东 南 大 学 考 试 卷（A卷）

课程名称 数学建模与数学实验 考试学期 2011-2012-3 得分

适用专业 各专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 120分钟

（考试可带计算器）

题目	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									
批阅人									

自觉遵守考场纪律 如考试作弊 此答卷无效

姓名 学号

线 封 密

所有数值结果精度要求为保留小数点后两位。

一．选择题：（每题3分，共15分）

1 本课程介绍的数学模型分类方法是 （ ）

A．按照数学模型的应用领域； B. 按照建模的数学方法；

C．按照建模的目的； D. 按照模型的表现特征。

2. 在非线性方程求近似根时，下列论述正确的是 ( )

A. 二分法总是可以求出近似根； B. 牛顿切线法总是可以求出近似根；

C. 牛顿割线法总是可以求出近似根； D. 以上都不对。

3. 下列论述正确的是 （ ）

A.一致矩阵一定能通过一致性检验； B. 正互反矩阵一定是判断矩阵；

C.能通过一致性检验的矩阵是一致矩阵； D. 判断矩阵一定是一致矩阵。

4. 对于初值很小的阻滞增长模型的描述正确的是 （ ）

A.增长率一直变大； B.增长率一直变小；

C.增长率先增后减； D.增长率先减后增。

5. 泛函 $J(x(t))=\int_0^1[2x(t)+e^{-t}(x'(t))^2]dt$ 取极值的条件是 （ ）

A． $x''-x'+e^t=0$； B. $1-x'e^{-t}=0$；

C． $x''-x'+e^{-t}=0$； D. 以上都不对。

二．判断题（每题 3 分，共 15 分）正确的打√，不正确的打×。

6. 用无量纲量表示一个物理规律时，最多可以减少 3 个变量。　　　　　　（　　）

7. 线性最小二乘问题的标准模型为正规方程。　　　　　　　　　　　　　（　　）

8. 能通过一致性检验的判断矩阵是一致矩阵。　　　　　　　　　　　　　（　　）

9. Leslie 模型描述的种群存在有稳定的年龄结构。　　　　　　　　　　　（　　）

10.寿命服从指数分布的元件存在预防性更换策略。　　　　　　　　　　　(　　)

三．应用题（共 70 分）

11.（12 分）某食品店坚果的销售情况及其每周的最大供应量如下表所示：

坚果	纯利润（元/公斤）	最大供应量（公斤/周）
杏仁	30	50
碧根果	50	30
腰果	40	100
山核桃	60	80

如果统计表明每周所有坚果的销售总量大约维持在 200 公斤， 杏仁与腰果采购总量不少于 40 公斤，但也不超过 120 公斤，碧根果采购量不少于山核桃采购量的 60%，为了使得收益达到最大，请为他的供货量建立合适的数学模型，并判断该数学模型的类型。不需要求出具体数值结果。

12（12 分）用无量纲化思想化简下面的数学模型（假设所有的参数均为正常数），使得参数个数尽可能减少。

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x\left(c - \dfrac{ay}{b+x}\right) \\ \dfrac{dy}{dt} = y(d - ex) \end{cases}$$

13（12 分）

（1）求解 Logistic 模型 $x' = 0.01x(1 - x/10000), x(0) = 1000$。

（2）求该模型变化率最大时刻。

14.（16 分）变量 x 与 y 的一组观测数据如下：

x	3	4	5	6	7
y	0.23	0.42	0.57	0.68	0.78

（1）作半对数图，确定适合的拟合函数形式。

（2）用（1）里确定的函数形式对上述数据进行曲线拟合（保留到小数点后 1 位）。

15.（18 分）某种动物种群最大年龄为 15 岁，如果每 5 年为一个单位时段观测一次种群数量变化。各组在一个时间段内雌性后代的繁殖率分别为 0.1，0.9，1.5；前两个年龄组的死亡率分别为 0.9，0.2。

