Javier Rivilla Arredondo
DNI: 53247378D
E-mail: jra48@alu.ua.es

Práctica 4

Ejercicio 4.1: En cierta fabricación mecánica el 85% de las piezas resultan con longitudes admisibles (dentro de tolerancias), un 9% son piezas defectuosas cortas y un 6% son defectuosas largas. Calcula las siguientes probabilidades.

<u>En un lote de 500 piezas sean defectuosas al menos 80.</u>

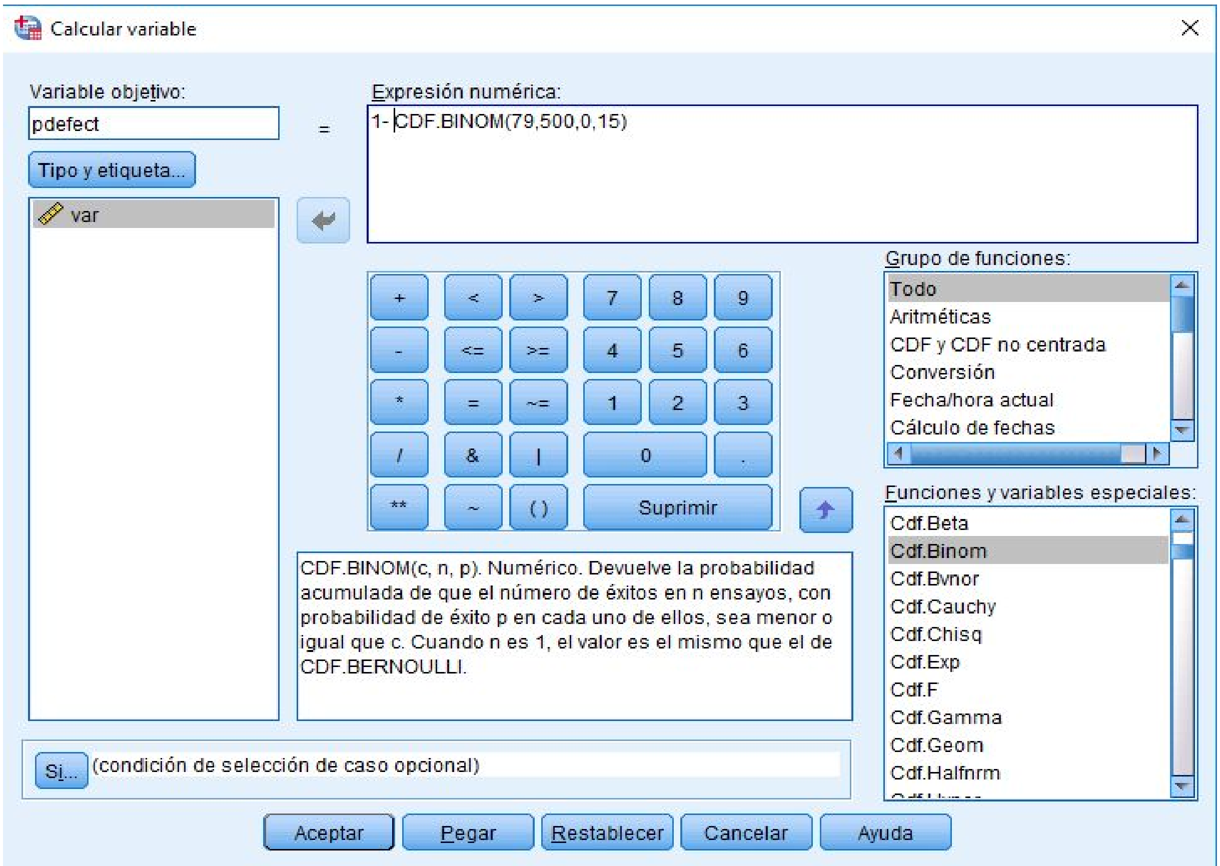
Solución: Como nos piden las piezas que sean defectuosas calculamos la probabilidad de que las cortas y las largas para ello obtenemos un 15%.

X → Piezas que son defectuosas

Nuestro valor de la variable binomial → X ~ B(500, 0'15)

Como nos dicen "al menos" significa que mínimo cuántas son por ello:

P(X>=80) = 1 - P(X<80) = 1 - P(X<=79) = 1 - CDF.BINOM(79,500,0,15) = **0,2832**



	var	pdefect
1	1,00	,2832
2		
3		

P(X<=79) = **0,2832**

<u>En un lote de 600 sean defectuosas cortas menos de 50.</u>

X = Piezas defectuosas cortas

Valor de variable binomial → X ~ B(600, 0’09)

Como nos dicen menos de 50:

P(X<50) = P(X<=49) = CDF.BINOM(49,600,0.09) = **0,2642**

	var	pdefect	pdefcortas
1	1,00	,2832	,2642
2			

P(X<50) = **0,2642**

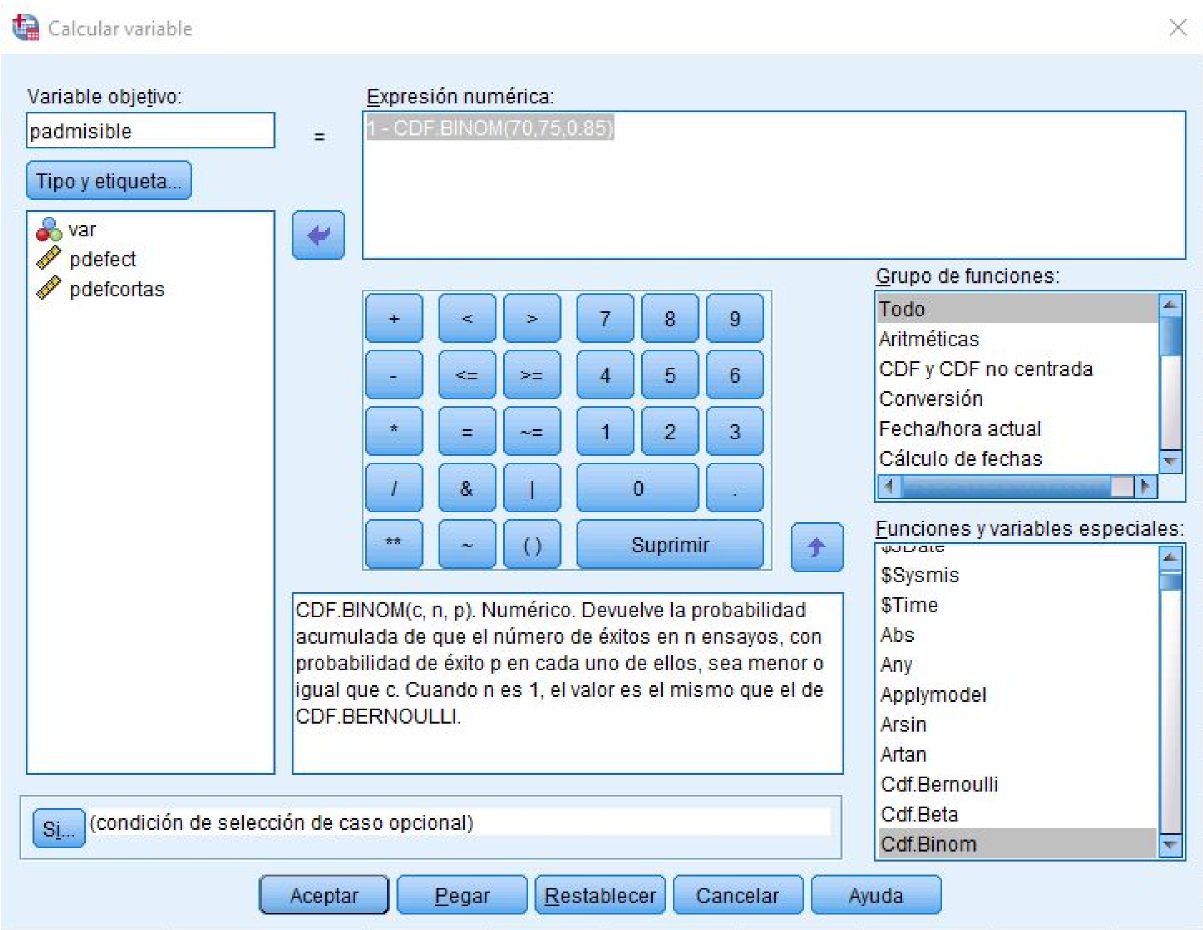
<u>En un lote de 75 haya más de 70 admisibles.</u>

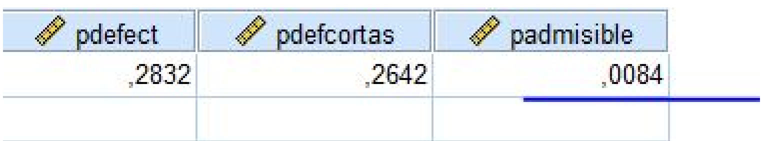
X = Piezas admisibles
Valor de binomial → X ~ B(75, 0'85)

P(X>70) = 1 - P(X<=70)

Como nos dicen que a partir de 70 , le quitamos a 1 la parte contraria que sería menos o igual al mismo:

P(X>70) = 1 - P(X<=70) = 1 - CDF.BINOM(70,75,0.85) = **0,0084.**





pdefect	pdefcortas	padmisible
,2832	,2642	,0084

<u>Además contesta a las siguientes cuestiones: Número medio de piezas admisibles en un lote de 850 y número medio de piezas defectuosas en un lote de 850. Explica por qué.</u>

X = número de piezas admisibles
Y = número de piezas defectuosas

X ~ B(850, 0’85)
Y ~ B(850, 0’15)

E(X) = N * p = 0,85 * 850 = **722,5**
E(Y) = N * p = 0,15 * 850 = **127,5**

De un lote de 850 piezas tendremos 722,5 admisibles y 127,5 defectuosas, esto quiere decir que el 85% de las piezas son aptas y buenas, y el sobrante 15% son defectuosas.

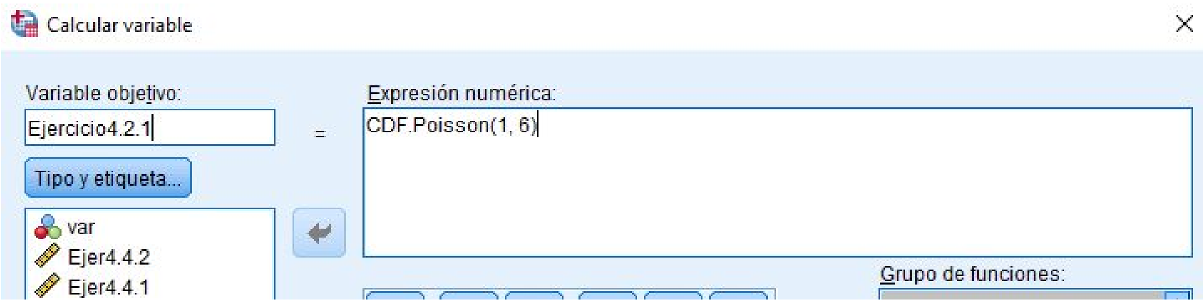
<u>**Ejercicio 4.2**: Si los mensajes que llegan a una computadora utilizada como servidor lo hacen de acuerdo con una distribución Poisson con una tasa promedio de 0.1 mensajes por minuto, calcula de forma razonada la probabilidad de que lleguen</u>

<u>Menos de 2 mensajes en 1 hora</u>.

