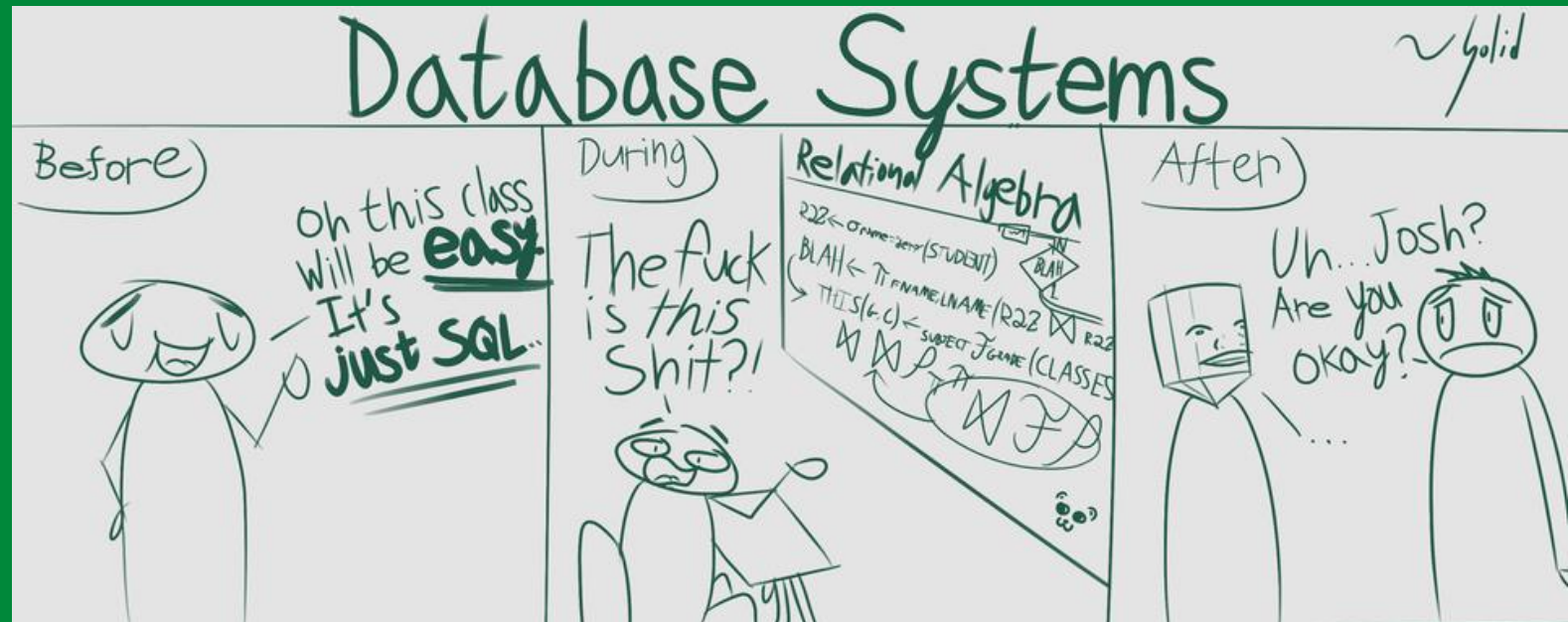


Tutorium 4 – Datenbanksysteme





LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN

1. Wiederholung Relationale Algebra



- Formale Anfragesprache (neben Bereichs- und Tupelkalkül)
 - Wird in der Praxis durch SQL umgesetzt
 - Formulierungen von Anfragen an eine Menge von Relationen
 - Operationen auf Relationen liefern als Ergebnis auch eine Relation
- > Abgeschlossen

Notation

- R und S – Relationen
- t – Tupel aus einer Relation
- A und B – Attribute
- F – Formel
- A_i – Zugriff auf Attribute durch den Namen

LNR	LNAME	STATUS	SITZ
L1	MEIER	20	WETTER
L2	MULLER	10	BERLIN
L3	SCHMIDT	50	BERLIN
L4	SCHULZ	30	WETTER
L5	KRAUSE	40	MESCHEDE

TNR	TNAME	FARBE	GEWICHT
T1	STECKER	ROT	15
T2	KABEL	BLAU	27
T3	SCHALTER	WEISS	05
T4	8080	ROT	02
T5	DISKETTE	BLAU	12
T6	SCHRAUBE	ROT	03

