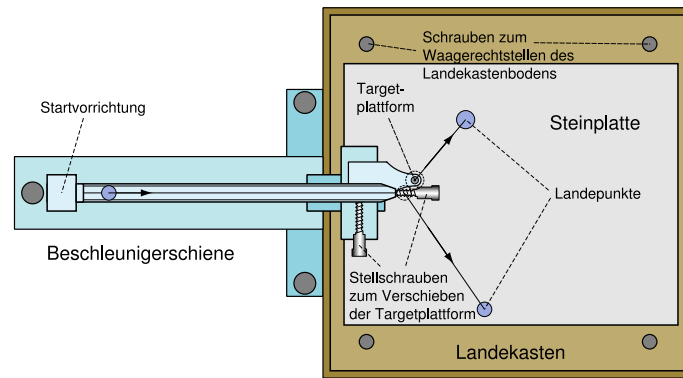


Abbildung 12: Beschleunigungsschiene und Detektor-Landekasten von oben gesehen

Ausrichtung des Landekastens

Der Landekasten kann mit den am Boden angebrachten Stellschrauben waagrecht ausgerichtet werden. Dafür sind die Verbindungsschrauben zum Beschleuniger zu lösen. Das Ausrichten geschieht mit Hilfe einer Wasserwaage:



Abbildung 13: Wasserwaage. An zwei Stellen ist je ein beidseitig geschlossenes Glasröhrchen montiert, welches Wasser mit einer Luftblase enthält („Libelle“). Bei richtiger Ausrichtung des zu prüfenden Gegenstandes befindet sich die Luftblase in der Mitte des Röhrchens zwischen den beiden Strichen.

Ausrichten der Schiene

Die Schiene besitzt ebenfalls eine Libelle (siehe Abbildung 11). Ihre Blase befindet sich in der Mitte, wenn der Auslauf der Schiene waagrecht ist. Das Ausrichten geschieht durch die drei Bodenjustierschrauben (dafür Kontermuttern lösen). Dabei muss zusätzlich der Schienenauslauf bezogen auf den Landekasten auf einer bestimmten Höhe bleiben. Es sollte also stets der Landekasten zuerst justiert werden.

Loten auf die Bodenplatte

Zur Übertragung der Position des Schienenendes, d. h. der Ausgangsposition des freien Fluges, auf das Registrierblatt wird ein Anschlagwinkel (siehe Abbildung 14) an das Schienenende angesetzt und sein Fußpunkt mit einem Stift auf das Papier gezeichnet.

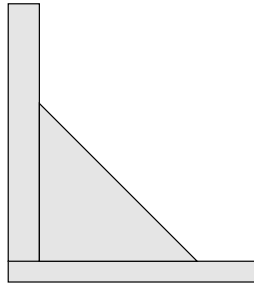


Abbildung 14: Anschlagwinkel

2.2 Längenmessung

Stab mit Längenskala

In einen flachen Stab aus Federbandstahl wurden auf elektrolytischem Wege schwarze Skalenstriche und Zahlen eingätzt, siehe Abbildung 15.



Abbildung 15: Stahlmaßstab. Der Abstand benachbarter Skalenstriche ist 1 mm. Durch sorgfältige Schätzung zwischen den Skalenstrichen lässt sich eine Auflösung von 0,5 mm erreichen.

Schieblehre

Eine größere Messgenauigkeit und ein bequemes Messen wird mit der Schieblehre (korrekte Bezeichnung: Messschieber, siehe Abbildung 16) erreicht. Mit ihr können der Außendurchmesser und der Innendurchmesser von Körpern sowie die Tiefe von Hohlräumen gemessen werden.

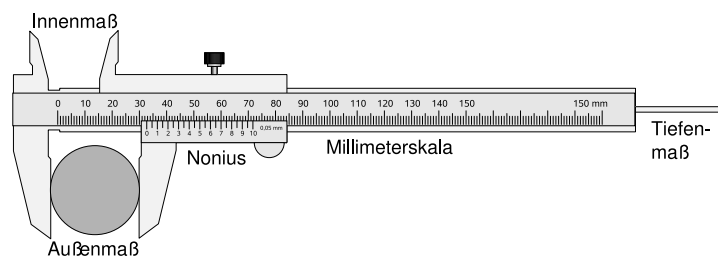


Abbildung 16: Schieblehre. Abgelesen werden zunächst die ganzen Millimeter links vom Nullstrich der Nonius-Skala. Der Millimeterbruchteil ergibt sich aus der Nummer des Strichs der Nonius-Skala, der mit einem Strich der Millimeterskala übereinstimmt. Das Ergebnis der in Abbildung 16 dargestellten Messung ist 32,7 mm. Zur Verdeutlichung ist der Bereich der Nonius-Skala auf der Schieblehre in Abbildung 17 vergrößert dargestellt.

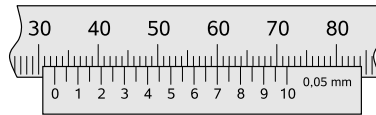


Abbildung 17: Ablesung mit der Nonius-Skala. Ursprünglich bestand der Nonius aus 10 Teilen mit einer Gesamtlänge von 9 mm. Jeder seiner Skalenstriche bleibt also gegenüber denen der Millimeterskala um 0,1 mm zurück, bis der vorhandene Millimeterbruchteil aufgebraucht ist. Dann liegen zwei Striche beider Skalen an der selben Stelle. Dort wird die Zahl der Zehntel-Millimeter abgelesen. Im Bild ist sie 7, das Endergebnis der Ablesung also 32,7 mm. Durch eine größere Gesamtlänge der Nonius-Skala (39 mm in Abbildung 17) wird eine deutlichere Ablesung und eine bessere Auflösung erzielt.

Höhenmessung

Das Höhenmaß ist eine senkrecht aufgestellte Schieblehre mit nur einem Schnabel, dessen Unterfläche auf den zu vermessenden Gegenstand aufgesetzt wird (Abbildung 18). Stellen Sie sich den Schnabel gedanklich auch ganz nach unten verschoben vor, um sich später nicht durch die unterschiedliche Position des Schnabels und der Null der Nonius-Skala, an welcher abgelesen wird, verwirren zu lassen.

