

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE**  
**Stavebná fakulta**

Evidenčné číslo: SvF-104292-63355

**Numerické metódy pre tvorbu modelov 3D  
objektov pomocou registrácie mračien bodov  
získaných 3D skenermi**

**Bakalárska práca**

Študijný program: Matematické a počítačové modelovanie  
Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika  
Školiace pracovisko: Katedra matematiky a deskriptívnej geometrie  
Vedúci záverečnej práce: prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.

**Bratislava 2016**

**Lenka Hrapková**



## ZADANIE BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Študentka: **Lenka Hrapková**

ID študenta: 63355

Študijný program: Matematické a počítačové modelovanie

Študijný odbor: 9.1.9. aplikovaná matematika

Vedúci práce: prof. RNDr. Karol Mikula, DrSc.

Miesto vypracovania: Bratislava

Názov práce: **Numerické metódy pre tvorbu modelov 3D objektov pomocou registrácie mračien bodov získaných 3D skenermi**

Špecifikácia zadania:

Cieľom práce je oboznámiť sa s knižnicou PCL (point cloud registration) na prácu s 3D mračnami bodov získaných 3D skenermi a využiť ju na spracovanie tohto typu dát.

Rozsah práce: cca 50 strán

Riešenie zadania práce od: 08. 02. 2016

Dátum odovzdania práce: 12. 05. 2016

**L. S.**

**Lenka Hrapková**  
študentka

**prof. RNDr. Radko Mesiar, DrSc.**  
vedúci pracoviska

**prof. RNDr. Jozef Širáň, DrSc.**  
garant študijného programu

## **Pod'akovanie**

Chcela by som sa pod'akovat' svojmu školiteľovi prof. RNDr. Karolovi Mikulovi, DrSc. za odbornú pomoc, usmerňovanie pri písaní mojej práce, cenné rady a pripomienky, možnosť spolupráce, trpezlivosť a predovšetkým ochotu. Svoje pod'akovanie venujem taktiež Ing. Róbertovi Špirovi, PhD. za cenné rady pri implementáciách funkcií, Ing. Jane Brehovskej, PhD. z Pamiatkového úradu Slovenskej republiky, Ing. Miroslavovi Kováčovi z firmy Geotech za hodnotné informácie. V neposlednom rade d'akujem rodine a blízkym za nekonečnú podporu a pochopenie.

## **Čestné prehlásenie**

Čestne vyhlasujem, že bakalársku prácu Numerické metódy pre tvorbu modelov 3D objektov pomocou registrácie mračien bodov získaných 3D skenermi som vypracovala samostatne, s odbornou pomocou vedúceho práce a na základe štúdia odbornej literatúry.

Bratislava, 12.05.2016

.....

Vlastnoručný podpis

## **Abstrakt:**

Bakalárska práca prezentuje proces registrácie 3D mračien bodov získaných pomocou skenerov a vytváranie virtuálnej podoby 3D objektov pomocou zarovnaných množín bodov. Objektom skúmania našej práce bola knižnica Point Cloud Library, predovšetkým jej funkcie zamerané na registráciu, hľadanie optimálnej transformácie, určovanie korešpondujúcich bodov a vizualizáciu. Cieľom práce bolo vysvetlenie jednotlivých krokov procesu registrácie, vytvorenie modelových situácií, návrh postupu hľadania optimálnej rotácie, translácie a porovnanie kvality registrácie, prípadne jej častí, zmenou parametrov vplývajúcich na proces zarovnania.

**Kľúčové slová: mračno bodov, registrácia, Point Cloud Library, Iterative Closest Point, korešpondujúce body, Fast Point Feature Histograms, transformácia, singulárny rozklad matice**

## **Abstract:**

Bachelor thesis presents the process of registration of 3D point clouds obtained by the usage of scanners, as well as creation of the virtual form of 3D objects by means of aligned sets of points. The object of research of our work was Point Cloud Library, mainly its functions aimed at registration, searching for optimal transformation, identifying correspondences and visualization. The goal of the work was explaining each step of the registration process, creating model situations, designing process of finding optimal rotation, translation and comparing registration quality, alternatively its parts, by changing parameters contributing to aligning process.

**Key words: point cloud, registration, Point Cloud Library, Iterative Closest Point, correspondences, Fast Point Feature Histograms, transformation, Singular Value Decomposition**

# **Obsah**

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Mračno bodov</b>	<b>4</b>
2.1	Riegl . . . . .	4
2.2	Leica . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Registrácia</b>	<b>7</b>
3.1	Tuhá a pružná registrácia . . . . .	7
3.2	Fázy registrácie . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Point Cloud Library</b>	<b>10</b>
4.1	Iterative Closest Point . . . . .	11
4.2	Vstupné údaje . . . . .	11
4.3	Korešpondujúce body . . . . .	12
4.4	Fast Point Feature Histograms . . . . .	13
4.5	Filtrovanie korešpondencií . . . . .	15
4.6	Hľadanie transformácie . . . . .	16
4.7	Ukončujúce podmienky . . . . .	22
<b>5</b>	<b>Registrácia s danými korešpondujúcimi dvojicami bodov</b>	<b>24</b>
5.1	Algoritmy pre hľadanie optimálnej transformácie . . . . .	24
5.2	Počítanie centroidov zo všetkých bodov mračien v uzavretých, neuzavretých krívkach a analytickom postupe hľadania transformácie . . . . .	25
5.3	Meranie vzdialenosťi . . . . .	29
5.4	Simulácia nepresného výberu korešpondujúcich bodov . . . . .	30
5.5	Problém počiatočného zarovnania . . . . .	36
<b>6</b>	<b>Automatická registrácia</b>	<b>41</b>
6.1	Výber koeficientov automatickej registrácie . . . . .	44
<b>7</b>	<b>Záver</b>	<b>50</b>
	<b>Literatúra</b>	<b>51</b>

## **Zoznam skratiek a značiek**

2D - dvojrozmerný priestor

3D - trojrozmerný priestor

PCL - Point Cloud Library

PFH - Point Feature Histograms

FPFH - Fast Point Feature Histograms

SVD - singulárny rozklad matice

# 1 Úvod

V modernom svete plnom najrôznejších výdobytkov vedy a techniky je prirodzeným prejavom spoločnosti túžba po napredovaní, hľadaní hraníc ľudského poznania. Od vynálezu dagerotypie sme prešli k zrkadlovým fotoaparátom, z prvých výkonných výpočtových strojov okupujúcich celú miestnosť sa stali ľahko prenosné počítače či tablety, medicínsky výskum uháňa mŕiovými krokmi a nezaostáva ani odvetvie robotického priemyslu.

Ľudia zvyknutí navštěvovať najvzdialenejšie krajiny si v dnešnej dobe môžu prehliadnuť svetoznáme miesta virtuálne v pohodlí vlastného domova. Prostredníctvom počítačových technológií sa prechádzame medzi mûrmi starobylých kostolov. Spracovanie obrazu dosahuje vysokú úroveň a uchovávať podobizne budov len prostredníctvom fotografií už taktiež nie je veľmi aktuálne.

Vytváranie virtuálnych 3D modelov objektov a scén je čoraz častejší prípad takmer všetkých odvetví vedy i bežnej praxe. Vyhýajú sa stále lepšie skenery a možnosti zachytenia priestoru produkujúce množiny bodov ako výsledok merania. Spolu s nimi však vzniká otázka spracovania takýchto údajov pre ďalšie použitia. V prostredí rozšírenej reality sa snažíme zaznamenať aj najmenšie detaily, v dôsledku čoho zachytávame predmety nášho záujmu z rôznych uhlov pohľadu. Pre vizualizáciu jednotného modelu však potrebujeme prostriedky na správne spájanie častí do celku.

Naša práca sa venuje práve skúmaniu možností a spôsobov vytvárania 3D modelov daným spôsobom. Metóda si našla uplatnenie v oblasti medicíny pri vyšetrovaní orgánov, v geografických informačných systémoch, metrológii, architektúre, pri uchovávaní hmotných pamiatok v digitálnej forme a mnohých iných aplikáciách.

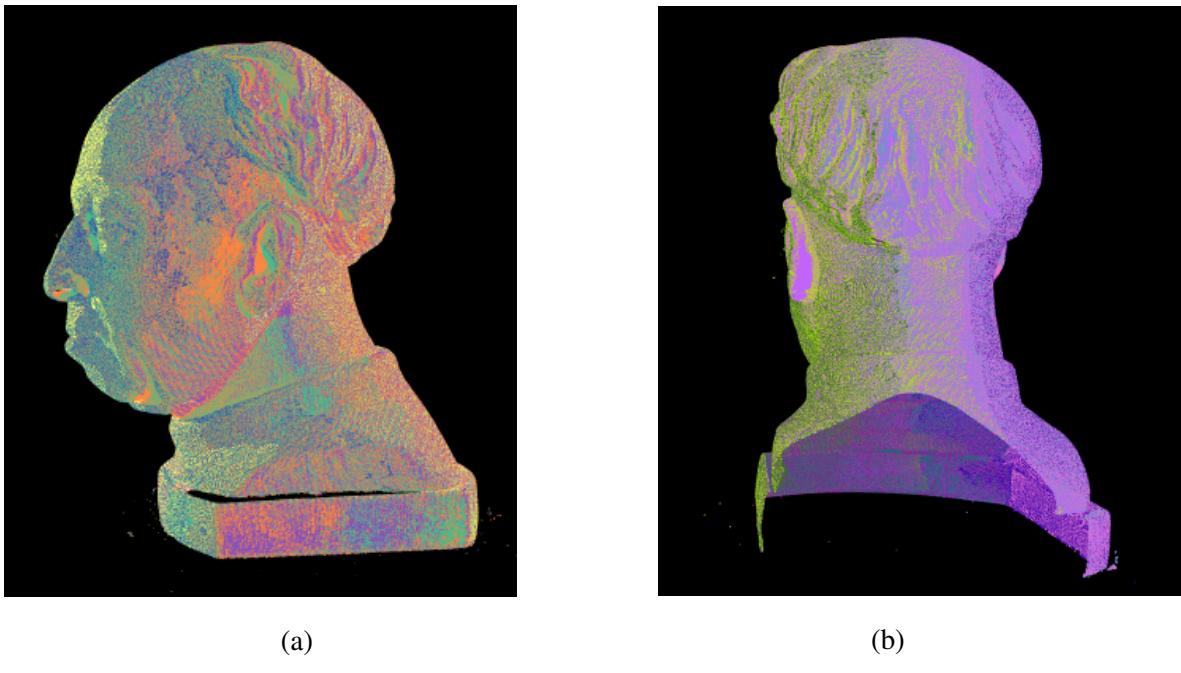
Za každým pokrokom však stojí tvrdá práca, hodiny vylepšovania, výskumu, experimentov, porovnávania, snahy o dokonalosť. Preto sa v nasledujúcich kapitolách venujeme okrem iného aj vlastným simuláciám rozličných situácií a skúmame možnosti vylepšenia.

Práca oboznamuje s pojmom registrácie, definuje základné princípy procesu zarovnávania, analyzuje vplyv rôznych faktorov na jednotlivé typy registrácie. Tvrdenia sú podložené grafickými výstupmi programov a tabuľkami popisujúcimi efektivitu výsledného zarovnania. Modelové situácie poukazujú na problémy spojené s registračnými

metódami a ich časťami.

V druhej kapitole vysvetľujeme samotný pojem mračna bodov, jeho najčastejšie praktické získavanie, ale aj detailnejší popis dvoch značiek laserových skenerov, ktoré sú v praxi často používané a počas písania našej práce sme prišli do kontaktu s dátami získanými ich meraním.

Tretia kapitola práce sa sústredí na definovanie procesu registrácie, jej rozdelenie i všeobecnú charakteristiku základných krokov, v ktorých zarovnanie rôznych pohľadov scény prebieha.



Obr. 1.1: Proces registrácie mračien bodov na buste

Obrázok 1.1 demonštruje registráciu farebne rozlíšených mračien bodov reprezentujúcich bustu.

Štvrtá kapitola je venovaná knižnici obsahujúcej funkcie určené k spracovaniu mračien bodov. Spomíname predovšetkým jeden z dvoch najrozšírenejších algoritmov danej knižnice používaný k registrácii. Analyzujeme jednotlivé časti iteratívnej metódy založenej na hľadaní transformácie medzi najbližšími korešpondujúcimi dvojicami bodov, vysvetľujeme možnosti jej použitia, ale aj významné funkcie a myšlienkové postupy využívané predovšetkým k pochopeniu problematiky a implementácií modelov.

Zvyšnú časť práce orientujeme na vlastné simulácie modelových situácií, prinášame rozdielny spôsob hľadania optimálnej transformácie, skúmame prípadné problémy

registračných metód. Cieľom práce je pochopenie procesu registrácie, podrobnejšie vysvetlenie jednotlivých krokov a priblíženie úvah vedúcich k samotnému zarovnaniu mračien bodov. V neposlednom rade experimentálne testujeme dva typy registrácie s reálnymi, ale aj umelo vytvorenými dátami. Konkrétnie sa jedná o registráciu s užívateľom zadanými korešpondujúcimi bodmi a automatickú registráciu. Príklad automatickej registrácie aplikovanej na reálne dátá uvádzame graficky na Obrázku 1.2.



Obr. 1.2: Registrácia dvoch skenov kostolíka v Kšinnej

## 2 Mračno bodov

Mračno bodov, alebo tiež *point cloud*, možno chápať ako množinu viacdimenzionálnych bodov v istom súradnicovom systéme, najčastejšie kartézskom, popisujúcu povrch objektov. Trojdimenzionálne mračná bodov obsahujú body reprezentované ich priestorovými súradnicami, zatial' čo v prípade štvor a viacdimenzionálnych mračien hovoríme aj o intenzite, RGB farbe bodu objektu či povrchovej normále. Môžeme teda povedať, že takto stavaná dátová štruktúra má vektorový charakter.

Iný pohľad na mračno bodov charakterizuje *point cloud* ako zle správajúci sa raster. Nakol'ko sa za pomoci danej dátovej štruktúry snažíme preniesť realitu do prostredia počítačových technológií, je nám umožnené aplikovať na mračno bodov nejednu transformáciu pripomínajúcu manipuláciu s rastermi. Typickým príkladom by mohlo byť vytváranie bodov mračna z vopred známej geometrie. Takýto proces je v oblasti počítačovej grafiky, pracujúcej s rastermi ako základnými jednotkami, nazývaný rasterizácia [10].

Práca s mračnami bodov nemusí nevyhnutne končiť ich vizualizáciou. V praxi ich spracovaním často vytvárame krvky, triangularizované plochy alebo rekonštrukcie plôch iného typu.

Obvyklým spôsobom získavania mračien bodov je použitie rôznych druhov skenerov, napríklad optických alebo laserových. Laserové lúče emitované z prístroja sa v dôsledku svojej vlnovej dĺžky odrážajú od pevných povrchov, a preto je možné z jedného stanovišť a zameriať povrch objektov relatívny k zdroju emitovaných lúčov [5]. Výstupom procesu skenovania sú práve spomínané množiny bodov. Medzi ďalšie druhy vzniku mračna bodov by sme mohli zaradiť digitálnu fotogrametriu. V nasledujúcich podkapitolách opíšeme dva druhy laserových skenerov.

### 2.1 Riegl

[14] Riegl je rakúskou firmou s viac ako tridsaťročnými skúsenosťami zameranými na lasery a merače vzdialenosťí. Svoje produkty delia do niekoľkých tried.

Ako prvú uvádzajú skupinu pozemných laserových skenerov využívaných najmä v oblasti archeológie, architektúry, topografie, baníctva a mnohých ďalších. Prístroje sú schopné  $360^\circ$  horizontálneho skenovania. Vertikálna výchylka lasera sa lísi v závislosti

od modelu, všeobecne však môže dosahovať až  $100^\circ$ . Je zabezpečovaná vbudovaným polygonálnym zrkadlom pozostávajúcim z množstva odrazových plôch. Zrkadlo rotujúce požadovanou rýchlosťou zabezpečuje vysokú mieru skenovania pre väčšie vertikálne odchýlky. V prípade menších vertikálnych uhlov alebo menšej miery skenovania osciluje zrkadlo smerom nahor a nadol. Získané údaje sú uložené buď lokálne priamo v prístroji, alebo ich užívateľ môže prenášať prostredníctvom USB zariadení, prípadne za použitia TCP/IP Ethernet prepojenia. Skenery sa ovládajú pomocou displeja, mobilného zariadenia alebo vlastného počítača. Firma Riegl využíva v spojení s konfiguráciou skenerov, spracovaním získaných dát a ich vizualizáciou softvér RiSCAN PRO.

