

东南大学考试卷 (A 卷)

课程名称 算法分析与设计 考试学期 得分
适用专业 考试形式 闭卷 考试时间长度 120 分钟
()

- (10 分) 假设我们要比较同一台机器上两个排序算法的性能。对于规模为 n (n 为正整数) 的输入, 排序算法 A 要运行 $3n^2$ 步, 排序算法 B 要运行 $8n\log_2 n$ 步。
(1) 请分别写出算法 A 和算法 B 的时间复杂度渐进表达式 $O(\cdot)$ 。(5 分)
(2) 说明当 n 取怎样的值时, 算法 A 的性能要优于算法 B 的性能。(5 分)
- (10 分) 设 $T[1:n]$ 是一个含有 n 个元素的数组。当 $\{i | T[i]=x\} > n/2$ 时, 称元素 x 是数组 T 的主元素。那么针对 $T[7]=\{3,2,3,2,3,3,5\}$, 请写出判断其是否有主元素的蒙特卡罗算法 MC(T), 并分析该算法的正确率 (即运行 k 次后的正确率)。
- (20 分) 比特币是当今虚拟货币股票市场的宠儿。假设比特币在过去 n 天中的股票价格记录在数组 $a[1..n]$ 中。为分析比特币股票市场的走势, 证券公司希望从中找出两天的价格, 其价格的增幅最大。也就是说, 希望找到 $a[i]$ 和 $a[j]$, $i < j$ 使得 $M=a[j]-a[i]$ 的值最大, 即 $M=\text{Max}\{a[j]-a[i] | 1 \leq i < j \leq n\}$ (注意, M 有可能为负数)。
(1) 请试设计一个分治算法求解该问题, 并写出伪代码。(8 分);
(2) 请给出所设计算法的递推方程, 并分析其时间复杂度。(12 分)。
- (20 分) 如下图所示, 顺序放好的 n 根钢管的重量各为 $w[i], 1 \leq i \leq n$ 。



将他们按顺序焊成一根钢管, 每次可任意选两根相邻的钢管来焊接。每次焊接的代价为被焊两段钢管中较重的一根的重量。例如, 假设 $w[1]=5, w[2]=1, w[3]=2$, 如果先把 $w[1]$ 和 $w[2]$ 焊好, 代价为 5, 再把 $w[3]$ 焊上, 又要代价 6, 总代价是 $5+6=11$ 。但如果先焊 $w[2]$ 和 $w[3]$, 再焊 $w[1]$, 则总代价为 $2+5=7$ 。

(1) 请设计一个动态规划算法计算出最优的焊接顺序使总代价最小, 并给出归纳公式 (10 分);

(2) 请应用所设计的算法, 求出以下 5 根钢管的最优焊接顺序和总代价: $w[1]=6, w[2]=2, w[3]=7, w[4]=5, w[5]=8$, 并写出具体的求解过程 (10 分)。

- (20 分) 一架飞机需要从城市 C_1 出发, 并把乘客送到 C_2, C_3, C_4 三个城市, 任意两个城市间的飞行时间如表 1 所示, 城市 C_i 和 C_j 之间所需的飞行时间记为 $t[i][j]$ 。请为飞机安排一条飞行时间最短的线路, 使飞机从 C_1 出发并回到 C_1 , 且每个城市只在线路中出现 1 次。

(1) 画出该问题的分支限界法求解的解空间树, 并说明如何设计界限函数。

(2) 写出优先级队列式分支限界法求解该问题的过程, 画出被剪掉的分支, 说明被剪枝的原因。

$t[i][j]$	1	2	3	4
1	0	30	8	7
2	30	0	4	5
3	8	4	0	10
4	7	5	10	0

- (20 分) 设某一机器由 3 个部件 x_1, x_2, x_3 组成, 每一个部件都可以从 3 个不同的供应商处购得。设 w_{ij} 是从供应商 j 处购得的部件 x_i 的重量, c_{ij} 是相应的价格。机器部件重量 w_{ij} 和价格 c_{ij} 分别如下表所示, 求总价格不超过 15 的最小重量机器设计。

(1) 阐述回溯法和分支限界法的区别。(6 分)

(2) 令解向量为 $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle$, 以回溯法求解该问题, 写出最优解与其对应的总价格和重量; 写出可行性约束函数和界限函数, 并画出剪枝后的解空间树。(7 分)

(3) 令解向量为 $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle$, 以基于优先级队列的分支限界法求解该问题, 写出优先级函数, 画出剪枝后的解空间树, 并注明分支限界法生成树结点的先后顺序。(7 分)

w_{ij}	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=1$	4	2	8
$i=2$	5	2	1
$i=3$	2	2	3

c_{ij}	$j=1$	$j=2$	$j=3$
$i=1$	10	6	12
$i=2$	8	9	5
$i=3$	2	5	4