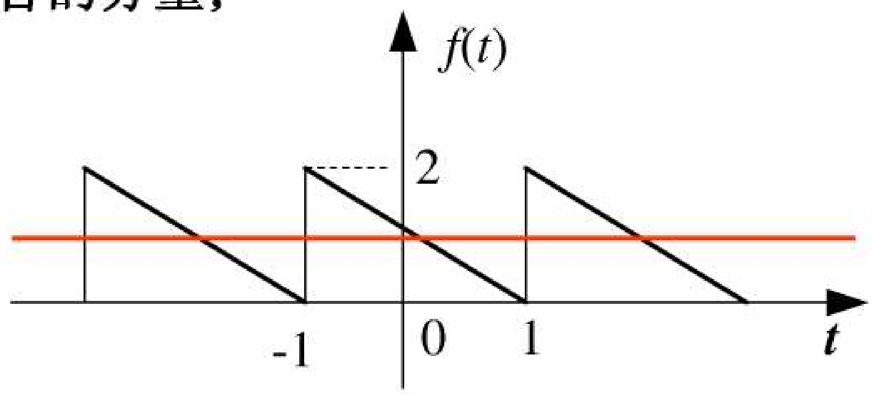
2004级本科生《信号与系统》期中测验

1、请判断下面描述的系统是否为线性时不变系统；

$$\frac{d}{dt}r(t)+tr(t)=e(t)+1$$

解答：非线性、时变系统

2、判断如下周期信号（T=2）的三角函数形式的傅里叶级数所包含的分量；



解答：直流分量和正弦分量

3、已知某系统在输入信号为ε(t)时的全响应为(e^{-t}+e^{-2t})ε(t)，输入信号为2ε(t)时的全响应为(4e^{-t}+2e^{-2t})ε(t)，。求该系统的冲激响应h(t)。

解答： $r_1(t) = r_\varepsilon(t) + r_{zi}(t) = (e^{-t} + e^{-2t})\varepsilon(t)$

$$r_2(t) = 2r_\varepsilon(t) + r_{zi}(t) = (4e^{-t} + 2e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$\therefore r_\varepsilon(t) = (3e^{-t} + e^{-2t})\varepsilon(t)$$

$$h(t) = r'_\varepsilon(t) = (-3e^{-t} - 2e^{-2t})\varepsilon(t) + 4\delta(t)$$

4、求门信号$G_\tau(t)=\varepsilon\left(t+\frac{\tau}{2}\right)-\varepsilon\left(t-\frac{\tau}{2}\right)$的单边拉普拉斯变换及其收敛区间。

解答：　　收敛区间Re(s)> -∞

$$L\{G_\tau(t)\}=L\{G_\tau(t)\varepsilon(t)\}$$

$$=L\{\varepsilon(t)-\varepsilon(t-\tau/2)\}$$

$$=\frac{1}{s}(1-e^{-\frac{\tau}{2}s})$$

5、已知某因果系统的系统函数为 $H(s)=\dfrac{1}{s+1}$

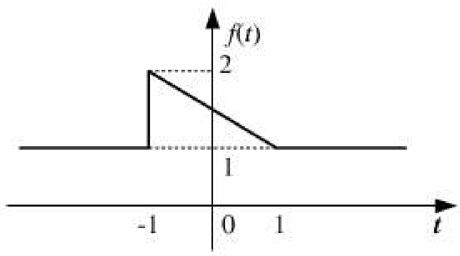
求其对信号 $e(t)=\cos(t)\ \ [-\infty<t<+\infty]$ **的响应。**

解答： $$H(j\omega)=\frac{1}{j\omega+1}$$

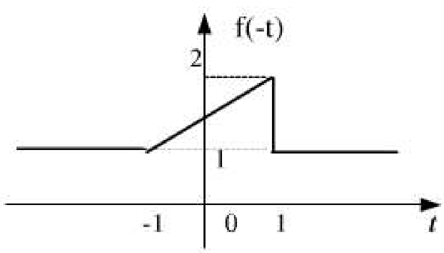
cost $\boxed{\omega=1}$ $$H(j1)=\frac{1}{j+1}=\frac{1-j}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}e^{-j\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}\cos(t-\frac{\pi}{4})$$

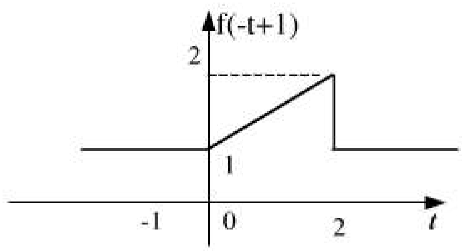
或 $$H(j1)=\frac{1}{j+1}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}j \Rightarrow \frac{1}{2}\cos t+\frac{1}{2}\sin t$$