Grundoperationen - Vereinigung

Vereinigung: $R \cup S = \{t \mid t \in R \text{ oder } t \in S\}$

RoteTeile	
TNr	TName
T1	Stecker
T4	8080
T6	Schraube

U

BlaueTeile	
TNr	TName
T2	Kabel
T5	Diskette

=

TNr	TName
T1	Stecker
T4	8080
T6	Schraube
T2	Kabel
T5	Diskette

Grundoperation - Differenz

Differenz: $R - S = \{t \mid t \in R \text{ und } t \notin S\}$

AlleLieferanten	
LNr	LName
L1	Meier
L2	Muller
L3	Schmidt
L4	Schulz
L5	Krause

BerlinLieferanten	
LNr	LName
L2	Muller
L3	Schmidt

=

LNr	LName
L1	Meier
L4	Schulz
L5	Krause

Kartesisches Produkt:

$$R \times S =$$

$$\{(a_1, \dots, a_r, a_{r+1}, \dots, a_{r+s}) \mid (a_1, \dots, a_r) \in R \text{ und } (a_{r+1}, \dots, a_{r+s}) \in S\}$$

A	B
1	1
1	2

×

C	D
3	3
3	4

=

A	B	C	D
1	1	3	3
1	1	3	4
1	2	3	3
1	2	3	4

Grundoperationen – Selektion

Selektion: $\sigma_F(R) = \{t \mid t \in R \wedge t \text{ erfüllt } F\}$

$\sigma_{\text{Gewicht} \leq 12} ($

Teile	
TNr	Gewicht
T1	15
T2	27
T3	05
T4	02
T5	12
T6	03

) =

Teile	
TNr	Gewicht
T3	05
T4	02
T5	12
T6	03

Projektion: $\Pi a_1, \dots, a_m(R) = \{t[a_1, \dots, a_m] \mid t \in R\}$

$\Pi_{\text{TNr}, \text{Gewicht}}($

Teile			
TNr	TName	Farbe	Gewicht
T1	Stecker	Rot	15
T2	Kabel	Blau	27

$) =$

Teile	
TNr	Gewicht
T1	15
12	27

Weitere Operationen - Durchschnitt

Durchschnitt: $R \cap S = \{t \mid t \in R \text{ und } t \in S\}$

TeilefürP1		\cap	TeilefürP2		$=$		
TNr	Tname		TNr	Tname		TNr	Tname
T1	Stecker		T1	Stecker		T1	Stecker
T4	8080		T3	Schalter		T4	8080
T6	Schraube		T4	8080			

Weitere Operationen - Joins

$$R \bowtie_{A \theta B} S = \sigma_{A \theta B}(R \times S) \quad (\theta \in \{=, <, \leq, \geq, >, \neq\})$$

ProjekteTeile	
PNr	TNr
P1	T3
P2	T4
P2	T6
P3	T2

\bowtie
 $TNr = TNr$

Teile	
TNr	TName
T1	Stecker
T2	Kabel
T3	Schalter
T4	8080
T6	Schraube

=

PNr	TNr	TName
P1	T3	Schalter
P2	T4	8080
P2	T2	Kabel
P3	T3	Schalter

Quotient: $R \div S = \{t \mid t \in \Pi_{R-S}(R) \wedge \{t\} \times S \subseteq R\}$

TeileLieferanten	
LNr	TNr
L1	T1
L1	T2
L1	T3
L2	T1
L2	T3

÷

Teile
TNr
T1
T2
T3

=

LNr
L1

Aufgabe 4.1 – Natural Join

Zu welcher Operation der relationalen Algebra ist der natürliche Verbund (natural join) identisch, **falls** beide beteiligten Relationen alle Attribute gemeinsam haben? Begründen sie ihre Wahl.

A	B
1	1
1	2
2	3
4	6
3	5



A	B
1	1
1	4
2	3
3	5
5	6



A	B
1	1
2	3

Aufgabe 4.1 – Natural Join

- Für zwei Relationen $R(A_1, \dots, A_n, B_1, \dots, B_m)$ und $S(B_1, \dots, B_m, C_1, \dots, C_o)$ ist das Ergebnis des natürlichen Verbundes:

$$R \bowtie S \stackrel{Def.}{=} \{rs_{[C_1, \dots, C_o]} \mid r \in R \wedge s \in S \wedge r_{[B_1, \dots, B_m]} = s_{[B_1, \dots, B_m]}\}$$