Obdobou pozemných, terestriálnych, prístrojov sú takzvané mobilné laserové skenery určené na získavanie pozemných dát z pohybujúcich sa objektov, akými sú napríklad automobily, vlaky či lode. Ich GPS systémy merajú aktuálnu orientáciu a polohu vrámci pohybu.

Druhou triedou sú letecké laserové skenery zachytávajúce predovšetkým rozsiahle oblasti, akými sú napríklad lesy, urbanizované územia či polnohospodárske priestranstvá. Na rozdiel od pozemných laserov, v tomto prípade polygón s odrazovými plochami neustále rotuje vopred zvolenou rýchlosťou. Lasery vysielajú signál smerom k meranej scéne, následne digitalizujú odrazený signál, a to aj počas získavania dát. V ďalšom kroku prebieha vlnová analýza. Pre ľahko dostupné terény sú v ponuke taktiež bezpilotné laserové skenery.

Priemyselné laserové skenery rozpoznávajú prekážky, napomáhajú predchádzať kolíziám, prevádzajú merania sypkých materiálov. Pre tieto typy skenerov sú vyrábané aj rôzne ochranné obaly umožňujúce merania v menej prijateľných podmienkach priemyselnej praxe. Zabudované majú opäť TCP/IP Ethernet rozhranie a skenovanie zabezpečuje rotujúci polygón svojimi odrazovými plochami.

Vrámcí jednotlivých popísaných tried sa meracie prístroje líšia viacerými atribútmi napomáhajúcimi konkrétnemu výberu. Spomeňme maximálne rozpätie vertikálneho merania, počet meraní za jednotku času, minimálna vzdialenosť meraného objektu, presnosť a iné.

## 2.2 Leica

[15] Značka Leica je známa v spojitosti s tromi firmami. Zamerajme sa na produkty spoločnosti Leica Geosystems. Svoj záujem upriamili najmä na geodéziu a stavebníctvo. V ponuke by sme našli, okrem iného, manuálne či automatické totálne stanice, nivelačné prístroje, diaľkomery.

Spomeňme však laserové skenery ako prioritné zdroje mračien bodov. Medzi najnovšie modely sa radia *Leica ScanStation P16/P30/P40*. Ich spoločnými črtami sú pracovná teplota v rozpätí od  $-20^{\circ}\text{C}$  do  $+50^{\circ}\text{C}$ , schopnosť zachytiť až milión bodov za sekundu, existencia vnútorného fotoaparátu s HDR technológiou, laserová olovniča. Neviditeľný laser prvej triedy je bezpečný aj pre merania za prítomnosti ľudí.

Rovnako ako v prípade laserov značky Riegl, aj Leica ponúka možnosť prenosu získaných dát pomocou USB zariadení, integrovaného Ethernet rámca alebo WiFi.

Spomenuté modely sa líšia v maximálnom dosahu od štyridsiatich metrov pre *Leica ScanStation P16* po dvadsaťosemdesiat metrov pre *Leica ScanStation P40*.

V procese merania sa v praxi častokrát využívajú terče, ktoré napomáhajú jednoduchej registrácii získaných mračien bodov. Pre potreby získania korešpondujúcich bodov v jednotlivých získaných mračnách, na základe ktorých sa vyhľadáva optimálna transformácia medzi rôznymi pohľadmi, nahradzajú terče užívateľom zvolené zodpovedajúce si dvojice bodov. Tento fakt môže prispieť k zvýšeniu presnosti samotnej registrácie a výsledného modelu.

Zorné pole, v rámci ktorého je možné laserom zachytiť povrchy okolitých objektov, je v horizontálnej rovine  $360^{\circ}$  a vo vertikálnej  $270^{\circ}$ . Lasery tejto značky sa vedia aj pri vertikálnom otočení zarovnať, a teda výsledné merania, ktorú môžu byť voči sebe rotované o nejaký uhol, vznikli už iba rotáciou v rovine XY.

K ďalšiemu spracovaniu nameraných údajov a vizualizácií používa spoločnosť Leica Geosystems softvér *Leica Cyclone*. Inou možnosťou sú prídavné moduly *Leica CloudWorx* do CAD softvérov, *3D Reshaper*, prípadne *Leica TrueView* vrámci internetových prehliadačov.

### 3 Registrácia

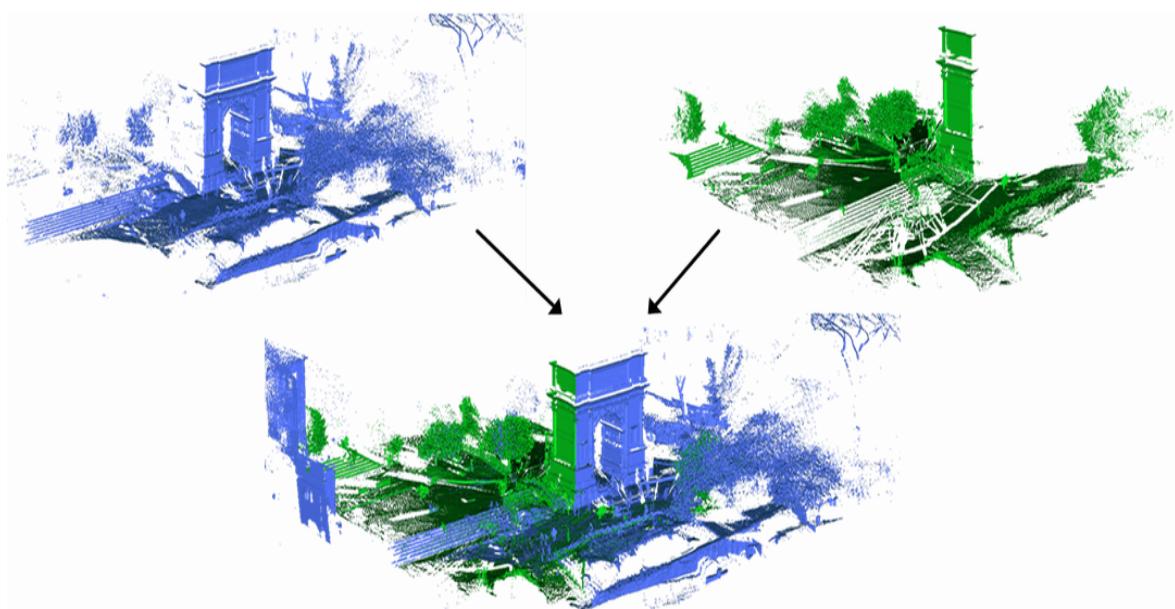
K vytvoreniu čo najvernejšieho a najreálnejšieho modelu objektu či 3D priestoru sú skeny vykonávané z viacerých pozícii, stanovíšť. Výstupom laserového merania z každého miesta je vždy nové mračno bodov. V konečnom dôsledku môžeme teda získať hned' niekoľko mračien, ktoré budú vzájomne posunuté, zrotované a budú sa iba čiastočne prekrývať'. Automaticky vzniká potreba zarovnania daných mračien a vytvorenia jednotného komplexného modelu.

Problém konzistentného zarovnania rozličných 3D mračien bodov do kompletného modelu je známy ako registrácia. Jej hlavným cieľom je nájdenie vzájomnej polohy a orientácie samostatne získaných pohľadov v globálnom súradnicovom systéme tak, aby sa ich spoločné časti perfektne prekrývali [8].

#### 3.1 Tuhá a pružná registrácia

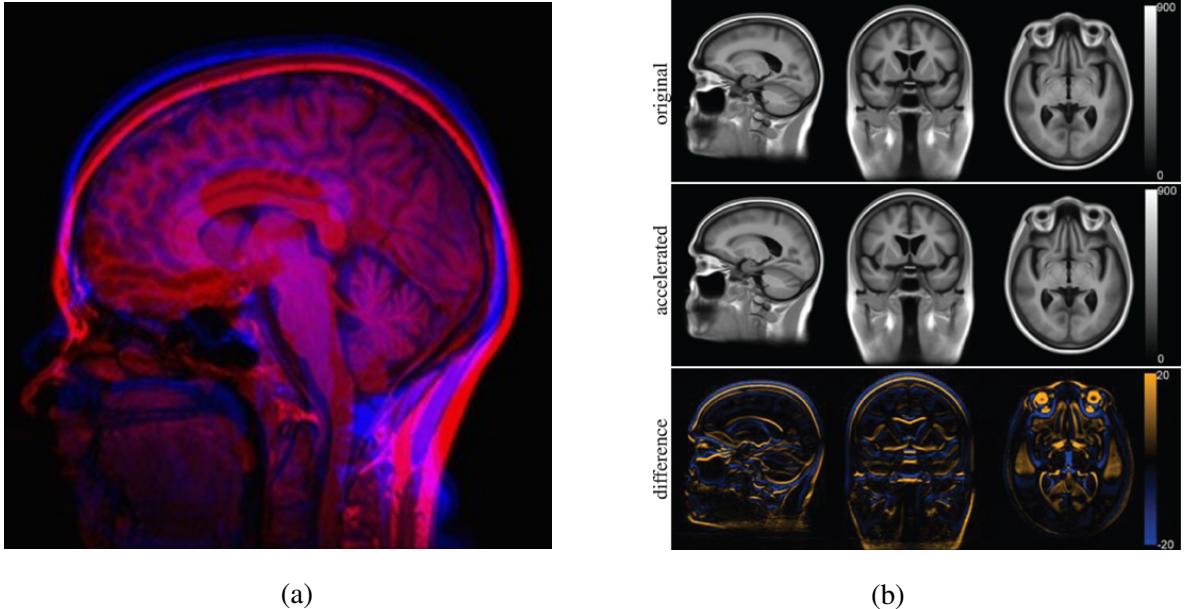
Rozlišujeme dva základné druhy transformácie objektov. Tuhú a pružnú transformáciu.

Pri tuhej transformácii dochádza k translácií a rotácii bodov objektu alebo celej scény. V tomto prípade uvažujeme šesť stupňov volnosti bodov telesa, teda pripúšťame posun v smere troch súradnicových osí a rotáciu okolo každej z nich. Registráciu zarovnávajúcu takto transformované mračná bodov nazývame taktiež tuhou alebo rigidnou. Príklad rigidnej registrácie uvádzame na Obrázku 3.1.



Obr. 3.1: Rigidná transformácia

Druhým typom transformácie je pružná transformácia, pri ktorej uvažujeme už aj zmenu tvaru telesa. Registrácia elasticky transformovaných mračien bodov je pružná, elastická. Využívaná je najmä v medicínskej oblasti pri skenovaní orgánov, nádorov a iných biologických zmenách tela. Obrázok 3.2 je príkladom elastickej registrácie z oblasti medicíny.



Obr. 3.2: Elastická transformácia

V ďalších častiach práce sa budeme zaoberať iba rigidnou registráciou.

## 3.2 Fázy registrácie

Proces zarovnania mračien bodov môžeme rozdeliť do niekoľkých krokov.

Bezprostredne po získaní a načítaní mračien bodov, či už do softvérov alebo programov, dochádza častokrát k takzvanému *downsamplingu*, čiže zníženiu počtu bodov v mračne. Manipulácia s množinami bodov veľkej kardinality je výpočtovo zložitá úloha v zmysle pamäťovej aj časovej náročnosti. Mračná bodov sa dajú podvzorkovať viacerými spôsobmi. Medzi najpoužívanejšie patria:

- Vybranie každého  $n$ -tého bodu.
- Za použitia voxelovej mriežky počítať vždy iba s taziskom bodov, ktoré sa nachádzajú v tom istom voxelovi.

- Použitím voxelovej mriežky brat' do úvahy iba bod nachádzajúci sa najbližšie stredu daného voxelu.

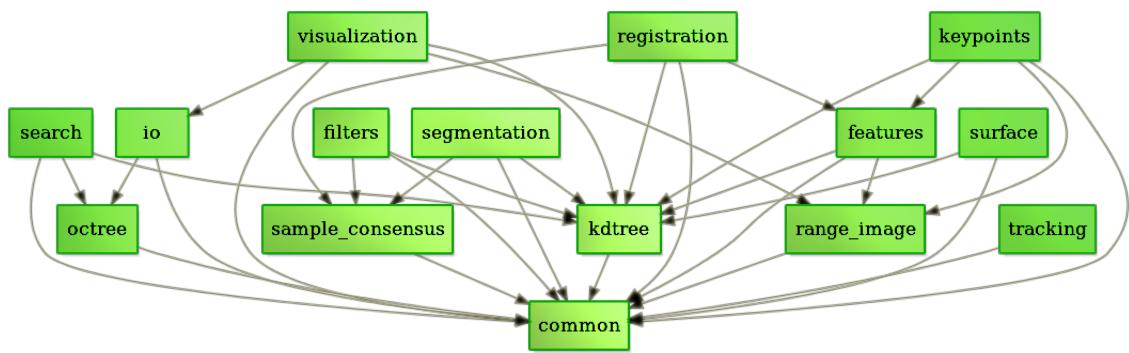
V ďalšom kroku musíme nájsť korešpondujúce body, teda body, ktoré sú spoločnými časťami scény jednotlivých mračien. Korešpondujúce body sú zadávané buď priamo užívateľom, alebo hľadané automaticky. Pokial sú body hľadané automaticky programom, je potrebné skontrolovať, či sa medzi nimi nenachádzajú body výrazne vzdialé od zvyšku scény, ktoré by mohli mať negatívny vplyv na proces registrácie.

Dvojice korešpondujúcich bodov sa následne využívajú na hľadanie čo najpresnejšej transformácie, respektíve transformačnej matice, ktorá sa v poslednom kroku použije na transformovanie bodov mračien, čo je ekvivalentné zarovnaniu jednotlivých naskenovaných pohľadov.

## 4 Point Cloud Library

Point Cloud Library je multiplatformová knižnica s otvorenými zdrojovými kódmi slúžiaca na spracovanie 2D/3D obrazu a mračna bodov. Obsahuje početné množstvo algoritmov zahŕňajúcich napríklad filtráciu, rekonštrukciu povrchu, registráciu, segmentáciu [9].

Pre svoju rozsiahlosť a uľahčenie vývoja bola PCL rozdelená na menšie modulárne knižnice, z ktorých každá sa zaobráva inou časťou úpravy mračien bodov. Rozdelenie PCL na menšie časti zobrazuje graf na Obrázku 4.1.



Obr. 4.1: Graf knižníc tvoriacich PCL

Primárnym dátovým typom celej knižnice je *PointCloud*, zstrojený ako c++ trieda obsahujúca niekoľko atribútov [3]:

- Šírka: Pre nezorganizované dátá je šírka rovná počtu bodov v mračne. Šírka organizovaných dát je počet bodov v riadku dátovej štruktúry.
- Výška: Výška point clodu je rovná jednej pre nezorganizované mračná. Pokial' ide o organizované mračná bodov, výška je rovná počtu riadkov dátovej štruktúry.
- Body: Pole samotných bodov mračna určitého typu, napríklad PointXYZ, PointXYZI, PointXYZRGB, PointNormal a podobne.
- Hustota: Údaj rozlišujúci či sú všetky hodnoty vrámcí bodov konečne alebo obsahujú aj Inf prípadne NaN.
- Počiatok senzora: Nepovinný údaj charakterizujúci počiatok alebo transláciu senzora.
- Orientácia senzora: Nepovinný údaj vypovedajúci o orientácii senzora.

V ďalších častiach práce sa zameriame hlavne na algoritmy, funkcie, metódy tej časti PCL, ktorá registruje mračná bodov. Je ľažké rozhodnúť, ktorá z metód zarovnávania je najlepšia, nakoľko vhodnosť použitého algoritmu ovplyvňuje viacero faktorov, medzi najpodstatnejšími druh použitých dát alebo oblasť praxe, v ktorej sa má model využívať.

## 4.1 Iterative Closest Point

*Iterative Closest Point* je jedným z najrozšírenejších regisračných algoritmov PCL knižnice. Základným princípom je hľadanie najvhodnejšej transformácie minimalizáciou sumy štvorcov euklidovských vzdialenosť jednotlivých bodov mračien bodov.

Rovnako ako ostatné metódy slúžiace na zarovnávanie skenov, aj v prípade ICP rozlišujeme *pairwise* algoritmy a *multiview* regisračné metódy. *Pairwise* algoritmy transformujú jedno požadované mračno bodov na druhé, na rozdiel od *multiview* regisračných metód, ktorých vstupom sú viac ako dve mračná bodov postupne sa zarovnávajúce *pairwise* metódou, pričom v tomto prípade je zohľadený aj akumulujúci sa drift vnesený do procesu prostredníctvom jednotlivých zarovnávaní [4].

