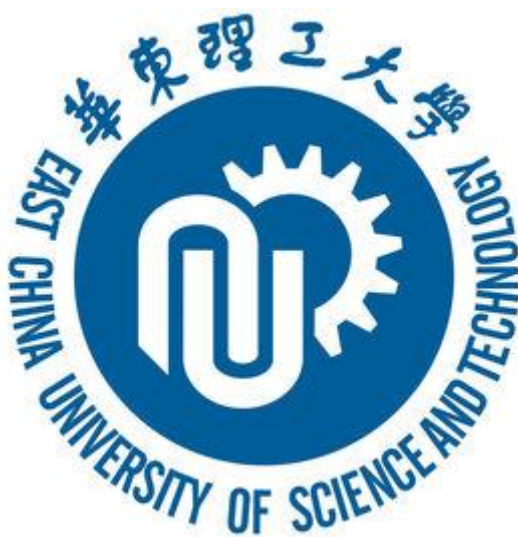




“美登杯”上海市高校大学生程序设计邀请赛  
(华东理工大学)  
试题册



2019 年 5 月 18 日

比赛时间: 12:00-17:00

## Problem A、小花梨的字符串

时间限制：1000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨有一个长度为 $n$ 且只包含小写字母的字符串。现在对其进行 $q$ 次询问。  
每次询问字符串的一段区间 $[l, r]$ ，从 $[l, r]$ 区间内的所有子串中最多可以选出多少个字符串，使得选出来的这些字符串存在一种排列方式满足相邻的两个字符串 $a, b$ 的最长公共后缀长度大于等于 $\min(\text{strlen}(a), \text{strlen}(b)) - 1$ 。

### Input

第一行输入两个正整数 $n$ 和 $q$ ，分别表示字符串长度和询问次数。  
第二行为长度为 $n$ 的字符串。接下来 $q$ 行，每行两个正整数 $l, r$ 表示询问的区间。  
( $1 \leq n \leq 10000, 1 \leq q \leq 10000, 1 \leq l \leq r \leq n$ )

### Output

输出 $q$ 行，第 $i$ 行输出第 $i$ 次询问的答案

### Example

Sample Input	Sample Output
3 3	1
abc	3
1 1	6
1 2	
1 3	

### Note

[1,1]内有1个子串： $a$ ，存在排列 $a$ 满足要求，长度为1  
[1,2]内有3个子串： $a, b, ab$ ，存在排列 $a, ab, b$ 满足要求，长度为3  
[1,3]内有6个子串： $a, b, c, ab, bc, abc$ ，存在排列 $ab, b, c, bc, abc, a$ 满足要求，长度为6

## Problem B、小花梨的三角形

时间限制：1000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨现在有一个 $n$ 层三角形图(参考下图)，第 $i$ 层有 $2i - 1$ 个边长为1的等边三角形。  
每个交点处存在一个字符，总共有 $n + 1$ 层字符，第 $i$ 层有 $i$ 个字符。  
小花梨用等边三角形三个顶点上的字符来表示这个三角形，两个等边三角形如果它们的三个顶点字符相同(不区分顺序)则视为同一类等边三角形。小花梨想知道总共存在多少种不同类别的等边三角形。

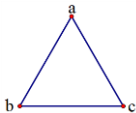
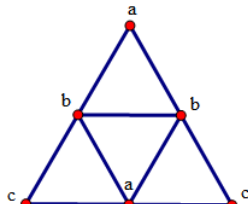
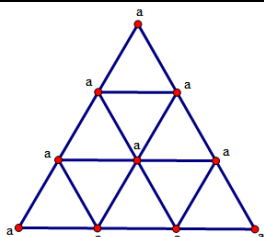
### Input

第一行为正整数 $n$ ，表示三角形层数( $1 \leq n \leq 100$ )。  
接下来 $n + 1$ 行，第 $i$ 行输入 $i$ 个字符，表示第 $i$ 层的字符。(字符只包含小写字母" $a - z$ ")

### Output

输出一个整数表示存在多少种不同类别的三角形

### Example

Sample Input	Sample Output
1 a bc 	1
2 a bb cac 	3
3 a aa aaa aaaa 	1

### Note

样例一：只存在顶点为 $(a, b, c)$ 的三角形  
样例二：存在顶点为 $(a, b, b)$ 、 $(a, c, c)$ 、 $(a, b, c)$ 的3类不同的三角形  
样例三：只存在顶点为 $(a, a, a)$ 的三角形

## Problem C、小花梨判连通

时间限制：2000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨给出 $n$ 个点，让 $k$ 位同学对这 $n$ 个点任意添加无向边，构成 $k$ 张图。小花梨想知道对于每个点 $i$ ，存在多少个点 $j$ （包括 $i$ 本身），使得 $i$ 和 $j$ 在这 $k$ 张图中都是连通的。