- Wenn jetzt beide Relationen alle Attribute gemeinsam haben, so ist $[C_1, \dots, C_o] = []$ leer. Damit gilt $rs_{[C_1, \dots, C_o]} = r$
- Außerdem gilt $r = s$, da $[B_1, \dots, B_m]$ die einzigen Attribute von R und S sind.
- Damit erhalten wir

$$R \bowtie S = \{r \mid r \in R \wedge s \in S \wedge r = s\} = \{r \mid r \in R \wedge s \in S\} = R \cap S$$

Aufgabe 4.3 – Kardinalitäten

Geben Sie zu jeder Grundoperation der relationalen Algebra die Kardinalität des Ergebnisses bezogen auf die Kardinalitäten der Grundmengen an. Dabei sollen obere Schranken der Ergebniskardinalität möglichst klein und untere Schranken möglichst groß sein. Markieren Sie die korrekte Ordnungsrelation und den korrekten Operand in den entsprechenden Boxen.

Bsp.: $|A \cup A| = |A|$

Kardinalität steht hier für die Anzahl der Zeilen

-> Im Bsp.: A hat alle Zeilen gleich mit A, deswegen ist auch die Vereinigung gleich groß mit A

Linker und rechte Seite müssen sich möglichst wenig unterscheiden

Aufgabe 4.3 – Kardinalitäten

a) $|A \cup B|$ ($<, \leq, =, \geq, >$) $|A|$ ($+, -, *, \div$) $|B|$

- Wenn A und B komplett verschieden, dann gleich aber sonst können bei der Vereinigung Duplikate vorkommen, die dann entfernt werden

b) $|A - B|$ ($<, \leq, =, \geq, >$) $|A|$ ($+, -, *, \div$) $|B|$

- Wenn A und B komplett verschieden, dann ist $|A - B| = |A|$ und somit größer als $|A| - |B|$

c) $|A \times B|$ ($<, \leq, =, \geq, >$) $|A|$ ($+, -, *, \div$) $|B|$

- Jede Kombination zwischen A und B -> Anzahl A mal Anzahl B

Aufgabe 4.3 – Kardinalitäten

d) $|\Pi_{X,Y,\dots}(A)| \text{ } (<, \leq, =, \geq, >) |A|$

- Wenn Spalten entfernt werden, können Duplikate entstehen, die dann rausfliegen

e) $|\sigma_F(A)| \text{ } (<, \leq, =, \geq, >) |A|$

- Definition der Selektion: Wählen nur bestimmte Zeilen aus nach Formel F

Aufgabe 4.4 – Anfragen in relationaler Algebra

Gegeben seien die Relationen Kunde, Personal, Verkauf, Inventar und Auftragsposten als Datenmodell für eine Möbel-Verkauf-Datenbank:

Kunde (kund_nr, kund_name, adresse, ort, plz)

Personal (pers_nr, nachname, vorname, einsatz, vorgesetzt, gehalt)

Verkauf (auftr_nr, bestelldatum, pers_nr, kund_nr)

Inventar (art_nr, art_bez, lagerbest, lagerort, preis)

Auftragsposten (auftr_nr, art_nr, menge)

Formulieren Sie die folgenden Anfragen durch Ausdrücke über der relationalen Algebra.

Aufgabe 4.4.a – Bestimme die Artikelbezeichnung (*art_bez*) und den Lagerort für alle Artikel mit einem Preis von über 5000

- Relation Inventar enthält *art_bez*, *lagerort* und *preis*

$$\Pi_{artbez, lagerort}(\sigma_{preis > 5000}(Inventar))$$

Aufgabe 4.4.b – Bestimme die Vornamen aller Mitarbeiter*innen, die in München im Einsatz sind und mindestens ein Produkt seit dem 24.07.2022 verkauft haben

- Relation **Personal** enthält den *Einsatzort* und den *Vornamen* der Mitarbeiter*innen
 - Relation **Verkauf** enthält das *Bestelldatum* und die *pers_nr*
- ⇒ Join zwischen **Personal** und **Verkauf** über die *pers_nr*

$$\Pi_{Vorname}(\sigma_{Einsatz='Muenchen' \wedge Bestelldatum \geq '24.07.2022'}(Verkauf \bowtie Personal))$$

Aufgabe 4.4.c – Bestimme die Personalnummern der Vorgesetzten aller Mitarbeiter*innen, die etwas an Kund*innen aus dem Bezirk mit der PLZ ‚74391‘ verkauft haben