Jedným z najvýznamnejších negatív ICP algoritmu je jeho možná konvergencia k lokálnym minimám, ktorá spôsobí nájdenie nie úplne vhodnej transformácie, čo má za následok celkové zlé zarovnanie mračien bodov. Tomuto problému sa užívateľ môže do istej miery vyhnúť počiatočným zarovnaním. Počiatočné zarovnanie má zmysel napríklad pri mračnách bodov, ktoré sú od seba výrazne vzdialené. Spomenutá prvotná registrácia môže byť vykonávaná viacerými iteráciami ICP, z ktorých každá je iná, náhodná. Ďalším spôsobom je explicitné zadanie konkrétnych korešpondujúcich bodov, ktoré budú reprezentovať vstupné mračná. Z nich sa určí optimálna transformácia, ktorá priblíži uvažované mračná. Následne sa využije samotné ICP na úplné zarovnanie. Pôvodné mračná obsahujúce všetky body scény sa v takomto prípade transformujú spojením prvej a druhej nájdenej transformácie.

## 4.2 Vstupné údaje

Základnú myšlienku a detailnejší postup registrácie objasníme na klasickom *pairwise* algoritme.

Vstupom sú užívateľom zadané dve množiny bodov. Prvá množina, známa ako ciel'ové mračno bodov, z anglického *target point cloud*, obsahuje body, vzhl'adom ku ktorým bude

zarovnanie vykonané. Mračno bodov, ktorého body budú prechádzať samotnou transformáciou, označujeme ako zdrojové mračno, z anglického *source point cloud*. Za účelom urýchlenia procesu registrácie zvyčajne znižujeme kardinalitu vstupných množín ešte pred ich d'alším spracovaním.

Nech je náš target množina

$$Q = \{\mathbf{q}_j | \mathbf{q}_j \in R^n, j = 1 \dots N_q\} \quad (4.1)$$

a source

$$P = \{\mathbf{p}_i | \mathbf{p}_i \in R^n, i = 1 \dots N_p\}. \quad (4.2)$$

### 4.3 Korešpondujúce body

Odhadovanie korešpondencií je proces párovania bodov  $\mathbf{p}_i$  zo source clodu  $P$  k ich najbližším susedom  $\mathbf{q}_j$  v target cloude  $Q$ . Uvedený princíp je aproximáciou hľadania ideálnych korešpondencií  $(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_j)$  [4].

Prirodzenou úvahou by bolo určovanie zodpovedajúcich si bodov prechádzajúc každý bod source množiny a vyhľadávať k nemu prislúchajúceho najbližšieho suseda v targete. Automaticky by však vystal problém výpočtovej zložitosti v procese prehľadávania množín veľkej kardinality. Pre tento účel má PCL zabudované algoritmy na efektívnejšie hľadanie korešpondujúcich bodov, spomeňme octrees alebo kd-trees.

Softvéry dodávané so skenermi ponúkajú vo všeobecnosti tri spôsoby identifikácie korešpondujúcich dvojíc. Prvým spôsobom je možnosť manuálneho zadávania korešpondujúcich bodov. Tento prístup však môže viesť do procesu nepresnosti, ktoré v konečnom dôsledku znížia presnosť zarovnávania.

Druhou možnosťou je využitie takzvaných terčíkov, ktoré sú užívateľom manuálne rozmiestnené v určitých častiach scény ešte pred jej skenovaním. Terčíky sú po zachytení scény skenerom chápáné ako body, ktoré by mal považovať za totožné vo viacerých pohľadoch, skenoch.

Posledný prístup určovania korešpondujúcich dvojíc je využívaný v automatickej registrácii. V tomto prípade program sám vyhľadá zodpovedajúce si dvojice na základe určitých vlastností. Bližšie vysvetlenie uvedieme v d'alej časti práce.

## 4.4 Fast Point Feature Histograms

*Fast Point Feature Histograms*, d'alej len FPFH, je metóda používaná na rozoznávanie korešpondujúcich bodov v jednotlivých mračnách, pričom nie je vyžadovaná interaktivita s užívateľom. Primárnym cieľom metódy je určenie významných črt popisujúcich určité geometrické vlastnosti, napríklad zakrivenie.

Samotná myšlienka FPFH vychádza z *Point Feature Histograms* metódy, d'alej len PFH. Môžeme povedať, že FPFH je zjednodušenie PFH s cieľom znížiť výpočtovú zložitosť.

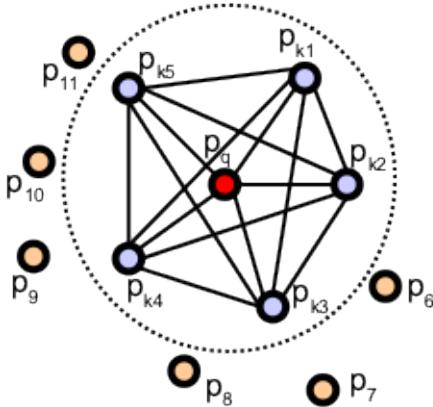
Proces určenia PFH možno popísat' v niekoľkých krokoch. Postup metódy popisujeme podľa článku [6]. Okolo každého bodu  $\mathbf{p} \in P$  uvažujme sféru s polomerom veľkosti  $r$ . Takto vzniknutá oblasť sa zvykne označovať aj  $k$ -okolie, z anglického *k-neighbourhood*, predpokladajúc práve  $k$  bodov vo vnútri uvažovanej sféry. Každému bodu spomínanej oblasti je odhadnutá normála. Pre každú dvojicu  $\mathbf{p}_i$  a  $\mathbf{p}_j$  bodov sféry, pričom  $\mathbf{p}_i \neq \mathbf{p}_j$  a  $\mathbf{p}_i$  je bod, ktorého pozičný vektor zviera menší uhol so svojou normálou, vypočítame nasledujúce veličiny, v angličtine označované pojmom *features*

$$\begin{aligned}\alpha &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_j \\ \phi &= \frac{(\mathbf{u} \cdot (\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i))}{\|\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i\|} \\ \theta &= \arctan(\mathbf{w} \cdot \mathbf{n}_j, \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_j),\end{aligned}\tag{4.3}$$

kde

$$\begin{aligned}\mathbf{u} &= \mathbf{n}_i \\ \mathbf{v} &= (\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i) \times \mathbf{u} \\ \mathbf{w} &= \mathbf{u} \times \mathbf{v}.\end{aligned}\tag{4.4}$$

Popísanú situáciu zobrazujeme na Obrázku 4.2. Určité algoritmy využívajú aj štvrtú vlastnosť, ktorou je euklidovská vzdialenosť bodov každej uvažovanej dvojice.



Obr. 4.2:  $k$ -okolie bodu  $p_q$

Po vypočítaní PFH pre každý bod nie je vylúčená situácia podobnosti PFH pre navzájom si nezodpovedajúce body v mračnách. Ked'že proces registrácie by dané podobnosti negatívne ovplyvnili, potrebujeme získať iba body s výraznejšie odlišnými PFH, ktoré by charakterizovali určité unikátne vlastnosti, napríklad rohy scény.

Dá sa dokázať, že vzdialenosť jednotlivých PFH od strednej hodnoty PFH celého mračna, označenej  $\mu$ , sa dá aproximovať pomocou Gaussovo rozdelenia so strednou hodnotou  $\mu$  a smerodajnou odchýlkou  $\sigma$ . Uvažujme parameter  $\beta$  korigujúci hranice intervalu

$$\mu \pm \beta\sigma. \quad (4.5)$$

Hodnoty vo vnútri intervalu  $(4.5)$  sú hodnotami, ktoré sú pomerne podobné a nemali by sme ich uvažovať. Naopak hodnoty mimo intervalu  $\mu \pm \beta\sigma$  sú menej časté, teda nebudú spôsobovať nejednoznačnosť a sú dostatočne unikátné pre ďalšie úvahy.

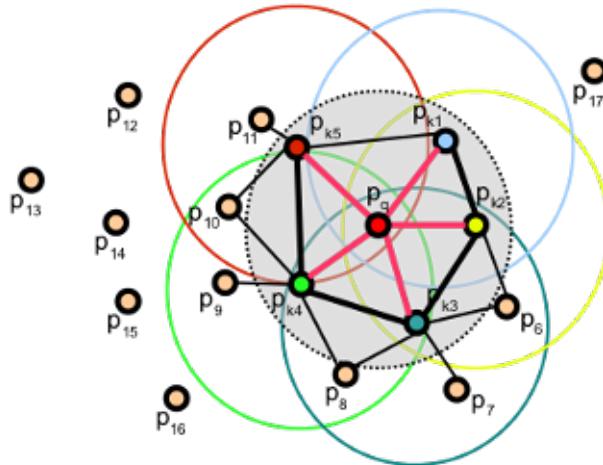
Uvažovaný polomer  $r$  spomenutej sféry sa mení, čím sa celý popísaný proces určenia hodnoty PFH opakuje. Body, ktoré sa nachádzajú mimo intervalu (4.5) pri každej zmene polymeru, sú bodmi používanými v ďalších krokoch registrácie. Tento prístup sa nazýva viacškálovaním.

FPFH postupuje analogicky s istými obmenami. Pre každý bod  $p \in P$  je opäť vytvorená sféra daná polomerom o veľkosti  $r$ . Vzťahy (4.3) sú v tomto prípade určované však iba medzi daným bodom  $p$  a bodmi jeho  $k$ -okolia. Nie sú teda počítané vzťahy medzi jednotlivými bodmi sféry neuvažujúc daný bod  $p$ . Tieto vzťahy sa označujú SPFH, z anglického *Simplified Point Feature Histogram*. Okolo všetkých bodov, ktoré patria do  $k$ -okolia uvažovaného bodu  $p$ , vytvoríme ďalšie sféry rovnakých rozmerov. Skratkou FPFH

sa definuje celkový, výsledný, histogram tvorený jednotlivými SPFH zatiaženými určitými váhami. Váhy sa v tomto prípade udávajú vzdialenosťou bodu  $\mathbf{p}$  a jednotlivých postupne uvažovaných bodov jeho sféry. Platí

$$FPFH(\mathbf{p}) = SPFH(\mathbf{p}) + \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \frac{1}{w_{k_i}} SPFH(\mathbf{p}_{k_i}). \quad (4.6)$$

Proces určenia FPFH je graficky znázornený na Obrázku 4.3.



Obr. 4.3:  $k$ -okolia potrebné pre určenie FPFH bodu  $p_q$

## 4.5 Filtranie korešpondencií

Pri automatickom určovaní korešpondencií môžu byť programom nájdené aj také prislúchajúce si dvojice bodov, ktoré negatívne ovplyvnia následný proces hľadania transformácie. Namiesto by bola teda filtrácia alebo popretie niektorých takýchto dvojíc. PCL ponúka hned' niekoľko funkcií vytriedenia korešpondencií [4].

- Popretie korešpondencií na základe vzdialosti. Do úvahy sa v tomto prípade nebudú bráť tie dvojice bodov, ktorých vzájomná vzdialosť je väčšia ako užívateľom daná maximálna hranica označovaná ako threshold.
- Popretie korešpondencií na základe mediánovej vzdialnosti. Zo vzdialostí všetkých nájdených dvojíc bodov sa vypočíta medián a k ďalšiemu spracovaniu sa priprustia iba tie dvojice korešpondujúcich bodov, ktorých vzdialosť je menšia ako medián. Popísaný spôsob odstraňovania zodpovedajúcich si bodov vykazuje v praxi väčšiu efektivitu a lepšie výsledky v porovnaní s prvým spôsobom.

- Popretie korešpondencií s duplicitnými targetovými zhodami. Použitím automatického určovania najbližších susedov bodom source clodu sa nevylučuje prípad, že dvom rôznym bodom z input množiny sa priradí ten istý bod targetu. Pokiaľ nechceme, aby daná situácia nastala, musíme takúto požiadavku explicitne zadať. Ponechaná bude potom iba dvojica  $(\mathbf{p}_{i_{min}}, \mathbf{q}_j)$  s minimálnou euklidovskou vzdialenosťou spomedzi všetkých takýchto dvojíc  $\{(\mathbf{p}_i, \mathbf{q}_j)\}$ .
- Popretie korešpondencií na základe metódy RANSAC. V tomto prípade funkcia PCL najprv odhadne transformáciu niektorých dvojíc korešpondujúcich bodov, a až po tom, čo je vykonaná nájdená transformácia na body source clodu, vylúči dvojice zodpovedajúcich si bodov na základe ich euklidovskej vzdialnosti. Výhodou metódy je prevencia ICP algoritmu od konvergencie k lokálnym minimám.
- Popretie korešpondencií na základe kompatibility normál. Metóda vylúčenia korešpondujúcich bodov iba na základe vzdialosti nemusí byť vždy úplne efektívna. Uvažujme situáciu nájdenia dvoch navzájom blízkych bodov, ktorých vzdialosť bude menšia ako nami zvolená hranica, ale uhol medzi normálami v daných bodoch dvojice bude priveľký. Aj na popísanú situáciu existuje v PCL funkcia využívajúca informáciu o normálach v bodoch a užívateľom zadanú hranicu pre maximálny prijateľný uhol.

Vrámci registrácie je samozrejme možné použiť viaceré filtre bezprostredne po sebe pre zvýšenie efektivity zarovnávania.

## 4.6 Hľadanie transformácie

Po nájdení vhodných korešpondujúcich bodov nasleduje proces hľadania najlepšej, optimálnej, transformácie  $T$ , teda zobrazenia, pomocou ktorého sa vstupné mračná bodov zarovnajú. Hovoriac o rigidnej transformácii sa metóda snaží určiť, čo možno najkorektnejšie, rotáciu  $R$  a transláciu  $t$  minimalizáciou chyby, vzdialosti, korešpondujúcich dvojíc bodov.

Rozoznávame minimalizáciu dvoch základných chybových metrík. Prvou je takzvaná

*point-to-point* chybová metrika

$$\begin{aligned} E_{\text{point-to-point}}(T) &= E_{\text{point-to-point}}(R, \mathbf{t}) = \operatorname{argmin}_T \sum_{k=1}^N w_k \|T\mathbf{p}_k - \mathbf{q}_k\|^2 \\ &= \operatorname{argmin}_{R, \mathbf{t}} \sum_{k=1}^N w_k \|(R\mathbf{p}_k + \mathbf{t}) - \mathbf{q}_k\|^2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

a druhou *point-to-plain*

$$\begin{aligned} E_{\text{point-to-plain}}(T) &= E_{\text{point-to-plain}}(R, \mathbf{t}) = \operatorname{argmin}_T \sum_{k=1}^N w_k ((T\mathbf{p}_k - \mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{n}_{q_k})^2 \\ &= \operatorname{argmin}_{R, \mathbf{t}} \sum_{k=1}^N w_k ((R\mathbf{p}_k + \mathbf{t}) - \mathbf{q}_k) \cdot \mathbf{n}_{q_k})^2. \end{aligned} \quad (4.8)$$

V oboch prípadoch  $w_k > 0$  je váha dvojice korešpondujúcich bodov rovná jednej, pokial' nie je uvedené inak,  $N$  počet zodpovedajúcich si dvojíc a  $\mathbf{n}_{q_k}$  lokálna povrchová normála.

Iné chybové metriky, ktoré PCL ponúka sú bud' úpravou, alebo kombináciou horeuvedených. Popíšeme princípy hľadania transformácie pre prípad *point-to-point*, bližšie vysvetlené v [7].