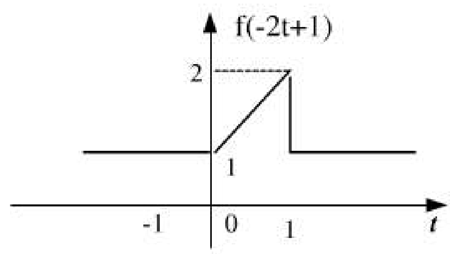
6、已知f(t)的波形如下图所示。请画出f(-2t+1)的图形



解答：

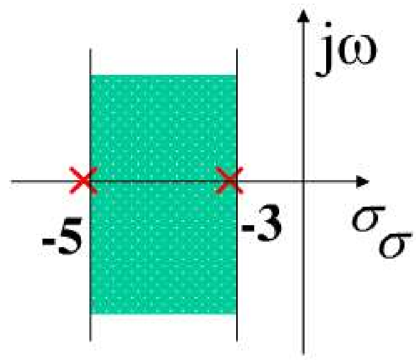






7、求下列$F_d(s)$的原时间函数。

$$F(s)=\frac{1}{(s+3)(s+5)} \quad -5<\mathrm{Re}[s]<-3$$



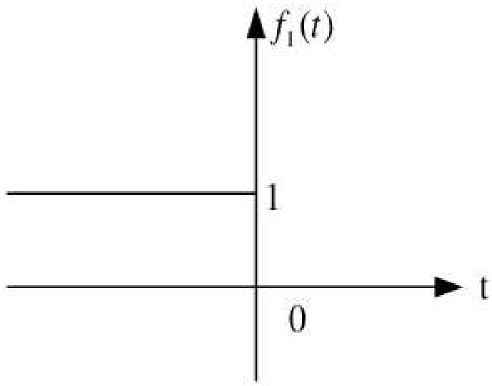
解: $$F(s)=\frac{0.5}{s+3}-\frac{0.5}{s+5}$$

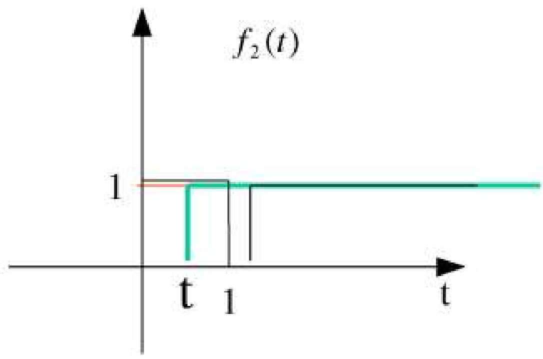
$$f(t)=-0.5e^{-3t}\varepsilon(-t)-0.5e^{-5t}\varepsilon(t)$$

收敛区在-5的右侧，-5对应的是右边函数；-3对应的是左边函数

左边函数L反变换：
1，S取反；2，求LT；3，t取反

8、画出 $f(t)=f_1(t)*f_2(t)$ 的波形图

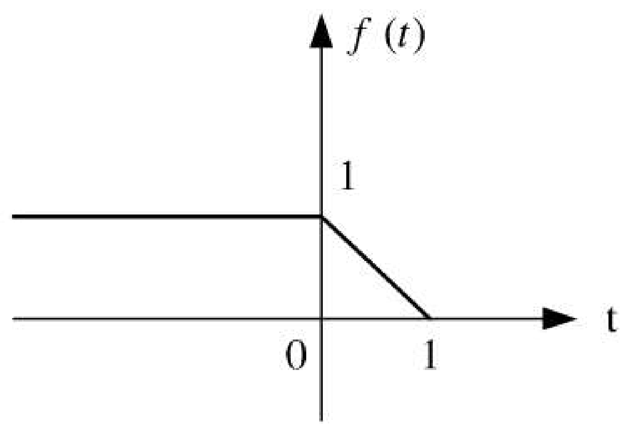




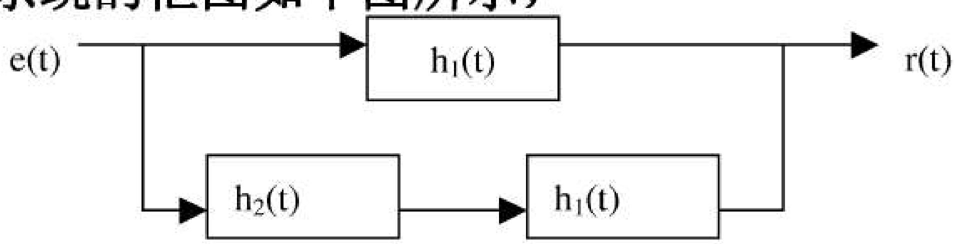
t<0 f(t)=1

0<t<1 f(t)=1-t

t>1 f(t)=0



9、已知系统的框图如下图所示，



$$h_1(t) = \delta(t-1) \qquad h_2(t) = e^{-2t}\varepsilon(t)$$

求整个系统的冲激响应$h(t)$。

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t) * h_1(t) = \delta(t-1) + e^{-2t}\varepsilon(t) * \delta(t-1)$$
$$= \delta(t-1) + e^{-2(t-1)}\varepsilon(t-1)$$