2.3 Einstellungen an der Apparatur

Höhe der Targetplattform

Die Mittelpunkte von Projektil- und Targetkugel müssen sich vor dem Stoß auf gleicher Höhe befinden. Die jeweilige Höhe des oberen Kugelscheitels ist vorher zu berechnen und am Höhenmaß einzustellen, siehe Abbildung 19.

Ausgangspositionen von Projektil und Target

Das Projektil muss beim Absprung vom Target genügend weit entfernt sein (siehe Abbildung 20, damit es nach dem Stoß frei fliegen kann und nicht die Schiene trifft. Andererseits darf dieser Abstand nicht zu groß sein, da sonst das Projektil bei seinem dem Stoß vorhergehenden freien Flug zu stark fällt (Abbildung 10). Die hier gewählten 5 mm zwischen den seitlichen Kugelscheiteln stellen einen vernünftigen Kompromiss dar.

Veränderung des Stoßparameters

Die auf einem in einer Führung laufenden Schlitten montierte Targetplattform wird durch Drehen einer Schraubenspindel verschoben, siehe Abbildung 21.

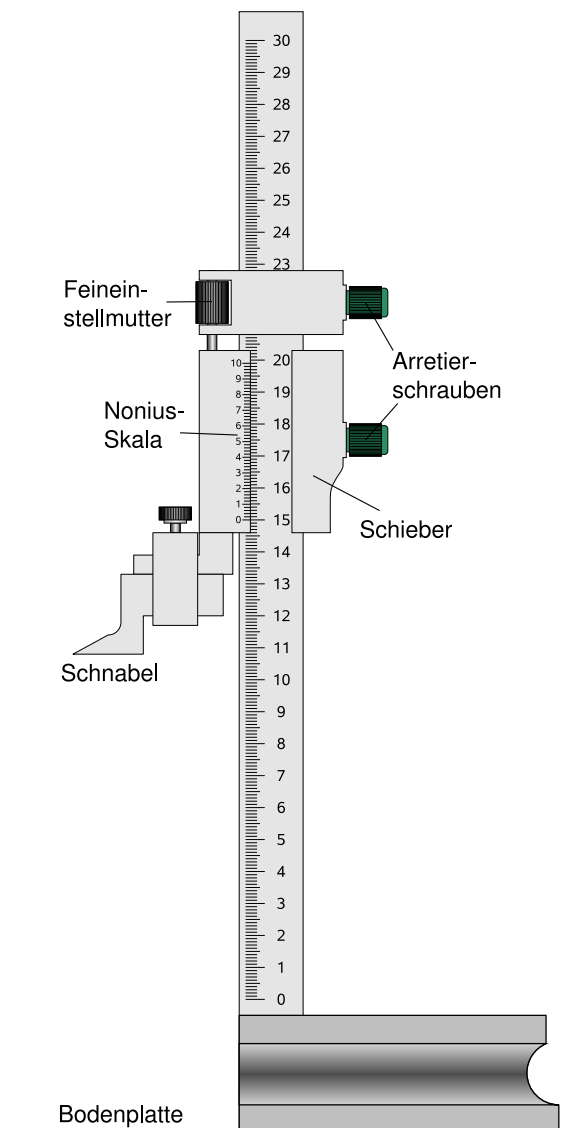


Abbildung 18: Höhenmaß. Das Gerät wird mit seinem Fuß auf die waagerechte Fläche aufgesetzt, von der aus die Höhe gemessen werden soll. Die Unterfläche des Schnabels soll den höchsten Punkt des zu vermessenden Gegenstandes (im Versuch den Scheitel einer Kugel) leicht berühren. Die Grobeinstellung erfolgt bei gelösten Arretierschrauben durch Verschiebung der gesamten Halterung des Schnabels. Dann wird die obere Arretierschraube festgezogen, eine Feineinstellung ist jetzt mit der Rändelmutter möglich. Die einzustellende Position ist auf der Nonius-Skala abzulesen (zur Wirkungsweise eines Nonius siehe Abbildung 17). Schließlich wird der Schnabel mit der unteren Arretierschraube in seiner endgültigen Position fixiert.

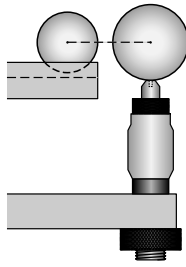


Abbildung 19: Höheneinstellung der Targetplattform

Als Referenz für die Einstellung dient das Höhenmaß. Die Targetkugel soll es von unten her leicht berühren. Drehen an der Rändelmutter unter der Targetplattform verändert deren Höhe. Die Einstellung wird mit der unteren Rändelmutter arretiert.

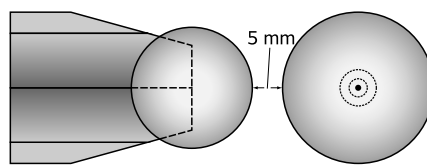


Abbildung 20: Abstand zwischen Projektil und Target. Der Abstand zwischen Schienenende und Targetplattformmitte ist so einzustellen, dass die Kugelscheitel den gewünschten Abstand haben. Er ergibt sich durch eine einfache Rechnung. Wegen der benötigten Stellschraube siehe Abbildung 12.

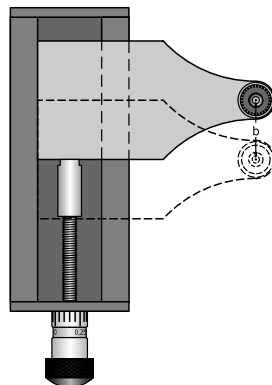


Abbildung 21: Verschiebevorrichtung für die Targetplattform. Das Gewinde der Schraubenspindel hat eine Ganghöhe von 1 mm; das ist auch der Vorschub für eine Umdrehung. Die Skala am Drehknopf ist in 20 Teile geteilt, jeder Skalenteil entspricht also einem Vorschub von 0,05 mm. Da die Schraubenspindel Rechtsgewinde besitzt, muss der Drehknopf links herum gedreht werden, um den Stoßparameter zu vergrößern. Der Schlitten ist sehr präzise in die Schiene eingepasst, und auf ihn drückt eine Schraubenfeder (hier nicht gezeichnet), damit das Spiel („toter Gang“) möglichst gering bleibt. Trotzdem lässt es sich nicht ganz vermeiden. Die Schraubenspindel sollte daher während einer Einstellung stets nur in eine Richtung gedreht werden.

2.4 Geometrie des Stoßvorgangs

Die Geometrie des Stoßvorgangs veranschaulicht Abbildung 22.