Odvod'me ako prvé počítanie translácie. Uvažujme pevnú, zafixovanú, rotáciu  $R$ . Potom úloha hľadania optimálnej translácie je úlohou hľadania minima funkcie

$$F(\mathbf{t}) = \sum_{k=1}^N w_k \|(R\mathbf{p}_k + \mathbf{t}) - \mathbf{q}_k\|^2. \quad (4.9)$$

Minimum funkcie  $F(\mathbf{t})$  určíme ako parciálnu deriváciu podľa premennej  $\mathbf{t}$  rovnajúcu sa nule

$$0 = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{t}} = \frac{\partial (\sum_{k=1}^N w_k \|(R\mathbf{p}_k + \mathbf{t}) - \mathbf{q}_k\|^2)}{\partial \mathbf{t}} = \sum_{k=1}^N 2w_k (R\mathbf{p}_k + \mathbf{t} - \mathbf{q}_k). \quad (4.10)$$

Roznásobme jednotlivé členy sumy, rozdeľme ju na súčet troch súm a pred každú z nich vyberme členy nezávislé od sumačného indexu

$$0 = 2R \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{p}_k + 2\mathbf{t} \sum_{k=1}^N w_k - 2 \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{q}_k. \quad (4.11)$$

Zo získaného vzťahu ekvivalentnými úpravami osamostatníme členy obsahujúce transláciu  $\mathbf{t}$

$$\mathbf{t} \sum_{k=1}^N w_k = \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{q}_k - R \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{p}_k. \quad (4.12)$$

Ked'že vieme, že váhy sú nezáporné a rôzne od nuly, môžeme rovnosť predelit' sumou váh

$$\mathbf{t} = \frac{\sum_{k=1}^N w_k \mathbf{q}_k}{\sum_{k=1}^N w_k} - \frac{R \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{p}_k}{\sum_{k=1}^N w_k}. \quad (4.13)$$

Definujme vektor  $\bar{\mathbf{p}}$  ako centroid, t'azisko, tých bodov zdrojového mračna bodov, ktoré sa nachádzajú v korešpondujúcich dvojiciach. Analogicky definujeme centroid  $\bar{\mathbf{q}}$  pre vybrané body cieľového mračna.

$$\bar{\mathbf{p}} = \frac{\sum_{k=1}^N w_k \mathbf{q}_k}{\sum_{k=1}^N w_k}, \bar{\mathbf{q}} = \frac{\sum_{k=1}^N w_k \mathbf{p}_k}{\sum_{k=1}^N w_k}. \quad (4.14)$$

Za použitia centroidov má hľadaná translácia jednoduchý tvar

$$\mathbf{t} = \bar{\mathbf{q}} - R\bar{\mathbf{p}}. \quad (4.15)$$

Po dosadení vyjadrenia translácie (4.15) do sumy (4.7), ktorú sa snažíme minimalizovať, dostávame

$$\sum_{k=1}^N w_k \| (R\mathbf{p}_k + \mathbf{t}) - \mathbf{q}_k \|^2 = \sum_{k=1}^N w_k \| R\mathbf{p}_k + \bar{\mathbf{q}} - R\bar{\mathbf{p}} - \mathbf{q}_k \|^2 = \sum_{k=1}^N w_k \| R(\mathbf{p}_k - \bar{\mathbf{p}}) - (\mathbf{q}_k - \bar{\mathbf{q}}) \|^2. \quad (4.16)$$

Označme

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{p}_k - \bar{\mathbf{p}}, \mathbf{y}_k = \mathbf{q}_k - \bar{\mathbf{q}}. \quad (4.17)$$

Potom úloha hľadania optimálnej rotácie má tvar

$$R = \underset{R}{\operatorname{argmin}} \sum_{k=1}^N w_k \| R\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k \|^2. \quad (4.18)$$

Upravme sumu vo vzťahu (4.18)

$$\sum_{k=1}^N w_k \| R\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k \|^2 = \sum_{k=1}^N w_k (\sqrt{(R\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k)^T (R\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k)})^2 = \sum_{k=1}^N w_k (\mathbf{x}_k^T R^T - \mathbf{y}_k^T) \cdot (R\mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k). \quad (4.19)$$

Po roznásobení zátvoriek, z vlastnosti rotácie  $R^T R = I$ , dostávame

$$\sum_{k=1}^N w_k (\mathbf{x}_k^T \mathbf{x}_k - \mathbf{y}_k^T R\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^T R^T \mathbf{y}_k + \mathbf{y}_k^T \mathbf{y}_k). \quad (4.20)$$

Všetky členy sumy sú skaláre. Pre každý skalár  $\alpha$  platí  $\alpha = \alpha^T$ . Za použitia danej vlastnosti môžeme tvrdiť

$$\mathbf{x}_k^T R^T \mathbf{y}_k = (\mathbf{x}_k^T R^T \mathbf{y}_k)^T = \mathbf{y}_k^T R \mathbf{x}_k. \quad (4.21)$$

Potom sa vzťah (4.20) dá zapísat' tiež ako

$$\sum_{k=1}^N w_k (\mathbf{x}_k^T \mathbf{x}_k - 2\mathbf{y}_k^T R\mathbf{x}_k + \mathbf{y}_k^T \mathbf{y}_k) = \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{x}_k^T \mathbf{x}_k - 2 \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{y}_k^T R\mathbf{x}_k + \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{y}_k^T \mathbf{y}_k. \quad (4.22)$$

Nakol'ko iba jediný člen závisí od hľadanej rotácie  $R$ , zvyšné členy nebudú ovplyvňovať ani meniť proces hľadania minima, a teda ich nemusíme uvažovať. Rovnaké úvahy platia

i pre násobenie konštantou. Pôvodná minimalizačná úloha sa teda značne zjednoduší,

$$R = \underset{R}{\operatorname{argmin}} \left( -2 \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{y}_k^T R \mathbf{x}_k \right) = \underset{R}{\operatorname{argmax}} \left( \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{y}_k^T R \mathbf{x}_k \right). \quad (4.23)$$

Nech je  $W$  diagonálna matica  $N \times N$  s váhami  $w_1 \dots w_N$  na hlavnej diagonále,  $X$  aj  $Y$  nech sú matice  $d \times N$ , ktorých stĺpce sú príslušné vektory  $\mathbf{x}_k$  a  $\mathbf{y}_k$ , pričom  $d$  je dimenzia daných vektorov. Ked'že stopa matice je suma jej diagonálnych prvkov, platí

$$\sum_{k=1}^N w_k \mathbf{y}_k^T R \mathbf{x}_k = \operatorname{tr}(W Y^T R X). \quad (4.24)$$

Z vlastností stôp matíc vyplýva

$$\operatorname{tr}(W Y^T R X) = \operatorname{tr}((W Y^T)(R X)) = \operatorname{tr}((R X)(W Y^T)) = \operatorname{tr}(R X W Y^T). \quad (4.25)$$

Definujme takzvanú kovariančnú maticu  $S = X W Y^T$  a aplikujme na ňu takzvaný singulárny rozklad matice (*Singular Value Decomposition*). Získame tak rozklad  $S = U \Sigma V^T$ , kde  $\Sigma$  je diagonálna matica, ktorej prvky hlavnej diagonály sú nezáporné singulárne hodnoty matice  $S$  a  $U, V^T$  sú unitárne matice nad určitým poľom. Pokiaľ uvažujeme pole reálnych čísel, matice sú navyše ortogonálne. Stĺpce matice  $U$  sa nazývajú ľavé singulárne vektory matice  $M$ , a sú zároveň ortonormálnymi vlastnými vektorami matice  $S S^T$ . Analogicky stĺpce matice  $V$  sú pravými singulárnymi vektorami, a zároveň ortonormálnymi vlastnými vektorami matice  $S^T S$ . Singulárne hodnoty matice  $S$  sú zároveň odmocninami nenulových vlastných čísel matice  $M^T M$ , respektívne matice  $M M^T$ .

Prepíšme vzťah (4.25) pomocou matice  $S$  a jej SVD rozkladu

$$\operatorname{tr}(R X W Y^T) = \operatorname{tr}(R S) = \operatorname{tr}(R U \Sigma V^T) = \operatorname{tr}(\Sigma V^T R U). \quad (4.26)$$

Nech je daná matica  $M = V^T R U$ .  $M$  je ortogonálna matica, čiže platí  $M^T = M^{-1}$ , pretože aj matice  $V^T$ ,  $R$  a  $U$  uvažujeme ortogonálne. Na základe vlastností ortogonálnych matíc vieme, že riadky aj stĺpce matice  $M$  musia byť ortonormálne, z čoho vyplýva

$$1 = \mathbf{m}_j^T \mathbf{m}_j = \sum_{i=1}^d m_{ij}^2, \quad (4.27)$$

a teda  $|m_{ij}| < 1$  pre  $i, j = 1, 2, \dots, d$ . Úloha hľadania optimálnej rotácie je v tomto kroku ekvivalentná hľadaniu maxima  $\operatorname{tr}(\Sigma M)$ . Pre danú stopu platí

$$\operatorname{tr}(\Sigma M) = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & & \\ & \sigma_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \sigma_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \cdots & m_{1d} \\ m_{21} & m_{22} & \cdots & m_{2d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{d1} & m_{d2} & \cdots & m_{dd} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^d \sigma_{ii} m_{ii} \leq \sum_{i=1}^d \sigma_{ii}. \quad (4.28)$$

Z faktu  $|m_{ij}| \leq 1$  a ortonormality riadkov aj stĺpcov matice  $M$  vidíme, že stopa nadobúda maximálnu hodnotu práve vtedy, keď sú všetky prvky hlavnej diagonály  $M$  jednotky. Keďže riadky a stĺpce matice  $M$  sú ortonormálne a na svojej hlavnej diagonále má prvky s hodnotou 1, všetky jej ostatné prvky musia byť nulové, teda sa jedná o maticu identity

$$I = M = V^T R U. \quad (4.29)$$

Prenásobme vzťah (4.29) zľava maticou  $V$  a následne sprava maticou  $U^T$ . Pre hľadanú optimálnu rotáciu  $R$  získavame rovnosť

$$R = V U^T. \quad (4.30)$$

Ortogonalné matice môžu však popisovať aj prípad reflexie. V popísanom postupe žiadnen krok reflexiu nevylučuje, preto sa v konečnom dôsledku môže nachádzať aj vo výslednej matici optimálnej transformácie popri rotácii. V prípade, že by jedno mračno bodov bolo dokonalou reflexiou druhého, suma vo výraze (4.18) by bola nulová, teda by sa nám nepodarilo nájsť žiadnu rotáciu. Optimálnou transformáciou by bola iba spomenutá reflexia.

Na základe vzťahu (4.30) môžeme jednoducho zistiť, či výsledná rotačná matica obsahuje reflexiu. Pokial' je determinant matice  $V U^T$  rovný -1, jedná sa o prípad s reflexiou. Inak je determinant  $V U^T$  rovný 1.

Uvažujme situáciu, keď je determinant  $V U^T$  rovný -1. Hľadaním maxima stopy matice  $\Sigma M$  by sme našli transformáciu s reflexiou, preto sa zameriame na hľadanie ďalšieho lokálneho maxima.

Definujme lineárnu funkciu

$$f(m_{11}, m_{22}, \dots, m_{dd}) = \text{tr}(\Sigma M) = \sigma_1 m_{11} + \sigma_2 m_{22} + \dots + \sigma_d m_{dd}. \quad (4.31)$$

Keďže sa jedná o lineárnu funkciu, extrémy nadobúda určite na hranici svojho definičného oboru  $[-1, 1]^d$ . Vlastné hodnoty  $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_d$  sú usporiadane zostupne, čiže  $\sigma_d$  je najmenšie z nich.

Maximum funkcie  $f(m_{11}, m_{22}, \dots, m_{dd})$  je očividne nadobudnuté ak platí

$$(m_{11}, m_{22}, \dots, m_{dd}) = (1, 1, \dots, 1). \quad (4.32)$$

To je ale spomenutý prípad reflexie. Druhé najväčšie maximum určite dostaneme pri splnení podmienky

$$(m_{11}, m_{22}, \dots, m_{dd}) = (1, 1, \dots, -1) \Rightarrow f(m_{11}, m_{22}, \dots, m_{dd}) = \sigma_1 + \sigma_2 + \dots - \sigma_d. \quad (4.33)$$

Vzťah (4.33) je určite druhým najväčším maximom, pretože sme odčítali najmenšiu možnú hodnotu.

Analogicky so vzťahom (4.29) pre maticu  $M$  a rotačnú maticu  $R$  platí

$$\begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & -1 \end{pmatrix} = M = V^T R U \Rightarrow R = V \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & -1 \end{pmatrix} U^T. \quad (4.34)$$

Na základe všetkých predošlých úvah pre optimálnu rotačnú maticu dostávame vzťah

$$R = V \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \det(VU^T) \end{pmatrix} U^T. \quad (4.35)$$

Kód, zobrazený na Obrázku 4.4, demonštruje funkciu určenú na hľadanie optimálnej transformácie postupom vysvetleným v tejto časti práce. Funkcia je písaná v prostredí softvéru *Mathematica*.

```

RigidMotion[p_, q_, w_] :=
Module[{centroidP, centroidQ, x, y, S, X, W, Y, U, E, V, R, t},
    centroidP =  $\frac{\sum_{i=1}^{\text{Length}[p]} w[[i]] p[[i]]}{\sum_{i=1}^{\text{Length}[w]} w[[i]]}$ ;
    centroidQ =  $\frac{\sum_{i=1}^{\text{Length}[q]} w[[i]] q[[i]]}{\sum_{i=1}^{\text{Length}[w]} w[[i]]}$ ;
    x = Table[p[[i]] - centroidP, {i, 1, Length[p]}];
    y = Table[q[[i]] - centroidQ, {i, 1, Length[q]}];
    W = DiagonalMatrix[w];
    X = SparseArray[{}, {Length[x[[1]]], Length[x]}];
    Y = SparseArray[{}, {Length[y[[1]]], Length[y]}];
    For[i = 1, i ≤ Length[x[[1]]], i++,
        For[j = 1, j ≤ Length[y], j++,
            X[[i, j]] = x[[j, i]];
            Y[[i, j]] = y[[j, i]];]];
    S = X.W.Transpose[Y];
    {U, E, V} = SingularValueDecomposition[S];
    R = V.DiagonalMatrix[Table[If[i == Length[p[[1]]], Det[V.Transpose[U]], 1],
        {i, 1, Length[p[[1]]]}]].Transpose[U] // N;
    t = centroidQ - R.centroidP // N;
    Print[R // MatrixForm];
    Print[t // MatrixForm];
]

```

Obr. 4.4: Funkcia pre výpočet transformácie mračien bodov v softvéri *Mathematica*

## 4.7 Ukončujúce podmienky

Ked’že väčšina regisračných algoritmov PCL knižnice, vrátane ICP, je iteratívnymi regisračnými metódami, proces hľadania vhodnej transformácie sa môže niekol’kokrát opakovat’. Aby však v aplikáciách nenastal prípad nekonečného cyklu počítania rotácií a translácií s cieľom ich spresňovania, boli knižnicou PCL zavedené tri hlavné podmienky, ktoré sa vyhodnocujú na konci každej iterácie.

Prvou, prirodzenou, podmienkou je maximálny dovolený počet iterácií. Akonáhle je táto hranica dosiahnutá, proces hľadania optimálnej transformácie končí s poslednou nájdenou maticou rotácie a translácie.

Druhým kritériom je užívateľom zadaná hodnota pre zmenu transformácie. Pokial’ je transformácia nájdená v aktuálnej iterácii rozdielna od transformácie určenej predchádzajúcou iteráciou o menej ako je hodnota explicitne danej hranice, iterácie sú ukončené.

Pokial' registrácia nie je ukončená ani jednou z dvoch spomenutých podmienok, otestuje sa tretie kritérium, ktoré kontroluje, či nebolo nájdené riešenie. Ak je suma štvorcov euklidovských vzdialenosí korešpondujúcich bodov menšia ako nami zadaná hodnota, nájdená transformácia sa považuje za výslednú a algoritmus v tomto kroku končí.

## 5 Registrácia s danými korešpondujúcimi dvojicami bodov

### 5.1 Algoritmy pre hľadanie optimálnej transformácie

V tretej kapitole sme opísali všeobecný postup hľadania optimálnej transformačnej matice pomocou minimalizácie štvorcov euklidovských vzdialenosí, centroidov, kovariančnej matice a jej SVD rozkladu. Ľudia sa dlhú dobu pokúšali vytvárať rôzne algoritmy pre čo najpresnejšiu rotáciu a transláciu zarovnávajúcu mračná bodov. Rôzne zdroje teda môžu uvádzat iné postupy riešenia. Popíšme ešte jeden spôsob výpočtu transformácie, rozdielny od metódy s použitím SVD.

