

东南大学 考试卷 (A 卷)

课程名称 信号与线性系统 考试学期 13-14-3 得分 71
 适用专业 信息科学与工程学院、吴健雄学院、高等理工班 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	十一	总分
得分												
批阅人												

一、简单计算或论述证明题 (每小题 8 分, 共 8 题, 共计 64 分)

1、已知 $f_1(k) = (\frac{1}{2})^k \varepsilon(k)$, $f_2(k) = \delta(k-1) + \varepsilon(k+1)$ 。求两序列的卷积 $y(k) = f_1(k) * f_2(k)$ 。

解: $y(k) = f_1(k) * f_2(k) = (\frac{1}{2})^k \varepsilon(k) + (\frac{1}{2})^k \varepsilon(k) * \varepsilon(k+1)$
 $= (\frac{1}{2})^{k-1} \varepsilon(k-1) + 2 \cdot [1 - (\frac{1}{2})^{k+2}] \varepsilon(k+1)$

2、某一因果离散系统的传递函数为

解: $H(z) = \frac{z}{(z+0.5)^2} + \frac{z}{z-0.4}$

如果激励信号为: $e(k) = (-1)^k, (-\infty < k < \infty)$, 请求出该系统的响应。

解: $y(k) = e(k) \cdot H(-1)$
 $= -\frac{23}{7} (-1)^k$

3、已知实偶信号频谱如下图所示, 试求其时域波形函数 $e(t)$ 。

$E(j\omega) = E(\omega)$ 实偶

解: $e(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_1}^{\omega_1} E(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$
 $= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{e^{j\omega_1 t}}{jt} \Big|_{-\omega_1}^{\omega_1}$
 $= \frac{e^{j\omega_1 t} - e^{-j\omega_1 t}}{2\pi jt}$

4、某离散信号的 z 域表达式为

解: $F(z) = \frac{z}{z-0.5} + \frac{z}{(z-0.5)^2} + \frac{2z}{z+2}$

请给出不同收敛域下对应的时域表达式。

解: 若 $|z| < 0.5$,
 $f(k) = -0.5^k \varepsilon(-k-1) + k \cdot 0.5^{k-1} \cdot \varepsilon(-k-1) - 2 \cdot (-2)^k \varepsilon(-k-1)$

若 $|z| > 2$,
 $f(k) = 0.5^k \varepsilon(k) + k \cdot 0.5^{k-1} \varepsilon(k) + 2 \cdot (-2)^k \varepsilon(k)$

若 $0.5 < |z| < 2$,
 $f(k) = 0.5^k \varepsilon(k) + k \cdot 0.5^{k-1} \varepsilon(k) - 2 \cdot (-2)^k \varepsilon(-k-1)$

5. 某 LTI 因果离散系统 $y(k+2) + \frac{1}{4}y(k+1) - \frac{1}{8}y(k) = e(k+1) - e(k)$, 已知 $y_{zs}(0) = 1$, $y_{zs}(1) = -1.25$, 若 $e(k) = \varepsilon(k)$, 求该系统的零输入响应、零状态响应和全响应; 并指出全响应中自然响应分量和受迫响应分量。

解:
$$\sum [Y_{zi} - Y_{zi}z^{-1} - Y_{zi}z^{-2}] + \frac{1}{4}z[Y_{zi} - Y_{zi}z^{-1}] - \frac{1}{8}Y_{zi} = 0$$

$$(z^2 + \frac{1}{4}z - \frac{1}{8})Y_{zi} = z^2 - z$$

$$Y_{zi} = \frac{z^2 - z}{z^2 + \frac{1}{4}z - \frac{1}{8}} = \frac{z(z-1)}{(z-\frac{1}{2})(z+\frac{1}{4})}$$

$$Y_{zi} = -4[\frac{1}{\frac{1}{2}}\varepsilon(k) - \frac{1}{\frac{1}{4}}(-\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)] = -(\frac{1}{2})^k\varepsilon(k) + 2(-\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)$$

$$H(z) = \frac{z-1}{z^2 + \frac{1}{4}z - \frac{1}{8}} \quad E(z) = \frac{z}{z-1}$$

$$R_B = H(z)E(z) = \frac{z-1}{z^2 + \frac{1}{4}z - \frac{1}{8}} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{z}{z^2 + \frac{1}{4}z - \frac{1}{8}} = \frac{16}{5} \cdot \frac{z}{4z-1} - \frac{8}{3} \cdot \frac{z}{2z+1}$$

$$Y_{zs} = \frac{16}{5}[\frac{1}{4}]^k\varepsilon(k) - (-\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)$$

$$Y = Y_{zi} + Y_{zs} = \frac{1}{3}(\frac{1}{4})^k\varepsilon(k) + \frac{2}{3}(-\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)$$

自然响应分量为 $\frac{1}{3}(\frac{1}{4})^k\varepsilon(k)$ 受迫响应分量为 $\frac{2}{3}(-\frac{1}{2})^k\varepsilon(k)$