X ~ Mensajes por hora → X ~ P(6)
Y ~ Mensajes por minuto → Y ~ P(0.1)
Z ~ Mensajes media hora → Z ~ P(3)

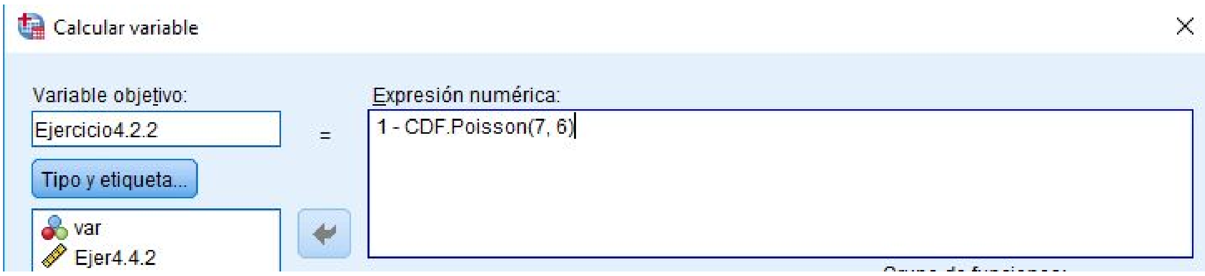
Por minuto obtenemos que llegan 0.1 mensajes, en una hora son 0,1 * 60 = 6 mensajes por hora.

P(X < 2) = P(X <= 1) = CDF.Poisson(1, 6) = **0,0127**



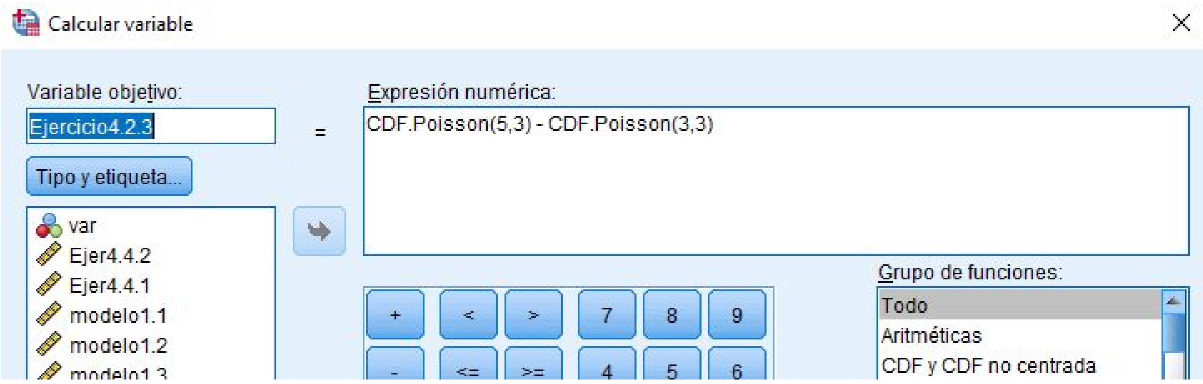
<u>Más de 7 mensajes en 1 hora.</u>

P(X > 7) = 1 - P(X <= 7) = 1 - CDF.Poisson(7, 6) = **0.2560**



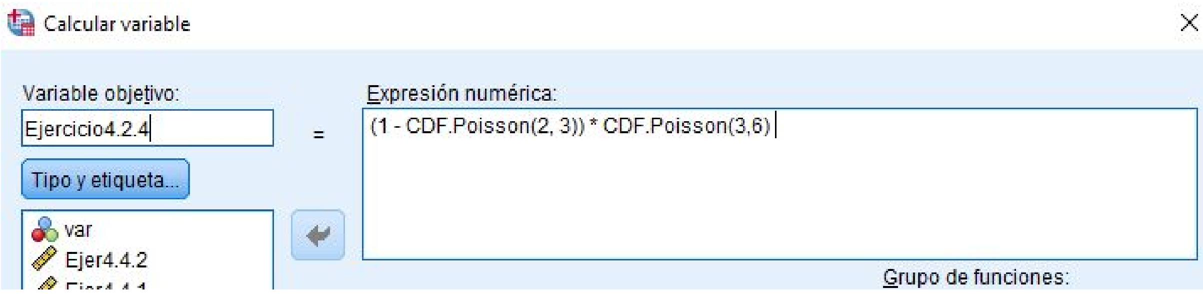
Entre 3 y 5 mensajes en media hora.

P(3 <= Z <= 5) = P(Z <= 5) - P(Z <= 3) = CDF.Poisson(5,3) - CDF.Poisson(3,3) = **0.2689**



Más de 2 mensajes en media hora y menos de 4 en la media hora siguiente.

P(Z > 2 && X < 4) = (1 - P(Z <= 2)) * P(Z<=3) = (1 - CDF.Poisson(2, 3)) * CDF.Poisson(3,6) = **0.0872**



Resultados obtenidos:

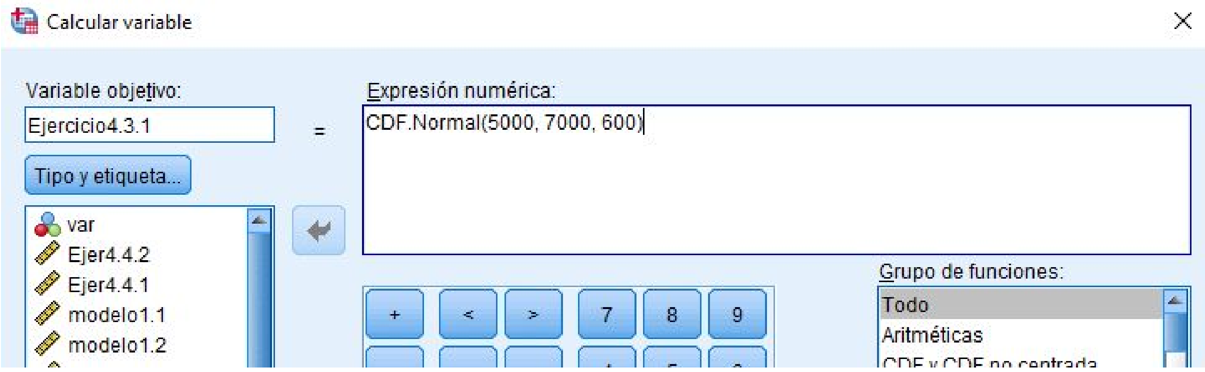
Ejercicio4.2.1	Ejercicio4.2.2	Ejercicio4.2.3	Ejercicio4.2.4
,0174	,2560	,2689	,0872

Ejercicio 4.3: La duración de un láser semiconductor a potencia constante tiene una distribución normal con media de 7000 horas y desviación típica de 600 horas

Calcula la a probabilidad de que el láser falle antes de 5000 horas. Explica los pasos seguidos

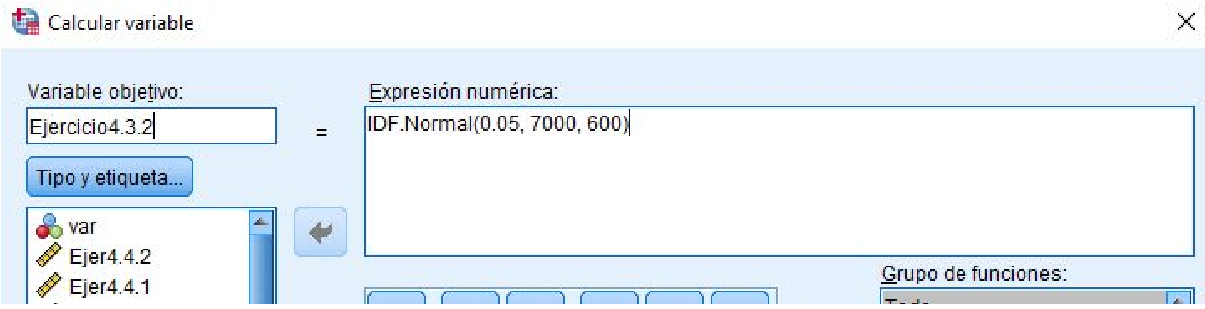
X = La duración de un láser semiconductor
X ~ N(7000, 600)

P(X < 5000) = CDF.Normal(5000, 7000, 600) = **0,004**



<u>Calcula la duración en horas excedida por el 95% de los láseres. Explica los pasos seguidos</u>

Y = La duración que se excede
Y ~ N(7000, 600)
Y0,95 = IDF.Normal(0.05, 7000, 600) = **6013,09**



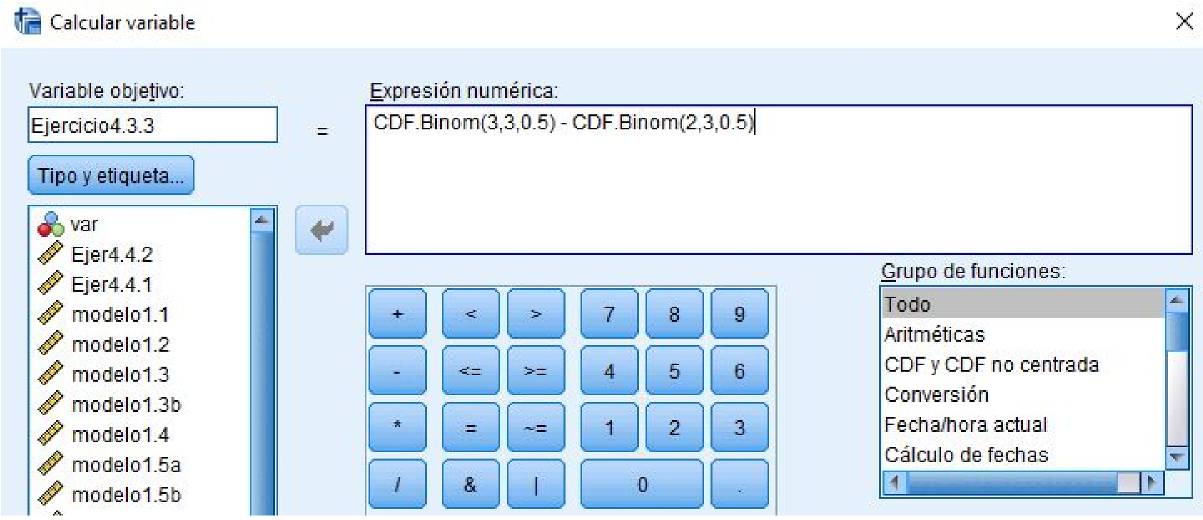
<u>Si se hace uso de tres láseres en un producto y se supone que fallan de manera independiente, Calcula la probabilidad de que los tres sigan funcionando después de 7000 horas</u>

Z = Funciona un láser

P(Z > 7000) = 1 - P(Z <= 7000) = 1 - CDF.Normal(7000, 7000, 600) = 1 **- 0,5** = **0,5 es la probabilidad de que funcione un láser después de 7000 horas**

Para sacar los 3 sabiendo que es independiente cada láser se tiene que cumplir: X1, X2, X3 → Z ~ B(3, 0.5)

P(Z = 3) = P(Z <= 3) - P(Z <= 2) = CDF.Binom(3,3,0.5) - CDF.Binom(2,3,0.5) = **0.1250**