Nech množina korešpondujúcich bodov obsahuje práve tri zodpovedajúce si dvojice

$$\{(x^1, y^1), (x^2, y^2), (x^3, y^3)\}. \quad (5.1)$$

Pre každú z korešpondujúcich dvojíc platí

$$\begin{pmatrix} y_1^i \\ y_2^i \\ y_3^i \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_2 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^i \\ x_2^i \\ x_3^i \\ 1 \end{pmatrix}, i = 1, 2, 3. \quad (5.2)$$

Členy  $r_{ij}$ , kde  $i, j = 1, 2, 3$  reprezentujú priestorovú rotáciu a  $t_i$  pre  $i = 1, 2, 3$  charakterizuje transláciu v trojrozmernom priestore. Uvažujme špeciálny prípad rotácie v rovine xy, ako to môže byť v prípade skenerov typu *Leica*. Potom sa vzťah (5.2) zjednoduší

$$\begin{pmatrix} y_1^i \\ y_2^i \\ y_3^i \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & 0 & t_1 \\ r_{21} & r_{22} & 0 & t_2 \\ 0 & 0 & 1 & t_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^i \\ x_2^i \\ x_3^i \\ 1 \end{pmatrix}, i = 1, 2, 3. \quad (5.3)$$

Pre každú dvojicu korešpondujúcich bodov dostávame systém nasledujúcich rovníc

$$\begin{aligned} y_1^i &= r_{11}x_1^i + r_{12}x_2^i + t_1 \\ y_2^i &= r_{21}x_1^i + r_{22}x_2^i + t_2 \\ y_3^i &= x_3^i + t_3 \\ 1 &= 1, i = 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Uvažujúc tri dvojice zodpovedajúcich si bodov vznikne sústava 9 rovníc o 7 neznámych. Zamerajme sa na tretiu rovnicu v sústave (5.4). Hodnota členu  $t_3$  by pri presnom zadaní

korešpondujúcich bodov mala vyjsť rovnaká. Pokial' by sa ale užívateľ pomýlil, bol by nepresný, pre každú zodpovedajúcu si dvojicu by daný člen nadobúdal rozdielnu hodnotu. Počítajme preto posun v smere osi z aritmetickým priemerom rozdielu z-ových súradník korešpondujúcich bodov

$$t_3 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 y_3^i - x_3^i. \quad (5.5)$$

Po predchádzajúcej úvahе má systém rovníc zodpovedajúci transformácii zdrojových bodov korešpondujúcich dvojíc celkovo 6 rovníc o 6 neznámych, a to  $r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}, t_1, t_2$ . Po vyriešení spomenutej sústavy získavame maticu transformácie.

Z uvedených úvah vyplýva, že postačujúci počet korešpondujúcich dvojíc pre určenie optimálnej translácie a rotácie je tri. V prípade, že by sme zadali väčší počet takýchto bodov, pričom by sme sa pri ich výbere nepomýlili a zadali ich presne, vznikla by sústava obsahujúca väčší počet rovníc ako by bol počet neznámych, čo je ekvivalentné faktu, že by sa v matici sústavy nachádzali lineárne závislé riadky.

V tomto spôsobe výpočtu transformačnej matice však musíme mať na pamäti dôležitý predpoklad rovinnej rotácie. Užívateľom zadané korešpondujúce body taktiež nemôžu byť zvolené tak, aby ich polohové vektory boli lineárne závislé. Sústava by nemala postačujúci počet rovníc vzhl'adom k počtu neznámych.

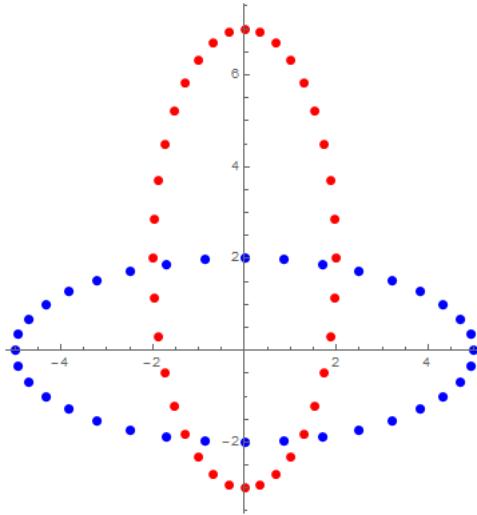
Čo by sa stalo v prípade, že by sme zadali korešpondujúce body nepresne sa zaoberáme v časti 4.3 našej práce.

Keby nastala rotácia aj translácia iba v 2D, analytický prístup by sa dal taktiež aplikovať, dokonca bez potreby určovania niektoré zo zložiek posunutia aritmetickým priemerom. Opäť by museli platiť predpoklady lineárnej nezávislosti.

## **5.2 Počítanie centroidov zo všetkých bodov mračien v uzavretých, neuzavretých krivkách a analytickom postupe hľadania transformácie**

V časti 4.6 našej práce opisujeme jeden z možných spôsobov počítania optimálnej rotácie a translácie, ktorý využíva pre tvorbu centroidov korešpondujúce body zo zdrojového aj ciel'ového mračna bodov. Prirodzenou otázkou by bolo, či by sa nedal rovnaký postup hľadania transformačnej matice uplatniť pre centroidy vytvárané celými vstupnými mračnami.

Uvažujme prípad uzavretých kriviek, napríklad elips, z ktorých jedna, reprezentujúca zdrojové mračno bodov, vznikla z ciel'ovej elipsy rotáciou o  $90^\circ$  a posunutím o 2 v smere osi y. Obe mračná sú zobrazené na Obrázku 5.1.

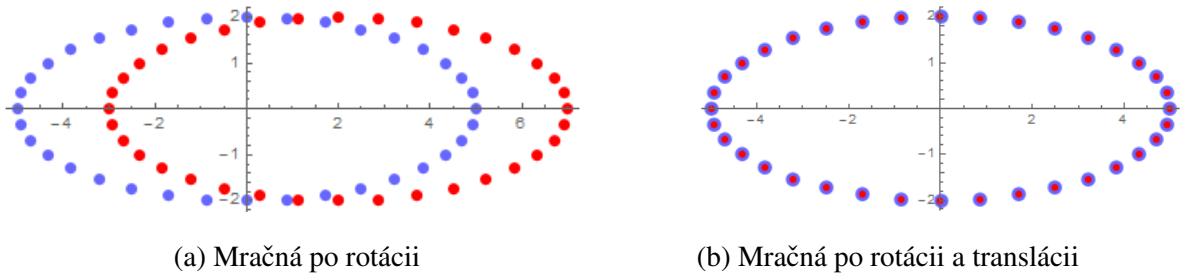


Obr. 5.1: Pôvodné mračná bodov

Zodpovedajúce si body sú automaticky v správnom poradí práve vd'aka postupu, akým zhovujeme zdrojové mračno bodov. Prvý bod zo zdrojového mračna zodpovedá prvému bodu v ciel'ovom mračne, a podobne. Na takto vytvorené mračná aplikujme hľadanie transformačnej matice algoritmom využívajúcim SVD s tým rozdielom, že centroidy sa budú vytvárať zo všetkých bodov danej množiny. Nájdená matica transformácie vypočítaná pomocou softvéru *Mathematica* má tvar

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.6)$$

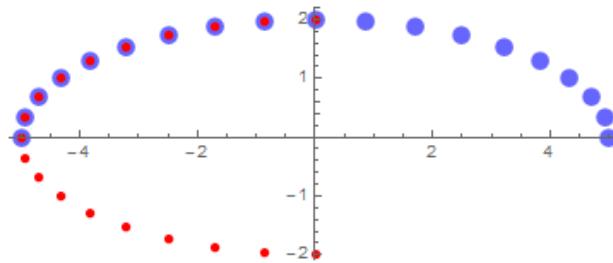
Vzťah (5.6) popisuje affinnú transformáciu v 2D, ktorá presne zodpovedá nami hľadanej rotácii aj translácií. V tomto prípade by sme mohli prehlásiť metódu počítania centroidov zo všetkých bodov vstupných mračien za správnu.



Obr. 5.2: Proces registrácie mračien bodov

Obrázky 5.2 graficky znázorňujú postupné zarovnávanie elíps, čiže mračien bodov, nájdenou rotáciou a transláciou.

Modelujme situáciu vytvárania centroidov z celých vstupných mračien bodov, ale pre neuzavreté krvky charakterizujúce neúplné mračná. Uvažujme dve časti elipsy, ktoré sa však len čiastočne prekrývajú, ako ukazuje Obrázok 5.3.



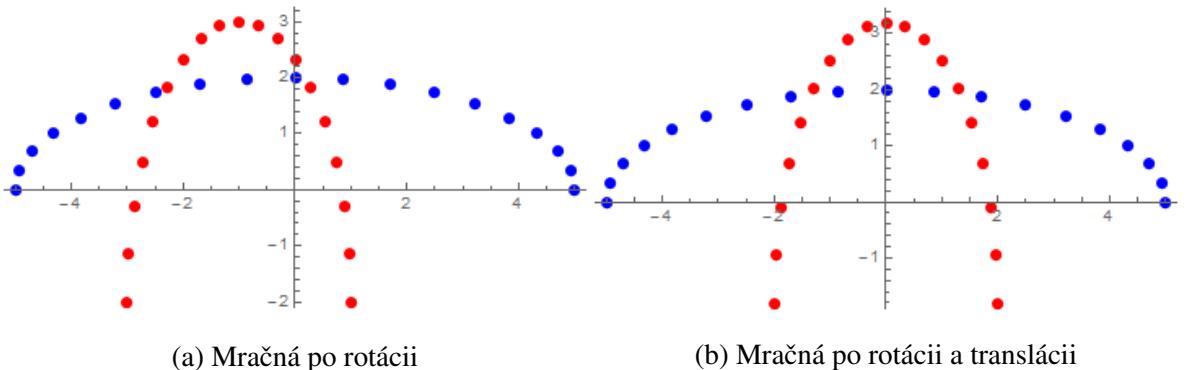
Obr. 5.3: Vytvorenie kriviek

Opäť zdrojovú množinu bodov zrotujme o  $90^\circ$ , posuňme o 2 v smere osi y a počítajme optimálnu transformáciu za pomoci centroidov a SVD rozkladu.

Afinská matica optimálnej transformácie, ktorá je opäť výstupom softvéru *Mathematica* má v tomto prípade tvar

$$\begin{pmatrix} -1 & 5.86068 \times 10^{-17} & 1 \\ -5.86068 \times 10^{-17} & -1 & 0.195255 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Z tohto príkladu je očividné, že centroid sa v prípade neuzávretých krviek musí nevyhnutne počítať iba z korektnie zadaných korešpondujúcich dvojíc, teda v tomto konkrétnom prípade z bodov nachádzajúcich sa v spoločnom prieniku elíps. Nekorektné určená transformácia sa prejaví v procese registrácie taktiež vizuálne. Grafický výsledok popísanej situácie zobrazujeme na Obrázku 5.4.



Obr. 5.4: Proces registrácie mračien bodov

Pre porovnanie uvádzame optimálnu maticu transformácie (5.8) nájdenú pomocou SVD pre neúplné mračná v prípade, keď by sa centroidy počítali iba z vybraných korešpondujúcich bodov, teda bodov nachádzajúcich sa v spoločnom prieniku množín na Obrázku 5.3. Vstupné mračná sa vytvárali rovnako ako v poslednej spomenutej simulácii.

$$\begin{pmatrix} 5.55112 \times 10^{-17} & -1 & 2 \\ 1 & 2.22045 \times 10^{-16} & -1.33227 \times 10^{-15} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5.8)$$

Naskytá sa intuitívna otázka, čo by spôsobilo zapracovanie centroidov do analytického postupu hľadania transformačnej matice. Pomocou centroidov by sme dokázali posunúť body mračien smerom k počiatku súradnicového systému, čo by vyriešilo problém hľadania optimálnej translácie. Riešením rovníc by sme následne počítali už iba rotáciu. Uvedený postup by nevykazoval správne výsledky, pretože po odčítaní centroidov od bodov mračien by sa polohové vektory bodov cieľového aj zdrojového mračna stali lineárne závislými. Dôkaz uvádzame na Obrázku 5.5 počítaním Gramovho determinantu v prostredí softvéru *Mathematica*. Nech sú dané tri body  $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$  ako body jednej zo vstupných množín a nech  $\mathbf{T}$  je ich centroid. Gramov determinant je rovný nule, čo potvrdzuje lineárnu závislosť.

```

X = {x1, x2, x3};
Y = {y1, y2, y3};
Z = {z1, z2, z3};
T = 1/3 * (X + Y + Z);
matrix = {{(X - T) . (X - T), (X - T) . (Y - T), (X - T) . (Z - T)},
          {(Y - T) . (X - T), (Y - T) . (Y - T), (Y - T) . (Z - T)},
          {(Z - T) . (X - T), (Z - T) . (Y - T), (Z - T) . (Z - T)}};
Det[matrix] // Simplify
0

```

Obr. 5.5: Overenie nulovosti Gramovho determinantu v softvéri *Mathematica*

### 5.3 Meranie vzdialenosťi

Pre potreby porovnávania efektívnosti a kvality procesu registrácie zavedieme meranie vzdialenosťi dvoch mračien bodov.

Uvažujme zdrojové a cielové mračno. Nech má cielové mračno menšiu kardinalitu ako zdrojové mračno bodov. Prechádzajme postupne všetky body cielového mračna, pričom každému takému bodu pridelíme na základe minimálnej euklidovskej vzdialenosťi jemu najbližší bod nachádzajúci sa v zdrojovej množine.

Pri každej takto určenej dvojici uvažujeme aj opačný proces. Nech bol bodu  $\mathbf{q}_i$  cielovej množiny nájdený najbližší bod, ktorý označíme  $\mathbf{N}_{P_i}$ , ako najbližší bod nachádzajúci sa v množine  $P$ . Podľa vztahu (4.2) je  $P$  označenie zdrojového mračna. Pod opačným procesom myslíme určenie najbližšieho bodu k  $\mathbf{N}_{P_i}$  z cielovej množiny bodov  $Q$  v zmysle vztahu (4.1).

Medzi korektné korešpondujúce dvojice budeme radiť iba tie dvojice blízkych bodov, pre ktoré platí nasledujúca rovnosť

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{N}_{Q_i}. \quad (5.9)$$

Inými slovami, pokiaľ sú si body určenej dvojice navzájom najbližšie, použijeme ich v ďalšom výpočte. Pokiaľ by mali navzájom rôzne najbližšie body, danú dvojicu viac nebudeme brať do úvahy.

Celková vzdialosť dvoch vstupných množín bodov je určená sumou euklidovských vzdialenosťí bodov koreknej dvojice, uvažujúc všetky určené korektné dvojice.

Uvedený postup by fungoval rovnako, aj keby sme prioritne prehľadávali mračno väčšej

kardinality. Príklad funkcie merajúcej vzdialenosť uvádzame na Obrázku 5.6.

```
Vzdialenosť[target_, input_] := Module[{sum, TargetNeighbour, InputNeighbour, distance},
  If[Length[target] <= Length[input],
    sum = 0;
    Do[
      TargetNeighbour = Nearest[input, target[[i]], 1][[1]];
      InputNeighbour = Nearest[target, TargetNeighbour, 1][[1]];
      If[target[[i]] == InputNeighbour,
        distance = EuclideanDistance[target[[i]], TargetNeighbour];
        sum = sum + distance]
      , {i, 1, Length[target]}];
    Do[
      InputNeighbour = Nearest[target, input[[i]], 1][[1]];
      TargetNeighbour = Nearest[input, InputNeighbour, 1][[1]];
      If[input[[i]] == TargetNeighbour,
        distance = EuclideanDistance[input[[i]], InputNeighbour];
        sum = sum + distance]
      , {i, 1, Length[input]}];
    Return[sum]
  ]
]
```

Obr. 5.6: Funkcia merania vzdialnosti dvoch mračien bodov v softvéri *Mathematica*

## 5.4 Simulácia nepresného výberu korešpondujúcich bodov

Pri výbere korešpondujúcich dvojíc klikaním na konkrétnie miesta scény v rôznych softvéroch pracujúcich s mračnami bodov môžu veľmi jednoducho nastat' nepresnosť určenia zodpovedajúcich si bodov. Každá menšia či väčšia nepresnosť spôsobuje nižšiu presnosť registrácie. Nakoľko popísané pomýlenie ovplyvňuje vypočítanú maticu transformácie sa presvedčíme nasledujúcou simuláciou.

Generujme dve 3D mračná bodov reprezentujúce časti elipsoidu s čiastočným prienikom. Zdrojové mračno bodov znova rotujeme o  $90^\circ$  a posúvame o 3 v smere osi z. Spomenutá rotácia je iba rotáciou v rovine xy. Nepresnosť výberu korešpondujúcich bodov modelujeme pripočítaním náhodného čísla z normálneho rozdelenia, so strednou hodnotou 0 a smerodajnou odchýlkou 1, ku každej zložke každého bodu spomedzi všetkých zodpovedajúcich si bodov.