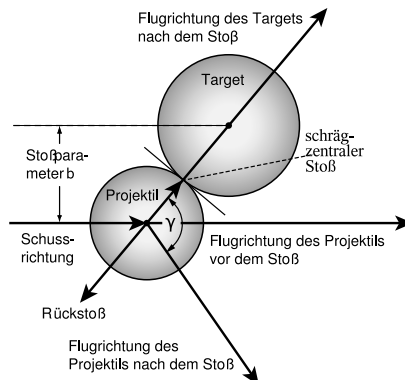


Abbildung 22: Geometrie des Stoßvorgangs von zwei Kugeln. Die Pfeile bedeuten hier keine Impulse sondern nur Flugrichtungen, d. h. ihre Längen sind willkürlich. Das Projektile stößt das Target in der Verbindungsline der Mittelpunkte der beiden Kugeln, auf der auch der Berührungspunkt liegt. Das Target fliegt in Stoßrichtung davon. Die Flugrichtung des Projektiles ist durch das tangentielle Abgleiten am Target und einen eventuellen Rückstoß gegeben.

2.5 Hochgeschwindigkeitsaufnahme

Um Bewegungen oder Prozesse, die für das menschliche Auge zu schnell ablaufen, aufzunehmen, sind Kamerasysteme mit hohen Bildfrequenzen von Vorteil.

Durch den Einsatz einer speziellen Kamera in diesem Versuch lassen sich Aufnahmen mit über 500 Bildern pro Sekunde bei einer Auflösung von 1280×1024 Bildpunkten realisieren. Zur Aufnahme der dabei anfallenden Datenmengen und dem damit verbundenen hohen Speicherbedarf in relativ kurzer Zeit (600 MB/s) sind herkömmliche Festplatten zu langsam, weshalb die Daten in den begrenzten, aber schnelleren Arbeitsspeicher geschrieben werden müssen. Wegen der geringeren Kapazität des Arbeitsspeichers (im Vergleich zur Festplatte) beträgt die Aufnahmedauer eines solchen Systems jedoch üblicherweise nur einige Sekunden (was für sehr schnelle und damit kurze Prozesse jedoch ausreicht).

Hardware

Das in diesem Versuch verwendete Video-System besteht aus einem Kamera-Modul mit einem Weitwinkelobjektiv, einer Hochgeschwindigkeits-Bilderfassungskarte und einem leistungsstarken Rechner.

Software

Von der Aufnahme bis zur Analyse werden mehrere Programme benötigt:

- **Steuersoftware:** Mit ihr lassen sich verschiedene Kameraparameter (Auflösung, Bildfrequenz, ...) einstellen.
- **Aufnahmesoftware:** Sie ist in der Lage, das Video in den Arbeitsspeicher zu schreiben, zu verwalten und anschließend auf Festplatte (bzw. USB-Stick) zu speichern.
- **Videoanalysesoftware:** Hiermit können im Video Bewegungen mehrerer Objekte sehr einfach und automatisch erfasst und analysiert werden.

Die Steuersoftware ist vorkonfiguriert, im Versuch werden sie lediglich die Aufnahme und die Analysesoftware benötigen (die Steuersoftware muss *nicht* gestartet werden).

Mit einer Videoanalysesoftware können im Video Bewegungen mehrerer Objekte sehr einfach und automatisch erfasst und analysiert werden.

Schauen Sie sich zu Hause die folgenden Screenshots der einzelnen Programme an, um sich schon einmal mit den allgemeinen Programmoberflächen vertraut zu machen und so im Versuch nicht zuviel Zeit zu verlieren. Installieren Sie idealerweise während Ihrer Vorbereitung die Videoanalysesoftware und testen die Funktionen vorab aus. So können Sie im Versuch bei Problemen bereits Fragen an die Betreuungsperson richten.

Aufnahmesoftware *StreamPix* Für eine Videoanalyse benötigt man zuvor ein Programm, um ein Video aufzunehmen – im vorliegenden Fall die Software *StreamPix*. Die notwendigen Bedienelemente sind hier, wie in Abbildung 23 zu sehen, mit allgemein gebräuchlichen Symbolen gekennzeichnet (z. B. Aufnahme und Pause).

Videoanalyse mit *Tracker* Zur Analyse eines Videos dient im Versuch das Programm *Tracker*. In diesem wird ein spezielles Verfahren verwendet, um den Bewegungsablauf eines Objekts im Video zu analysieren, und die dabei gewonnenen Koordinaten in einer Tabelle abgelegt, siehe Abbildung 24. Diese Software ist für Windows, Mac OS X und Linux kostenlos unter <https://physlets.org/tracker/> erhältlich.