（1）试建立合适的数学模型描述该种群的发展；

（2）该种群会否绝灭？有没有稳定的年龄结构？为什么？

如果有稳定的年龄结构，试求稳定的年龄结构和该种群平均每个时段的增长率。

(3) 由于环境条件限制，需要通过处理每个第 2 年龄组的存活率，问如何处理时，才能种群总量保持不变。此时稳定情况下的年龄结构怎样？

2011-2012-3 东 南 大 学 考 试 卷
数学建模与数学实验（A卷答案）

一　　1 B　2 A　　3 A　　4 C　　5 A

三．　5.（×）　　7.（√）　　8.（×）　　9.（×）　　10.（×）

11. 解：设 $x_1 \sim x_4$ 分别为表示他每周四种坚果的供应量。f 为总利润，其数学模型为：

$$\max \ f = 30x_1 + 50x_2 + 40x_3 + 60x_4$$

$$\begin{aligned} s.t.\quad & 0 \le x_1 \le 50 \\ & 0 \le x_2 \le 30 \\ & 0 \le x_3 \le 100 \\ & 0 \le x_4 \le 80 \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \le 200 \\ & 40 \le x_1 + x_3 \le 120 \\ & x_2 - 0.6x_4 \ge 0 \end{aligned}$$

该模型为线性规划模型。

变量定义正确 2 分，目标函数 2 分，约束条件每个 6 分,每错（或少）一个扣 1 分。
模型类型判断正确 2 分。

12　解：可以利用对变量 x, y, t 施加变量代换的方法达到减少 3 个参数的作用，最终模型有且仅有 2 个参数，可以出现在一个或两个方程中。

以下答案只是其中一种形式。

引入无量纲量 $X = \frac{e}{d}x, Y = \frac{a}{bc}y, \tau = dt$，并引入两个新参数 $m = \frac{c}{d}, n = \frac{d}{be}$，

则化为

$$\begin{cases} \dfrac{dX}{ds} = mX\left(1 - \dfrac{Y}{1+nX}\right) \\ \dfrac{dY}{ds} = Y(1-X) \end{cases}$$

减少一个参数 2 分（共 6 分），方程组自变量统一 3 分，变量代换合理 3 分。

13. 解　（1）

$$\frac{1}{10000}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{10000-x}\right)dx = 0.01dt$$

$$\ln\left(\frac{x}{10000-x}\right) = 0.01t + c$$　　**3`+3`**

$$x(t) = \frac{10000}{1+9e^{-0.01t}}$$　　**2`**

（2）当 $x(t) = 5000$ 时，变化率最大。$t = 200\ln 3$。　　**4`**

14 解 $y=a\ln x+b$ 4`

根据化曲为直的思想，令 $z=\ln x,$

则变量 y 与 z 之间为线性关系 $y=az+b$。 2`

令 $c=(a,b)^T$

（2） $A=\begin{bmatrix}\ln 3 & 1\\ \ln 4 & 1\\ \ln 5 & 1\\ \ln 6 & 1\\ \ln 7 & 1\end{bmatrix}, Z=\ln x=\left[1.1,1.39,1.61,1.79,1.95\right]^T$， 4`+2`

正规方程为 $A^TAc=A^TY$，即 $\begin{bmatrix}12.74 & 7.84\\ 7.84 & 5\end{bmatrix}a=\begin{bmatrix}4.49\\ 2.68\end{bmatrix}$ 4`

解得：$a=[0.6488,-0.4813]^T$，所以，拟合曲线为：$y=0.6488\ln x-0.4813$

15（18 分） 解（1）$A=\begin{bmatrix}0.1 & 0.9 & 1.5\\ 0.9 & 0 & 0\\ 0 & 0.2 & 0\end{bmatrix}, \lambda_{\max}=1.0807$， 4+4 分

（2）稳定情况下，该种群平均每个时段增长 8.07%。 2 分

n=[1,0.833,0.154] 4 分

（3）$\beta_1=0.1, \beta_2=0.81, \beta_3=0.27k,$

令 $R=\beta_1+\beta_2+\beta_3=1$

得 $k=0.3333$

n =[1,0.9,0.06]. 4 分