

无线电系及生医系信号与系统课中期考试试题答案（仅供参考）

（考试时间 2004/04/28）

1、判断下列方程所描述的系统是否为线性系统
（每小题 2 分，共 6 分，写出“是”与“不是”即可）

$$(1) \quad \frac{d^2 r(t)}{dt^2} + 3 \frac{dr(t)}{dt} - 5r(t) = 2 \frac{de(t)}{dt} + e(t) \quad (\text{答案：是})$$

$$(2) \quad \frac{dr(t)}{dt} + 2 \sin(\pi t) r(t) - \int_{-\infty}^t r(\tau) d\tau = e(t) \quad (\text{答案：是})$$

$$(3). \quad \frac{dr^2(t)}{dt^2} + 2 \frac{dr(t)}{dt} + r(t) = e^2(t) \quad (\text{答案：不是})$$

2、 已知一线性系统：
$$\frac{d}{dt}r(t) + 5r(t) = \frac{d}{dt}e(t) + 3e(t)$$

激励 $e(t)=5$, $(-\infty < t < \infty)$ 求响应 $r(t)$ 。 (6分)

解法1:

$$e(t) = 5 = 5 \cos(0t)$$

由系统方程
$$H(j\omega) = \frac{j\omega + 3}{j\omega + 5}$$

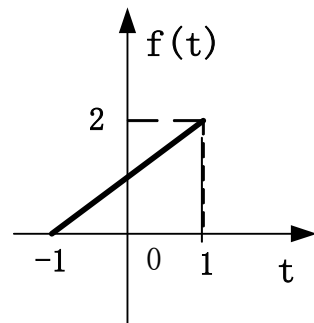
$$H(j0) = H(j\omega)|_{\omega=0} = \frac{3}{5} = \frac{3}{5} e^{j0}$$

故
$$r(t) = 5 \bullet \frac{3}{5} \cos(0t + 0) = 3 \quad (-\infty < t < +\infty)$$

解法2:

此系统是稳定系统。因 $e(t)=5$, $(-\infty < t < \infty)$, 故可设 $r(t)=A$ (常数), 代入系统方程, 得 $5A=3 \times 5$, $r(t)=A=3$.

3. 利用傅里叶变换的性质求下列波形信号的傅里叶变换。 (8分)



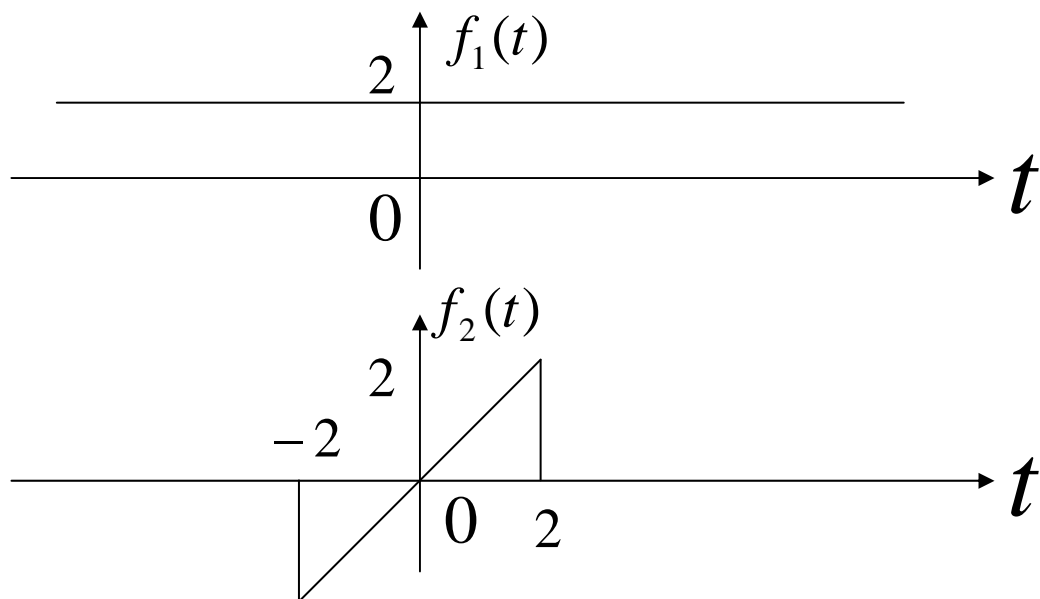
解:

$$f'(t) = G_2(t) - 2\delta(t-1)$$

$$F\{f'(t)\} = 2Sa(\omega) - 2e^{-j\omega} = j\omega F(j\omega)$$

$$F(j\omega) = \frac{2}{j\omega} [Sa(\omega) - e^{-j\omega}]$$

4. 计算卷积： $2 * t[\varepsilon(t+2) - \varepsilon(t-2)]$ 。 (5分)