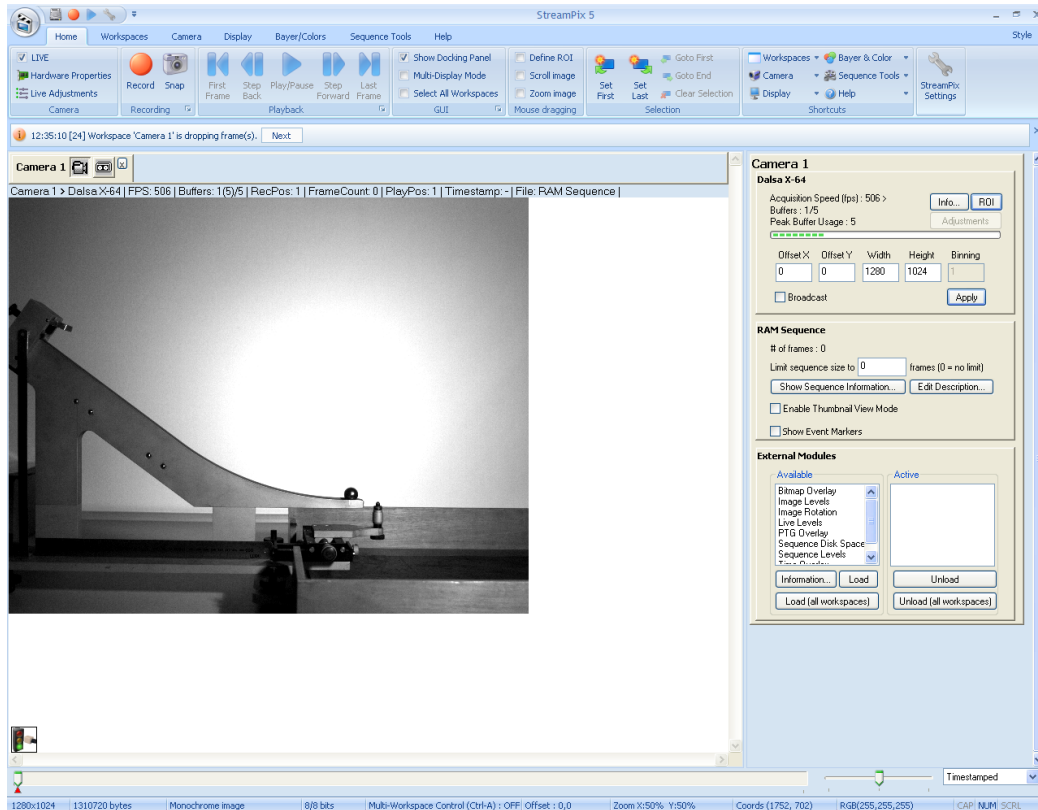


Abbildung 23: *StreamPix 5*: Am oberen Fensterrand befindet sich die Menüleiste, links wird das aktuelle Live-Bild bzw. das aufgenommene Video angezeigt und rechts verschiedene Status-Informationen zu den aktuellen Kameraeinstellungen. Das Live-Bild ist schwarz-weiß, weil die Farbinformationen zur Leistungsverbesserung ausgeblendet wurden. Das Hauptmenü mit den Speicherfunktionen lässt sich mit dem großen, runden Button im linken, oberen Eck öffnen.

2 Technische Grundlagen

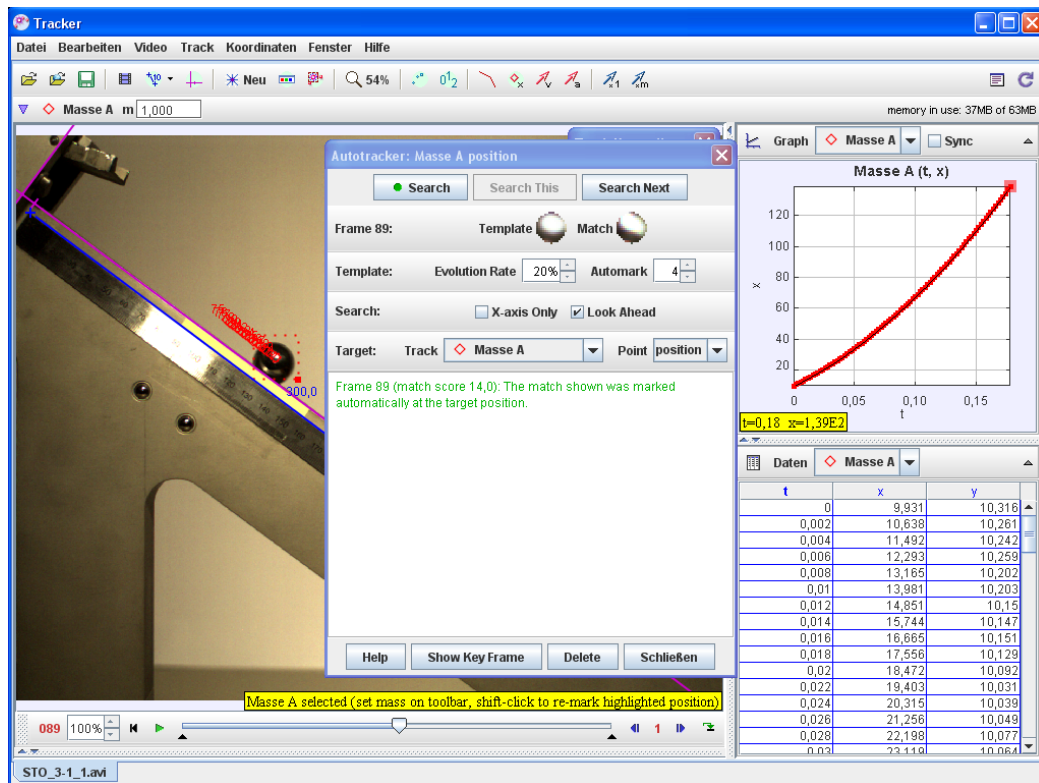


Abbildung 24: Tracker: In der oberen Menüleiste finden sich die Programmfunktionen, darunter das zu analysierende Video, in dem zusätzlichen Fenster die Optionen der Bewegungsanalyse und auf der rechten Seite deren Ergebnisse.

3 Versuchsdurchführung

3.1 Teilversuch 1: Flugweiten verschiedener Kugeln

Inhalt

Mit dem freien Flug von Kugeln aus verschiedenen Materialien werden die mit der vorgestellten Theorie am besten beschreibbaren Kugeln bestimmt.

Vorbereitung der Apparatur

- Richten Sie den Landekasten mit Hilfe der Wasserwaage waagrecht aus. Die Rändelmutter zum Befestigen des Kastens an der Schiene müssen dazu gelöst sein. Achten Sie darauf, dass der Landekasten trotz Vierpunktauflage stabil steht.
- Legen Sie eine Stahlkugel vom \varnothing 20 mm auf das Schienenende und stellen Sie deren Scheitelhöhe mit Hilfe des Höhenmaßes auf 138,0 mm ein. (Überlegen Sie sich kurz anhand einer Skizze, welche Höhe die Kugel nun durchfallen würde.)
- Richten Sie das Schienenende mit Hilfe der Libelle am Schienenboden waagrecht aus. Kontrollieren Sie nun wieder die Höheneinstellung. Machen Sie dies so lange, bis die Schiene waagrecht steht und die Höhe ebenfalls stimmt.
- Wenn alle Einstellungen stimmen, schrauben Sie den Landekasten fest an die Schiene.
- Messen Sie die Durchmesser der verschiedenen Kugelarten (beide Stahlkugeln, Murmel, Plastikkugel) mit der Schieblehre (Fehler bestimmen durch mehrere Messungen oder andere Methoden. Fehler sind bei jedem Messwert anzugeben).
- Reinigen Sie die Schiene sowie die Stahlkugeln mit Ethanol.
- Überprüfen Sie, dass die Startvorrichtung sich an der obersten Position befindet.
- Kontrollieren Sie das Kohlepapier. Falls es schon stark beschädigt ist, tauschen Sie es aus.
- Legen Sie den schmalen Streifen Transparentpapier (evtl. Betreuer fragen) mittig zum Schienenauslauf mit der langen Seite in Schussrichtung auf das Kohlepapier. Befestigen Sie das Papier mit Klebeband.