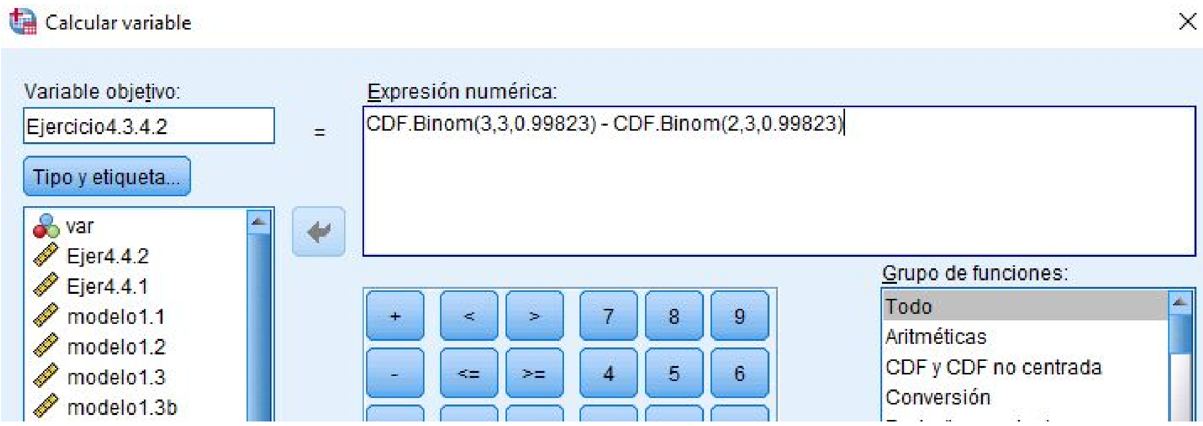
La compañía predice que dentro de cinco años el promedio de duración de estos láseres se elevará un 25 por ciento sin modificar la desviación típica. Explica, haciendo los cálculos oportunos, en qué cambiaría estos hechos la respuesta al apartado anterior

Sacamos una nueva distribución normal donde en este caso la media será 7000 * 0.25 + 7000 y la desviación es la misma: X ~ N(8750, 600) donde X es la duración de un láser

Calculamos lo mismo que el apartado anterior utilizando en este caso los nuevos valores de la normal:

P(X > 7000) =1 - CDF.Normal(7000, 8750, 600) = 1 - 0,00177 = **0,99823 la probabilidad de que funcione un láser**

Para los tres → X ~ B(3, 0.99823) → P(X = 3) = P(X <= 3) - P(X <= 2) = CDF.Binom(3,3,0.99823) - CDF.Binom(2,3,0.99823) = **0,9947**



Resultados obtenidos:

Ejercicio4.3.1	Ejercicio4.3.2	Ejercicio4.3.3	Ejercicio4.3.4.1	Ejercicio4.3.4.2
,0004	6013,0878	,1250	,9982	,9947

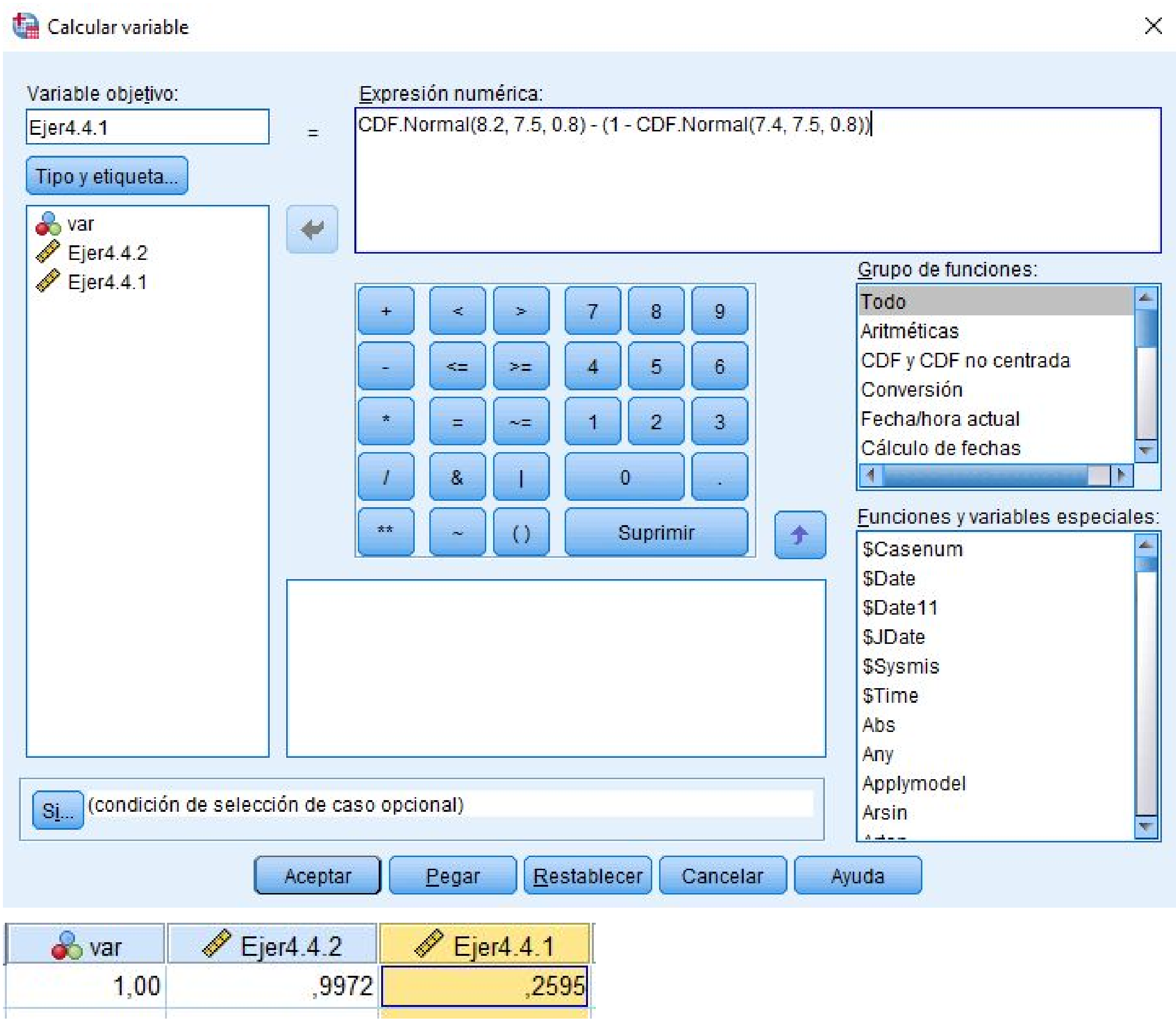
<u>**Ejercicio 4.4**: En un concurso de desarrollo de juegos para iPhone que participan candidatos de todo el mundo la valoración de las obras se distribuyó normalmente con media 7.5 puntos y desviación típica 0.8.</u>

<u>¿Cuál es la probabilidad de que un candidato elegido al azar obtenga entre 7.4 y 8.2 puntos?</u>

X = Candidato elegido al azar

X ~ N(7.5, 0.8)

P(7.4 <= X <= 8.2) = P(X <= 8.2) - (1 - P(X <= 7.4)) = CDF.Normal(8.2, 7.5, 0.8) - (1 - CDF.Normal(7.4, 7.5, 0.8)) = **0,2595**



<u>¿Cuál es la probabilidad de que una muestra de 10 candidatos obtenga al menos 68 puntos entre todos?</u>

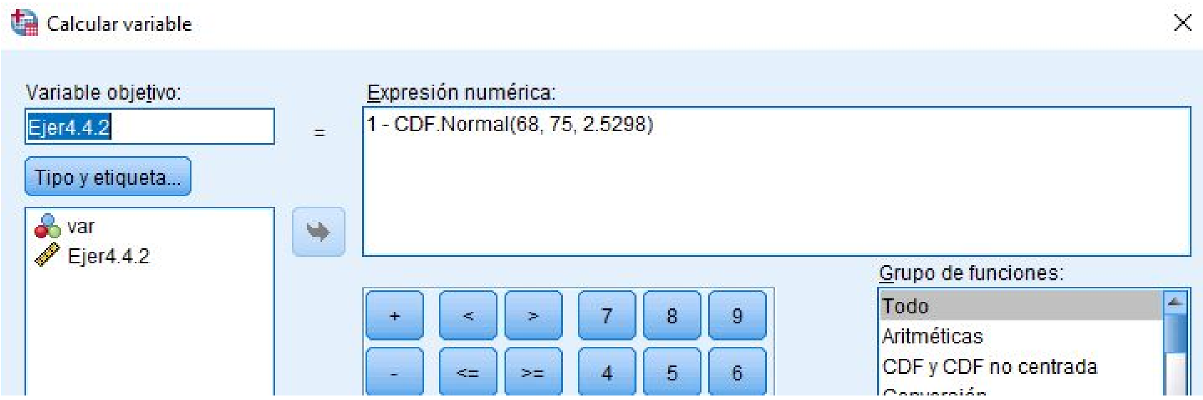
Para 10 candidatos:

- Media de 7.5 * 10 = **75**
- Desviación típica = Raíz cuadrada ((0.8 ^ 2) * 10) = **2,5298**

La nueva distribución para 10 candidatos será: **Z ~ N(75, 2.5298)**

Z = Puntos obtenidos por 10 candidatos

P(Z >= 68) = 1 - P(Z < 68) = 1 - CDF.Normal(68, 75, 2.5298) = **0.9972**



Ejer4.4.2
,9972

<u>**Ejercicio 4.5**: Calcula, razonadamente, las siguientes probabilidades (con cuatro decimales) con la ayuda del SPSS</u>

