clase pasada: Campo de Velocidades → Q' es eso?
→ ej. pa Q'?

Ej: $\underbrace{\dfrac{dy}{dt} = F(y,t)}_{\text{Ecuacion diferencial}} \longrightarrow$ pto critico

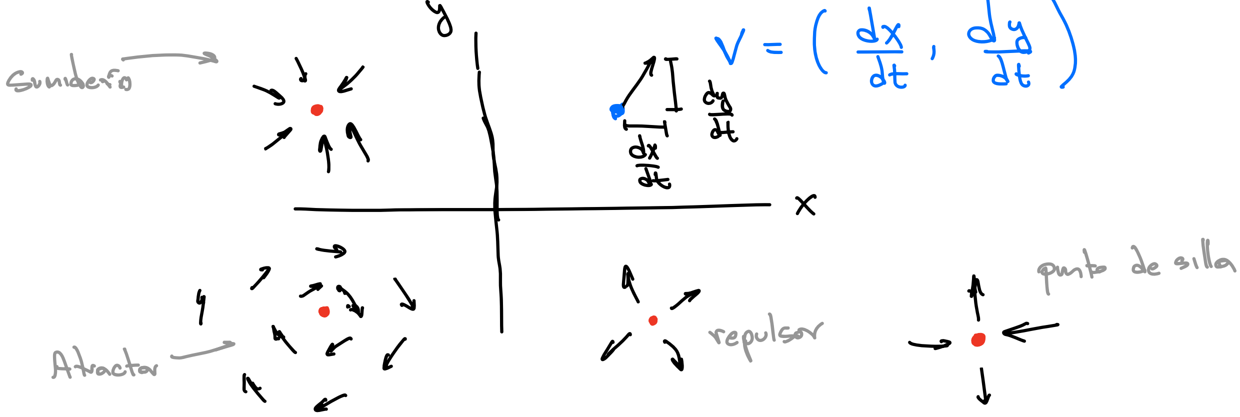
$\dfrac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow y_c = \#$ ✓

$$\underbrace{\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = G(y,x,t) \\ \dfrac{dy}{dt} = F(y,x,t) \end{cases}}_{\text{sistema de ec. diferenciales acoplado}} \longrightarrow \begin{matrix} \dfrac{dx}{dt} = 0 \\ \dfrac{dy}{dt} = 0 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x_c = \# \\ y_c = \# \end{matrix}$$

$$\text{Ej: } \underbrace{\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = G(x,t) \\ \dfrac{dy}{dt} = F(y,t) \end{cases}}_{\text{Sistema no acoplado}}$$

Campo de Velocidades

$$V = \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt} \right)$$



Ejercicio

Sea el sistema acoplado

$$\frac{dx}{dt} = x(3 - x - 2y)$$

$$\frac{dy}{dt} = y(2 - x - y)$$

pto: (x, y)

, Encuentre los ptos críticos y con un campo de velocidades encuentre su naturaleza.

Sol

1) $\frac{dx}{dt} = 0 \Rightarrow x(3-x-2y) = 0 \Rightarrow x = 0 \ \vee \ 3 - x - 2y = 0$

$\frac{dy}{dt} = 0 \Rightarrow y(2-x-y) = 0 \Rightarrow y = 0 \ \vee \ 2 - x - y = 0$

$2 = y$

ptos	(x, y)	
P_1	$(0, 0)$	✓
P_2	$(0, 2)$	✓
P_3	$(3, 0)$	✓
P_4	$(1, 1)$	✓

2) pseudo-codigo

$DX = (0 \ldots\ldots 1)$

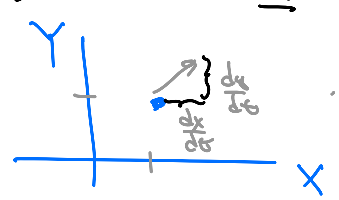
$Dy = (2 \ldots 3)$

↓

```
def V_LV(x, y):
    dx/dt = F(x,y,t)
    dy/dt = G(x,y,t)
    retur (dx/dt, dy/dt)
```

Defino malla

$$\boxed{X, Y = \text{meshgrid}(D_x, D_y)} \longrightarrow \text{Quiere}\left(X, Y, \frac{dX}{dt}, \frac{dY}{dt}\right)$$



$$X = \begin{bmatrix} \leftarrow D_x \rightarrow \\ \leftarrow D_x \rightarrow \\ \vdots \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} \updownarrow & \updownarrow & \\ D_y & D_y & \cdots \\ \updownarrow & \updownarrow & \end{bmatrix}$$

¿Esto para qué rayo sirve?

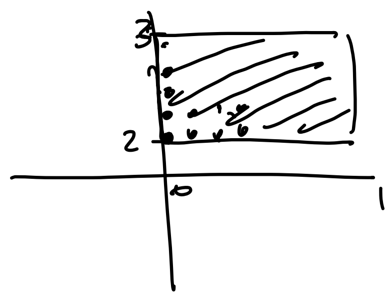
$$f(X, Y) = X + Y$$

numericamente

$$\begin{array}{ccccc} & P_1 & & & P_2 \end{array}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \cdots & 1 \\ 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & & \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2.1 & \vdots \\ \vdots & \vdots \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

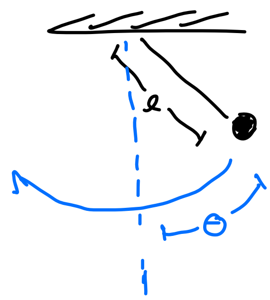
$$= \begin{bmatrix} (0+2) & (0.1+2) \\ (0+2.1) & \\ \vdots & \\ (0+3) & \end{bmatrix}$$



$$f(X, Y) = X^2 * 2 * Y$$ → se hace la operación matricial

Ej:

$$\overset{\text{segundo orden}}{\frac{d^2\theta}{dt^2}} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$



Truco

$$\underbrace{\omega = \frac{d\theta}{dt}}$$

sutituyo

$$\frac{d}{dt}\Big(\underbrace{\frac{d\theta}{dt}}_{\omega}\Big) + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

obtengo

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

Conclusion

$$\underbrace{\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0}_{\text{Ec. diferencial de segundo orden}} \quad \Longleftrightarrow \quad \underbrace{\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = \omega \\ \dfrac{d\omega}{dt} = -\dfrac{g}{l}\sin\theta \end{cases}}_{\text{Sistema de ec. diferenciales primer orden}}$$

¿ ptos criticos ?

$$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = 0 \Rightarrow \omega = 0 \\ \dfrac{d\omega}{dt} = 0 \Rightarrow -\dfrac{g}{l}\sin\theta = 0 \Rightarrow 0, \pi, \ldots\ldots \end{cases}$$

Obtenemos el siguiente campo de Velocidades