解：

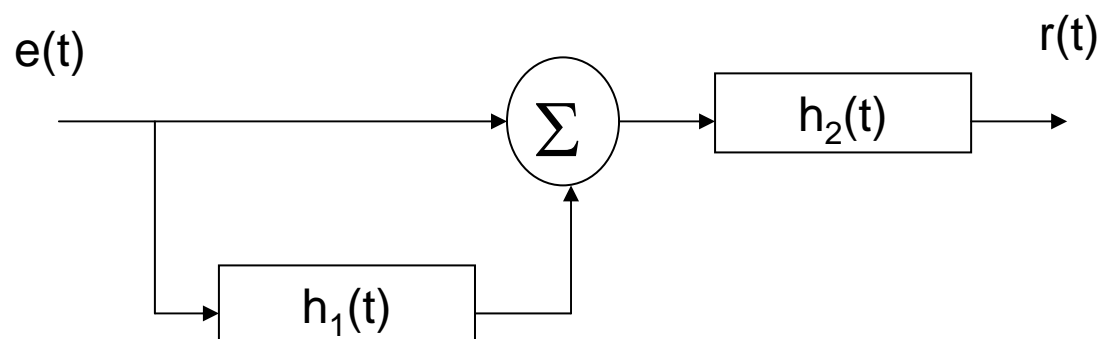
$$2 * t[\varepsilon(t+2) - \varepsilon(t-2)] = t[\varepsilon(t+2) - \varepsilon(t-2)] * 2$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \tau[\varepsilon(\tau+2) - \varepsilon(\tau-2)] 2 d\tau$$

$$= 2 \int_{-2}^2 \tau d\tau$$

$$= 0$$

5. 如图所示系统：两个子系统的冲激响应为 $h_1(t)=\delta(t-1)$ ， $h_2(t)=\delta(t)$ ，求整个系统的冲激响应 $h(t)$ 。（6分）



解：令 $e(t)=\delta(t)$ ，由冲激响应定义，

$$\begin{aligned} h(t) &= r(t) \\ &= [\delta(t) + \delta(t) * h_1(t)] * h_2(t) \\ &= [\delta(t) + \delta(t) * \delta(t-1)] * \delta(t) \\ &= \delta(t) + \delta(t) * \delta(t-1) \\ &= \delta(t) + \delta(t-1) \end{aligned}$$

6. 已知系统为： $r''(t)+2r'(t)=e'(t)$, 初始条件为： $r(0^-)=0$, $r'(0^-)=2$, 求系统的零输入响应及冲激响应 $h(t)$ 。(8分)

解:

(1)系统的特征方程为: $\lambda^2 + 2\lambda = 0$,

解之, 得 $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -2$

$$r_{zi}(t) = c_1 + c_2 e^{-2t}$$

$$r'_{zi}(t) = -2c_2 e^{-2t}$$

在输入为零时 $r(0^+) = r(0^-) = 0$, $r'(0^+) = r'(0^-) = 2$, 代入上列二式

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 0, \\ -2c_2 = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} c_1 = 1, \\ c_2 = -1 \end{cases}$$

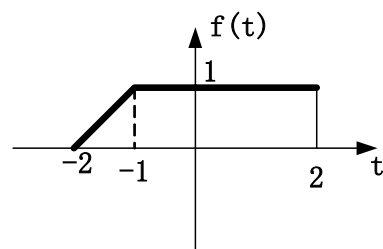
$$\therefore r_{zi}(t) = (1 - e^{-2t})\varepsilon(t)$$

(2)系统的转移算子为:

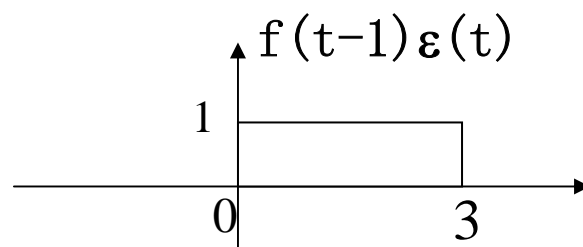
$$H(p) = \frac{p}{p(p+2)} = \frac{0}{p} + \frac{1}{p+2} = \frac{1}{p+2}$$

$$\therefore h(t) = e^{-2t}\varepsilon(t)$$

7, 已知如图所示的 $f(t)$, 试画出 $f(t-1)\epsilon(t)$ (5分)