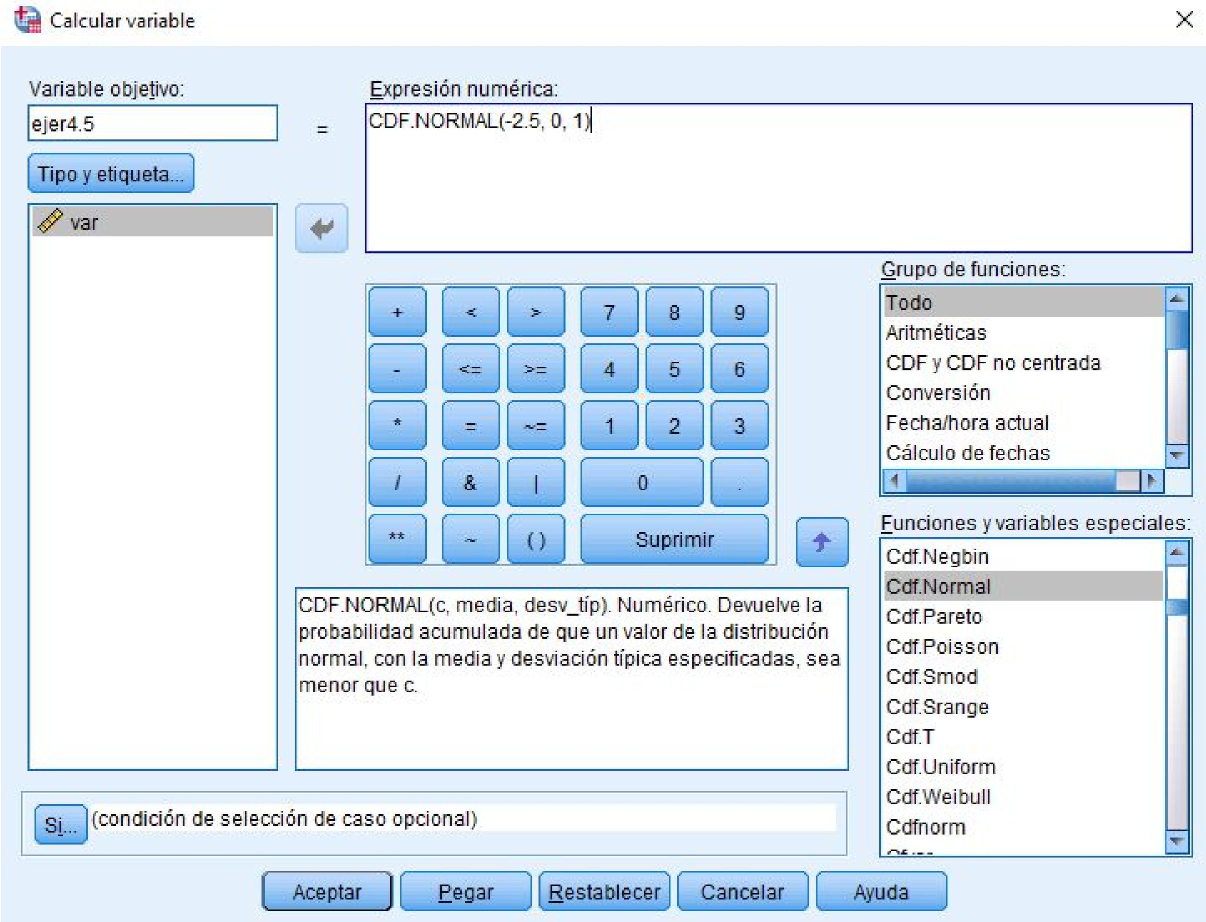
Si X=N(0,1),

P(X <= -2.5) = **0,0062**, P(X ≤ 1.5) = **0,9331** y P(|X| >= 2.5) = **0,01241**

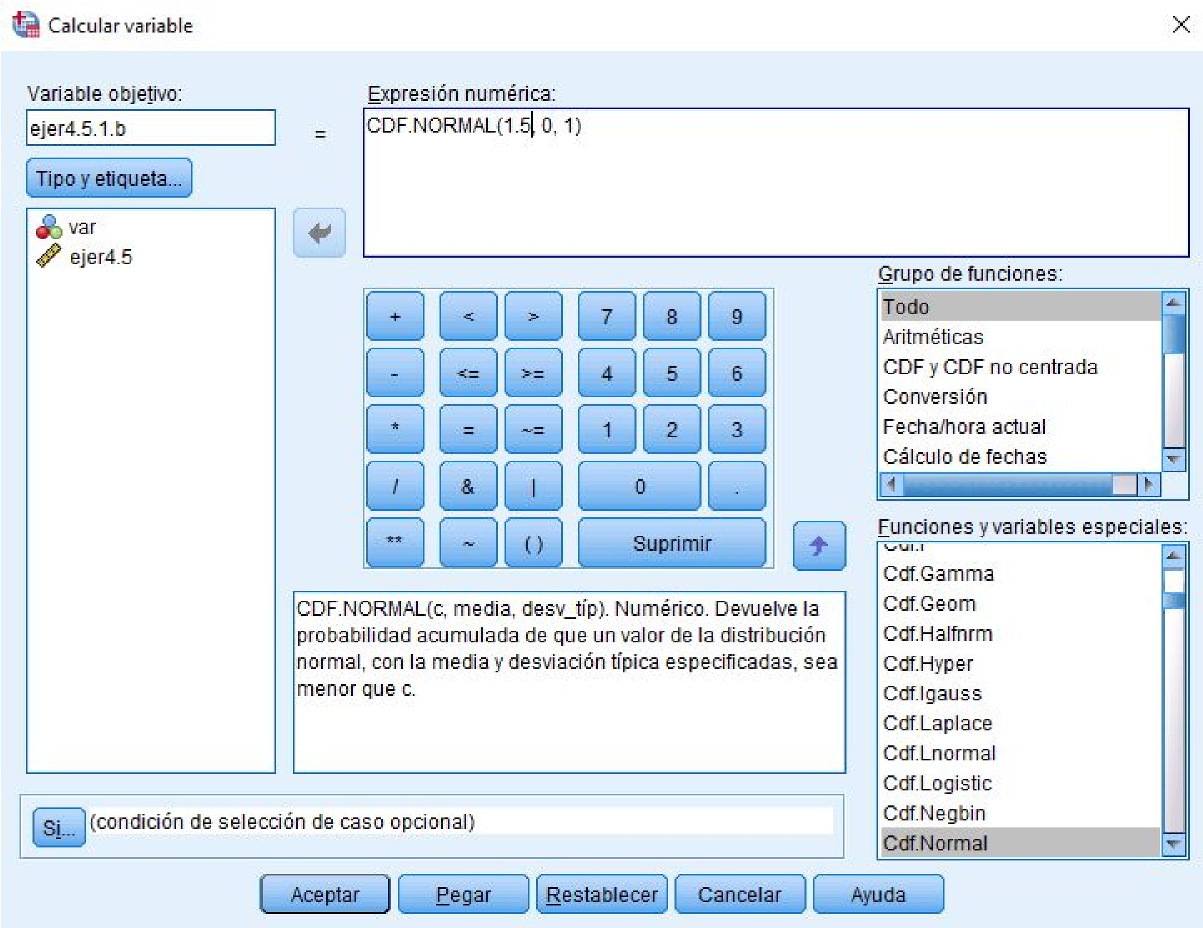
ejer4.5	ejer4.5.1.b	ejer4.5.1.c
,0062	,9332	,0124

Resolver:

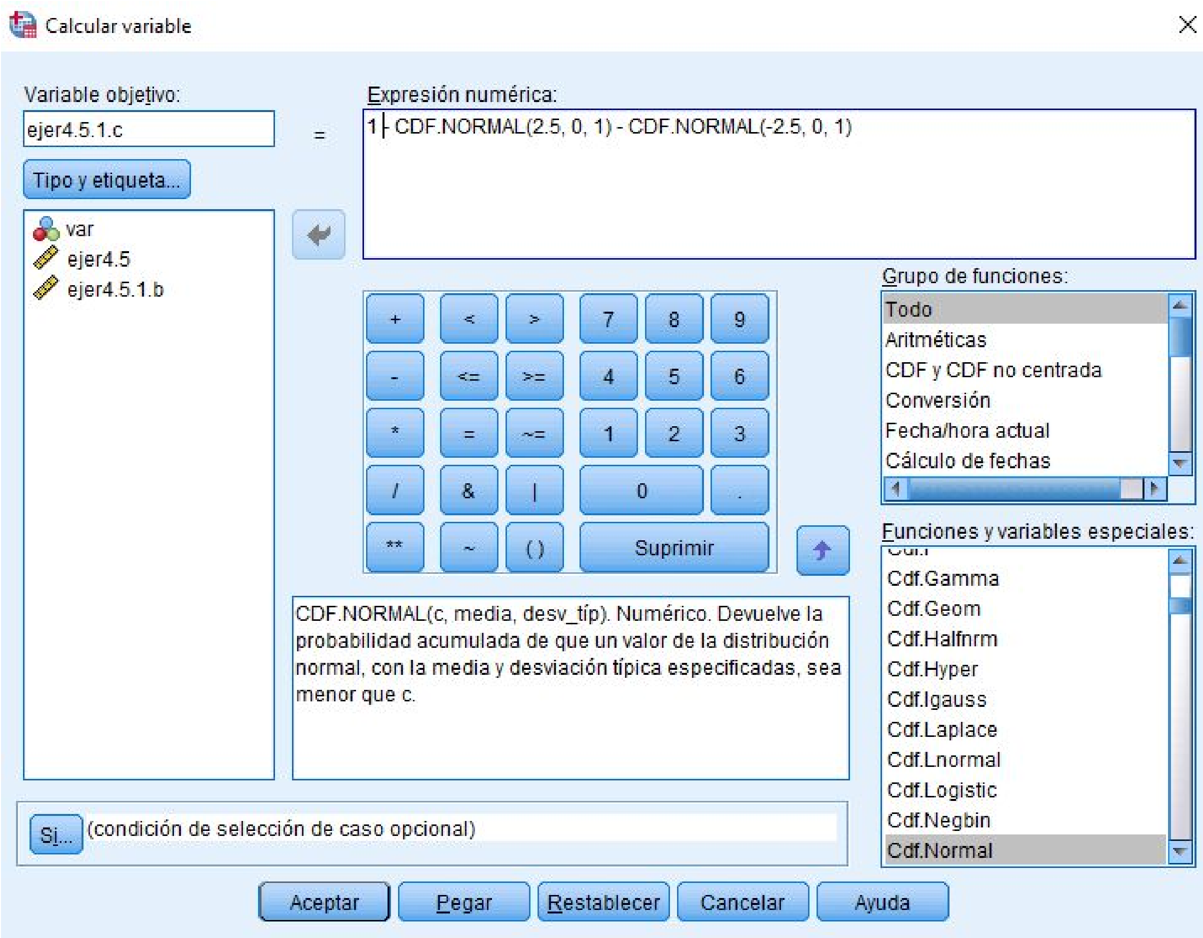
- P(X <= -2.5) = CDF.NORMAL(-2.5, 0, 1) = **0,0062**



- $P(X \leq 1.5)$ = CDF.NORMAL(1.5, 0, 1) = **0,9331**



P(|X| >= 2.5) = 1- P(|X| <= 2.5)= 1 - P(-2.5 < |X| < 2.5) = 1 - P(X <= 2.5) - P(X <= -2.5) =
1 - (CDF.NORMAL(2.5, 0, 1) - CDF.NORMAL(-2.5, 0, 1)) = **0,01241**



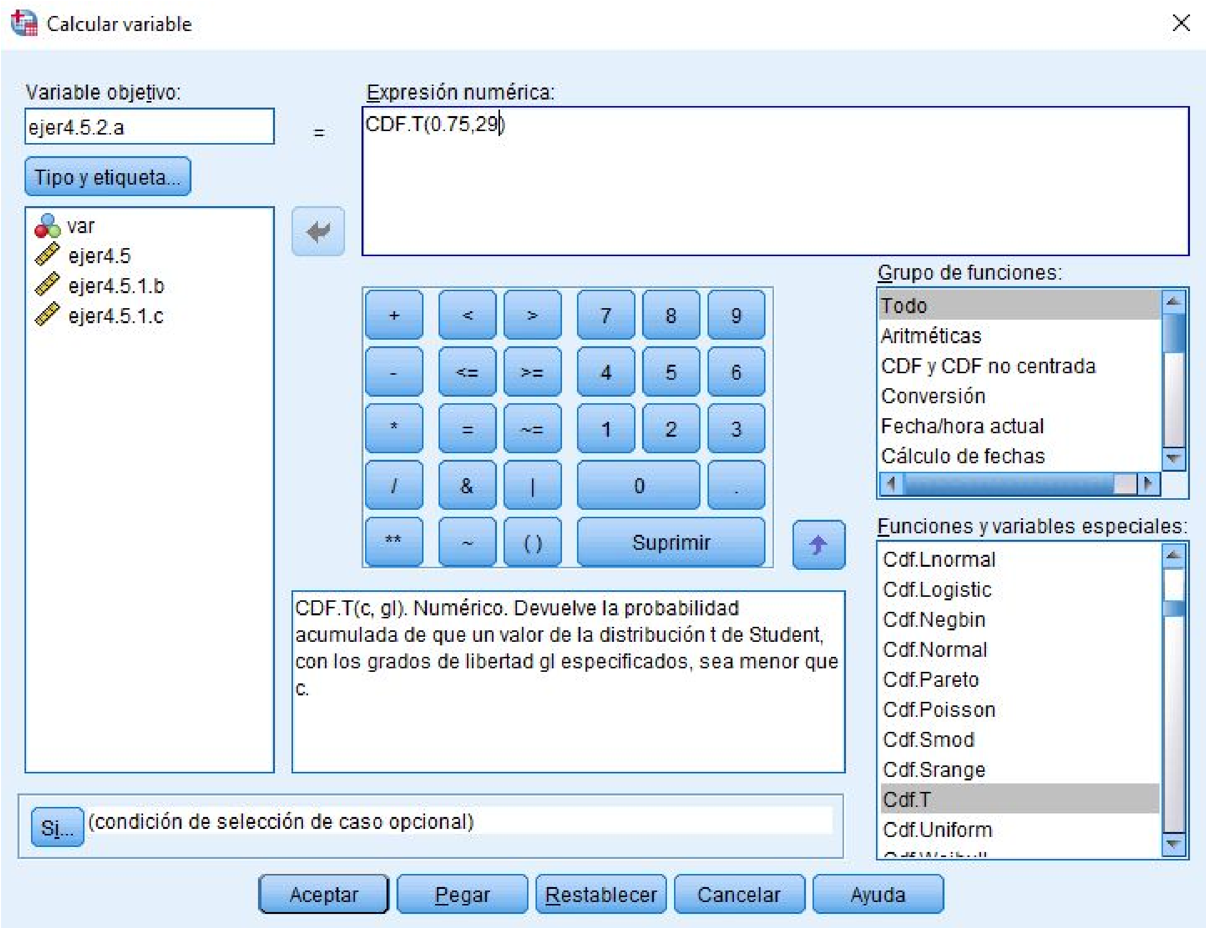
Si X= t29,

P(X <= 0.75) = **0,7703**, P(X >= 0.97) = **0,1700** y P(|X| ≤ 0.88) =- **0,6139**.

