

东南大学考试卷（A 卷）

课程名称 数学建模与数学实验 考试学期 2013-2014-3 得分 _____
 适用专业 数学 考试形式 闭 考试时间长度 120 分钟
 （ 可 带 计 算 器 ）

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
批阅人									

除特殊说明外，所有数据精确到小数点后 2 位。

1. （15 分）艖公摆渡问题：假设河两岸是一对平行线，河水流速为 V 米/秒，

渡船速度为 U 米/秒，河宽为 H 米，将渡船摆到对岸 L 米处。

（1）如果到达点为对岸下游，给出能够达到终点的必要条件；

（2）如果到达点为对岸上游， $U=2.5$ 米/秒， $V=2$ 米/秒，

$L=50$ 米， $H=500$ 米 求到达对岸所需最短时间。

自觉遵守考场纪律

如考试作弊

此答卷无效

姓名

学号

线

南

船

2. (15 分) 层次分析法模型中介绍了成对比较矩阵, 假设比较的标度仅取 1 到 9

及其倒数。如果 3 阶成对比较矩阵 $A = \begin{bmatrix} a & 2 & 6 \\ d & b & x \\ e & f & c \end{bmatrix}$,

(1) 当 x 取何值时, 矩阵 A 为一致矩阵, 此时矩阵 A 模最大特征值为多少?

(2) 当 $x = 5$ 时, 矩阵 A 的一致性是否可以接受 ($RI = 0.6$)?

3. (15 分) 考虑如下数组:

x	1	2	3	4	5
y	80	64	51	41	33

- (1) 借助曲改直方法确定经验公式形式;
- (2) 利用线性最小二乘法确定经验公式参数。

4. (10 分) 室内降温问题: 假设空调启动时室内温度为 35°C , 空调设定温度为 25°C 。每分钟室内降温速率与室内温度与空调设定温度差成比例, 比例系数为 0.2。

- (1) 建立该室内温度随时间变化的数学模型;
- (2) 确定温度降为 28 度所需最短时间。

5. (10 分) 考虑差分方程组模型: $\begin{cases} x_{n+1} = 0.6x_n + 0.3y_n \\ y_{n+1} = 0.4x_n + 0.7y_n \end{cases}, x_0 = 9000, y_0 = 5000$

(1) 求该方程组的平衡点;

(2) 证明数列 $\{y_n\}$ 单调递增。

6. (10 分) 考虑泛函极值问题:

$$J(x(t)) = \int_0^{100} [2x(t) + (x'(t))^2] dt,$$

$$S = \{x(t) \mid x(t) \in C^1[0, 100], x(0) = 0, x(100) = 10000\}$$

(1) 给出该问题取极值的必要条件;

(2) 求出泛函取极小值的函数 $x(t)$ 表达式。

7. (10 分) 有一家钢铁公司收到了一份 500 吨造船用钢的订单。对这些造船用钢有如下要求：

表格 1：造船要求

化学元素	最低含量	最高含量
碳	2	3
铜	0.4	0.6
锰	1.2	1.8

此公司有 7 种原材料都可以用来制造这种钢，材料元素含量见表格 2.

表格 2

原材料	碳含量%	铜含量%	锰含量%	可用量(吨)	单价(元/吨)
1	2.5	0	1.3	400	2000
2	0	0	0.8	300	2500
3	0	0.3	0	600	2200
4	1.5	0.9	0	500	2400
5	0	0.4	4	200	1000
6	0	0.4	1.2	300	1500
7	1	0.6	0	250	1600

建立该问题生产成本最低的数学模型。