Versuch

- Lassen Sie Kugeln verschiedenen Materials solange herunterrollen, bis Sie einen mittleren Auftreffpunkt deutlich erkennen. Kennzeichnen Sie die Auftreffpunkte der Kugeln abhängig von ihrem Material erkennbar unterschiedlich (z. B. mit verschiedenen Farben). Notieren Sie die Zuordnung von Kennzeichnung und Materialien.
- Schätzen Sie den Fehler, den Sie beim Abschlagen des Schienenendes auf das Transparentpapier gemacht haben.
- Schreiben Sie die Namen aller Mitglieder der Arbeitsgruppe auf das Registrierblatt.
- Entscheiden Sie, welche Art von Kugeln für die beschriebene Theorie am besten geeignet ist, und begründen Sie dies.

3.2 Teilversuch 2: Elastischer Stoß von Kugeln gleicher Masse

Inhalt

Ein Projektil stößt ein gleichartiges Target bei Variation des Stoßparameters. Die Auftreffpunkte der beiden Kugeln auf der Landefläche sollen auf einem gemeinsamen Kreis liegen. Im Experiment stellt man jedoch fest, dass die Theorie selbst für ausgewählte Kugeln noch „verfeinert“ werden muss, d. h. bestimmte Korrekturen notwendig sind. Sie betreffen den Einfluss der Geometrie der Stoßanordnung sowie Energieverluste und Drehimpulsaustausch beim Stoßvorgang.

Vorbereitung

- Benutzen Sie nun einen großen Bogen Transparentpapier, der ebenfalls mittig zur Schiene und parallel zu den Kastenwänden im Landekasten fixiert werden soll.
- Bestimmen der Schusslinie: Übertragen Sie das Schienenende mit Hilfe des Anschlagwinkels (Abbildung 14) auf das Transparentpapier. Lassen Sie nun einige Male die kleinere Stahlkugel ($\varnothing = 20 \text{ mm}$) für einen freien Flug herunterrollen, bis sich ein mittlerer Auftreffpunkt bestimmen lässt. Zeichnen Sie nun eine Gerade durch den Startpunkt am Schienenende und den mittleren Auftreffpunkt. Über die Flugweite des Projektils (Stahlkugel mit $\varnothing = 20 \text{ mm}$) kann später seine Geschwindigkeit bzw. die Energie vor dem Stoß berechnet werden.
- Stellen Sie den Stoßparameter $b = 0$ nach Augenmaß ein.
- Legen Sie eine Kugel vom $\varnothing = 20 \text{ mm}$ auf die Targetplattform und bringen Sie den Targetmittelpunkt auf die Höhe des Projektilmittelpunkts (benutzen Sie dafür das Höhenmaß). Arretieren Sie mit der Rändelmutter, wenn die Einstellung stimmt.
- Stellen Sie den Abstand von Schienenende und Targetplattform so ein, dass Projektil und Target einen Abstand von 5 mm besitzen. Überlegen Sie sich anhand von Abbildung 20, wie das am einfachsten geht.

3 Versuchsdurchführung

- Führen Sie jetzt Stoßversuche durch und stellen Sie fest, wo die Targetkugel landet. Stoßparameter so lange verändern, bis der Target-Landepunkt im Bezug auf die Schussrichtung leicht rechts von der Schusslinie liegt.
- Schieben Sie nun die Targetplattform mittels geringer Linksdrehung etwas weiter. Wiederholen Sie den Stoß und die Linksdrehung bis zu der Position, bei der das Target genau auf der Schusslinie landet. Bitte nicht durch Rechtsdrehung korrigieren, da hierbei der „tote Gang“ der Stellschraube wirksam wird. Einstellung der Mikrometerschraube notieren (entspricht Stoßparameter $b = 0$). Den so eingestellten zentralen Stoß zur Kontrolle einige Male wiederholen.

Versuch

- Nun werden die Stoßparameter nach Tabelle 1 eingestellt.

b in mm	0	3	4	6	9	12	15	17	18	19	19,5
-----------	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	------

Tabelle 1: Günstige Stoßparameter

Dafür die Targetplattform durch geeignete Anzahl von Linksdrehungen verschieben. Bitte achten Sie darauf, dass die angegebenen Stoßparameter wirklich stimmen. Insbesondere dürfen natürlich keine Fehler durch Verzählen (grober Fehler) bei den Umdrehungen auftreten.

- Jeden Stoßversuch mindestens einmal zur Kontrolle wiederholen. Stoßparameter zu den Landepunkten des Targets sowie auch denen des Projektils schreiben. Bei kleinen Stoßparametern kann das Projektil an der Beschleunigungsschiene abgeprallt sein – die betreffenden Auftreffpunkte sind dann nicht zu werten.
- Namen aller Mitglieder der Arbeitsgruppe auf das Registrierblatt schreiben.

3.3 Teilversuch 3: Bewegungsanalyse mit einer Hochgeschwindigkeitskamera

Inhalt

Mit Hilfe einer Hochgeschwindigkeitskamera und geeigneter Bildanalyse-Software wird die Schwerpunktsbewegung einer Kugel analysiert und mit den erhaltenen Daten die Beschleunigung an der schiefen Ebene sowie die Abfluggeschwindigkeit beim Übergang in den waagrechten Flug errechnet. Aus dem Vergleich der gemessenen Daten mit dem theoretischen Modell kann man Rückschlüsse auf die physikalischen Eigenschaften der Bewegung ziehen.