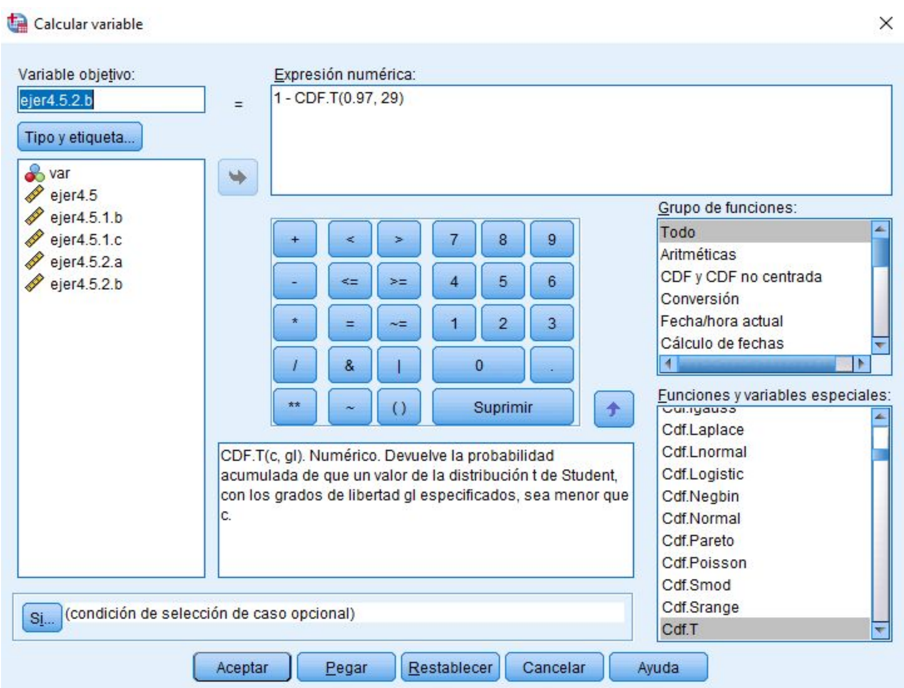
ejer4.5.2.a	ejer4.5.2.b	ejer4.5.2.c
,7704	,1700	,6139

Resolver:

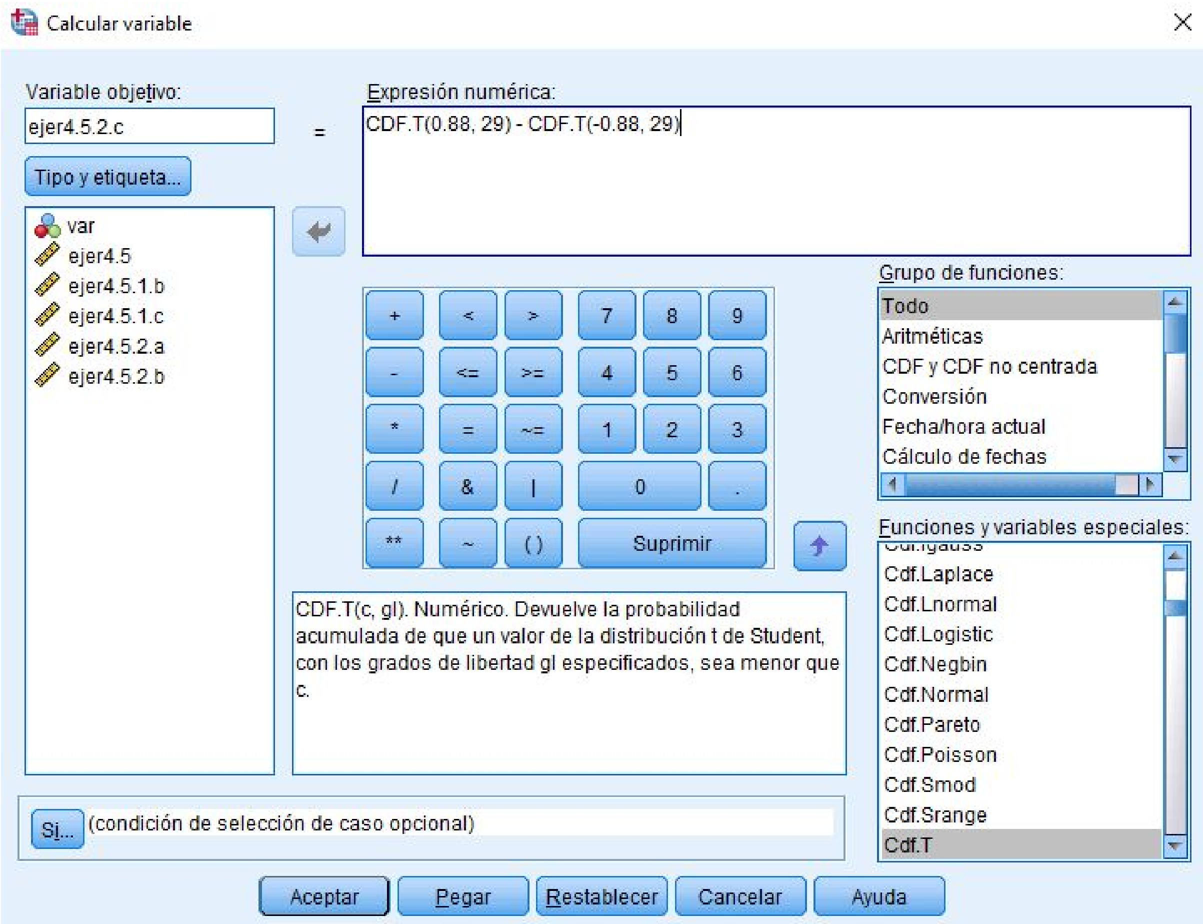
P(X <= 0.75) = CDF.T (0.75, 29) = **0,7703**



