Сценарий доклада

# Введение

## Введение

Здравствуйте, уважаемые слушатели!

Темой нашего проекта является «Математическое моделирование движения крови в микрососудах».

## Актуальность

Это исследование является актуальным, поскольку моделирование потока крови в сосудистой сети мозга является важным для предсказания ситуаций, связанных с гипоксией, следствием которой может являться гибель клеток мозга, снижение когнитивных функций и физиологической активности и даже смерть человека.

Изучив движение крови в микрососуде, можно будет экстраполировать полученные знания на капиллярную сеть мозга.

## Цель работы

Разработка алгоритма для изучения движения крови в отдельном микрососуде. Выявление закономерностей.

# Основное

## Характеристики движения крови в микрососудах

Моделирование сосудов будет происходить со следующими характеристиками

* Диаметр капилляра 4–8 µm, длина 50–150 µm;
* Объем эритроцита 88 ;
* Кровь рассматривается как двухфазная жидкость, состоящая из плазмы и эритроцитов, где эритроциты моделируются как жидкость с высокой вязкостью;

На слайде представлены изображения человеческой крови в стеклянных трубках при гематокрите 0,2 – слева, гематокрите 0,4 – справа.

Гематокрит – доля эритроцитов крови.

(Если спросят об инфе о средних показателях — Modelling vascular reactivity to investigate the basis of the relationship between cerebral blood volume and flow under CO2 manipulation)

## Модельная область

Из схематического рисунка следует, что поток крови представляется как последовательность эритроцитов (RBC), движущихся друг за другом с потоком плазмы.

Re – радиус эритроцита

Rc – радиус капилляра

Le – длина эритроцита

Lp – длина плазмы между эритроцитами

Параметр h описывает деформацию эритроцитов. h = kd \* Le (kd – коэф. Деформации). Дугу отклонения описываем параболой, которая однозначно определяется радиусом RBC и параметром h. Следует отметить, что при деформации объем эритроцита не меняется.

## Вычислительная область

С учетом осевой симметрии движение крови рассматривается в области Ω, в плоскости двух цилиндрических координат: радиальной и продольной

стенка сосуда

область втекания крови

область стекания крови

## Постановка задачи

Для решения задачи будем использовать уравнение Стокса с переменной вязкостью.

где u – это вектор скорости, p – давление, – переменная вязкость. В области эритроцита значение вязкости равно 0.1, в области плазмы 0.001.

— дивергенция (дифференциальный оператор, отображающий векторное поле на скалярное (то есть, в результате применения к векторному полю операции дифференцирования получается скалярное поле), который определяет (для каждой точки), «насколько расходится входящее и исходящее из малой окрестности данной точки поле», точнее, насколько расходятся входящий и исходящий потоки.)

— градиент. набла (векторный дифференциальный оператор, компоненты которого являются частными производными по координатам.)

Зададим граничные условия (внимание на слайд).

(первое условие) – условие прилипания скорости (скорость на границе сосуда равна 0) (прилипание – физический термин, который означает, что скорости частицы жидкости, примыкающие к стенкам, имеют те же скорости, какие имеют соответственные точки самой стенки)

(второе условие) означает, что вектор скорости входит перпендикулярно,

(третье и четвёртое условия) – задают перепад давления.

В цилиндрической системе координат при осевой симметрии, тензор скоростей деформации и дивергенция выглядит следующим образом.

(Если спросят про **p=0**, то для нахождения **u** нам необходимо знать только перепад давления)

(Дырки в тензоре из-за осевой симметрии)

## Слабая формулировка

Для реализации данной задачи методом конечных элементов выведем слабую формулировку задачи. Домножим уравнения (1) на тестовые функции, проинтегрируем по области Ω, применим формулу интегрирования по частям. В результате приходим к следующей слабой формулировке задачи:

где – вектор скоростей, – давление, , – тестовые функции.

1 – радиальная, 2 – продольная.

(Если спросят про появление x1, то ответить про якобиан перехода)

## Продольная компонента скорости

(Две диаграммы с разным kd)

Показано два капилляра при коэффициенте деформации 0 и при 0.4 (h = kd \* Le (kd – коэф. Деформации)

(h = ho eaH, где ho - вязкость крови при гематокрите Н = 0 (вязкость плазмы), е = 2,71 - основание натуральных логарифмов, **a** – деформация)

## Зависимость потока от деформации эритроцита

Обратим же внимание на зависимость потока от деформации эритроцита.

Скорость потока можно вычислить следующим образом:

### Зависимость потока от гематокрита

(диаграмма с зависимостью потока от гематокрита при разном kd).



### Зависимость потока от деформации эритроцита

Рассмотрим же влияние коэффициента деформации на компоненты кровотока напрямую.

**(Вязкость)**

Для вычисления средней вязкости используем следующую формулу: где Q, скорость потока.

Как видим, при увеличении гематокрита, повышается средняя вязкость, что обратно пропорционально скорости потоку. Также стоит заметить, что изменение коэффициента деформации приводит к незначительному изменению вязкости.

**(Скорость)**

*((Фактически, та же самая инфа, что про вязкость, только переделанная под более удобоваримый вид для слушателей))*

График, представленный справа, демонстрирует зависимость скорости потока от коэффициента деформации при линейной плотности эритроцитов равной 0.1, 0.3, 0.5.

Мы можем наблюдать, что при увеличении гематокрита скорость потока уменьшается.

Также можем увидеть, что даже при достаточно сильно отличающихся коэффициентах деформации, разница в результатах незначительна.

### Относительная погрешность потока

График с погрешностями показывает, что значение относительной погрешности не превосходит 3% даже при значительной деформации эритроцита 0.5.

# Вывод

На основе уравнений Стокса движения жидкости с переменной вязкостью разработан алгоритм нахождения поля скоростей при движении крови в микрососуде;

Осуществлена программная реализация алгоритма в пакете FreeFEM++;

Показано, что изменение деформации незначительно влияет на характеристики движения крови, поэтому при моделировании можно использовать эритроциты цилиндрической формы. Это позволяет применять аналитические подходы к моделированию движения крови по капиллярной сети, что значительно увеличит скорость вычислений.