

STV - Statistische Verteilung - Vorbereitung

1. Stichworte

- Absolute Häufigkeit : Anzahl der Ereignisse mit einem bestimmten Merkmal (Bsp. Anzahl an Kopf-Würfen aus zehn Münzwürfen)
- Stichprobe : Die Menge der betrachteten Ergebnisse. Die Größe der Stichprobe ist die Anzahl der betrachteten Versuchsdurchführungen (Bsp. Gesamtanzahl der Münzwürfe)
- Relative Häufigkeit : Absolute Häufigkeit geteilt durch die Größe der Stichprobe
- Wahrscheinlichkeit : Angabe der zu erwartenden relativen Häufigkeit bei einer unendlich großen Stichprobe (\rightarrow Experiment ist nur eine Annäherung)
- Erwartungswert : zu erwartendes durchschnittliches Ergebnis / zu erwartender Wert für eine Zufallsvariable
 - ↳ diskreter Fall : Erwartungswert ist die Summe der Produkte aus den Wahrscheinlichkeiten jedes möglichen Ergebnisses und deren „Werten“
$$E(X) = \sum_{i=0}^{\infty} x_i p(x_i)$$
 - ↳ kontinuierlicher Fall : Bestimmung des Erwartungswerts durch Integration der mit x gewichteten Wahrscheinlichkeitsdichte $p(x)$ (1. Moment)
$$E(X) = \int_{\mathbb{R}} x p(x) dx$$

- Standardabweichung/Varianz: Maß für die Abweichung der beobachteten Werte vom Erwartungswert. (X als allgemeine Zufallsvariable)

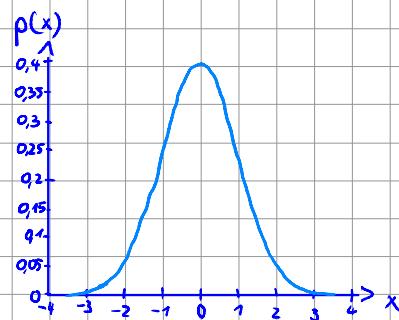
$$V = E(X^2) - E(X)^2$$

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{E(X^2) - E(X)^2}$$

- Normalverteilung : (Auch Gauß-Verteilung) Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist gegeben durch:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

σ : Standardabweichung
 μ : Lage des Maximums



- Binomialverteilung

: Wahrscheinlichkeitsverteilung der Anzahl der Erfolge in einer festen Anzahl von Bernoulli-Experimenten.
Bsp. Galton-Brett

$$w(N, p) = \binom{N}{n} p^n (1-p)^{N-n}$$

N Anzahl Wegscheidungen pro Weg
n bestimmt Ausgang
p Wahrscheinlichkeit bei Wegscheidung (Galton-Brett: $p=0,5$)

$$\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

Anzahl der möglichen Wege in einen Kanal

Kennparameter der Binomialverteilung

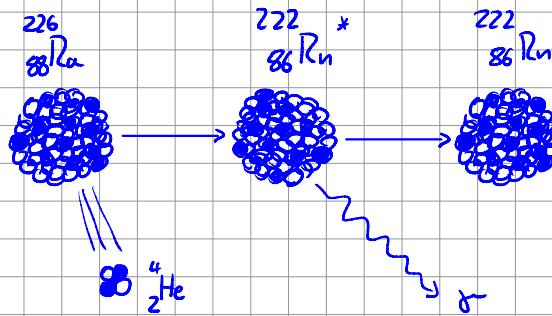
$$E = Np$$

$$V = N.p \cdot (1-p)$$

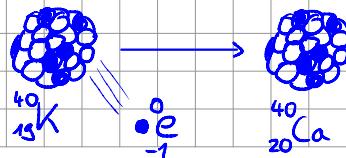
- Beispiele für wichtige Befehle in MATLAB