P(X >= 0.97) = 1 - P(X <= 0.97) = 1 - CDF.T(0.97, 29) = **0,1700**



P(|X| ≤ 0.88) = P(-0.88 < X < 0.88) = P(X <= 0.88) - P(X <= -0.88) = CDF.T(0.88, 29) - CDF.T(-0.88, 29) = **0,6139**

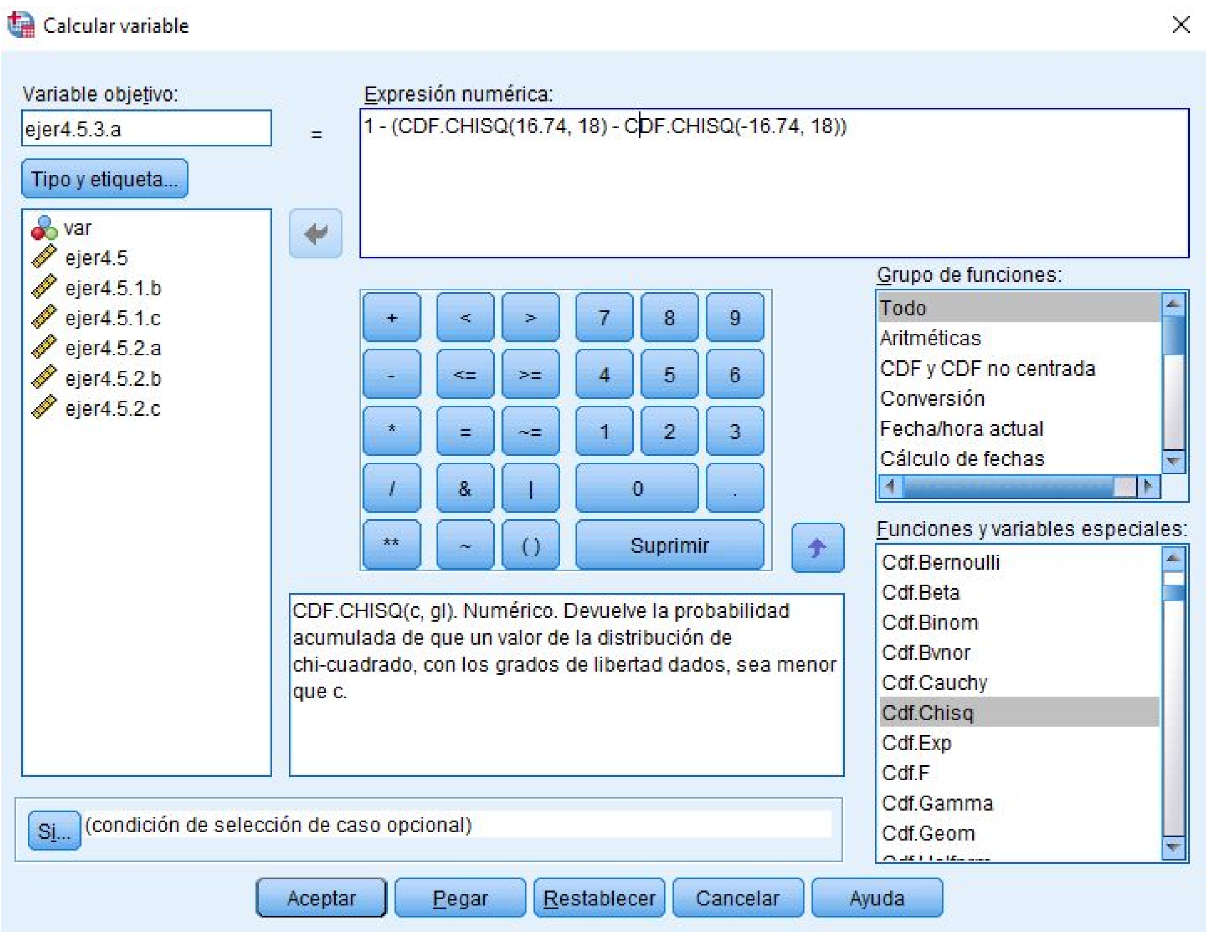


Si X=²18,

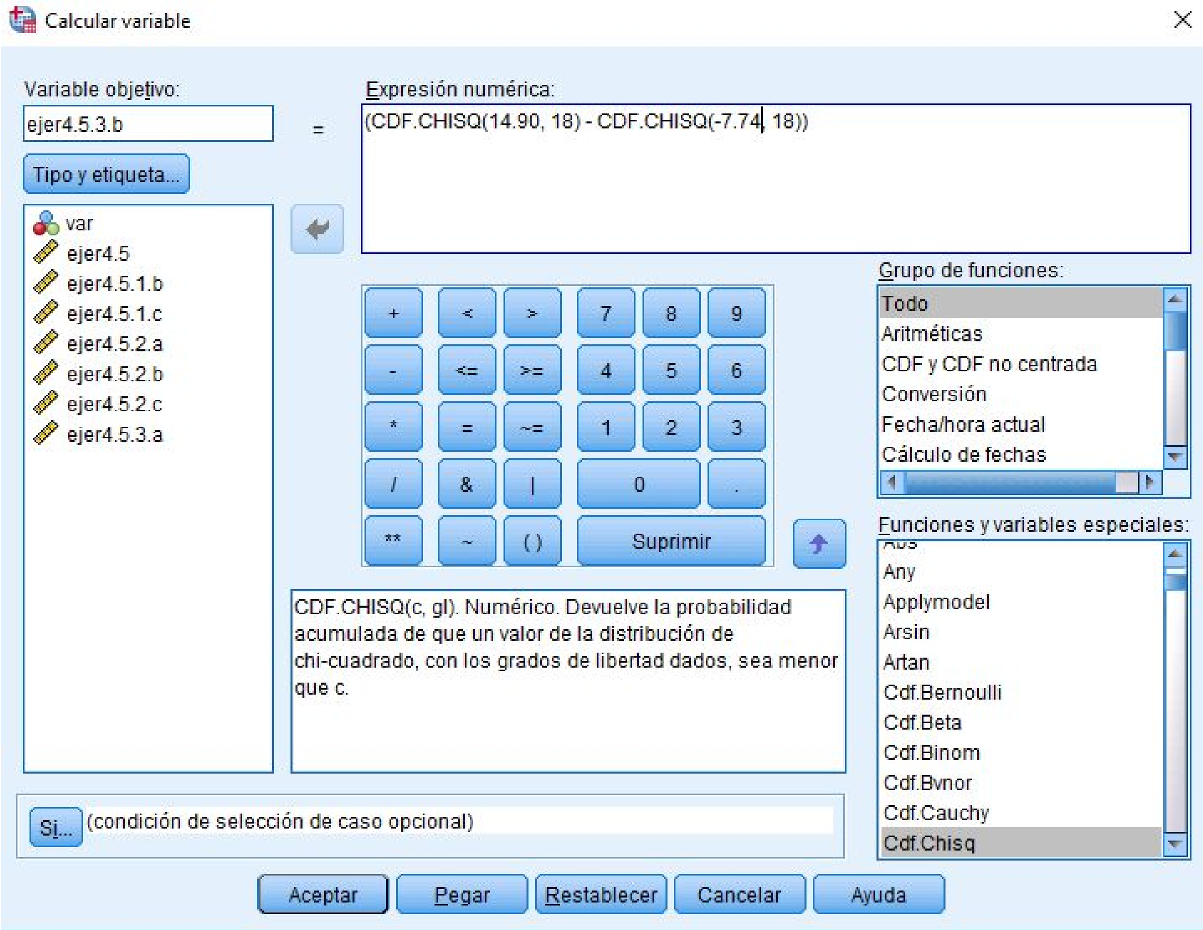
P(|X| => 16.74) = **0,5410** y P(-7.24<= X <= 14.90) = **0,3311**

ejer4.5.3.a	ejer4.5.3.b
,5410	,3312

P(|X| => 16.74) = 1 - P(|X| <= 16.74) = 1 - (P (X <= 16.74) - P(X<= -16.74)) = 1 - (CDF.CHISQ(16.74, 18) - CDF.CHISQ(-16.74, 18)) = **0,5410**



P(-7.24<= X <= 14.90) = P (X <= 14.90) - P(X<= -7.74) = (CDF.CHISQ(14.90, 18) - CDF.CHISQ(-7.74, 18)) = **0,3311**



<u>Ejercicio 4.6</u><u>: Obtén los siguientes valores críticos (con cuatro decimales) con ayuda del SPSS</u>.

Z0.94 = IDF.NORMAL(0.06, 0, 1) = **-1,5548**
Z0.53 = IDF.NORMAL(0.47, 0, 1) = **-0,0753**
Z0.35 = IDF.NORMAL(0.65, 0, 1) = **0,3853**

ejer4.6.1.a	ejer4.6.1.b	ejer4.6.1.c
-1,5548	-,0753	,3853

$X^2$0.65, 25 = IDF.CHISQ(0.35, 25) = **21,7524**
$X^2$0.5, 63 = IDF.CHISQ(0.5, 63) = **62,3346**
$X^2$0.23, 85 = IDF.CHISQ(0.77, 85) = **94,2906**

ejer4.6.2.a	ejer4.6.2.b	ejer4.6.2.c
21,7524	62,3346	94,2906

t0.67, 35= IDF.T(0.33, 35) = **-0,4437**
t0.79, 65= IDF.T(0.21, 65) = **-0,8116**
t0.25, 28= IDF.T(0.75, 28) = **0,6834**

ejer4.6.3.a	ejer4.6.3.b	ejer4.6.3.c
-,4437	-,8116	,6834

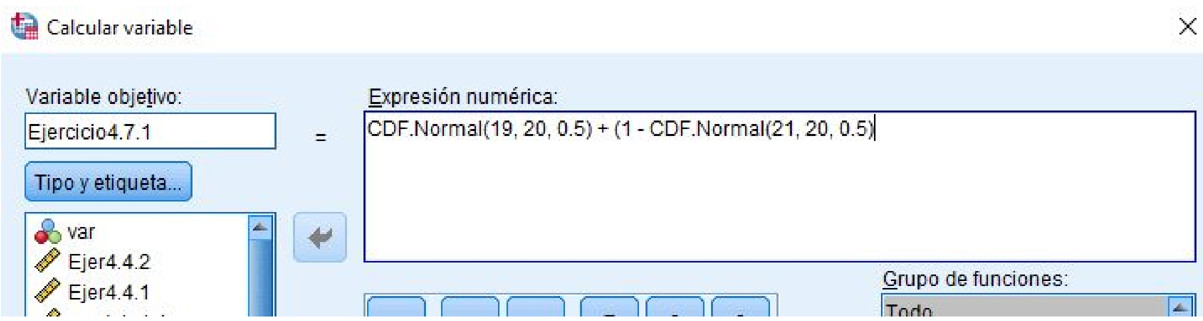
<u>**Ejercicio 4.7**: Una máquina fabrica tornillos cuyas longitudes se distribuyen normalmente con media 20 mm y varianza 0.25 mm. Un tornillo se considera defectuoso si su longitud difiere de la media más de 1mm. Los tornillos se fabrican de forma independiente.</u>

<u>Calcula de forma razonada la probabilidad de fabricar un tornillo defectuoso.</u>
X = Longitud de un tornillo en mm
Y = Cantidad de tornillos defectuosos

Varianza = 0.25 = Raíz cuadrada(0.25) = **0.5**
La distribución de las longitudes de los tornillos es la siguiente: **X ~ N(20, 0.5)**
- Mas de 1 mm de más → 20mm + 1mm = 21mm
- Más de 1 mm de menos → 20mm - 1mm = 19mm

Nos dicen difieren, es decir, diferentes estos son tanto los que superen la media más 1 y los que estén por debajo de la media.

P(Y = 1) = P(X < 19) + P(X > 21) = P(X < 19) + (1 - P(X <= 21)) = CDF.Normal(19, 20, 0.5) + (1 - CDF.Normal(21, 20, 0.5) = **0,0455**



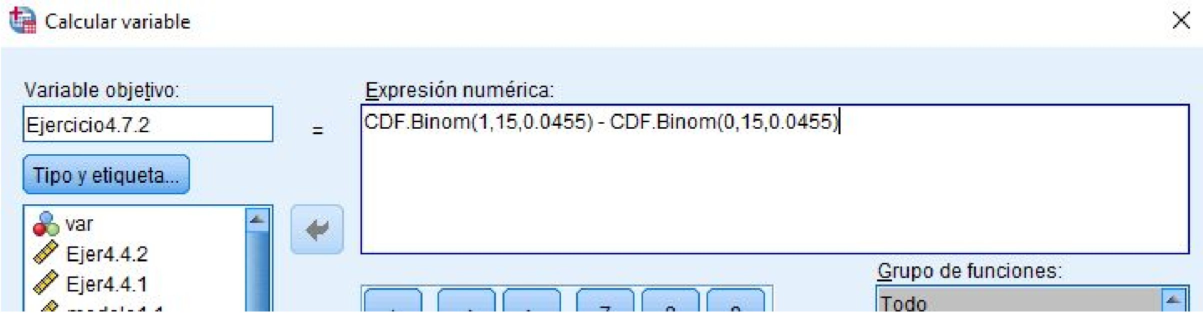
<u>Si dichos tornillos se comercializan en envases que contienen 15 tornillos, calcula la probabilidad de que un envase tenga como máximo 1 tornillo defectuoso.</u>

Como tenemos ya la probabilidad de que un tornillo sea defectuoso, ahora tenemos que comprobar cuál es la probabilidad de encontrar en una muestra de 15 tornillos uno defectuoso para ellos haremos una binomial donde n = 15, y p = la probabilidad de 1 tornillo:

X = Número de tornillos defectuosos en un lote de 15 tornillos.

X ~ B(15, **0.0455**) donde n = 15 y p la probabilidad de un tornillo defectuoso.

P(X = 1) = P(X <= 1) - P(X = 0) = CDF.Binom(1,15,**0.0455**) - CDF.Binom(0,15,**0.0455**) = **0.3556**



Soluciones:

Ejercicio4.7.1	Ejercicio4.7.2
,0455	,3556

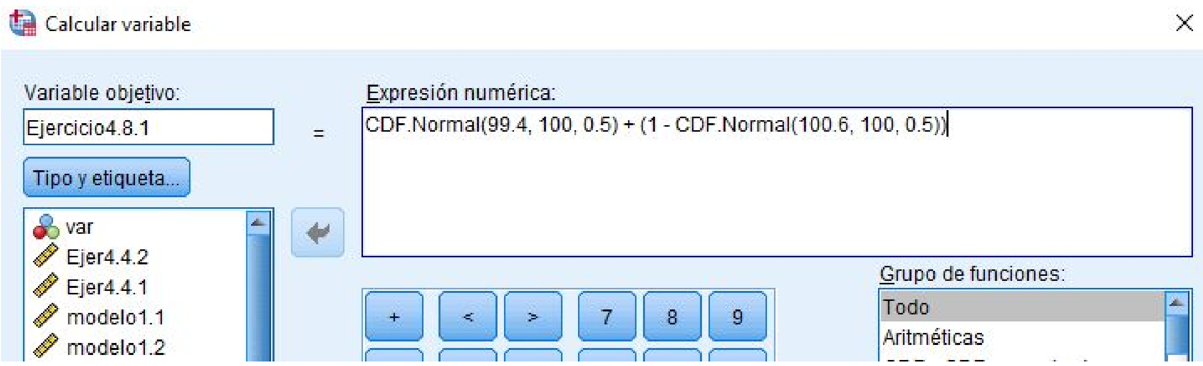
<u>**Ejercicio 4.8**: Una máquina fabrica discos ópticos cuya longitud de diámetro se distribuye normalmente con media 10 cm y desviación típica 0.5 mm. Un disco se considera defectuoso si la longitud de su diámetro difiere de la media más de 0.6 mm. Los discos se fabrican de forma independiente.</u>

<u>Calcula de forma razonada la probabilidad de fabricar un disco óptico defectuoso.</u>
X = Longitud de diámetro de los discos ópticos fabricados en mm
Y = Cantidad de discos defectuosos

Distribución normal → X ~ N(100, 0.5)

Un disco es defectuoso si la longitud es menor de 100 - 0.6 y mayor que 100 + 0.6 por lo que:

P(Y = 1) = P(X < 99.4) + P(X > 100.6) = CDF.Normal(99.4, 100, 0.5) + (1 - CDF.Normal(100.6, 100, 0.5)) = **0.2301**