Vorbereitung

- Starten Sie *StreamPix*. Es ist bereits korrekt für die Kamera konfiguriert. Sofern der Scheinwerfer noch aus ist, sehen Sie vermutlich noch nichts, die Kamera benötigt bei den gegebenen Einstellungen viel Licht. Vergessen Sie auch nicht, den Schutzdeckel vom Kameraobjektiv zu entfernen!
- Falls noch nicht geschehen: Schalten Sie den Halogenscheinwerfer ein und richten Sie ihn so aus, dass der ganze Bildbereich bestmöglichst ausgeleuchtet wird.
- Richten Sie die Kamera so aus, dass der Bildausschnitt sowohl den zu analysierenden Teil des Kugelverlaufs möglichst groß als auch den Maßstab zeigt. Beachten sie dazu folgende Hinweise:
 - Kamera senkrecht zum Beschleuniger auf oberen Teil der Schiene ausrichten und das Objektiv auf die Bahnmitte fokussieren (am Objektiv scharf stellen).
 - Der Maßstab (Metalllineal) sollte zu sehen sein – wenn dieser aufgrund der Beleuchtung zu schlecht zu sehen sein sollte, muss ein provisorischer Maßstab, beispielsweise mit Post-It-Zetteln, hergestellt werden.
 - Start- und Endpunkt der Kugel im zu analysierenden Bereich sollten im Bild liegen
 - Kamera-Objektiv etwa auf mittlerer Höhe der Kugelbahn
- Reinigen Sie die Schiene sowie die Stahlkugel mit Ethanol.
- Zur Vorbereitung der Aufnahme öffnen Sie in *StreamPix* mit dem großen Button im linken, oberen Eck das Hauptmenü und wählen die Funktion *New Sequence in RAM*.

Videoaufnahme

- Im Folgenden sollen mindestens zwei Videoaufnahmen gemacht werden:
 1. ein Video, welches das Herabrollen der Kugel auf der schiefen Ebene zeigt.
 2. ein Video, welches den waagrechten Flug der Kugel nach der Schiene zeigt.
- Starten Sie nun eine Aufnahme und lassen Sie eine Kugel vom $\varnothing = 20$ mm den Beschleuniger herunterrollen.
- Beenden Sie die Aufnahme, sobald die Kugel den Boden des Detektors erreicht hat.
- Klicken Sie nun auf den Button mit dem Kassetten-Symbol links über dem Live-Bild, um zur aufgenommenen Videosequenz zu gelangen. Reduzieren Sie nun mit Hilfe des Schiebereglers am unteren Bildrand und den Buttons *Set First* bzw. *Set Last* die Aufnahme auf den zur Analyse relevanten Bereich und speichern Sie diesen über die Funktion *Export Selection to...* im Hauptmenü als *Movie Clip (.avi)* auf der Festplatte ab, komprimieren sie die Videos *nicht* (das würde zu lange dauern)! Wenn sie alles richtig gemacht haben, sollten die Videos nicht größer als 500 MB sein.

3 Versuchsdurchführung

- Vor jeder neuen Aufnahme sollte der Arbeitsspeicher mit der Funktion *New Sequence in RAM* geleert werden.
- Kopieren Sie die abgespeicherten Videos auf einen von Ihrem Betreuer gestellten USB-Stick und übertragen Sie diese auf den Rechner an Ihrem Arbeitsplatz.
- Dokumentieren Sie jeweils Namen der beiden Videodateien in Ihrem Protokoll. Ergänzen Sie dort auch wichtige Rahmendaten wie z.B. den Abstand der Striche Ihrer Skala, den Radius der verwendeten Kugel etc. **Hinweis:** Die *Auswertung* zu diesem Versuch muss wegen der benötigten Programme noch während der Praktikumszeit *im Versuchsraum* erfolgen.
- Die zur Auswertung notwendigen Programme sind kostenlos erhältlich für Linux, Windows und OS X, so dass bei nicht mehr ausreichender Zeit auch eine Auswertung zu Hause möglich ist (siehe Abschnitt 2.5).

3.4 Teilversuch 4: Bestimmung der Erdbeschleunigung aus dem freien Fall

Für diesen Teilversuch benötigen Sie Ihr Smartphone (oder ein Tablet). Installieren Sie dort die App „phyphox“.

Achten Sie dabei aber bitte auf folgende Punkte:

- **Gefährden Sie nicht Ihr Smartphone!** Positionieren Sie Ihr Smartphone so, dass es nicht von dem fallenden Gegenstand getroffen werden kann und auch nicht während des Auslösevorgangs beschädigt werden kann.
- Rufen Sie mit einem Browser folgende Webadresse auf:

<http://phyphox.org/exmod/view.php?id=hj50odas>

Die Webseite enthält neben der Anleitung des Smartphoneexperiments ein Formular, über welches Sie anonym Ihre Messergebnisse an uns übermitteln können. Wir bitten von dieser Möglichkeit Gebrauch zu machen.

Führen Sie das Experiment für drei unterschiedliche Fallhöhen jeweils dreimal im Praktikumsraum durch und dokumentieren Sie Ihre Messwerte und besondere Vorkommnisse.

Achten Sie darauf, in Ihrem Protokoll auch mit Hilfe einer Skizze zu dokumentieren, wie Sie das Experiment vor Ort konkret durchgeführt haben (als Abweichung bzw. Ergänzung zum Versuchsablaufplan).

Wenn Sie möchten, können Sie zu Hause weitere Fallhöhen und Auslösemöglichkeiten untersuchen und Ihre Ergebnisse über das Formular übermitteln.

4 Auswertung

4.1 Teilversuch 1: Flugweiten und Streuung verschiedener Projektilarten

- Messen Sie die Flugweiten der einzelnen Kugeln und tragen Sie die Werte für jede Kugelart in eine Tabelle ein.
- Bestimmen Sie die experimentelle Flugweite und ihren Fehler für die unterschiedlichen Kugelarten. Beachten Sie dabei, dass sich der Fehler aus dem Fehler des Aufschlagpunkts sowie dem des Fußpunkts des Schienenendes zusammensetzt. Achten Sie hier sowie bei allen anderen Fehlerrechnungen auf korrektes Runden und die signifikanten Stellen (siehe AMW).
- Tragen Sie auf Grundlage der soeben berechneten experimentellen Flugweiten für jede Kugelart den mittleren Auftreffpunkt und den Fehlerkreis so ein, dass ca. 2/3 der Auftreffpunkte innerhalb des Kreises liegen.
- Berechnen Sie für die Stahlkugel ($\varnothing = 20 \text{ mm}$) die theoretische Flugweite für den freien Flug für $\beta = 120^\circ$ und $h_1 = 229,0 \text{ mm}$ (gilt nur für oberste Startposition und Kugeldurchmesser 20 mm). Berechnen Sie auch deren Fehler nach der Gauß-methode (mit Ableitung, siehe AMW), wobei β , h_1 und $g = 9,807 \text{ m/s}^2$ als fehlerfrei anzunehmen sind. Überprüfen Sie, ob die experimentelle und die theoretische Flugweite innerhalb der Fehler übereinstimmen. Im Falle einer Diskrepanz kontrollieren Sie bitte zuerst genau Ihre Rechnung sowie vor allem die eingesetzte Fallhöhe, bevor Sie eine Begründung verfassen.
- Bestimmen Sie den Reibungskoeffizienten κ . Die Bahnlänge für die Schiene ist mit $S = 728 \text{ mm}$ gegeben. Bestimmen Sie hier ebenfalls den Fehler mit der Gauß-methode, wobei S als fehlerfrei anzunehmen ist.