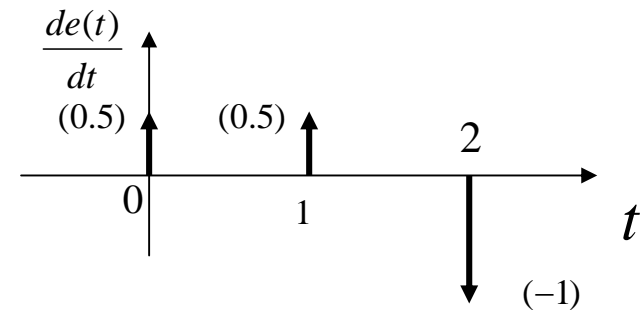
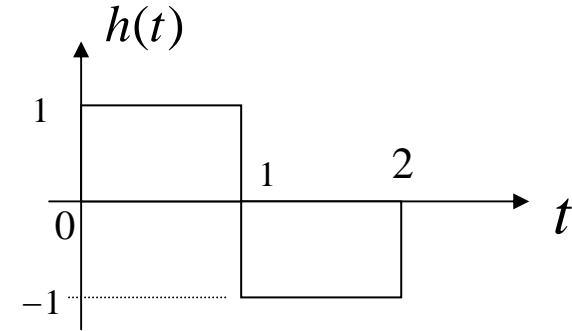
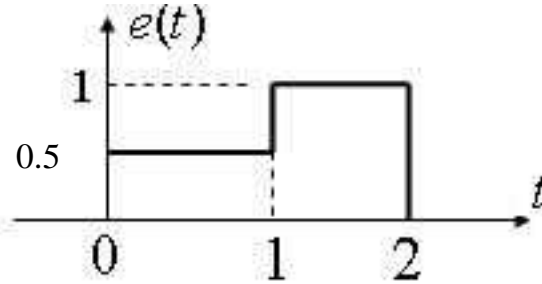


解:



8、已知某线性时不变系统的冲激响应为 $h(t) = \varepsilon(t) - 2\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-2)$

求系统在激励 $\frac{de(t)}{dt}$ 下的零状态响应。 $e(t)$ 如图所示。(9分)



解:

$$\frac{de(t)}{dt} = 0.5\delta(t) + 0.5\delta(t-1) - \delta(t-2)$$

$$r_{zs}(t) = 0.5h(t) + 0.5h(t-1) - h(t-2)$$

$$= 0.5[\varepsilon(t) - 2\varepsilon(t-1) + \varepsilon(t-2)]$$

$$+ 0.5[\varepsilon(t-1) - 2\varepsilon(t-2) + \varepsilon(t-3)]$$

$$- [\varepsilon(t-2) - 2\varepsilon(t-3) + \varepsilon(t-4)]$$

$$= 0.5\varepsilon(t) - 0.5\varepsilon(t-1) - 1.5\varepsilon(t-2) + 2.5\varepsilon(t-3) - \varepsilon(t-4)$$

9、有一系统对激励为 $e_1(t) = \delta(t)$ 的完全响应为 $r_1(t) = 2e^{-t}\varepsilon(t)$ ，对激励为 $e_2(t) = 2\delta(t)$ 的完全响应为 $r_2(t) = e^{-t}\varepsilon(t)$ ，

(1) 求系统的零输入响应 $r_{zi}(t)$ ；

(2) 系统的初始状态保持不变，求系统对激励 $e_3(t) = 3\delta(t)$ 的完全响应 $r_3(t)$

(8 分)