### Input

第一行输入两个正整数 $n$ 和 $k$ ，分别表示点的个数和同学数。

接下来分成 $k$ 部分进行输入，每部分输入格式相同。

每部分第一行输入一个整数 $a_i$ ，表示第 $i$ 位同学连边的数目。

接下来 $a_i$ 行，每行两个正整数 $u, v$ ，表示第 $i$ 位同学将点 $u$ 和点 $v$ 之间进行连接。

可能会存在重边或者自环。

$(1 \leq n \leq 100000, 1 \leq k \leq 10, 1 \leq u, v \leq n, 0 \leq a_i \leq 200000)$

### Output

输出 $n$ 行，第 $i$ 行输出在 $k$ 张图中都和编号为 $i$ 的点连通的点的数目（包括 $i$ 本身）

### Example

Sample Input	Sample Output
4 2	2
3	2
1 2	1
1 3	1
2 3	
2	
1 2	
3 4	

## Problem D、小花梨的取石子游戏

时间限制：1000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨有 $n$ 堆石子，第 $i$ 堆石子数量为 $a_i$ ， $n$ 堆石子顺时针编号为 $1 \sim n$ （如图）。

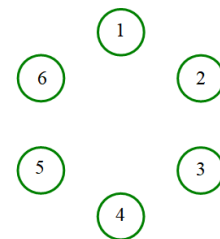
游戏将进行 $n$ 轮，每轮游戏单独进行，互不干扰，每轮初始时第 $i$ 堆石子数目为 $a_i$ 。

第 $i$ 轮从编号为 $i$ 的那堆石子为起点，顺时针来取石子。两人轮流取石子，不可不取，最少取一个石子，最多把当前这一堆取完，只有取完一堆后才走到下一堆石子。走完一圈后石子都被取完，不能取石子的人就失败。假设两人以最优策略进行取石子操作，请分别输出 $n$ 轮游戏是先手胜还是后手胜。

### Input

第一行为正整数 $n$ ，表示石子的堆数 ( $1 \leq n \leq 100000$ )

第二行输入 $n$ 个正整数表示每一堆的石子数目 $a_i$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ )



### Output

输出 $n$ 行，第 $i$ 行表示第 $i$ 轮游戏的结果。如果先手胜则输出"*First*"，后手胜输出"*Second*"。

### Example

Sample Input	Sample Output
3 2 1 3	First Second First
2 2 2	First First

### Note

样例1:

游戏进行3轮

第1轮游戏石子堆下标的顺序为1 2 3，此时石子数目按顺序为2 1 3，先手胜

第2轮游戏石子堆下标的顺序为2 3 1，此时石子数目按顺序为1 3 2，后手胜

第3轮游戏石子堆下标的顺序为3 1 2，此时石子数目按顺序为3 2 1，先手胜

## Problem E、小花梨的数组

时间限制：1000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨得到了一个长度为 $n$ 的数组 $a$ ，现在要对它进行三种操作：

- $1\ l\ r$  对所有的 $i \in [l, r], a[i] = a[i] * \text{minprime}(a[i])$
- $2\ l\ r$  对所有的 $i \in [l, r], a[i] = a[i] / \text{minprime}(a[i])$
- $3\ x$  求 $a[x]$ 的值

$$\text{minprime}(x) = \begin{cases} 1 & (x = 1) \\ x \text{ 的最小素因子} & (x \geq 2) \end{cases}$$

现在给出初始数组 $a$ ，对其进行 $m$ 次操作，对于第三种操作输出结果。

### Input

第一行输入两个正整数 $n, m$ ，表示数组的长度以及操作次数( $1 \leq n, m \leq 100000$ )

第二行输入 $n$ 个正整数表示数组 $a$ ( $1 \leq a_i \leq 1000000$ )

接下来 $m$ 行表示 $m$ 次操作，每行输入格式为" $1\ l\ r$ "或者" $2\ l\ r$ "，或者" $3\ x$ "，对应上述三种操作。

$1 \leq l, r, x \leq n, l \leq r$

### Output

对于第三种操作输出答案即可，答案对 $10^9 + 7$ 进行取模。

### Example

Sample Input	Sample Output
5 8	4
1 2 3 4 5	9
1 2 4	2
3 2	1
3 3	1
2 2 5	
3 2	
3 5	
1 5 5	
3 5	

## Problem F、小花梨的无向图

时间限制：2000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨得到一张 $n$ 个点 $m$ 条边的无向图。集合 $S$ 为边的集合，初始为空。  
按顺序给出 $m$ 条边，依次加入到 $S$ 中，每当集合 $S$ 中 $s \rightarrow t$ 的最短路长度小于等于 $k$ 时，将清空集合 $S$ 。在添加 $m$ 条边的过程中，集合将会清空多少次。（注意：最终的集合 $S$ 可以不为空集，只要满足不存在 $s \rightarrow t$ 的路径或者 $s \rightarrow t$ 的最短路长度超过 $k$ 即可）