6. 下图所示连续时间反馈系统, 求:

1) 使图示反馈系统稳定的 K 值范围;

2) 求该系统在临界稳定时的单位冲激响应 $h(t)$ 。

1) 解: $R(s) = \frac{K}{(s-2)(s+3)} \cdot [E(s) - R(s)]$

$$\Rightarrow T(s) = \frac{R(s)}{E(s)} = \frac{K}{K + (s-2)(s+3)} = \frac{K}{s^2 + s + K - 6}$$

系统稳定的充要条件为:

1	K-6
1	0
K-6	0

2) 解: 系统临界稳定时, $K=6$

$$T(s) = \frac{6}{s^2 + s} = 6 \cdot (\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1})$$

$$h(t) = 6 \cdot [\varepsilon(t) - e^{-t}\varepsilon(t)]$$

7. 已知 LTI 离散系统的单位函数响应为 $h(k) = \{1, 1, 1, 1; k=0, 1, 2, 3\}$, 画出其直接型框图, 2) 判断它的因果性和稳定性, 3) 画出该系统的幅频响应特性曲线。

1) 解:
$$h(k) = \delta(k) + \delta(k-1) + \delta(k-2) + \delta(k-3)$$

2) 解: $K < \infty$, $h(k) = 0$ 是因果系统。是有限长序列。是稳定的。

3) 解: $H(e^{j\omega}) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}$

$$H(e^{j\omega}) = 1 + \frac{1}{e^{j\omega}} + \frac{1}{e^{j2\omega}} + \frac{1}{e^{j3\omega}}$$

8. 请分别陈述下面四种信号的频谱的周期特性和离散特性

1) 连续周期信号; 2) 连续非周期能量信号;

3) 离散非周期能量信号; 4) 离散周期信号

1) 连续周期信号是周期函数。

1) 不是周期函数, 是连续函数。

2) 是周期函数, 是连续函数。

3) 是周期函数, 是离散函数。

4) 不是周期函数, 是连续函数。

18分) 已知因果系统微分方程为: $r''(t) + 4r'(t) + 3r(t) = e'(t)$,
 当外加激励为 $e(t) = \varepsilon(t)$ 时, 系统全响应为
 $r(t) = \left(\frac{1}{2} e^{-t} - \frac{5}{6} e^{-3t} \right) \varepsilon(t)$.

1) 当初始条件不变时, 外加激励为 $e(t) = e^{-2t} \varepsilon(-t)$ 时系统的全响应。
 2) 画出此系统相变量法框图和对角线变量法框图。
 3) 分别写出上述两种框图相应的状态方程和输出方程。

Handwritten solutions and diagrams:

Transfer function: $H(s) = \frac{s}{s^2 + 4s + 3}$

Partial fraction expansion: $H(s) = \frac{1}{s+1} - \frac{1}{s+3}$

Impulse response: $h(t) = e^{-t} \varepsilon(t) - e^{-3t} \varepsilon(t)$

State-space representation (Diagonal form):

$$\dot{x}_1 = -x_1$$

$$\dot{x}_2 = -3x_2$$

$$y = x_1 - x_2$$

State-space representation (Controllable form):

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -3x_2 - x_1 + e^{-2t} \varepsilon(-t)$$

$$y = x_1$$

18分) 已知一接收系统的框图如图所示, 其中接收信号
 $x(t) = e(t) \cos(4\omega_m t) = 10[1 + \cos(\frac{\omega_m}{4})] \cos(4\omega_m t)$, 滤波子系统的频率响应特性为
 $H(j\omega) = \frac{\pi}{2\omega_m} [\varepsilon(\omega + \frac{\omega_m}{2}) - \varepsilon(\omega - \frac{\omega_m}{2})]$. 试:

1. 分别画出图中 A、B、C 各点的幅度谱;
 2. 输出信号 $r(t)$ 与接收信号 $x(t)$ 中的 $e(t)$ 分量相比较是否有失真? 请给出理由。

Block diagram: $x(t) \rightarrow A \rightarrow \text{Multiplier} \rightarrow B \rightarrow H(j\omega) \rightarrow C \rightarrow r(t)$. The multiplier also receives $\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$ with $T = \frac{\pi}{\omega_m}$ ($\omega_s = 2\omega_m$).

Handwritten frequency spectra:

- At point A: $X(\omega) = 10[\delta(\omega - 4\omega_m) + \delta(\omega + 4\omega_m)]$
- At point B: $X_B(\omega) = 10[\delta(\omega - 4\omega_m) + \delta(\omega + 4\omega_m)]$
- At point C: $R(\omega) = 10[\delta(\omega - 4\omega_m) + \delta(\omega + 4\omega_m)]$

Conclusion: No distortion. Reason: The sampling rate $\omega_s = 2\omega_m$ satisfies the Nyquist criterion, and the filter $H(j\omega)$ is an ideal low-pass filter.