4.2 Teilversuch 2: Elastischer Stoß von Kugeln gleicher Masse

- Zeichnen Sie auf dem Experimentierpapier den Punkt O aus Abbildung 9 ein.
- Beschreiben Sie, wie man die endlichen Kugelradien korrigieren müsste und begründen Sie, warum das im vorliegenden Fall nicht ausreicht.
- Einzeichnen des Landekreises: Bestimmen Sie die Flugweite auf dem Experimentierpapier. Zeichnen Sie den Kreis, dessen Mittelpunkt auf der Schusslinie liegen soll, ein. Der Landekreis soll nun durch den Ursprung gehen und (idealerweise) einen Durchmesser entsprechend der Target-Flugweite bei Stoßparameter $b = 0$ haben. Messen Sie, wie nahe die Auftreffpunkte von Projektil und Target zu diesem Kreis liegen. Tabellieren Sie den Fehler für die Projektil- sowie die Targetlandepunkte. Beschreiben Sie kurz die Abhängigkeit der Größe des Fehlers vom Stoßparameter.
- Was würden Sie erwarten, wenn die Massen von Projektil und Target unterschiedlich sind? Skizzieren Sie Ihre Vermutung und erläutern Sie Ihr Ergebnis.

4.3 Teilversuch 3: Bewegungsanalyse mit einer Hochgeschwindigkeitskamera

Die **Auswertung** zu diesem Versuch sollte wegen der benötigten Programme nach Möglichkeit *während der Praktikumszeit* erfolgen.

Ziel der Auswertung ist es, aus der Analyse der Schwerpunktsbewegung der Kugel die Beschleunigung nach Gleichung (5) für die Messwerte der schiefen Ebene sowie die Abfluggeschwindigkeit und die Fallbeschleunigung nach den Gleichungen (11) und (12) im waagrechten Flug zu gewinnen.

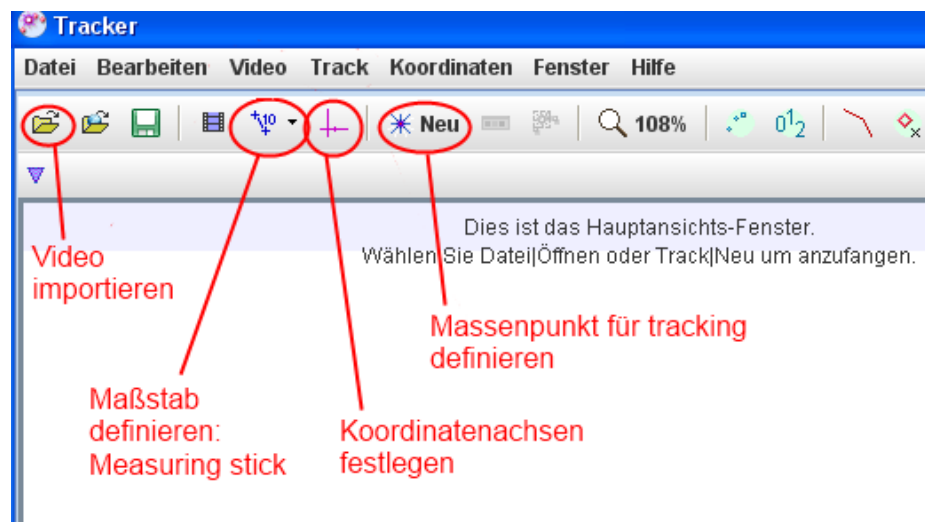


Abbildung 25: Symbolleiste des Programms *Tracker* und die für den Versuch benötigten Funktionen

- Starten Sie das Programm *Tracker* und laden Sie das Video, welches Sie analysieren möchten.

Tracker: *Programme* → *Tracker* → *Tracker*

Video laden: *Video* → *importiere* oder in der Symbolleiste (siehe Abbildung 25)

- Setzen Sie nun mit der Funktion *Measuring Stick* den Maßstab, indem Sie den Messbalken auf das Referenzobjekt im Bild verschieben und die dem Objekt entsprechende Länge eingeben.

Measuring Stick: Symbolleiste (siehe Abbildung 25) → *Neu* → *Measuring Stick*

- Als nächstes muss das Koordinatensystem ausgerichtet werden. Fügen Sie die Koordinatenachsen über das Symbol in der Symbolleiste ein (siehe Abbildung 25). Der Ursprung lässt sich mit gedrückter linker Maustaste auf einen gewünschten Punkt ziehen. Klicken Sie die Koordinatenachse an, um sie ebenfalls mit gedrückter linker Maustaste zu drehen.

(Hinweis: Bei der ersten Aufnahme empfiehlt es sich, dass Koordinatensystem ins Bezugssystem Bahn / schiefe Ebene zu legen.)

4 Auswertung

- Nach der Skalierung folgt nun die Analyse. Wählen Sie in der Symbolleiste *Neu* → *Massenpunkt*. In dem sich öffnenden Fenster wählen Sie *Masse A* → *Autotrack*. . . Nun erscheint das in Abbildung 26 dargestellte Menü. Halten Sie STRG+UMSCHALT gedrückt und klicken Sie auf eine möglichst kontrastreiche Stelle, die Sie verfolgen möchten – beispielsweise das Zentrum des Lichtreflexpunktes. Der ausgewählte Bereich erscheint als *Template* im *Autotrack*-Menüfenster. Starten Sie die Bewegungserkennung über *Search*. In jedem Frame sucht *Tracker* ein zu dem Template möglichst ähnliches Bild. Der jeweils ausgewählte Bereich wird als *Match* angezeigt.