时域中，串联的系统效应是两个系统的卷积，并联是和

10、若已知，$F[f(t)] = F(j\omega)$

利用傅里叶变换的性质求$f(4-2t)$的傅里叶变换。

解：$f(t) \xrightarrow{\text{延时}} f(t-t_0) \xrightarrow{\text{尺度变换}} f(at-t_0)$

$$F(j\omega) \qquad F(j\omega)e^{-j\omega t_0} \qquad \frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a})e^{-j\frac{\omega}{a}t_0}$$

另：$f(t) \xrightarrow{\text{尺度变换延时}} f(at) \rightarrow f(a(t \quad \frac{t_0}{a}))$

$$\frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a}) \qquad \frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a})e^{-j\frac{\omega}{a}t_0}$$

$$F[f(t)] = F(j\omega) \leftrightarrow F[f(t+4)] = e^{4j\omega}F(j\omega)$$

$$\leftrightarrow F[f(-2t+4)] = \frac{1}{2}e^{-2j\omega}F(-j\frac{\omega}{2})$$

11、已知系统转移算子$H(p)=\dfrac{p+1}{p^2+3p+2}$，初始条件为：

$r(0)=1$，$r'(0)=2$ 求其零输入响应。

解： $\lambda_1=-1;\lambda_1=-2$

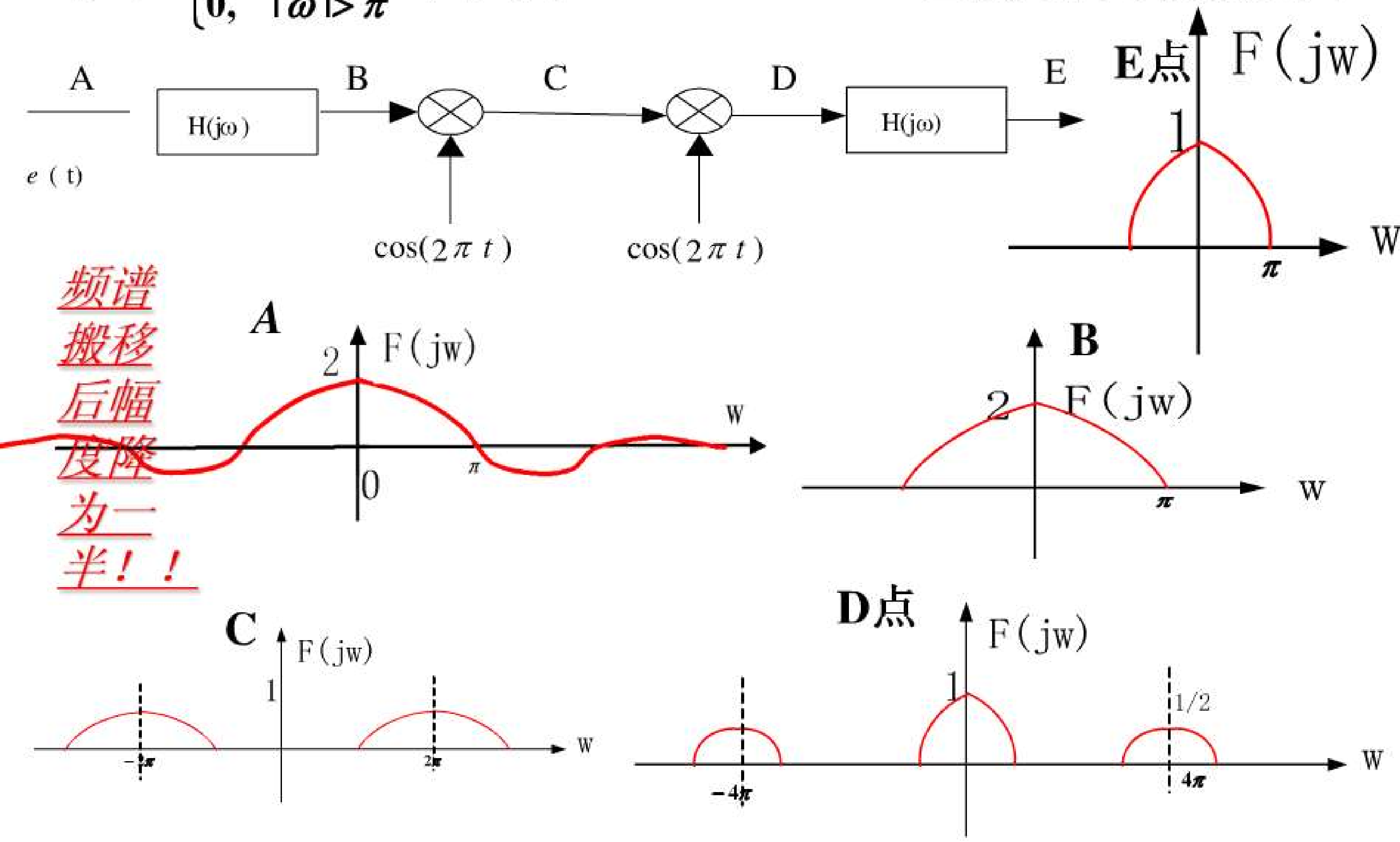
$$r(t)=C_1e^{-t}+C_2e^{-2t}$$

$$\begin{cases}C_1+C_2=1\\-C_1-2C_2=2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}C_1=4\\C_2=-3\end{cases}$$