Uvažujme najprv model hľadania transformácie pomocou metódy obsahujúcej SVD rozklad. V prípade analytického počítania výslednej matice rotácie a translácie boli postačujúce tri korešpondujúce body pre jednoznačné určenie pomerne presnej transformácie. Skúmajme jednoznačnosť a presnosť v závislosti od počtu zodpovedajúcich si dvojíc. Náhodné číslo spomenutého rozdelenia je v tejto simulácii predelené konštantou

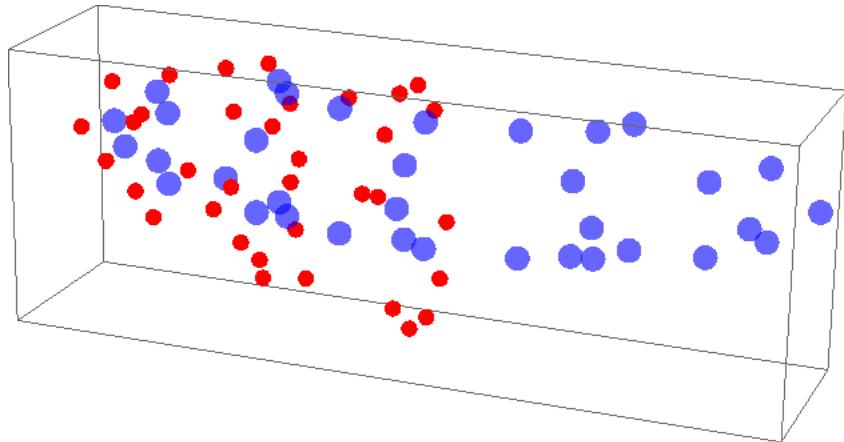
100 a následne pripočítané k zložkám jednotlivých bodov.

Pri pohľade na nájdené transformačné matice v Tabuľke 5.1 by sa mohlo zdať, že sú pomerne nepresné. Na základe vedomosti o rovinnej rotácii o uhol  $90^\circ$  a posune v smere osi z o 3 si vieme jednoducho predstaviť, aké hodnoty by sa mali v ideálnom prípade objavíť na jednotlivých miestach výslednej matice. Táto matica však ideálne hodnoty obsahovať nebude už len z dôvodu vplyvu náhodného čísla na súradnice bodov. Posledný stĺpec Tabuľky 5.1 taktiež potvrzuje pomerne presné transformácie pri viac ako troch korešpondujúcich bodoch so zmenšujúcou sa priemernou vzdialenosťou cieľového a zarovnaného zdrojového mračna. Tri zodpovedajúce si dvojice nie sú postačujúce pre efektívne zarovnanie ani graficky správne vytvorenie výsledného 3D modelu.

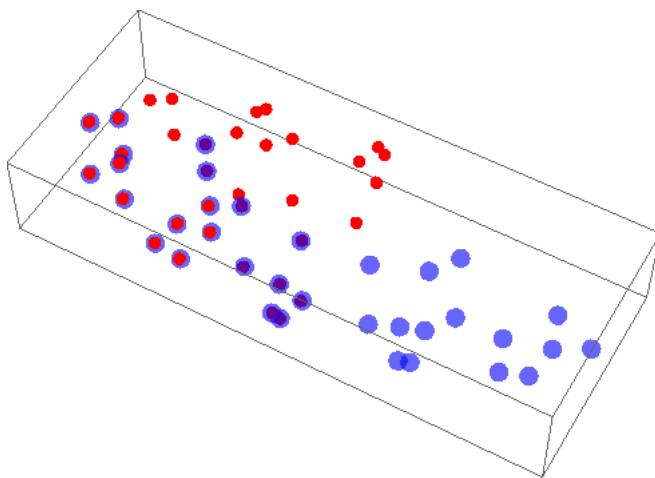
Počet korešpondujúcich bodov	Priemerná vzdialosť	Počet recipročných bodov	Transformačná matica			
			14	14	14	14
3	0.460736	14	$\begin{pmatrix} -0.0553953 & -0.994396 & 0.0900478 & -0.368582 \\ 0.420205 & 0.0585926 & 0.905536 & -3.85024 \\ -0.905737 & 0.0880009 & 0.414604 & -1.54127 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$			
4	0.0223379	20	$\begin{pmatrix} -0.00562487 & -0.999906 & 0.0124662 & -0.0485331 \\ 0.999915 & -0.00547713 & 0.0118544 & -0.0279566 \\ -0.011785 & 0.0125318 & 0.999852 & -3.03032 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$			
5	0.0185476	20	$\begin{pmatrix} 0.00359013 & -0.999993 & 0.00075465 & -0.0127782 \\ 0.999984 & 0.00358676 & -0.00441225 & 0.0141911 \\ 0.00440951 & 0.000770478 & 0.99999 & -3.00285 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$			
6	0.0138943	20	$\begin{pmatrix} 0.00404477 & -0.999992 & 0.000634469 & -0.00385645 \\ 0.999972 & 0.00404074 & -0.00622406 & 0.0018125 \\ 0.00622144 & 0.000659627 & 0.99998 & -2.99043 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$			

Tabuľka 5.1: Tabuľka závislosti presnosti transformačnej matice od počtu korešpondujúcich bodov pre metódu využívajúcu SVD

Obrázky 5.7 a 5.8 graficky poukazujú na dôležitosť výberu vhodného počtu navzájom si zodpovedajúcich dvojíc bodov. V oboch prípadoch bude algoritmom nájdená, vo všeobecnosti priestorová, rotácia a translácia, ktorej správnosť sa odrazí i na vizuálnej časti výsledného modelu.



Obr. 5.7: Mračná bodov po registrácii pomocou SVD pri troch korešpondujúcich bodoch



Obr. 5.8: Mračná bodov po registrácii pomocou SVD pri štyroch korešpondujúcich bodoch

V druhej simulácii budeme postupovať analogicky, ibaže nebudeme skúmať závislosť počtu nepresne určených korešpondujúcich dvojíc na presnosť transformačnej matice. V tomto prípade modelujeme vplyv veľkosti nepresnosti na optimálnu transláciu a rotáciu. Uvažovať budeme vždy 4 korešpondujúce dvojice bodov z dôvodu vysvetleného v predošej simulácii. Polosi elipsoidu majú veľkosť 5, 2 a 1. Náhodné číslo pripočítavané k zložkám korešpondujúcich bodov je delené vždy určitou konštantou, konkrétnie zväčšujúcimi sa mocninami čísla 10.

V pravej časti Tabuľky 5.2 vidíme zlepšujúce sa hodnoty výslednej matice so zvyšujúcim sa deliteľom náhodného čísla. Stĺpec spomenutej tabuľky obsahujúci hodnoty priemernej vzdialenosťi registrovaných mračien potvrdzuje zvyšujúcu sa presnosť zarovnania. Výsledky sú očakávané, nakol'ko delením náhodného čísla väčšou hodnotou vzniká v konečnom dôsledku vždy menšie a menšie číslo pripočítavané k jednotlivým

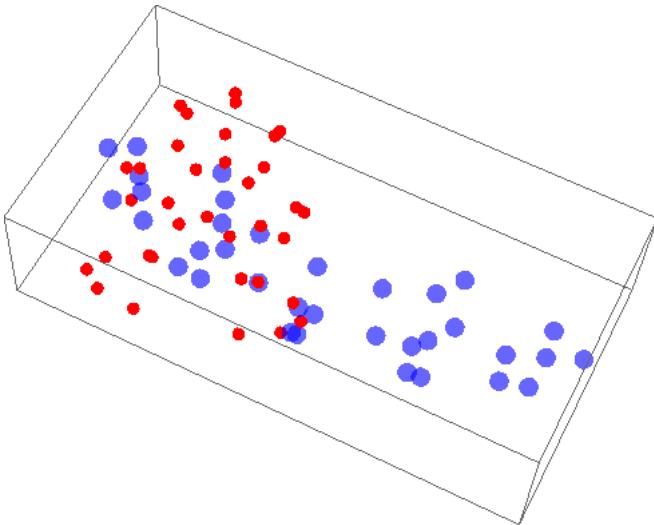
súradniciam bodov, čo reprezentuje situáciu vždy presnejšieho určenia korešpondujúcich dvojíc.

Deliteľ náhodného čísla	Priemerná vzdialenosť	Počet recipročných bodov	Transformačná matica
10	0.502985	12	$\begin{pmatrix} -0.932824 & -0.329381 & -0.146106 & -1.332 \\ -0.308761 & 0.939691 & -0.147133 & -1.9764 \\ 0.185757 & -0.0921372 & -0.978266 & 3.48059 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$
100	0.0223379	20	$\begin{pmatrix} -0.00562487 & -0.999906 & 0.0124662 & -0.0485331 \\ 0.999915 & -0.00547713 & 0.0118544 & -0.0279566 \\ -0.011785 & 0.0125318 & 0.999852 & -3.03032 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$
1000	0.0022289	20	$\begin{pmatrix} -0.000547221 & -0.999999 & 0.00125012 & -0.00483836 \\ 0.999999 & -0.000545726 & 0.00119595 & -0.00281894 \\ -0.00119527 & 0.00125077 & 0.999999 & -3.0031 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$
10 000	0.000222841	20	$\begin{pmatrix} -0.000054568 & -1. & 0.000125046 & -0.00048368 \\ 1. & -0.0000545531 & 0.0001197 & -0.000282124 \\ -0.000119693 & 0.000125052 & 1. & -3.00031 \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{pmatrix}$

Tabuľka 5.2: Tabuľka závislosti presnosti transformačnej matice od veľkosti náhodného posunu pre metódu využívajúcu SVD

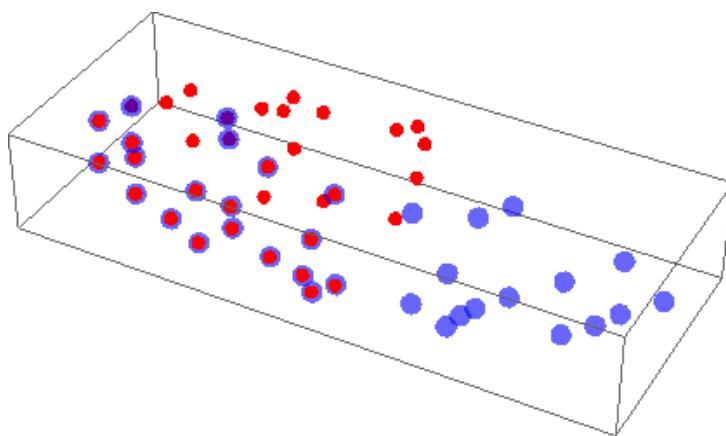
Na správnosť modelovania prvej a druhej simulácie poukazuje aj zhodnosť druhých riadkov Tabuľiek 5.1 a 5.2.

Hoci sme v poslednej simulácii využili štyri korešpondujúce dvojice, nie vždy sme boli schopní získať použiteľné výsledky. Konkrétnie pri delení náhodného čísla hodnotou 10. Graficky je takýto prípad registrácie uvedený na Obrázku 5.9. Nezabúdajme však, že čím menšou hodnotou delíme číslo náhodného rozdelenia, tým väčší posun v jednotlivých zložkách zodpovedajúcich si bodov spôsobujeme. Pri spomenutých rozmeroch polosí elipsoidu sme v tomto prípade ovplyvnili súradnice bodov natol'ko, že nebolo možné nájsť správnu transformáciu. Inými slovami by sme mohli povedať, že zväčšujúcim sa deliteľom náhodného čísla meníme vzdialenejšie desatinné miesta súradníc bodov, a tým prispievame k väčšej pravdepodobnosti nájdenia vhodnej rotácie a translácie.



Obr. 5.9: Mračná bodov po registrácii pomocou SVD pri štyroch korešpondujúcich bodoch a delení náhodného čísla hodnotou 10

Dodajme ešte jednu dôležitú pripomienku využívajúcu závery oboch zatiaľ prevedených modelových situácií. Z prvého experimentu vychádzal záver nutnosti dodania minimálne štyroch korešpondujúcich dvojíc. Z výsledkov druhej simulácie však vieme o zlepšujúcej sa kvalite registrácie pri pripočítavaní menšieho náhodného čísla k zložkám uvažovaných bodov. Prirodzene vzniká otázka, či by neboli postačujúce tri zodpovedajúce si dvojice pri väčšej presnosti výberu korešpondujúcich bodov. Áno, tento počet by bol postačujúci. Manuálna presnosť výberu bodov je relevantná. Grafický príklad simulácie pôvodne nepostačujúceho počtu zodpovedajúcich si dvojíc a väčšej presnosti ich výberu uvádzame v Obrázku 5.10.



Obr. 5.10: Mračná bodov po registrácii pomocou SVD pri troch korešpondujúcich bodoch a delení náhodného čísla hodnotou 1000

Majme na pamäti, že sme uvažovali rovinnú rotáciu. Tento fakt a presnejší výber korešpondujúcich dvojíc nám umožnil použiť metódu SVD s tromi zodpovedajúcimi si bodmi.

Rovnaké simulácie preved' me berúc do úvahy analytické počítanie transformácie. Ako prvý ukážme opäť prípad závislosti presnosti transformačnej matice od počtu nie úplne presne vybratých zodpovedajúcich bodov, pričom náhodný posun zložiek bodov delíme aj v tejto simulácii hodnotou 100.

Z výsledkov experimentu zaznamenaných v Tabuľke 5.3 je zrejmé, že analytickým spôsobom hľadania transformácie neuspejeme s viac ako tromi korešpondujúcimi dvojicami bodov. V dôsledku náhodnosti nie je možné jednoznačne vyriešiť sústavu rovníc pri zadaní štyroch a viacerých zodpovedajúcich si bodoch pri spomenutej veľkosti vplyvu náhodného čísla na zložky bodov. V porovnaní s metódou využívajúcou SVD však dosahuje analytická metóda pri rovnakom počte bodov, na základe ktorých sa samotná transformácia počíta, a zhodnej hodnote delenia čísla normálneho rozdelenia, oveľa lepšie výsledky.

Počet korešpondujúcich bodov	Priemerná vzdialenosť	Počet recipročných bodov	Transformačná matica
3	0.0329401	20	$\begin{pmatrix} -0.0340175 & -0.99629 & 0 & -0.0149062 \\ 0.971227 & 0.00594008 & 0 & -0.0190395 \\ 0 & 0 & 1 & -2.99461 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
4	{}	{}	{}
5	{}	{}	{}
6	{}	{}	{}

Tabuľka 5.3: Tabuľka závislosti presnosti transformačnej matice od počtu korešpondujúcich bodov pre metódu využívajúcu analytický postup

V tomto prípade by sme sa k optimálnym transformačným maticiam pri vyššom počte korešpondujúcich bodov nedopracovali ani spresnením ich výberu, teda delením náhodného čísla hodnotou väčšou ako bola hodnota použitá v našej tretej simulácii. Dôvodom je práve použitie a princípy analytického postupu riešenia.

Poslednou simuláciou v tejto časti práce je skúmanie závislosti veľkosti náhodného posunu zložiek bodov a presnosti transformácie. Znovu budeme náhodné číslo deliť

postupne sa zväčšujúcimi mocninami čísla 10, tentokrát však uvažujúc vždy tri korešpondujúce body namiesto štyroch, čo bol prípad rovnakej simulácie za využitia SVD. Výsledky simulácie sú uvedené v Tabuľke 5.4.

Podľa očakávaní sa aj v tejto simulácii transformačná matica vylepšuje so zväčšujúcim sa deliteľom náhodného čísla.

Deliteľ náhodného čísla	Priemerná vzdialenosť	Počet recipročných bodov	Transformačná matica
10	0.223696	20	$\begin{pmatrix} -0.163148 & -1.00622 & 0 & 0.0299309 \\ 0.866545 & 0.0224224 & 0 & -0.0351613 \\ 0 & 0 & 1 & -2.9461 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
100	0.0329401	20	$\begin{pmatrix} -0.0340175 & -0.99629 & 0 & -0.0149062 \\ 0.971227 & 0.00594008 & 0 & -0.0190395 \\ 0 & 0 & 1 & -2.99461 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
1000	0.00356922	20	$\begin{pmatrix} -0.00383983 & -0.999524 & 0 & -0.00193186 \\ 0.996741 & 0.000685072 & 0 & -0.00228741 \\ 0 & 0 & 1 & -2.99946 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
10 000	0.000360098	20	$\begin{pmatrix} -0.000389018 & -0.999951 & 0 & -0.000198256 \\ 0.99967 & 0.0000695534 & 0 & -0.000233148 \\ 0 & 0 & 1 & -2.99995 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Tabuľka 5.4: Tabuľka závislosti presnosti transformačnej matice od veľkosti náhodného posunu pre metódu využívajúcu analytický postup

## 5.5 Problém počiatočného zarovnania

Problém konvergencie ICP k lokálnym minimám sme už v našej práci spomenuli. Jedným z možných riešení je takzvané počiatočné zarovnanie. Počiatočné zarovnanie je registrácia, ktorej úlohou je zmenšiť prvotnú vzdialosť vstupných mračien. Registrácia pomocou ICP s počiatočným zarovnaním vykazuje v praxi lepšie výsledky.