- Relation **Kunde** enthält die *PLZ* der Kund*innen
- Relation **Personal** enthält die *pers_nr* aller Vorgesetzten der Mitarbeiter*innen
- Relation **Verkauf** modelliert die Verkäufe von Mitarbeiter*innen an Kund*innen
- Join zwischen allen Tabellen (**Verkauf**) in der „Mitte“

$$\Pi_{vorgesetzt}(\sigma_{plz='74391'}(Kunde \bowtie (Verkauf \bowtie Personal)))$$

Aufgabe 4.4.d – Bestimme die Auftragsnummern aller Bestellungen, die „Betten Kaiser“ aufgegeben hat und die von „Michael Roser“ bearbeitet wurden

- Relation **Kunde** enthält die *Namen* der Kund*innen
- Relation **Personal** enthält die *Namen* der Mitarbeiter*innen
- Relation **Verkauf** modelliert die Verkäufe von Mitarbeiter*innen an Kund*innen
- Join zwischen allen Tabellen (**Verkauf**) in der „Mitte“

$$\Pi_{auftrnr}(\sigma_{kundname='BettenKaiser' \wedge vorname='Michael' \wedge nachname='Roser'}(Kunde \bowtie (Verkauf \bowtie Personal)))$$

Aufgabe 4.4.e – Bestimme das *Bestelldatum* und die *artnr* aller Aufträge, deren Produkte im gleichen Ort lagern in dem die Kund*innen ihren Sitz haben die von Mitarbeiter*innen mit einem Gehalt von unter 4500 verkauft wurden

- Wir brauchen alle 5 Relationen **Kunde**, **Verkauf**, **Personal**, **Auftragsposten** und **Inventar**
- Natural Joins sind möglich

$$\Pi_{bestelldatum,artnr}(\sigma_{ort=lagerort \wedge gehalt < 4500}(Inventar \bowtie (Auftragsposten \bowtie (Kunde \bowtie (Verkauf \bowtie Personal)))))$$

Aufgabe 4.5 – Anfragen mit dem Quotient Operator

Gegeben seien die Relationen Lieferant L, Teil T und Projekt P als Datenmodell für eine Lieferanten-Teile-Projekte-Datenbank. Ferner existiert eine Relation LTP, die die Beziehungen der vorgenannten Relationen modelliert:

L (lnr, lname, status, sitz) T (tnr, tname, farbe, gewicht)
 P (pnr, pname, ort) LTP (lnr, tnr, pnr, menge)

Außerdem sei Relation RT definiert durch: $RT = \pi_{tnr}(\sigma_{farbe='ROT'}(T))$.

Was berechnen die folgenden Ausdrücke?

TNR	TNAME	FARBE	GEWICHT
T1	STECKER	ROT	15
T2	KABEL	BLAU	27
T3	SCHALTER	WEISS	05
T4	8080	ROT	02
T5	DISKETTE	BLAU	12
T6	SCHRAUBE	ROT	03



RT - RoteTeile
TNr
T1
T4
T6

Aufgabe 4.5.a – Anfragen mit dem Quotient Operator

$$\Pi_{lnr,tnr}(LTP) \div RT$$

LNR	TNR
L1	T1
L1	T1
L1	T1
L1	T4
L1	T6
L2	T3
L2	T3
L2	T3
L2	T3
L2	T3
L2	T3
L2	T3
L2	T3
L2	T5

L3	T3
L3	T4
L4	T6
L4	T6
L5	T2
L5	T2
L5	T5
L5	T5
L5	T6
L5	T1
L5	T3
L5	T4
L5	T5
L5	T6

÷

RT - RoteTeile
TNr
T1
T4
T6

=

LNr
T1
T5

=> Nummern der Lieferant*innen die jedes rote Teil liefern

Aufgabe 4.5.b – Anfragen mit dem Quotient Operator

$$\Pi_{lnr}(\Pi_{lnr,pnr,tnr}(LTP) \div RT)$$

LNR	PNR	TNR
L1	P8	T1
L1	P1	T1
L1	P4	T1
L1	P1	T4
L1	P1	T6
L2	P1	T3
L2	P2	T3
L2	P3	T3
L2	P4	T3
L2	P5	T3
L2	P6	T3
L2	P7	T3
L2	P8	T3
L2	P2	T5

L3	P1	T3
L3	P2	T4
L4	P3	T6
L4	P7	T6
L5	P2	T2
L5	P4	T2
L5	P5	T5
L5	P7	T5
L5	P2	T6
L5	P4	T1
L5	P4	T3
L5	P4	T4
L5	P4	T5
L5	P4	T6