- ↳ mathematische Operationen : + - * /
- ↳ Vektor : $x = [1, 2, 3]$
- ↳ Matrix : $A = [1, 2; 3, 4]$
- ↳ Matrixeintrag auslesen : $d = A(n, m)$
- ↳ Plotten der Normalparabel im Intervall $[-3, 3]$: $pplot('x^2', [-3, 3])$
- ↳ Kommentar : % Text

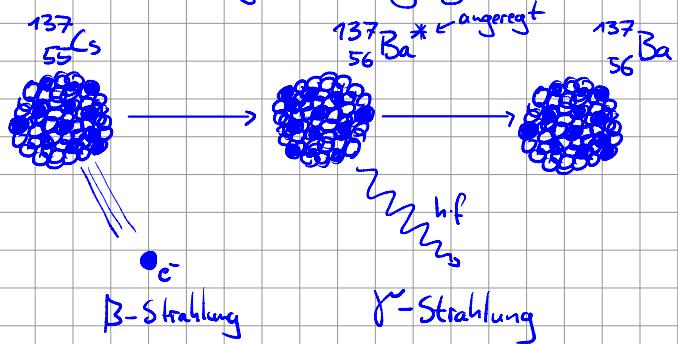
- α -Strahlung : Bei schweren Kernen löst sich beim α -Zerfall ein Heliumkern (α -Strahlung) mit einer Austrittsgeschwindigkeit von etwa $10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, einer Energie von mehreren MeV und einer Reichweite von einigen Zentimetern



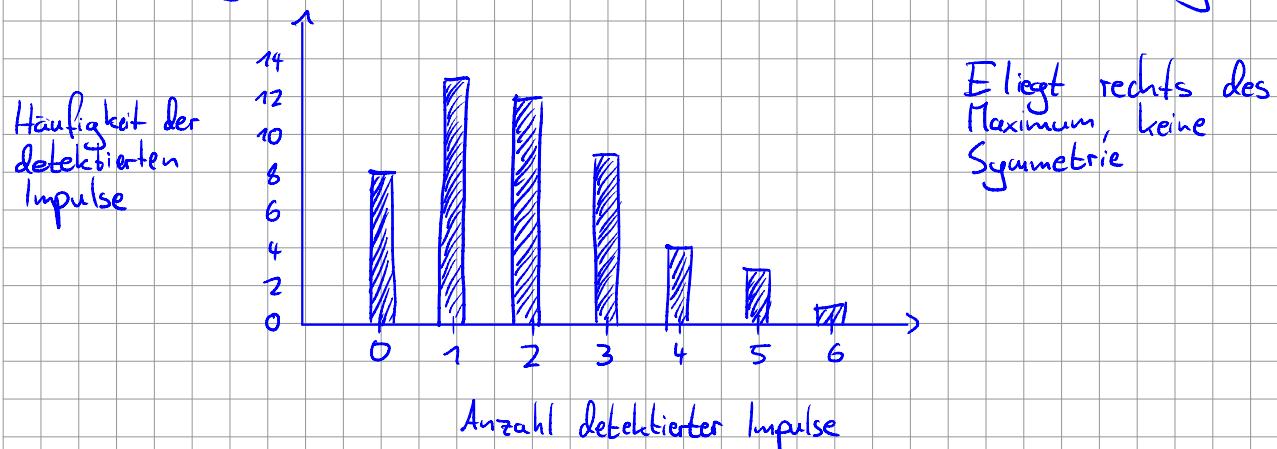
- β -Strahlung : Umwandlung eines Neutrons im Atomkern zu einem Proton (β -Zerfall), Emmission eines Elektrons (β -Strahlung). Reichweite: einige Meter, Energie: ungefähr 15 MeV



- β^- -Strahlung: Emission hochenergetischer Photonen, beim Übergang eines Atoms vom energetisch angeregten Zustand in den Grundzustand.