Modelujme dve mračná bodov ako časti elipsoidov, pričom zdrojové mračno rotujeme

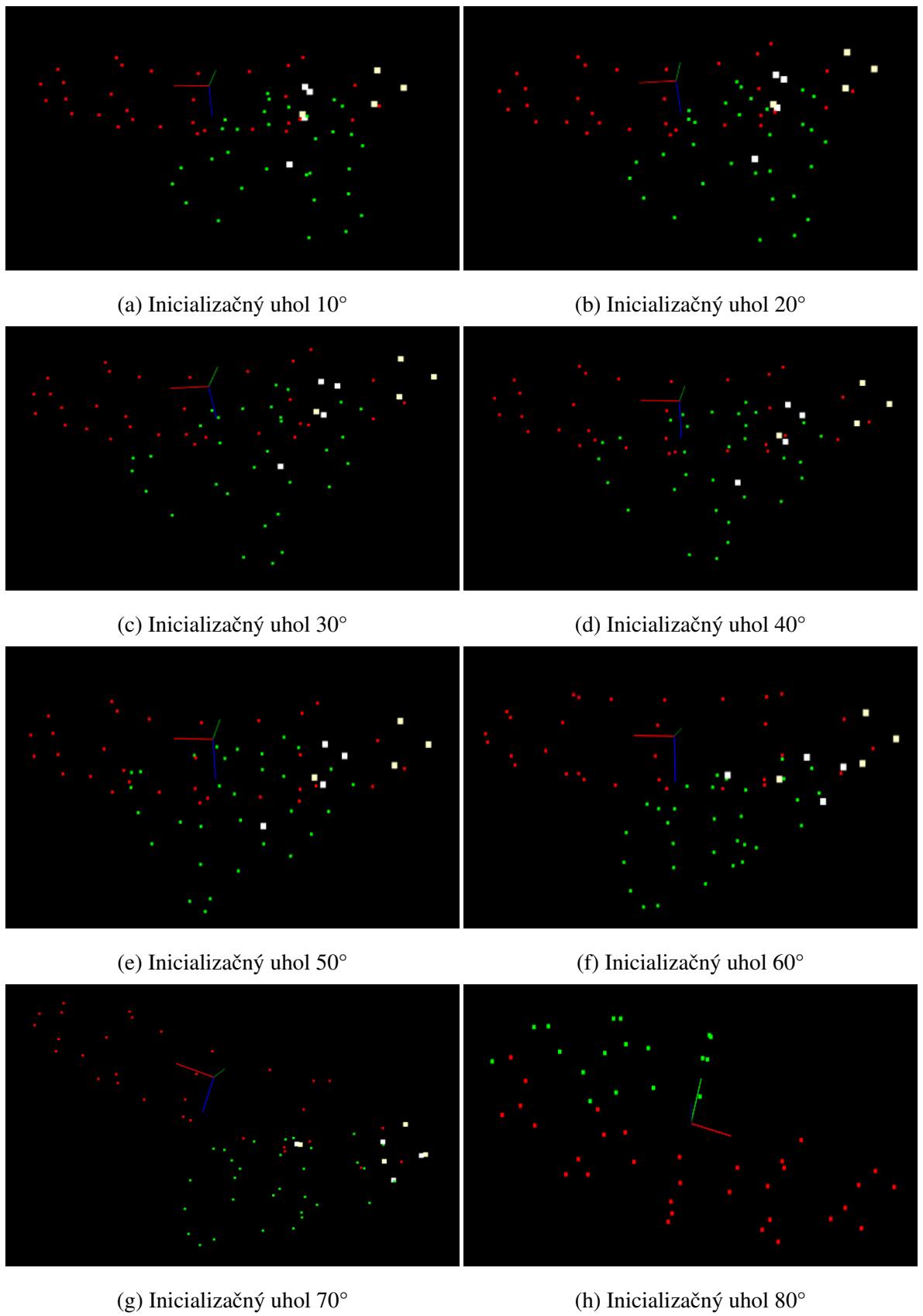
o  $90^\circ$  v rovine xy a posúvame o 3 v smere osi z, rovnako ako v simuláciách v časti 5.4 našej práce. Uvažujme, že sme ako užívatelia boli schopní vybrať pomerne presne štyri korešpondujúce dvojice bodov. Množiny obsahujúce body zdrojového a cieľového mračna, ktoré tvoria zodpovedajúce si dvojice, budú vstupnými mračnami ICP algoritmu. Aplikujeme na ne funkciu ICP *align*, čiže funkciu hľadajúcu optimálnu transformačnú maticu a zarovnávajúcu vstupné mračná, pričom využijeme možnosť udania parametrov počiatočného zarovnania. ICP postupuje presne tak, ako sme opísali na začiatku podkapitoly. Najprv registruje svoje vstupné mračná, využívajúc užívateľom zadané hodnoty inicializačnej transformácie. Následne vyhľadá optimálnu transformáciu medzi prvotne zarovnanými mračnami. Transformačné matice nájdené ICP algoritmom uvádzame pre jednotlivé prípady v Tabuľke 5.5. Nájdenou rotáciou a transláciou transformujeme pôvodné mračná, teda časti elipsoidov, určíme počet recipročných bodov, vypočítame priemernú vzdialenosť a zvizualizujeme model po celkovej registrácii.

Inicializačný uhol	Priemerná vzdialenosť	Počet recipročných bodov	Transformačná matica
10°	0.349594	7	$\begin{pmatrix} 0.984808 & -0.173648 & 0 & -1.79845 \\ 0.173648 & 0.984808 & 0 & -3.97869 \\ 0 & 0 & 1 & -2.35048 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
20°	0.408332	9	$\begin{pmatrix} 0.939693 & -0.34202 & 0 & -1.11822 \\ 0.34202 & 0.939693 & 0 & -3.79642 \\ 0 & 0 & 1 & -2.35048 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
30°	0.590391	9	$\begin{pmatrix} 0.866025 & -0.5 & 0 & -0.479968 \\ 0.5 & 0.866025 & 0 & -3.4988 \\ 0 & 0 & 1 & -2.35048 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
40°	0.421432	10	$\begin{pmatrix} 0.766044 & -0.642788 & 0 & 0.0969036 \\ 0.642788 & 0.766044 & 0 & -3.09487 \\ 0 & 0 & 1 & -2.35048 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
50°	0.478506	12	$\begin{pmatrix} 0.642788 & -0.766044 & 0 & 0.594869 \\ 0.766044 & 0.642788 & 0 & -2.5969 \\ 0 & 0 & 1 & -2.35048 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
60°	0.886639	8	$\begin{pmatrix} -9.53727 \times 10^{-8} & -0.913404 & 0.407055 & -0.576617 \\ -1 & -7.71945 \times 10^{-8} & -4.74393 \times 10^{-7} & 1.74954 \times 10^{-6} \\ 4.61965 \times 10^{-7} & -0.407055 & -0.913403 & 5.35701 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
70°	0.504565	9	$\begin{pmatrix} -2.05823 \times 10^{-7} & -0.794985 & 0.606635 & -2.77952 \\ -1 & -8.9407 \times 10^{-8} & -3.57628 \times 10^{-7} & 1.69128 \times 10^{-6} \\ 3.27826 \times 10^{-7} & -0.606635 & -0.794985 & 5.47442 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
80°	$3.68937 \times 10^{-11}$	20	$\begin{pmatrix} 2.76406 \times 10^{-8} & -1 & 1.77324 \times 10^{-6} & -4.78327 \times 10^{-6} \\ -1 & -7.45058 \times 10^{-9} & 5.96046 \times 10^{-8} & -4.47035 \times 10^{-8} \\ 1.52052 \times 10^{-7} & 1.59442 \times 10^{-6} & 1 & -3.00001 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Tabuľka 5.5: Tabuľka závislosti presnosti transformačnej matice a vzdialenosťi mračien od veľkosti inicializačného uhla

Tabuľka 5.5 ukazuje závislosť presnosti transformačnej matice, priemernej vzdialenosťi a počtu recipročných bodov od zväčšujúceho sa uhla počiatočnej rotácie. Obrázky 5.11 graficky dokazujú nielen výhodu počiatočného zarovnania, ale aj dôležitosť určenia dostatočne veľkého inicializačného uhla. Červené body reprezentujú cielové mračno, zelené body tvoria zdrojové mračno po celkovej registrácii a biele body charakterizujú

korešpondujúce body.



Obr. 5.11: Proces registrácie mračien bodov s rôznymi uhlami rotácie počiatočnej inicializácie

## 6 Automatická registrácia

V predchádzajúcej kapitole sme modelovali rôzne situácie využívajúc vopred známe, zväčša užívateľom zadané, korešpondujúce dvojice bodov. Poslednú časť našej práce venujeme takzvanej automatickej registrácii, čiže registrácii, pri ktorej nie je požadovaná interaktivita s užívateľom pre získanie zodpovedajúcich si bodov.

Automatickú registráciu budeme využívať na zarovnanie reálnych dát, konkrétnie skenov románskeho kostolíka svätého Kozmu a Damiána v Kšinnej.

Cieľové mračno, voči ktorému bude registrácia vykonávaná, obsahuje 2196836 bodov, zdrojové mračno, ktoré bude transformované, obsahuje 3377696 bodov. Prvý sken kostolíka reprezentujúci cieľovú množinu bodov je na Obrázku 6.1, zdrojová množina bodov pochádzajúca z druhého skenu je zobrazená na Obrázku 6.2. Je zrejmé, že aplikovanie registračného procesu na uvažované množiny by bola výpočtovo náročná z dôvodu veľkej kardinality. V prípade oboch mračien preto pristúpime k *downsamplingu*, zníženiu počtu bodov. Filtrovat' cieľovú aj zdrojovú množinu budeme za pomoci voxelovej mriežky, pričom veľkosť hrany mriežky bude 1.4. Po znížení počtu bodov vznikne nové, filtrované, cieľové mračno s počtom bodov 9747 a nové, filtrované, zdrojové mračno obsahujúce 9206 bodov.



Obr. 6.1: Prvý sken kostolíka reprezentujúci cieľové mračno bodov



Obr. 6.2: Druhý sken kostolíka reprezentujúci zdrojové mračno bodov

V ďalšom kroku odhadneme normálu každého bodu oboch filtrovaných množín. K odhadu využijeme zabudovanú funkciu PCL, ktorá vyžaduje ako vstupný argument jedno číslo. Toto číslo vyjadruje veľkosť polomeru sféry vytvorennej okolo každého bodu, pre ktorý sa snažíme odhadnúť normálu. Samotná normála konkrétneho bodu sa následne určí na základe bodov nachádzajúcich sa v spomenutej sfére. Polomer volíme v našom prípade trojnásobne väčší voči veľkosti hrany voxelovej mriežky.

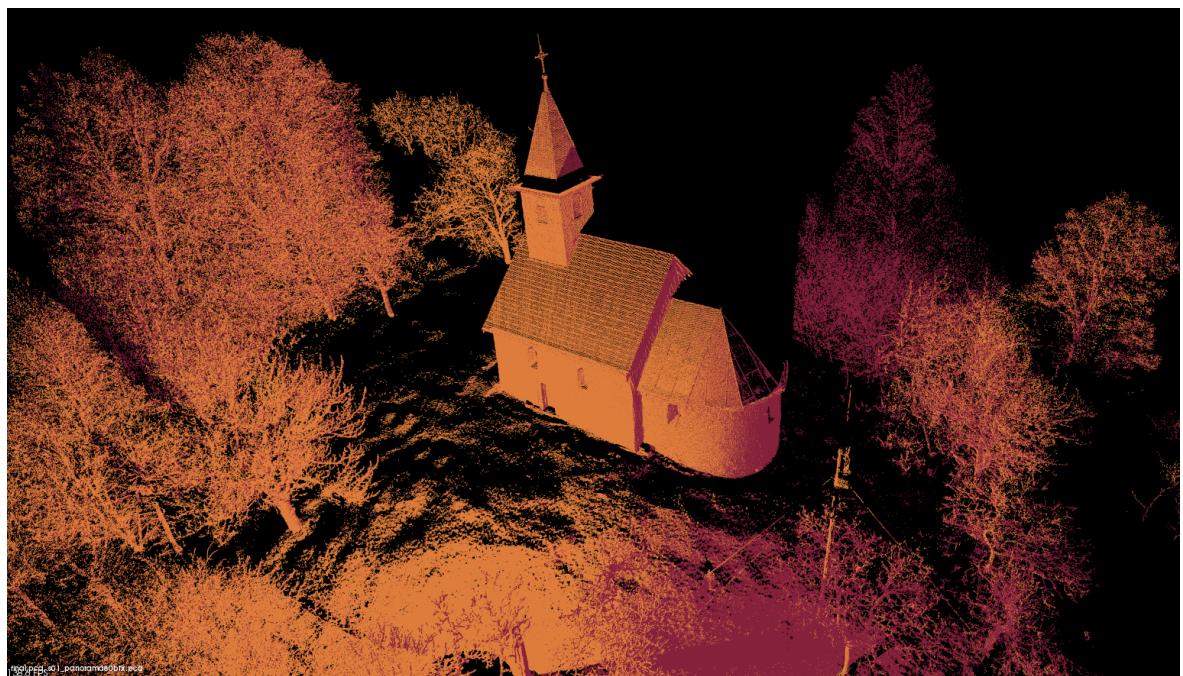
Po odhadnutí normál máme k dispozícii všetky údaje potrebné na určenie veličín (4.3). Veličiny (4.3) vyčíslujeme opäť pre každý bod oboch filtrovaných mračien. Podľa úvah popísaných v časti 4.4 našej práce, potrebujeme dourčiť ešte polomer sféry, ktorá sa vytvorí okolo každého uvažovaného bodu filtrovaných mračien. Body takejto sféry budú ovplyvňovať výslednú hodnotu FPFH konkrétneho bodu. Volíme polomer štvornásobnej veľkosti hrany voxelovej mriežky.

V nasledujúcom kroku prichádza podstatný rozdiel oproti registrácii s užívateľom zadanými zodpovedajúcimi si bodmi. Hoci už máme k dispozícii vstupné mračná aj hodnoty ich FPFH, stále nie sú určené korešpondujúce dvojice, na základe ktorých by sme boli schopní nájsť maticu optimálnej rotácie a translácie. Korešpondujúce dvojice nemusí zadávať užívateľ. K ich určeniu využijeme funkciu PCL knižnice, ktorá na základe FPFH vstupných množín, v našom prípade filtrovaného cieľového a zdrojového mračna, určí

recipročné korešpondujúce dvojice.

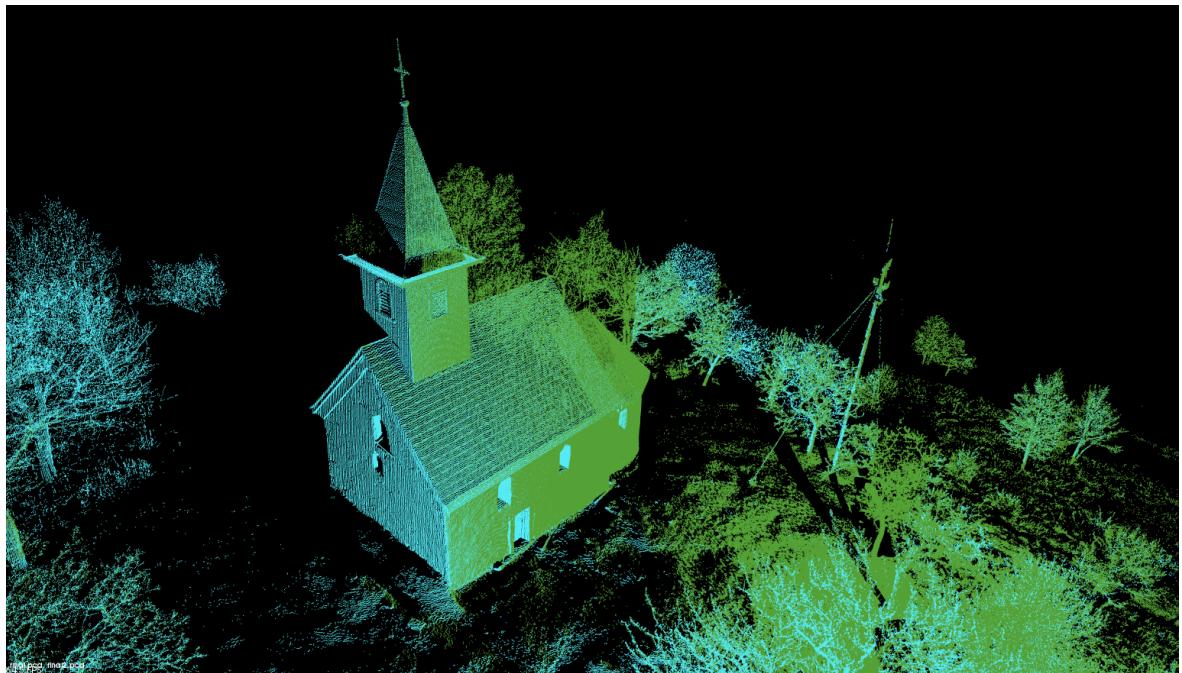
Takto určené korešpondujúce dvojice vyfiltrujeme na základe maximálnej povolenej vzdialenosťi, ktorú definujeme na hodnotu 0.05 , a maximálneho počtu iterácií, keďže používaná filtračná metóda PCL knižnice je iteračnou metódou.