### Input

第一行输入三个正整数 $n, m, k$ ，分别表示点数，边数以及限制的长度。  
第二行输入两个正整数 $s, t$ ，表示起点和终点  
接下来 $m$ 行，每行三个正整数 $u, v, w$ ，表示存在无向边 $(u, v)$ ，长度为 $w$   
( $1 \leq u, v, s, t \leq n, 2 \leq n \leq 100000, 1 \leq m \leq 300000, 1 \leq w, k \leq 10^9, s \neq t$ )

### Output

输出第一行先输出一个整数 $ans$ ，表示 $S$ 清空的次数  
接下来 $ans$ 行，每行两个整数 $l, r$ ，表示每次清空的边集的编号是哪一段

### Example

Sample Input	Sample Output
4 4 5 1 4 1 2 3 2 3 3 3 4 3 2 4 2	1 1 4
4 4 10 1 4 1 2 3 2 3 3 3 4 3 1 4 1	2 1 3 4 4
2 1 5 1 2 1 2 6	0

## Problem G、小花梨的函数

时间限制：1000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨得到一个复杂的函数：

$$g(x) = \begin{cases} C_{\frac{x}{2}}^1 + C_{\frac{x}{2}+1}^3 + C_{\frac{x}{2}+2}^5 + \cdots + C_{x-1}^{x-1} & x \text{ 为偶数} \\ C_{\frac{x-1}{2}}^0 + C_{\frac{x-1}{2}+1}^2 + C_{\frac{x-1}{2}+2}^4 + \cdots + C_{x-1}^{x-1} & x \text{ 为奇数} \end{cases}$$

特别地： $g(0) = 0$

其中：

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

求：

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \gcd(g(a^i - 1), g(a^j - 1)) \bmod p$$

### Input

输入只有一行，包含四个正整数  $n, m, a, p$  ( $1 \leq n, m \leq 50000, 1 \leq a \leq 10^9, 2 \leq p \leq 10^7$ )  
 $p$  为质数

### Output

输出一行包含一个整数表示答案

### Example

Sample Input	Sample Output
2 3 4 7	4
2 2 2 2	1



## Problem H、小花梨的矩阵

时间限制：2000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨有一个  $n * m$  的矩阵  $a$ 。可以任意选择一个位置进入，初始分数  $f = 1$ ，接下来每次移动只能往右走或者往下走，并且要求下一个数字不小于当前数字，每走一步分数加1。你有  $T$  次瞬移的机会，可以在任意时刻瞬移到不小于当前数字的任意位置（包括当前位置），每瞬移一次分数加1。小花梨想知道可以得到的最大分数是多少。

### Input

第一行输入三个正整数  $n, m$  和  $T$ ，分别表示矩阵  $a$  的行数，列数和瞬移次数。

接下来  $n$  行，每行  $m$  个数字表示矩阵  $a$

$(1 \leq n, m \leq 100, 0 \leq T \leq 10^9, 1 \leq a_{ij} \leq 10^9)$

### Output

输出一行包含一个整数表示答案

### Example

Sample Input	Sample Output
2 2 0 1 2 3 4	3
2 2 1 1 2 3 4	4
2 2 1 1 2 2 2	5

### Note

样例1：路径上的数字为：1 - 2 - 4 或者 1 - 3 - 4，分数为3

样例2：路径上的数字为：1 - 2 - 4 - (瞬移) - 4 或者 1 - (瞬移) - 1 - 2 - 4 等等，分数为4

样例3：路径上的数字为：1 - 2 - 2 - (瞬移) - 2 - 2，分数为5

## Problem I、小花梨点外卖

时间限制：1000ms 空间限制：512MB

### Description

小花梨点外卖，点了 $n$ 件商品，第 $i$ 件商品价值 $vi$ 元。现在有两种满减优惠方案：

第一种：总价值大于等于 $a$ 元则优惠 $b$ 元

第二种：总价值大于等于 $c$ 元则优惠 $d$ 元

最多选择一种满减优惠，小花梨想知道最少需要花多少钱

### Input

第一行输入五个正整数 $n, a, b, c, d$ ，含义如上

第二行输入 $n$ 个正整数表示 $vi$

$(1 \leq n, a, b, c, d, vi \leq 100, a \geq b, c \geq d)$

### Output

输出一行包含一个整数表示答案

### Example

Sample Input	Sample Output
5 10 5 15 10 1 2 3 4 5	5
5 20 20 30 30 1 2 3 4 5	15
5 5 5 10 5 1 2 3 4 5	10