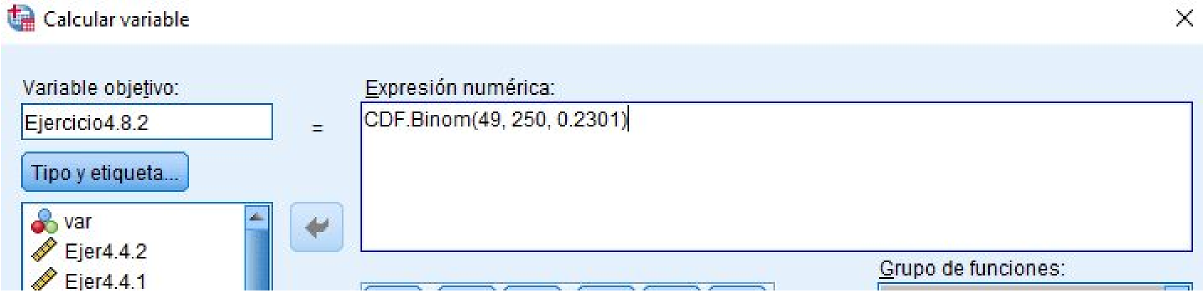


<u>Si dichos discos se empaquetan en envases que contienen 250 discos, calcula la probabilidad de que un envase tenga menos de 50 discos defectuosos.</u>

De una muestra de 250 discos, es decir, n = 250 discos y la probabilidad de que cada disco sea defectuoso sea de 0.2301 porque lo hemos calculado antes:

X = número de discos defectuosos en un envase de cantidad n

X ~ B(250, 0.2301)
P(X < 50) = P(X <= 49) = CDF.Binom(49, 250, 0.2301) = **0.1126**



Resultados:

Ejercicio4.8.1	Ejercicio4.8.2
,2301	,1126

<u>**Ejercicio 4.9**: Resolver con el SPSS todos los ejercicios de las hojas Modelos 1 y Modelos 2 hechos en clase de teoría</u>.

Modelos 1

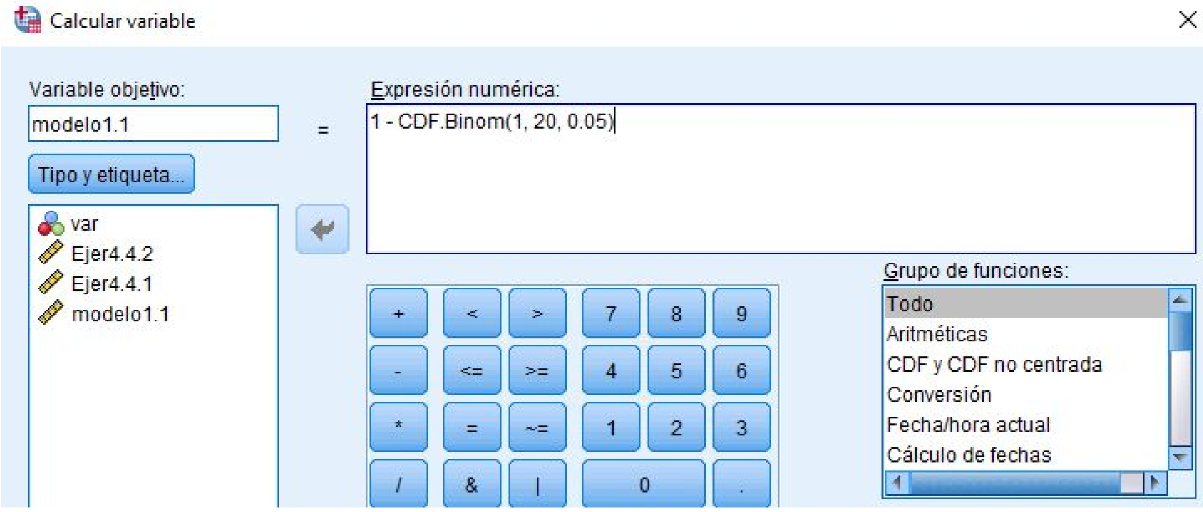
Problema 1.

n = 20 componentes
p = 0.05

X = Falla algún componente en el sistema electrónico

X ~ B(20, 0.05)

P(X > 1) = 1 - P(X <= 1) = 1 - CDF.Binom(1, 20, 0.05) = **0.2642**

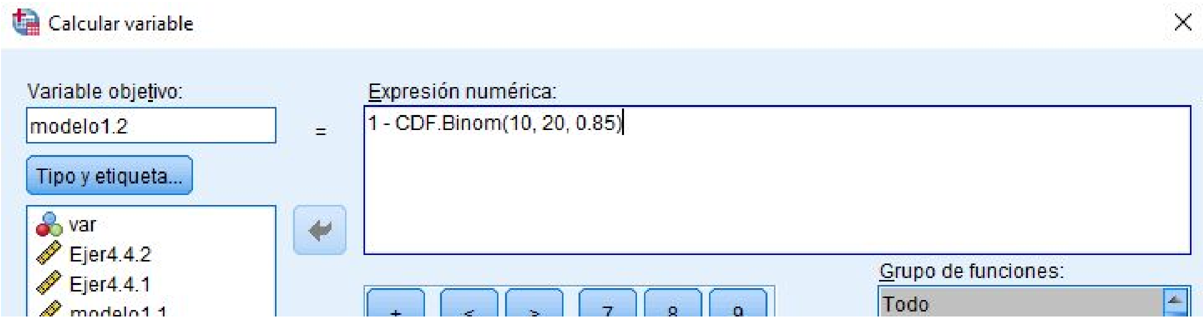


Problema 2

n = 20 personas enfermas
p = 0,85

X = número de personas que sanan
X ~ B(20, 0.85)

P(X > 10) = 1 - P(X <= 10) = 1 - CDF.Binom(10, 20, 0.85) = **0.9998**



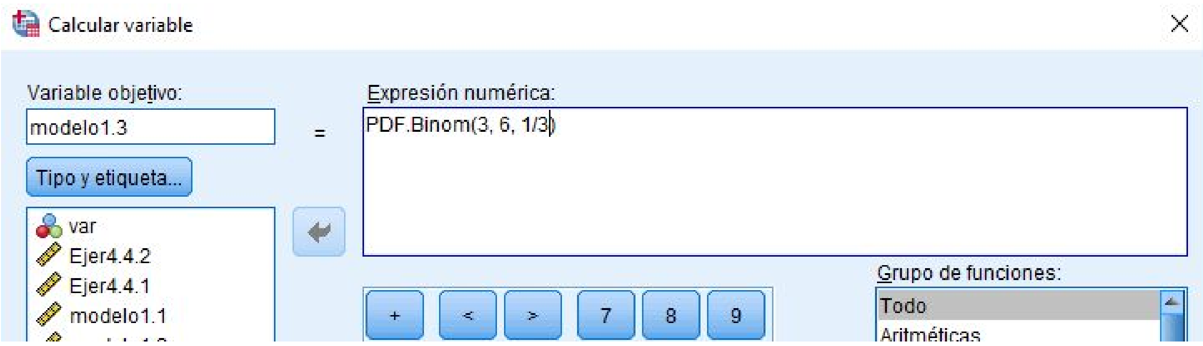
Problema 3

X = Obtener éxito al lanzar 6 dados normales.

Como es éxito o no éxito utilizamos una binomial:
X ~ B(6, 2/6)
Y = número de éxitos

(a) 3 éxitos

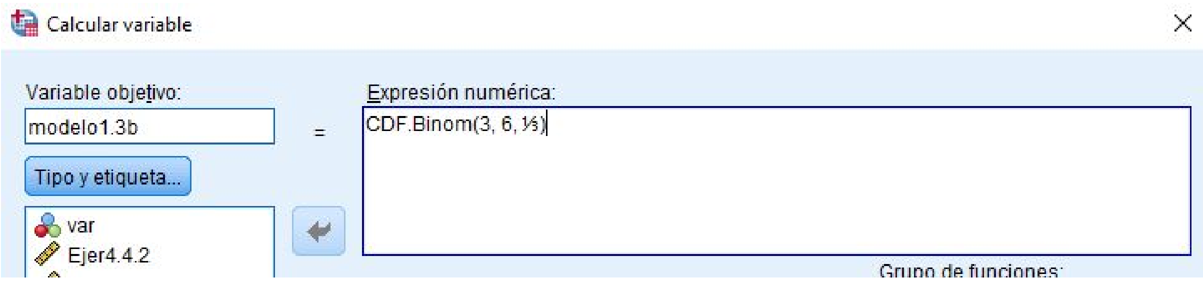
P(Y = 3) = PDF.Binom(3,6,1/3) = **0.2195**



modelo1.3
,2195

(b) Como máximo 3 éxitos

P(Y <= 3) = CDF.Binom(3, 6, ⅓) = **0,8999**



modelo1.3	modelo1.3b
,2195	,8999

Problema 4

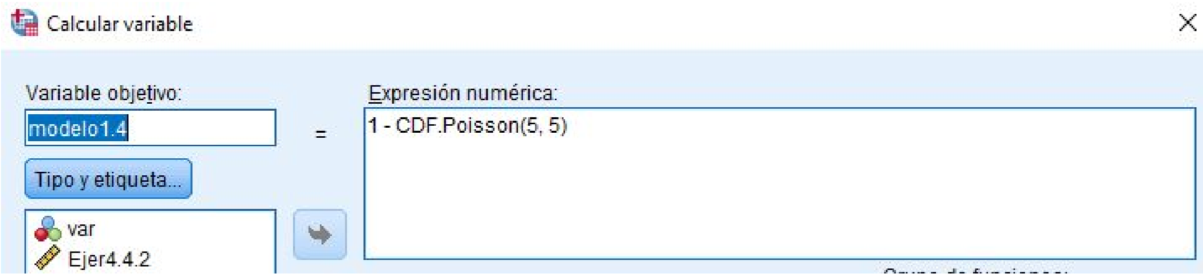
Sigue una distribución de poisson de P(0.5)

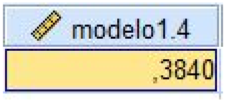
X = número de defectos de una pieza manufacturada

X ~ P(0.5)

Y = número de defectos de 10 piezas
Y ~ P(5) → 0.5 * 10 = 5

P(Y > 5) = 1 - P(X <= 5) = 1 - CDF.Poisson(5, 5) = **0.3840**





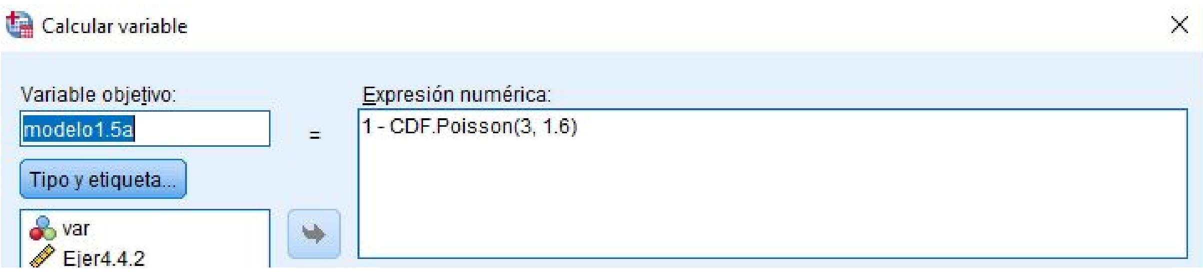
Problema 5.