- Beschreibung der natürlichen Radioaktivität durch die Poissonverteilung



Die Wahrscheinlichkeitsdichte $w_p(n)$ (n : Anzahl der in einer bestimmten Zeit ausgesandten Strahlen, die im Detektor nachgewiesen wurden) ist gegeben durch:

$$w_p(n) = \frac{\lambda^n}{n!} \cdot \exp(-\lambda)$$

| λ : Ereignisse, die pro n erwartet werden (Zerfallsrate)

Kennparameter: $E = \lambda$, $V = \lambda$

Versuchsablaufplan - Teilversuch 1

Generierung der Binomialverteilung mit dem Galton-Brett

Lage des Brettes

↳ im Versuch: Erschütterungsfrei, auf einer festen, horizontalen Unterfläche.
Aufgrund der Herstellung dürfen die Kugeln nicht auf der Rückwand rollen, also soll das Brett so gehalten werden, dass sie fallen oder auf der Deckwand rollen.

↳ beim Ablesen: Die Eichung der Linien zum Ablesen ist so konzipiert, dass das Brett zum Ablesen leicht nach hinten geneigt und seitlich gekippt wird.

Rückführung der Kugeln: Zum Auflösen von Clustern Brett flach halten und leicht schütteln

Messung:

- ↳ Kleine Stichprobe: Weniger als 40 Kugeln fallen lassen, Ergebnisse notieren
- ↳ Mittlere Stichprobe: Alle (256) Kugeln fallen lassen, Ergebnisse notieren
- ↳ Große Stichprobe: Zwei mal alle Kugeln fallen lassen, Ergebnisse aus allen Gruppen auf der Tafel zusammentragen (2560 Kugeln)

Verwendung von MATLAB

- ↳ Mittelwert berechnen, Standardabweichung bei mittlerer und großer berechnen
(Hinweis: Skalarprodukt). Verwendete Formeln und Ergebnisse protokollieren
- ↳ Beide Statistiken in dasselbe Figure-Window plotten (→ Achsenbeschriftung/Titel)
(Hinweis: plotyy → y-Achsen skalieren)
- ↳ Berechneten Mittelwert in die große Statistik einzeichnen (Hinweis: stem(x,y)).
Stimmen Mittelwert / Maximum überein?

Versuchsablaufplan - Teilversuch 2

Aufnahme einer Poisson-Verteilung

Programm zur Impulsmessung: MAESTRO

- ↳ statt 50 Messungen über je 2s eine Messung über 100s (gegebenes Perl-Skript)
- ↳ später Berechnung einzelner Messungen

Einstellen der Apparatur und des Programmes MAESTRO

1. Clear ROI: Alle bisherigen Energieintervalle entfernen über „ROI/Clear All“
 2. Szintillationsdetektor an der Schnur aus der Bleikammer ziehen, während des Versuchs drauflegen lassen
 3. Im Programm, MAESTRO sind 1024 Kanäle eingestellt
 4. HV/Gain: Verstärkung wählen, dass das Spektrum fast den ganzen Bereich bis zum letzten Kanal ausfüllt. Spannung am Photomultiplier wählen (ca. 835V, wenn neu, ca. 1150V, wenn alt)
 5. Oszilloskop zur Veranschaulichung betrachten
- ▷
6. Daten speichern
 7. Berechnung der Ergebnisse von 50 2s-Messungen mit dem Analyseprogramm ParseOrtelzListData.pl

Auswahl eines geeigneten Energierintervalls

1. Detektor aus der Bleikammer entnehmen
(Verwendung von Höhenstrahlung zur Bestimmung einer Poissonstatistik)
2. [clear ROI]: Alle bisherigen Energieintervalle entfernen über „ROI/Clear All“
3. Warum ist eine Auswertung des gesamten Energiespektrums nicht zweckmäßig
4. Messzeit 20s, Programm laufen lassen \rightarrow Energiespektrum
 - \hookrightarrow Was ist an Ordinate/Abszisse aufgetragen
 - \hookrightarrow Mit linker Maustaste ein Intervall mit 20-40 detektierten Impulsen auswählen (ggf. „List Mode“ deaktivieren)
 - \hookrightarrow rechte Maustaste \rightarrow „Sum“ (zeigt Impulse im Intervall an)
 - \hookrightarrow Wiederholen, bis man ein Intervall mit 20-40 Impulsen hat. (ggf. „autoscale“)
5. Rechtsklick \rightarrow „Mark ROI“
6. Messzeit 2s, Programm 10 mal laufen lassen
7. Intervall speichern unter dem Namen: „11-3_JM_TV2.ROI“