解：由题意，

$$(1) \quad r_1(t) = h(t) + r_{zi}(t) = 2e^{-t}\varepsilon(t)$$

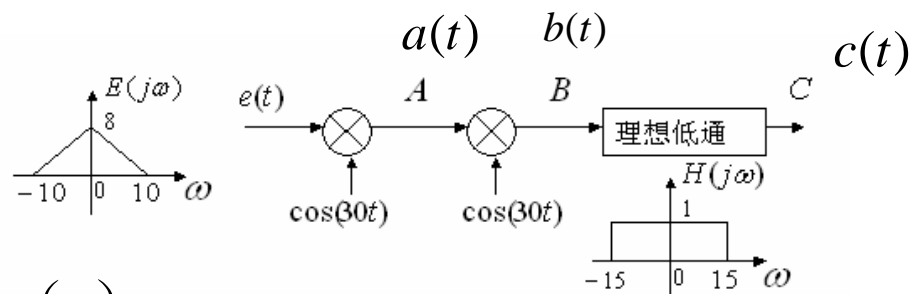
$$r_2(t) = 2h(t) + r_{zi}(t) = e^{-t}\varepsilon(t)$$

$$\therefore r_{zi}(t) = 3e^{-t}\varepsilon(t)$$

$$(2) \quad h(t) = r_1(t) - r_{zi}(t) = -e^{-t}\varepsilon(t)$$

$$r_3(t) = 3h(t) + r_{zi}(t) = -3e^{-t}\varepsilon(t) + 3e^{-t}\varepsilon(t) = 0$$

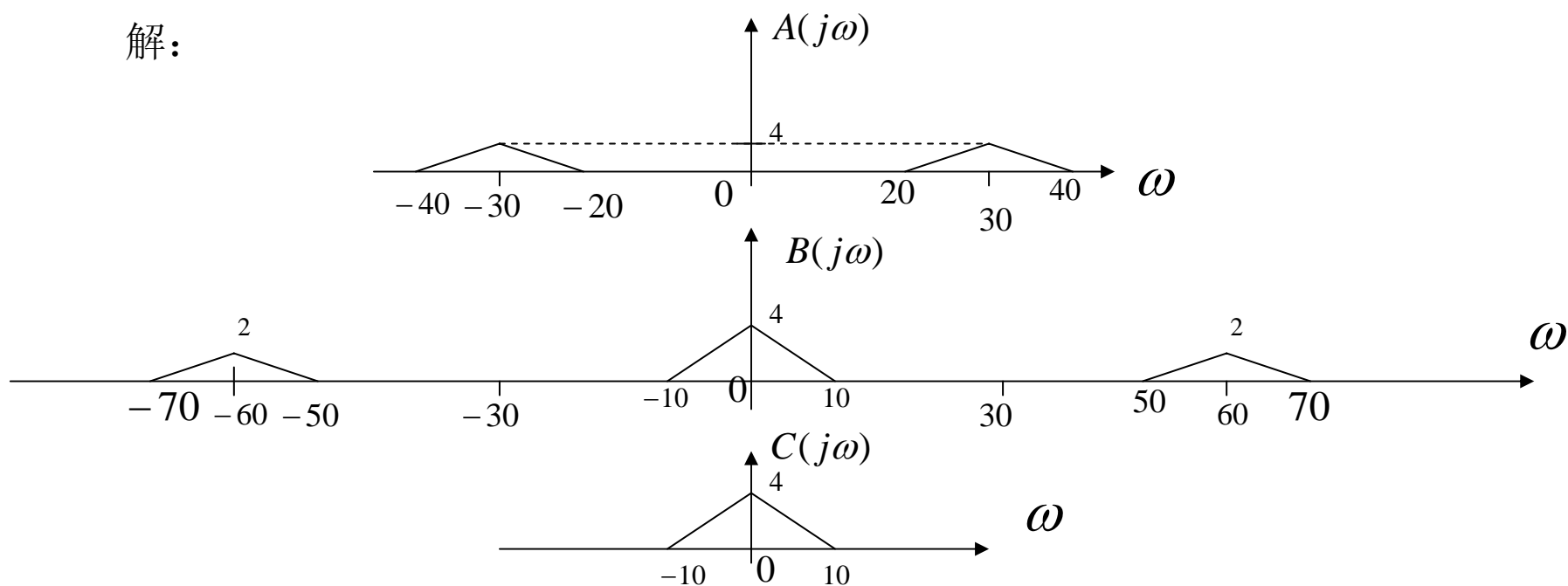
10、一带限信号的频谱如图(a)所示，若此信号通过图(b)所示系统，请画出A、B、C三点处的信号频谱。理想低通滤波器的转移函数为 $H(j\omega) = \varepsilon(\omega+15) - \varepsilon(\omega-15)$ 。(10 分)



(a)

(b)