Distribución de poisson de 1.6 → P(1.6)

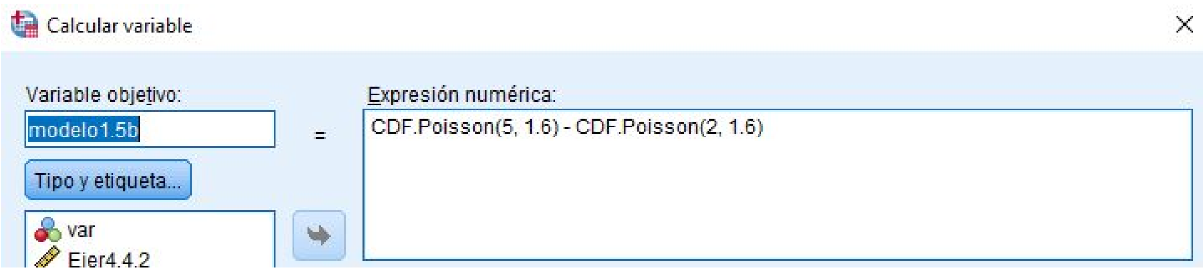
X = Llegada de vehículos por minuto

X ~ P(1.6)

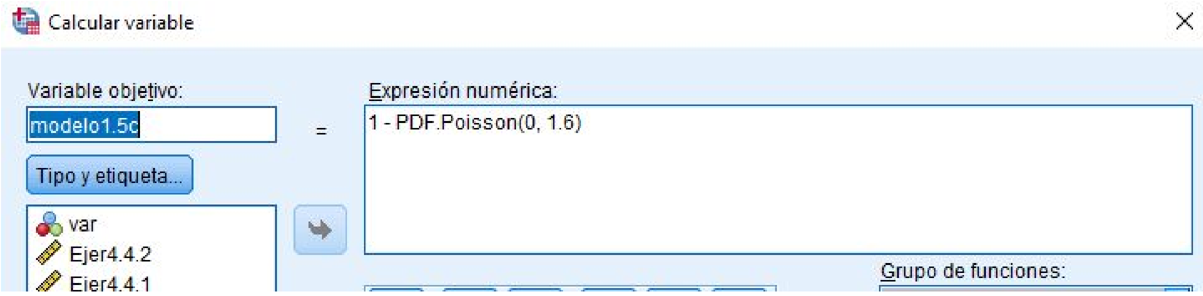
(a) P(X > 3) = 1 - P(X <= 3) = 1 - CDF.Poisson(3, 1.6) = **0.0788**



(b) P(2 <= X <= 5) = P(X <= 5) - P(X >= 2) = P(X <= 5) - (1 - P(X <=1)) = CDF.Poisson(5, 1.6) - CDF.Poisson(2, 1.6) = **0.2106**



(c) P(X >= 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - PDF.Poisson(0, 1.6) = **0,7981**



Resultados obtenidos:

modelo1.5a	modelo1.5b	modelo1.5c
,0788	,2106	,7981

Modelo 2

Problema 1

X = Número de visitas por semana que realiza el comercial
Y = Número de visitas fallidas

X ~ N(45, 3)
Y ~ N(10, 2)

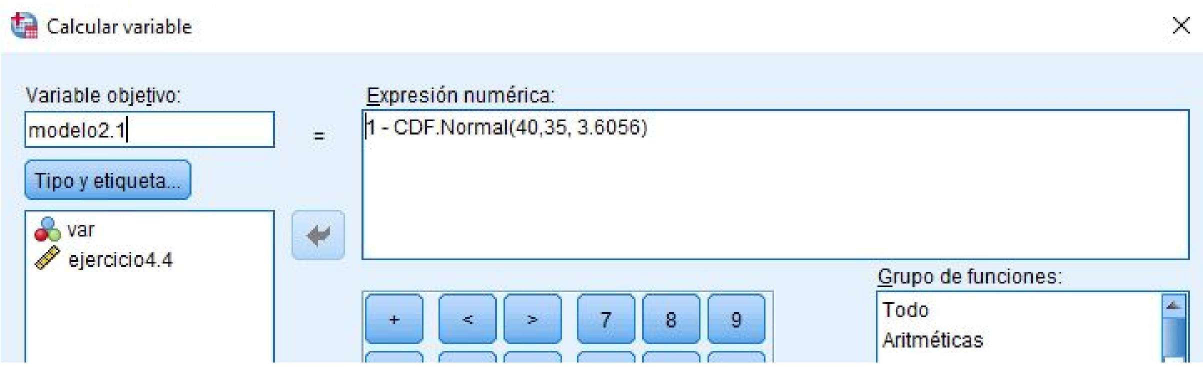
- Calculamos la nueva distribución normal de las visitas efectivas:

Nueva media = 45 - 10 = 35
Nueva desviación = Raíz cuadrada(3^2 + 2^2) = Raíz cuadrada(13) = 3.6056

Z = Número de visitas efectivas que se realiza

Z ~ N(35, 3.6056)

P(Z > 40) = 1 - P(Z <= 40) = 1 - CDF.Normal(40,35, 3.6056) = **0,0828**



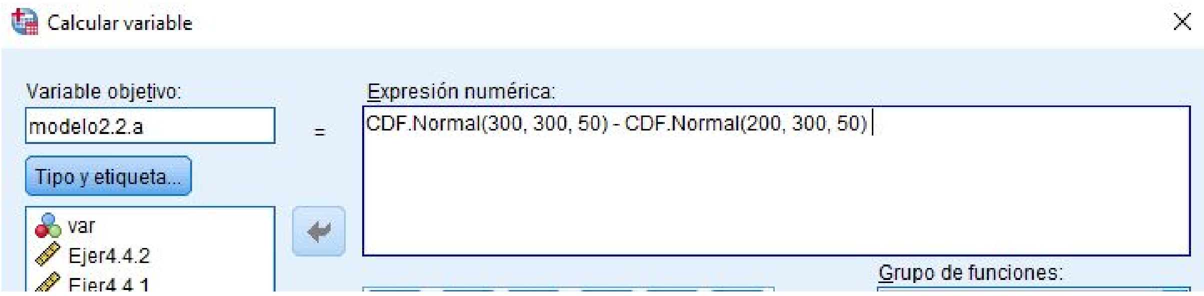
modelo2.1
,0828

Problema 2

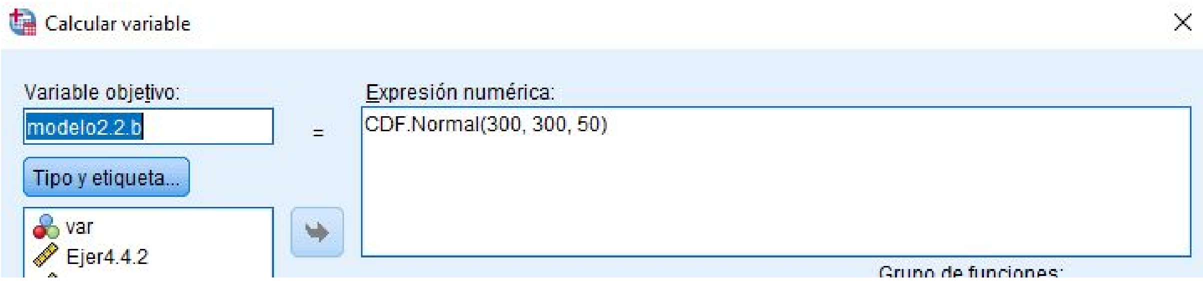
X = Consumo medido en Kw/h

X ~ N(300, 50)

(a) P(200 <= X <= 300) = P(X <= 300) - P(X <= 200) = CDF.Normal(300, 300, 50) - CDF.Normal(200, 300, 50) = **0,4772**



(b) P(X > 300) = 1 - P(X <= 300) = 1 - CDF.Normal(300, 300, 50) = **0.5 * 100 = 50%**



Resultados obtenidos:

modelo2.2.a	modelo2.2.b
,4772	,5000

Problema 3

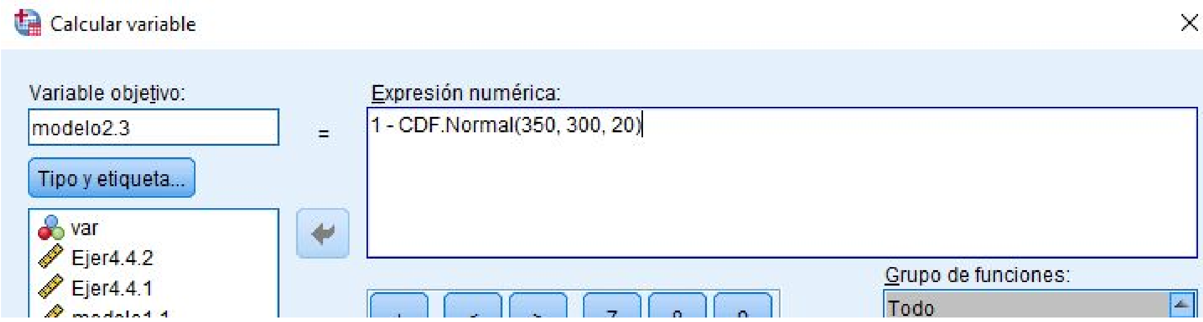
X = Peso normal de una persona en kg

Distribución normal de una persona → X ~ N(75, 10)
Y = Peso normal de 4 personas

Peso medio de Y = 75 * 4 = 300
Desviación típica = Raíz cuadrada(10^2 * 4) = 20

Y ~ N(300, 20)

$P(Y > 350) = 1 - P(Y <= 350) = 1 - CDF.Normal(350, 300, 20) =$ **0,062**



Problema 4

X = Notas de los estudiantes de la universidad A
Y = Notas de los estudiantes de la universidad B

$X \sim N(6.25, 1)$
$Y \sim N(6, 1.25)$

XA = La media de 2 estudiantes de A
XB = La media de 3 estudiantes de B

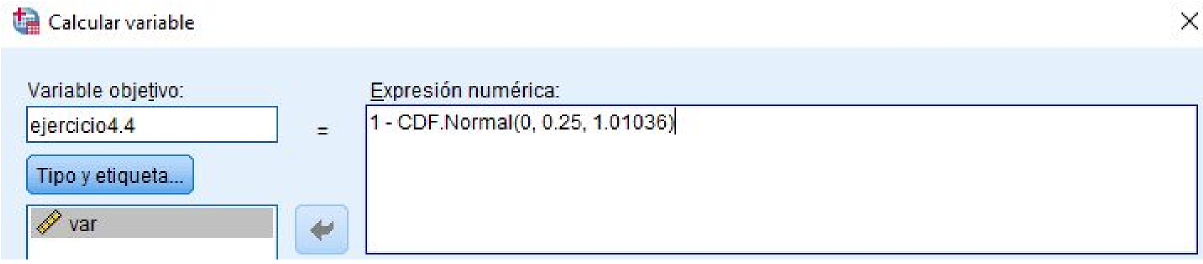
XA ~ N(6,25, 1/Raíz cuadrada(2))
XB ~ N(6, 1.25/Raíz cuadrada(3))

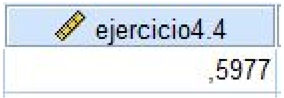
Nos piden: P(XA > XB) = P(XA - XB > 0) → Z = XA - XB. Con esto podemos sacar la media y la varianza:

- Media = 6.25 - 6 = **0.25**
- Varianza = (1/Raíz cuadrada(2))^2 + (1.25/Raíz cuadrada(3))^2) = **49/48**
- Desviación típica = Raíz cuadrada(varianza) = **1.0104**

Z ~ N(0.25, 1.01036) → Una vez ya tenemos la distribución de Z calculamos la probabilidad que nos piden:

P(Z > 0) = 1 - P(Z <= 0) = 1 - CDF.Normal(0, 0.25, 1.01036) = **0,5977**


Calcular variable
Variable objetivo:
ejercicio4.4
Tipo y etiqueta...
var
=
Expresión numérica:
1 - CDF.Normal(0, 0.25, 1.01036)


ejercicio4.4
,5977