Сценарий доклада

# Введение

## Введение

Здравствуйте, уважаемые члены жюри!

Темой нашего проекта является «Математическое моделирование крови в микрососудах».

## Актуальность

Это исследование является актуальным, поскольку моделирование потока крови в сосудистой сети мозга является важным для предсказания ситуаций, связанных с гипоксией, следствием которой может являться гибель клеток мозга, снижение когнитивных функций и физиологической активности и даже смерть человека.

Изучив движение крови в микрососуде, можно будет экстраполировать полученные знания на капиллярную сеть мозга.

## Цель работы

Разработка алгоритма для изучения движения крови в отдельном микрососуде. Выявление закономерностей.

# Основное

## Характеристики движения крови в микрососудах

Моделирование сосудов будет происходить со следующими характеристиками

* Диаметр капилляра 4–8 µm, длина 50–150 µm;
* Объем эритроцита 88 ;
* Кровь рассматривается как двухфазная жидкость, состоящая из плазмы и эритроцитов, где эритроциты моделируются как жидкость с высокой вязкостью;

На слайде представлены изображения человеческой крови в стеклянных трубках при гематокрите 0,2 – слева, гематокрите 0,4 – справа.

Гематокрит – доля эритроцитов крови.

(Если спросят об инфе о средних показателях — Modelling vascular reactivity to investigate the basis of the relationship between cerebral blood volume and flow under CO2 manipulation)

## Модельная область

Из схематического рисунка следует, что поток крови представляется как последовательность эритроцитов (RBC), движущихся друг за другом с потоком плазмы.

Re – радиус эритроцита

Rc – радиус капилляра

Le – длина эритроцита

Lp – длина плазмы между эритроцитами

Параметр h описывает деформацию эритроцитов. h = kd \* Le (kd – коэф. Деформации). Дугу отклонения описываем параболой, которая однозначно определяется радиусом RBC и параметром h. Следует отметить, что при деформации объем эритроцита не меняется.

## Вычислительная область

С учетом осевой симметрии движение крови рассматривается в области Ω, в плоскости двух цилиндрических координат: радиальной и продольной

стенка сосуда

область втекания крови

область стекания крови

## Постановка задачи

Для решения задачи будем использовать уравнение Стокса с переменной вязкостью.

где u – это вектор скорости, p – давление, – переменная вязкость. Если происходит попадание в область эритроцита, то значение переменной вязкости равно 0.1, если в область плазмы, то 0.001.

— дивергенция (дифференциальный оператор, отображающий векторное поле на скалярное (то есть, в результате применения к векторному полю операции дифференцирования получается скалярное поле), который определяет (для каждой точки), «насколько расходится входящее и исходящее из малой окрестности данной точки поле», точнее, насколько расходятся входящий и исходящий потоки.)

— набла (векторный дифференциальный оператор, компоненты которого являются частными производными по координатам.)

Зададим граничные условия (внимание на слайд).

(первое условие) – задает прилипание (прилипание – физический термин, который означает, что скорости частицы жидкости, примыкающие к стенкам, имеют те же скорости, какие имеют соответственные точки самой стенки)

(второе условие) означает, что скорость входит перпендикулярно,

(третье и четвёртое условия) – задают перепад давления.

В цилиндрической системе координат при угловой симметрии, тензор скоростей деформации и дивергенция выглядит следующим образом.

(Если спросят про **p=0**, то для нахождения **u** нам необходимо знать только перепад давления)

(Дырки в тензоре из-за осевой симметрии)

## Слабая формулировка

Для реализации данной задачи методом конечных элементов выведем слабую формулировку задачи. Домножим уравнения (1) на тестовые функции, проинтегрируем по области Ω, применим формулу интегрирования по частям. В результате приходим к следующей слабой формулировке задачи:

где – вектор скоростей, – давление, , – тестовые функции.

1 – радиальная, 2 – продольная.

(Если спросят про появление x1, то ответить про якобиан перехода)

## Продольная компонента скорости

(Две диаграммы с разным kd)

Показано два капилляра при коэффициенте деформации 0 и при 0.4 (h = kd \* Le (kd – коэф. Деформации)

(h = ho eaH, где ho - вязкость крови при гематокрите Н = 0 (вязкость плазмы), е = 2,71 - основание натуральных логарифмов, **a** – деформация)

## Зависимость потока от деформации эритроцита

Обратим же внимание на зависимость потока от деформации эритроцита.

Объём потока можно вычислить следующим образом:

### Зависимость потока от гематокрита

(диаграмма с зависимостью потока от гематокрита при разном kd).



Мы можем наблюдать, что при увеличении гематокрита скорость потока уменьшается.

Также можем увидеть, что даже при достаточно сильно отличающихся коэффициентах деформации, разница в результатах незначительна.

### Зависимость потока от деформации эритроцита

Рассмотрим же влияние коэффициента деформации на компоненты кровотока напрямую.

**(Вязкость)**

Имеем уравнение Стокса с переменной вязкостью: где Q, поток, обратно пропорционален вязкости.

Как видим, при увеличении гематокрита, повышается эффективная вязкость, что обратно пропорционально скорости потоку. Также стоит заметить, что коэффициент деформации незначительно повысил вязкость.

**(Скорость)**

*((Фактически, та же самая инфа, что про вязкость, только переделанная под более удобоваримый вид для слушателей))*

График, представленный справа, демонстрирует зависимость скорости потока от коэффициента деформации при линейной плотности эритроцитов равной 0.1, 0.3, 0.5.

Как видим, коэффициент деформации и тут влияет не очень сильно

### Относительная погрешность потока

График с погрешностями показывает, что значение относительной погрешности не превосходит 3% даже при значительной деформации эритроцита 0.5.

Поскольку относительная погрешность достаточно мала, в большинстве случаев можно считать погрешность равной погрешности измерений, что позволяет оценить адекватность моделей.

# Вывод

На основе уравнений Стокса движения жидкости с переменной вязкостью разработан алгоритм нахождения поля скоростей при движении крови в микрососуде;

Осуществлена программная реализация алгоритма в пакете FreeFEM++;

Показано, что изменение деформации незначительно влияет на характеристики движения крови, поэтому при моделировании можно использовать эритроциты цилиндрической формы. Это позволяет применять аналитические подходы к моделированию движения крови по капиллярной сети, что значительно увеличит скорость вычислений.