解：

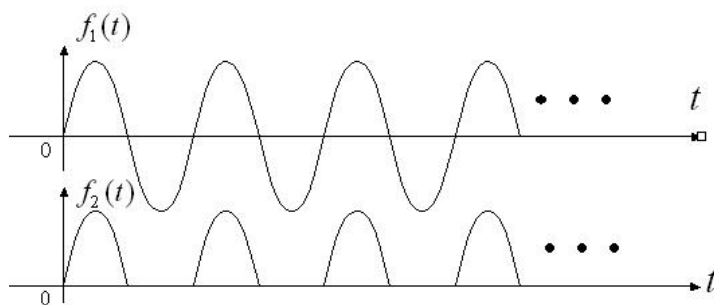


11、已知

$$f_1(t) = \sin(\omega_0 t) \varepsilon(t)$$

$$f_2(t) = \begin{cases} f_1(t) & \text{当 } f_1(t) \geq 0 \\ 0 & \text{当 } f_1(t) < 0 \end{cases}$$

若已知 $f_1(t)$ 的拉氏变换 $F_1(s)$ ，求 $F_2(s)$ 。(即用 $F_1(s)$ 表示 $F_2(s)$ 。) (8分)



解：

$$\text{令 } T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$f_1(t) = f_2(t) - f_2(t - \frac{T}{2}) = f_2(t) - f_2(t - \frac{\pi}{\omega_0})$$

$$F_1(s) = F_2(s) - F_2(s)e^{-\frac{\pi}{\omega_0}s} = F_2(s)[1 - e^{-\frac{\pi}{\omega_0}s}]$$

$$\therefore F_2(s) = [1 - e^{-\frac{\pi}{\omega_0}s}]^{-1} F_1(s)$$

12、求下列时间函数的拉普拉斯变换并注明收敛区。(8 分)

$$(1) \quad f(t) = e^{-2t} [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)]$$

$$(2) \quad f(t) = \cos(t) \cos(3t) \varepsilon(t)$$

解：

$$\begin{aligned} (1) \quad f(t) &= e^{-2t} [\varepsilon(t) - \varepsilon(t-2)] = e^{-2t} \varepsilon(t) - e^{-2t} \varepsilon(t-2) \\ &= e^{-2t} \varepsilon(t) - e^{-4} \bullet e^{-2(t-2)} \varepsilon(t-2) \\ F(s) &= \frac{1}{s+2} - e^{-4} \frac{1}{s+2} e^{-2s} = \frac{1}{s+2} (1 - e^{-2s-4}) \\ &\quad (\text{Re}(s) > -\infty) \end{aligned}$$

$$(2) \quad f(t) = \cos(t) \cos(3t) \varepsilon(t) = 0.5 [\cos(4t) + \cos(2t)] \varepsilon(t)$$

$$F(s) = 0.5 \left[\frac{s}{s^2 + 16} + \frac{s}{s^2 + 4} \right] \quad [\text{Re}(s) > 0]$$

13、求下列 $F_d(s)$ 的原时间函数。(6 分)

$$F_d(s) = \frac{s}{(s+3)(s+5)}, \quad (-5 < \operatorname{Re}(s) < -3)$$

解:
$$F_d(s) = \frac{s}{(s+3)(s+5)} = \frac{2.5}{s+5} + \frac{-1.5}{s+3}$$

$$F_a(s) = \frac{2.5}{s+5} \xrightarrow{L^{-1}} 2.5e^{-5t}\varepsilon(t)$$

$$F_b(s) = \frac{-1.5}{s+3} \xrightarrow{s \rightarrow -s} \frac{-1.5}{-s+3} = \frac{1.5}{s-3} \xrightarrow{L^{-1}} 1.5e^{3t}\varepsilon(t) \xrightarrow{t \rightarrow -t} 1.5e^{-3t}\varepsilon(-t)$$

$F_d(s)$ 的原时间函数为

$$f(t) = 2.5e^{-5t}\varepsilon(t) + 1.5e^{-3t}\varepsilon(-t)$$

14. 画出系统的直接模拟框图：（7分）

$$\frac{d^3 r(t)}{dt^3} + 4\frac{d^2 r(t)}{dt^2} + 5\frac{dr(t)}{dt} + 6r(t) = 7\frac{de(t)}{dt} + 8e(t)$$

解：引入辅助函数 $q(t)$, 得

$$\frac{d^3 q(t)}{dt^3} + 4\frac{d^2 q(t)}{dt^2} + 5\frac{dq(t)}{dt} + 6q(t) = e(t)$$

$$r(t) = 7\frac{dq(t)}{dt} + 8q(t)$$

