clase pasada: $\longrightarrow$ Modelo logistico (Discreto)

- $P_{n+1} = k P_n - \beta P_n^2$. (Regla de recurrencia)

$$\downarrow$$

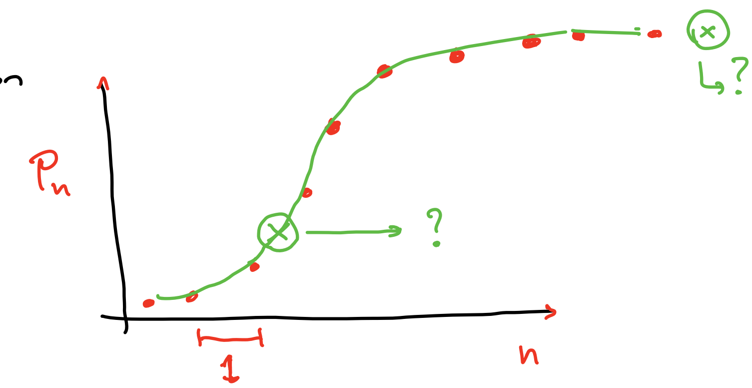
$$\{P_0, P_1, P_2, \dots\}$$

$\Delta P_n = P_{n+1} - P_n$ (cambio de los P_n)

$\downarrow$ Discretos

$$\underbrace{\frac{\Delta P_n}{P_n} = -\beta P_n + (k-1)}_{\text{Ecuacion en diferencias}}$$

solucion



$$\{P_0, P_1, P_2, \dots P_n\}$$

Construir un modelo continuo para hallar los datos $\otimes$

$\downarrow$

¿Como construyo un modelo continuo?

$\downarrow$

¿como paso de un modelo continuo a uno discreto?

Respuesta

modelo exponencial discreto $\longrightarrow$ Modelo exp. continuo

1) $P_{n+1} = K P_n$ (Recurrencia)

2) Sea $P(t)$ una funcion t. que

$\underbrace{P(n) := P_n}_{\text{puente entre sucesion y funcion!}}$ cuando $t = n$.

ec. en diferencias

3) $\boxed{\Delta P_n = P_{n+1} - P_n = K P_n}$

$\Downarrow$

$\Delta P(n) = P(n+1) - P(n) = K P(n)$

$\Downarrow$

$\Delta P(t) = P(t+\underbrace{1}_{\Delta t = 1}) - P(t) = K P(t)$

$\dfrac{\Delta P(t)}{1} = \dfrac{P(t+\Delta t) - P(t)}{1} = K P(t)$

$\dfrac{\Delta P(t)}{\Delta t} = \dfrac{P(t+\Delta t) - P(t)}{\Delta t} = K P(t)$

Si permitimos que Δt tenga otro valor tenemos que (Pasamos al continuo!)

$$* \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta P(t)}{\Delta t} = \underbrace{\lim_{\Delta t \to 0} \frac{P(t+\Delta t) - P(t)}{\Delta t}}_{} = \lim_{\Delta t \to 0} K P(t) \; *$$

$$\boxed{\frac{dP(t)}{dt} = K P(t)}$$ $\to$ ec. diferencial del modelo exp. Continuo!

Ec. Diferencial

$$\frac{d\,y(t)}{dt} + 3\,y(t) + 3t = 0$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\,y(t) + \sin(t) = 0$$

Sol $\quad y(t) = \ldots\ldots$ ← funciones

Ec. algebraica

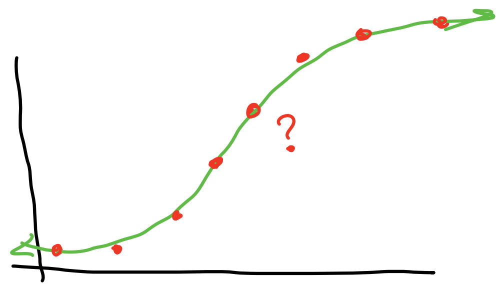
$$x + 1 = 0$$

$$x^2 + 3 + 2x = 6x + 8$$

Sol: $x = \#$ ← numeros

En nuestro caso

$$\frac{d\,P(t)}{dt} = k\,P(t) \xrightarrow{\text{resolver}} P(t) = \ldots\ldots\ldots$$



Como resolver una ec. diferencial (Ordinaria)

Analitica

- Separacion de Variables !
  (Fisica I)

Numericamente

- Este curso !

$$\frac{dP(t)}{dt} = k\,P(t) \rightarrow \frac{dP(t)}{P(t)} = k\,dt$$

$$\frac{dP}{P} = k\,dt$$

$$\int \frac{dP}{P} = k\int dt$$

$$\ln P = kt + C$$

$$e^{\cancel{\ln} P} = e^{kt + C}$$

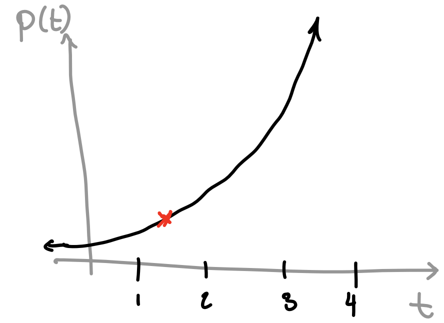
$$P = e^{kt + C}$$

$$P = e^{kt} \cdot \underbrace{e^{C}}_{P_0}$$

Solucion! ☺

$$\boxed{P = P_0 \, e^{kt}}$$

$$P(t) = P_0 \, e^{kt}$$



modelo discreto

modelo continuo

$$\Delta P_n = (k-1) P_n \implies \frac{d P(t)}{dt} = (k-1) P(t)$$

$$\frac{\Delta P_n}{P_n} = k - \beta P_n \implies \frac{d P(t)}{dt} = k \, P(t) - \beta \, P(t)^2$$