

Условия

$$a_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$
$$b_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad b_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad b_3 \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

№1

Являются ли базисом

$$A : \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -2$$

Линейно независим, т. к. определитель $\neq 0$.

Следовательно базис.

$$B : \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = -3$$

Линейно независим, т. к. определитель $\neq 0$.

Следовательно базис.

№2

Найти матрицы перехода от a к b

$$C = (A^{-1}B)^T$$

$$\left(\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right)^T = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & -0.5 \\ 0.5 & 1.5 & 2.5 \\ 1.5 & 0.5 & -1.5 \end{pmatrix}^T = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ -1 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \cdot A^T$$

№3

Найти координаты вектора $x \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$ в a и b

Для А

$$A \begin{cases} 3 = d_1 + d_2 \\ -1 = d_1 + d_3 \\ 7 = d_2 + d_3 \end{cases}$$

$$D = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Для В

$$B \begin{cases} 3 = w_1 + 2w_2 + 2w_3 \\ -1 = 2w_1 + w_2 + -2w_3 \\ 7 = 2w_1 + 2w_2 + 1w_3 \end{cases}$$

$$W = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 29 \\ -27 \\ 17 \end{pmatrix}$$

№4

Найти координаты $y = 3a_1 - a_2 + 7a_3$ в базисе b

$$C^T = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$(C^T)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -7 & 1 & 4 \\ 9 & 0 & -3 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X_B = (C^T)^{-1} \cdot X_A = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -7 & 1 & 4 \\ 9 & 0 & -3 \\ -4 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$X_B = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$