÷

RT - RoteTeile
TNr
T1
T4
T6

=

LNr
T1
T5

=> Alle Lieferant*inne, die an mind. Ein Projekt alle roten Teile liefern

Aufgabe 4.5.b – Anfragen mit dem Quotient Operator

$$\Pi_{lnr}(LTP \div RT) = \Pi_{lnr}(\Pi_{lnr,pnr,menge,tnr}(LTP) \div RT)$$

LNR	PNR	MENGE	TNR
L1	P8	1200	T1
L1	P1	200	T1
L1	P4	700	T1
L1	P1	300	T4
L1	P1	200	T6
L2	P1	400	T3
L2	P2	200	T3
L2	P3	200	T3
L2	P4	500	T3
L2	P5	600	T3
L2	P6	400	T3
L2	P7	800	T3
L2	P8	300	T3
L2	P2	100	T5

L3	P1	200	T3
L3	P2	500	T4
L4	P3	300	T6
L4	P7	300	T6
L5	P2	200	T2
L5	P4	100	T2
L5	P5	500	T5
L5	P7	100	T5
L5	P2	200	T6
L5	P4	1000	T1
L5	P4	1200	T3
L5	P4	800	T4
L5	P4	400	T5
L5	P4	500	T6

÷

RT - RoteTeile
TNr
T1
T4
T6

=

∅

=> Alle Lieferant*innen, die jedes Rote Teil in jeder Menge an mind. Ein Projekt liefern

Aufgabe 4.2 – Ableitung des Quotient-Operators

- Bilden Sie die relationale Operation „Quotient“ durch die fünf relationalen Grundoperationen (Vereinigung, Differenz, Kartesisches Produkt, Selektion, Projektion) nach.
- Definition Quotient formal:

$$R \div S = \{t \mid t \in \Pi_{R-S}(R) \wedge \{t\} \times S \subseteq R\}$$

$$= \{t \mid t \in \Pi_{R-S}(R) \wedge \forall s \in S: ts \in R\}$$

$$\stackrel{!}{=} \Pi_{R-S}(R) - \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(R) \times S) - R)$$

Aufgabe 4.2 - Beispiel

$\Pi_{R-S}(R)$
Name
Müller
Huber

S
Sprache
Basic
C++
Java

$\Pi_{R-S}(R) \times S$	
Name	Sprache
Müller	Basic
Müller	C++
Müller	Java
Huber	Basic
Huber	C++
Huber	Java

R	
Name	Sprache
Müller	Java
Müller	Basic
Müller	C++
Huber	C++
Huber	Java

$\Pi_{R-S}(R) \times S - R$	
Name	Sprache
Huber	Basic

$\Pi_{R-S}(\Pi_{R-S}(R) \times S - R)$
Name
Huber

S	R	
Sprache	Name	Sprache
Basic	Müller	Java
C++	Müller	Basic
Java	Müller	C++
	Huber	C++
	Huber	Java

Aufgabe 4.2 - Beweis

1. $R \div S \subseteq \Pi_{R-S}(R) : \text{trivial}$

2. Z.z.: $\forall t \in \Pi_{R-S}(R)$ gilt: $t \in \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(R) \times S) - R) \Leftrightarrow t \notin R \div S$

Sei $t = (t_1, \dots, t_i) \in \Pi_{R-S}(R)$, dann gilt:

$$t \in \Pi_{R-S}((\Pi_{R-S}(R) \times S) - R)$$

$$\Leftrightarrow \exists x = (x_{i+1}, \dots, x_n) \in S: tx = (t_1, \dots, t_i, x_{i+1}, \dots, x_n) \in (\Pi_{R-S}(R) \times S) - R$$

$$\Leftrightarrow \exists x \in S: tx \in \Pi_{R-S}(R) \times S \wedge tx \notin R$$

Aufgabe 4.2 – Beweis Fortsetzung

$$\exists x \in S: t \in \Pi_{R-S}(R) \wedge tx \notin R$$

$$\Leftrightarrow \exists x \in S: t \in \Pi_{R-S}(R) \wedge tx \notin R$$

$$\Leftrightarrow \neg \forall x \in S: t \notin \Pi_{R-S}(R) \vee tx \in R$$

$$\Leftrightarrow t \in \Pi_{R-S}(R) \vee \neg \forall x \in S: tx \in R$$

$$\begin{array}{l} \text{Def.} \\ \Leftrightarrow t \notin R \div S \end{array}$$



LUDWIG-
MAXIMILIANS-
UNIVERSITÄT
MÜNCHEN



Finn Kapitza – Finn.Kapitza@campus.lmu.de