$$r(t)=(4e^{-t}-3e^{-2t})\varepsilon(t)$$

12、一系统如下图，信号$e(t)=\varepsilon(t+1)-\varepsilon(t-1)$，滤波器的频率响应

$$H(j\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|<\pi \\ 0, & |\omega|>\pi\end{cases}$$ **试画出A、B、C、D、E五点处信号的频谱图。**



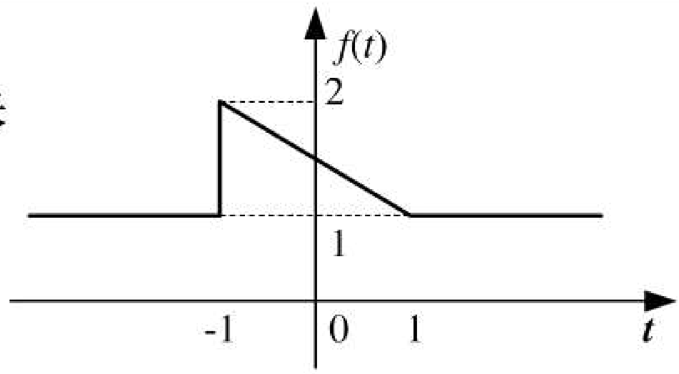
13、求激励$e(t)=e^{-2t}\varepsilon(t-1)+\delta(t-2)$通过系统$H(j\omega)=2e^{-3j\omega}$ 的响应。

此系统为线性非失真系统，因此只是增益为2，并延时3

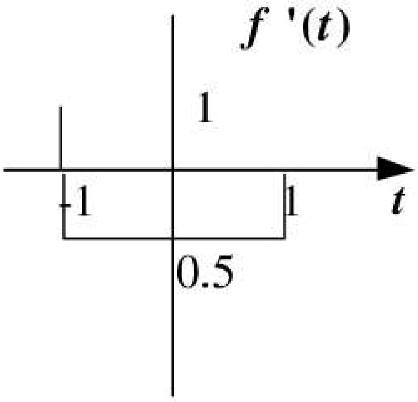
$$r(t)=2e^{-2(t-3)}\varepsilon(t-4)+2\delta(t-5)$$

倍数为2，延时3

14、求下图信号的傅里叶变换



$$F(jw)=\frac{G(jw)}{jw}+\pi[f(\infty)+f(-\infty)]\delta(w)$$



$$F[f'(t)]=e^{j\omega}-Sa(\omega)$$

$$F[f(t)]=\frac{e^{j\omega}-Sa(\omega)}{j\omega}+2\pi\delta(\omega)$$

最后一项就看原函数的平均值！！

15、已知LTI因果系统函数$H(s)=\dfrac{s+1}{s^2+3s+2}$，激励 $e(t)=\varepsilon(t)$

求系统的零状态响应，并指出响应中的自然响应与受迫响应。

$$R(s)=\frac{1}{s+2}\bullet\frac{1}{s}=\frac{0.5}{s}-\frac{0.5}{s+2}$$

$$r(t)=(\underbrace{0.5}_{\text{受迫分量}}-0.5\underbrace{e^{-2t}}_{\text{自由分量}})\varepsilon(t)$$