Falls das Template nicht korrekt erkannt wird, d. h. wenn das rote Quadrat auf der Kugeloberfläche springt, kann das Video mit den Pfeilen am rechten unteren Bildschirmrand zurückgespult werden. Fehlerhaft getrackte Punkte können mit *Delete* gelöscht werden. Einzelne falsch erkannte Punkte können von Hand korrigiert werden. Werden alle Punkte falsch erkannt, sollte das Template neu definiert werden.

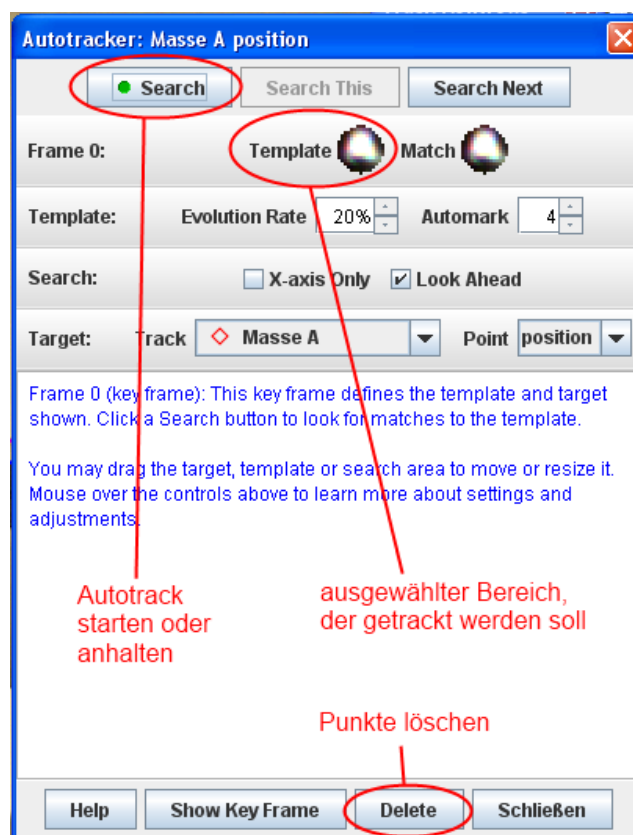


Abbildung 26: Autotrack-Menü

- Das Ergebnis der Analyse wird graphisch (rechts oben) und als Tabelle (rechts unten) angezeigt. Beim Durchscrollen des Videos lassen sich die einzelnen Analysepunkte bildweise verfolgen und die Genauigkeit der Analyse nachträglich kontrollieren. Wurde die Bewegung der Kugel richtig erkannt, können Sie die Daten auswerten: Klicken Sie mit der rechten Maustaste in den Graphen und wählen Sie *Analysiere*. . . Es öffnet sich das in Abbildung 27 dargestellte Fenster.

4 Auswertung

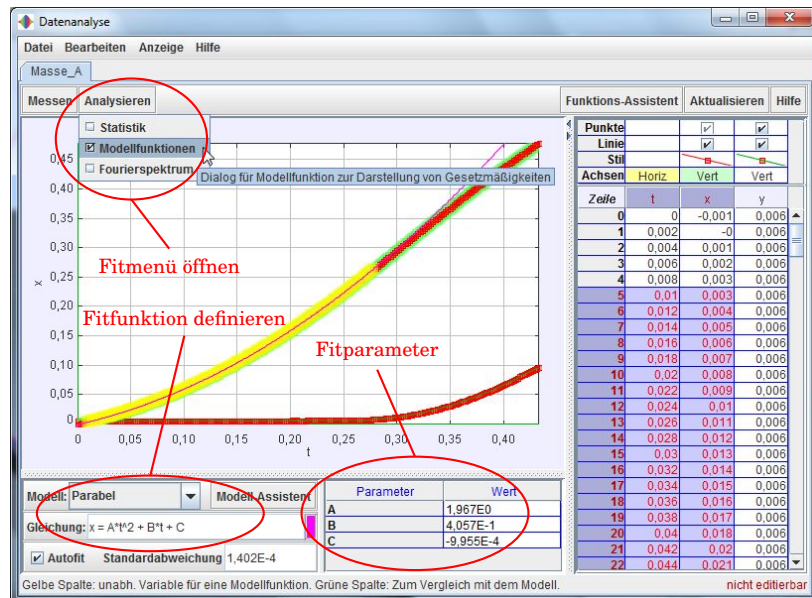


Abbildung 27: Fenster zur Auswertung der ermittelten Ortspunkte

- Öffnen Sie das Fitmenü (Haken in das Kästchen *Modellfunktionen*, siehe Abbildung 27) und wählen Sie eine geeignete Fitfunktion. Für den Fit wird immer die erste und zweite Spalte der Tabelle verwendet. Die Spalten können durch Ziehen mit der linken Maustaste vertauscht werden. Die ermittelten Fitparameter werden rechts unten angezeigt. Mittels Mauszeiger über den Werten kann die Unsicherheit angezeigt werden.
- Lesen Sie aus den Fitparametern die Beschleunigung a an der schiefen Ebene, die Abfluggeschwindigkeit u der Kugel sowie die Fallbeschleunigung g ab. Überlegen Sie sich ausgehend von den Gleichungen (5), (11) und (12), welche Parameter sich dabei ergeben müssen.
- Drucken Sie die erstellten Graphen aus!

Auswertung, die ohne Videoauswertungssoftware auch zu Hause durchgeführt werden kann:

- Berechnen Sie die theoretisch zu erwartenden Werte für die Beschleunigung a an der schiefen Ebene (Neigungswinkel $\alpha = 37^\circ$ laut Hersteller) und die Abfluggeschwindigkeit u der Kugel mit den Gleichungen (10) und (4).
- Vergleichen Sie die aus der Analyse gewonnenen Werte für a , u und g mit den theoretisch erwarteten und diskutieren Sie eventuelle Abweichungen!

4.4 Teilversuch 4: Bestimmung der Erdbeschleunigung mit der Smartphone-App „Phyphox“

- Beantworten Sie die Fragen aus dem Abschnitt „Aufgaben“ im Link des Phyphox-Experiments, der im Abschnitt Durchführung angegeben ist.
- Beschreiben Sie Möglichkeiten, wie Sie Fehlerquellen für systematische Abweichungen minimieren können. Falls Sie diese zu Hause ausprobiert haben, schildern Sie auch die dabei gewonnenen Erkenntnisse.