Условие

$\gamma(t) = (t, \sin(t), \cos(t))$

№1

Условие

Найти уравнение касательной в $t = 0$

Решение

$\gamma'(t) = (1, \cos(t), -\sin(t))$
$\gamma(0) = (1, 0, 1)$
$\gamma'(0) = (1, 1, 0)$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{0}$$

№2

Условие

Найти длину дуги кривой при $t \in [0, 2\pi]$

Решение

$L(\gamma)\,|_0^{2\pi} = \int\limits_0^{2\pi} |\gamma'(t)| dt$

$\gamma'(t) = (1, \cos(t), -\sin(t))$
$|\gamma'(t)| = \sqrt{1^2 + \cos^2(t) + \sin^2(t)}$

$L(\gamma) = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{1^2 + 1} dt = 2\sqrt{2}\pi$

№3

Условие

Найти базис Френеля в $t = 0$

$\left(\overline{v}, \overline{n}, \overline{b}\right)$

$\overline{v} = \dfrac{\gamma'(t)}{|\gamma'(t)|}$

$\overline{n} = \dfrac{\overline{v}'}{|\overline{v}'|}$

$\overline{b} = \dfrac{[\overline{v}, \overline{n}]}{|[\overline{v}, \overline{n}]|}$

Решение

$\gamma'(t) = (1, \cos(t), -\sin(t))$

$|\gamma'(t)| = \sqrt{1^2 + \cos^2(t) + \sin^2(t)} = \sqrt{2}$

$\overline{v} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\cos(t)}{\sqrt{2}}, -\frac{\sin(t)}{\sqrt{2}}\right)$

$\overline{v}' = \left(0, \frac{-\sin(t)}{\sqrt{2}}, -\frac{\cos(t)}{\sqrt{2}}\right)$

$\left|\overline{v}'\right| = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\cos^2(t) + \sin^2(t)\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\overline{n} = (0, -\sin(t), -\cos(t))$

$[\overline{v}, \overline{n}] = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, \cos(t), -\sin(t))$

$|[\overline{v}, \overline{n}]| = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \cos^2(t) + \sin^2(t)\right)} = 1$

$\overline{b} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, \cos(t), -\sin(t))$

$\overline{b}(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0)$