V poslednom kroku nájdeme pomocou SVD optimálnu rotáciu a transláciu určenú z filtrovaných korešpondujúcich dvojíc. Nájdenú transformáciu využijeme na prvotné zarovnanie filtrovaného zdrojového a cieľového mračna. Po ich priblížení prvotnej registrácii využijeme samotný ICP algoritmus na dourčenie celkovej registrácie a úplné zarovnanie. Pôvodné mračná veľkej kardinality zarovnáme transformáciou tvorenou spojením SVD a ICP transformácie a výsledný model zvizualizujeme. Obrázok 6.3 reprezentuje výsledný model registrácie, pričom cieľové a zdrojové mračno bodov sú farebne rozlíšené.



Obr. 6.3: Kostol po registrácii prvého a druhého skenu

Celý popísaný postup by sa mohol opakovat' s d'alším, v poradí tretím, skenom kostolíka. Cieľové mračno bodov by bolo ale v tomto prípade reprezentované zarovnaným zdrojovým mračnom predchádzajúcej registrácie. Opísanú situáciu zarovnania druhého a tretieho pohľadu uvádzame graficky na Obrázku 6.4. Obrázok 6.5 poskytuje pohľad na model kostolíka tvorený všetkými tromi farebne rozlíšenými pohľadmi.



Obr. 6.4: Kostol po registrácii druhého a tretieho skenu



Obr. 6.5: Model kostola vytvorený tromi zarovnanými skenmi

## 6.1 Výber koeficientov automatickej registrácie

V predošej časti práce sme sa zamerali na demonštráciu automatickej registrácie aplikovanej na reálne dátá. V samotnom procese sme volili konkrétnie hodnoty viacerých

parametrov, konkrétnie veľkosť voxelovej mriežky pri podvzorkovaní, polomer sféry vytvorenej okolo každého bodu pre výpočet normály, polomer  $k$ -okolia pre definovanie FPFH a maximálnu vzdialenosť histogramov recipročných korešpondujúcich bodov.

Uvažujme rovnaké vstupné mračná ako v predošej časti. Cieľové mračno obsahujúce 2196836 bodov a zdrojové mračno, ktoré obsahuje 3377696 bodov. Nech je veľkosť hrany voxelovej mriežky opäť 1.4. Kardinalita vstupných mračien sa podstatne zmenší. Cieľové mračno má po podvzorkovaní 9747 bodov. Zdrojové mračno obsahuje po podvzorkovaní 9206 bodov.

V každom bode takto podvzorkovaných mračien potrebujeme určiť normálu. Využijeme funkciu PCL triedy *NormalEstimation*. Jej vstupným argumentom je polomer sféry, ktorá sa vytvorí okolo každého bodu. Za pomocí metódy najmenších štvorcov sa bude funkcia následne snažiť určiť rovinu, vzhľadom ku ktorej budú body vo vnútri sféry čo najbližšie. Je zrejmé, že čím väčší polomer zvolíme, tým viac bodov sa môže v takejto sfére nachádzať.

V ďalšom kroku volíme polomer  $k$ -okolia bodov podvzorkovaných vstupných mračien pre výpočet FPFH a filtrujeme recipročné korešpondujúce dvojice PCL funkciou triedy *CorrespondenceRejectorSampleConsensus* so vstupným argumentom *Inlier Threshold*, ktorý definuje maximálnu vzdialenosť histogramov dvoch zodpovedajúcich si bodov.

Tabuľka 6.1 ukazuje závislosť medzi maximálnou vzdialenosťou histogramov recipročnej korešpondujúcej dvojice a presnosťou registrácie, pričom presnosť registrácie je reprezentovaná počtom recipročných bodov a ich priemernou vzdialenosťou. Parameter *InlierThreshold* meníme od 0.1 po 1.9. Podľa postupu automatickej registrácie, ktorý bol popísaný v časti 6, podvzorkované vstupné mračná najprv zarovnáme za pomocí SVD a na základe recipročných bodov určíme priemernú vzdialenosť. Takto príblížené mračná opäť registrujeme, tentokrát za použitia ICP, identifikujeme recipročné body a definujeme priemernú vzdialenosť.

V Tabuľke 6.1 uvádzame údaje pre automatickú registráciu s polomerom  $k$ -okolia  $R_2$  rovným trojnásobku veľkosti hrany voxelovej mriežky. Polomer sféry  $R_1$ , ktorej body prispievajú k určeniu normály v každom bode množiny, uvažujeme v tomto prípade rovný veľkosti hrany voxelovej mriežky.

Inlier Threshold	Počet recipročných bodov po SVD	Priemerná vzdialenosť po SVD	Počet recipročných bodov po ICP	Priemerná vzdialenosť po ICP
0.1	724	0.690087	2065	0.626766
0.2	724	0.690087	2065	0.626766
0.3	724	0.690087	2065	0.626766
0.4	3201	0.444573	5161	0.233742
0.5	2964	0.830209	5166	0.23405
0.6	2914	0.479417	5166	0.23402
0.7	4676	0.322263	5162	0.233769
0.8	4767	0.309373	5161	0.233744
0.9	4251	0.362986	5165	0.234033
1.0	4521	0.341038	5165	0.233981
1.1	4378	0.346985	5163	0.23409
1.2	4381	0.34632	5165	0.234017
1.3	4625	0.341045	5165	0.23402
1.4	4749	0.312534	5162	0.233961
1.5	4754	0.323206	5162	0.233947
1.6	4710	0.334437	5162	0.233905
1.7	4738	0.325555	5162	0.23369
1.8	4615	0.34066	5163	0.23394
1.9	4654	0.332955	5167	0.233695

Tabuľka 6.1: Tabuľka vplyvu maximálnej povolenej vzdialenosťi histogramov korešpondujúcich bodov na presnosť registrácie po použití SVD aj ICP, pričom  $R_1 = 1.4$ ,  $R_2 = 3R_1$

V Tabuľke 6.2 uvádzame analogicky údaje pre automatickú registráciu, tentokrát ale s polomerom  $k$ -okolia  $R_2$  rovným štvornásobku veľkosti hrany voxelovej mriežky. Polomer sféry, ktorej body prispievajú k určeniu normály v každom bode množiny, uvažujeme opäť rovný veľkosti hrany voxelovej mriežky.

Inlier Threshold	Počet recipročných bodov po SVD	Priemerná vzdialenosť po SVD	Počet recipročných bodov po ICP	Priemerná vzdialenosť po ICP
0.1	2400	0.592884	5168	0.234176
0.2	1865	1.07246	3316	0.513566
0.3	3798	0.509285	5163	0.233507
0.4	3798	0.509285	5163	0.233507
0.5	3379	0.569114	5159	0.233772
0.6	3900	0.477281	5162	0.233763
0.7	3900	0.477281	5162	0.233763
0.8	3880	0.487863	5159	0.233495
0.9	4880	0.276849	5165	0.233427
1.0	4944	0.286093	5159	0.233519
1.1	4931	0.284225	5159	0.233564
1.2	4959	0.279267	5165	0.23402
1.3	4686	0.316324	5163	0.234013
1.4	4797	0.297145	5160	0.233791
1.5	4790	0.301351	5167	0.234058
1.6	4816	0.298973	5163	0.233978
1.7	4816	0.298973	5163	0.233978
1.8	4886	0.29426	5162	0.23396
1.9	5087	0.25199	5163	0.233931

Tabuľka 6.2: Tabuľka vplyvu maximálnej povolenej vzdialenosť histogramov korešpondujúcich bodov na presnosť registrácie po použití SVD aj ICP, pričom  $R_1 = 1.4$ ,  $R_2 = 4R_1$

Za účelom porovnania uvádzame aj Tabuľku 6.3, ktorej obsahom sú opäť údaje reprezentujúce vplyv maximálnej dovolenej vzdialenosť medzi histogramami recipročných korešpondujúcich dvojíc a kvality registrácie. Tentokrát sme však zvolili polomer  $R_1$  pre určenie normál ako trojnásobok veľkosti hrany voxelovej mriežky. Polomer  $k$ -okolia  $R_2$  je tiež rovný trojnásobku veľkosti hrany nami uvažovanej voxelovej mriežky.

Inlier Threshold	Počet recipročných bodov po SVD	Priemerná vzdialenosť po SVD	Počet recipročných bodov po ICP	Priemerná vzdialenosť po ICP
0.1	2873	0.596501	5163	0.233947
0.2	4906	0.288162	5162	0.233762
0.3	4911	0.281342	5163	0.23338
0.4	5115	0.240991	5158	0.233668
0.5	5131	0.23925	5159	0.233587
0.6	5146	0.239865	5161	0.233442
0.7	5136	0.239298	5163	0.234008
0.8	5155	0.240114	5165	0.233942
0.9	5107	0.238577	5159	0.233569
1.0	5130	0.236936	5163	0.234052
1.1	5147	0.239583	5161	0.233843
1.2	5159	0.239869	5166	0.233584
1.3	5153	0.249815	5165	0.233613
1.4	5147	0.248379	5160	0.233747
1.5	5093	0.25612	5163	0.233824
1.6	5092	0.254066	5160	0.233563
1.7	5091	0.255041	5166	0.234035
1.8	5077	0.262938	5165	0.234032
1.9	5077	0.262859	5162	0.233766

Tabuľka 6.3: Tabuľka vplyvu maximálnej povolenej vzdialenosť histogramov korešpondujúcich bodov na presnosť registrácie po použití SVD aj ICP, pričom  $R_1 = 3 \times 1.4$ ,  $R_2 = R_1$

Analogicky k Tabuľke 6.2 uvádzame Tabuľku 6.4, ktorej údaje boli získané automatickou registráciou s polomerom  $k$ -okolia rovným štvornásobku veľkosti hrany použitej voxelovej mriežky. Polomer sféry potrebnej na definovanie normál v bodech mračien zostáva aj v tomto prípade rovný trojnásobku veľkosti hrany zvolenej voxelovej mriežky.

Inlier Threshold	Počet recipročných bodov po SVD	Priemerná vzdialenosť po SVD	Počet recipročných bodov po ICP	Priemerná vzdialenosť po ICP
0.1	4886	0.276184	5163	0.23395
0.2	4968	0.283142	5162	0.233904
0.3	5028	0.255135	5166	0.234085
0.4	5080	0.247955	5162	0.233894
0.5	5075	0.250856	5167	0.233741
0.6	5071	0.247996	5163	0.233977
0.7	5142	0.240435	5161	0.233746
0.8	5176	0.239328	5169	0.23386
0.9	5107	0.250452	5167	0.233751
1.0	5107	0.236188	5169	0.233863
1.1	5108	0.234838	5166	0.233705
1.2	5091	0.231527	5167	0.233686
1.3	5079	0.233706	5163	0.23342
1.4	5099	0.231434	5167	0.233686
1.5	5155	0.240312	5163	0.23342
1.6	5166	0.238582	5166	0.233546
1.7	5138	0.242339	5164	0.233449
1.8	5150	0.242883	5162	0.233874
1.9	5089	0.24505	5160	0.23346

Tabuľka 6.4: Tabuľka vplyvu maximálnej povolenej vzdialenosť histogramov korešpondujúcich bodov na presnosť registrácie po použití SVD aj ICP, pričom  $R_1 = 3 \times 1.4$ ,  $R_2 = 4 \times 1.4$

Z vyššie uvedených tabuľiek vyplýva, že metóda automatickej registrácie je robustná, čiže dáva presné a uspokojivé výsledky pri pomerne veľkom rozsahu vstupných parametrov. Očividný je taktiež podstatný vplyv aplikácie metódy ICP, ktorá vo väčšine prípadov výrazne spresní výslednú registráciu.

## 7 Záver

V práci sme sa zamerali na analýzu registrácie 3D mračien bodov. Preskúmali sme možnosti vzniku množín bodov, definovali sme základný postup procesu zarovnávania. Analyzovali sme jednotlivé kroky registrácie na báze PCL knižnice. Na základe použitej literatúry sme odvodili metódu hľadania optimálnej transformácie využívajúcu singulárny rozklad matice. Prínosom práce bol návrh novej analytickej metódy pre identifikáciu transformačnej matice. Experimentálne sme poukázali na problém počiatočného zarovnania a potrebu pomerne presného manuálneho výberu korešpondujúcich dvojíc. Jednotlivé prístupy hľadania optimálnej rotácie a translácie sme porovnali na základe priemernej vzdialenosťi, recipročných bodov, výslednej transformačnej matice a na základe grafických výstupov. V poslednej časti práce sme demonštrovali plne automatickú registráciu. Poznatky sme aplikovali na reálne dátá, ale aj nami vymodelované mračná bodov.

## Literatúra

- [1] BELLEKENS, B., SPRUYT, V., BERKVENS, R., WEYN, M. A Survey of Rigid 3D Pointcloud Registration Algorithms. In: *AMBIENT 2014 : The Fourth International Conference on Ambient Computing, Applications, Services and Technologies* [online]. IARIA, 2014. pp. 8-13. ISBN: 978-1-61208-356-8
- [2] BESL, P. J., McKAY, N. D. A method for registration of 3-D shapes. In: *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence (PAMI)* [online]. 1992, vol. 14, no. 2, pp. 239–256. Dostupné z: doi: 10.1109/34.121791
- [3] DELMERICO, J. PCL Tutorial: The Point Cloud Library By Example. 2013. Dostupné na internete: [http://www.jeffdelmerico.com/wp-content/uploads/2014/03/pcl\\_tutorial.pdf](http://www.jeffdelmerico.com/wp-content/uploads/2014/03/pcl_tutorial.pdf) (2016-03-17)
- [4] HOLZ, D., ICHIM, A. E., TOMBARI, F., RUSU, R. B., BEHNKE, S. Registration with the Point Cloud Library: A Modular Framework for Aligning in 3-D. In: *IEEE Robotics & Automation Magazine* [online]. 2015, vol. 22, no. 4, pp. 110-124. [cit. 2016-04-11]. Dostupné z: doi: 10.1109/MRA.2015.2432331
- [5] MORAVČÍK, L., ŠTRBA, . a PIKALÍK, M. Modelovanie objektov krajinnej architektúry s použitím terestrického laserového skenovania. In: *Aktuálne problémy krajinnej architektúry a krajinného plánovania*. Bratislava: Veda, 2013, s. 140–147. ISBN 978-80-224-1296-4.
- [6] RUSU, R. B., BLODOW, N. and BEETZ, M. Fast Point Feature Histograms (FPFH) for 3D registration. In: *Robotics and Automation, 2009. ICRA '09. IEEE International Conference on* [online]. Kobe: IEEE, 2009. pp. 3212-3217. Dostupné z: doi: 10.1109/ROBOT.2009.5152473
- [7] SORKINE, O. Least-squares rigid motion using svd. *Technical notes* [online]. 2009. pp. 1-6. Dostupné na internete: [http://www.igl.ethz.ch/projects/ARAP/svd\\_rot.pdf](http://www.igl.ethz.ch/projects/ARAP/svd_rot.pdf) (2016-03-25)
- [8] The PCL Registration API. [http://pointclouds.org/documentation/tutorials/registration\\_api.php#registration-api](http://pointclouds.org/documentation/tutorials/registration_api.php#registration-api) (2016-03-10)

- [9] Point Cloud Library. <http://pointclouds.org/> (2016-03-10)
- [10] What is a Point Cloud. What is LiDAR. <https://knowledge.safe.com/articles/257/what-is-a-point-cloud-what-is-lidar.html> (2016-03-10)
- [11] Finding optimal rotation and translation between corresponding 3D points. [http://nghiaho.com/?page\\_id=671](http://nghiaho.com/?page_id=671) (2016-03-01)
- [12] How to use iterative closest point. [http://pointclouds.org/documentation/tutorials/iterative\\_closest\\_point.php#iterative-closest-point](http://pointclouds.org/documentation/tutorials/iterative_closest_point.php#iterative-closest-point) (2016-02-25)
- [13] Estimating Surface Normals in a PointCloud. [http://pointclouds.org/documentation/tutorials/normal\\_estimation.php # normal-estimation](http://pointclouds.org/documentation/tutorials/normal_estimation.php#normal-estimation) (2016-04-12)
- [14] Riegl. <http://www.riegl.com/> (2016-03-23)
- [15] Geotech. <http://www.geotech.sk/> (2016-03-23)