Durchführen der Messkampagnen mit N Messungen zu je 2s

1. Messmodus „List Mode“ einstellen
2. Messzeit 100s wählen, Messung speichern unter „11-3_JM_TV2_50Messungen.lis“
3. Messzeit 200s wählen, Messung speichern unter „11-3_JM_TV2_200Messungen.lis“
4. Konsole starten über „cmd“ (Windowsmenü)
5. „dir“ Anzeige aller Inhalte des aktuellen Verzeichnisses
6. „cd 11-3_JM“ Wechsel in das Verzeichnis mit den Messdaten
7. „Listmode“-Datei umwandeln zu einer Datei, die ein Histogramm mit der Anzahl Messungen mit bestimmter Ereigniszahl enthält. Hierzu steht „ParseOrterListData.pl“ zur Verfügung
Es erwartet Parameter in folgender Reihenfolge:

`perl -S ParseOrterListData.pl <ROI-filename> <data-filename> <nr_of_passes> <dt_in_sec>`

Bsp.:

Anzahl
↓
Messungen

Sekunden

`perl -S ParseOrterListData.pl TV2.ROI TV2_50Messungen.lis 50 2 > TV2_50Messungen.stat`

\hookrightarrow Daten für beide Messkampagnen erstellen, im Editor öffnen. Was bedeuten die Werte?

Auswerten mit MATLAB

1. Datei <filename>.stat (50 Messungen) in MATLAB einlesen, (dlmread), Matrikspalten extrahieren
2. Mittelwert & Standardabweichung berechnen (Hinweis: Skalarprodukt), Werte protokollieren
3. Gleicher Vorgang mit der 100-Messwerte-Datei
4. Beide Statistiken in dasselbe Figure-Window plotten (§ Achsenbeschriftung/Titel)
(Hinweis: plotyy \rightarrow y-Achsen skalieren)
Berechneten Mittelwert in die Statistik einzeichnen (Hinweis: stem(x,y)).
In welche Richtung ist der Mittelwert in Bezug auf das Maximum des Histogramms verschoben?
5. Speichern als PDF

Versuchsablaufplan - Teilversuch 3

Zentraler Grenzwertsatz

Messung - Variante 1

Analog zu Versuch 2 eine Messkampagne mit 100 Messungen je 20s durchführen
(gleiche ROI verwenden wie bisher)

Durchführung

1. Datei `(dateiname).stat` erstellen
2. Diese Datei in MATLAB einlesen, Spalten einzeln abspeichern
3. Mittelwert und Standardabweichung berechnen, protokollieren
4. Mit MATLAB Dichten der Poissonverteilung und Normalverteilung in einem Diagramm anzeigen. (Verwendung des aus der Messung berechneten Mittelwerts und der Standardabweichung)
Zum Vergleich auch das für die Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung zugrundeliegende Diagramm im gleichen Fenster anzeigen lassen.
(Hinweis: Befehle: `normpdf(x,M,S)` und `normpoisspdf(x,M)`).

Messung - Variante 2

Ein größeres Intervall an Kanälen wählen (ohne den letzten Energiekanal)
Datei `(dateiname).stat` erzeugen aus den Messdaten für 100 Messungen zu je 2s

Durchführung

1. Diese Datei in MATLAB einlesen, Spalten extrahieren
2. Mittelwert und Standardabweichung berechnen, protokollieren
3. Mit MATLAB Dichte der Normalverteilung in einem Diagramm anzeigen. (Verwendung des aus der Messung berechneten Mittelwerts und der Standardabweichung)
Zum Vergleich auch das für die Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung zugrundeliegende Diagramm im gleichen Fenster anzeigen lassen.
(Hinweis: Befehle: `normpdf(x,M,S)`).