Clase pasada: $\longrightarrow$ calculo de probabilidades
- Enfoque clasico
- Enfoque frecuentista ← datos

Variable aleatoria

Es una funcion tal que a cada evento del espacio muestral le asocia o asigna un numero.

$$X : S \longrightarrow \mathbb{R}$$
$$A \longmapsto X(A) = x$$

Mayuscula

Permite
1) Cuantificar eventos
2) Definir distribuciones de probabilidad

Comentario

Si el conjunto de posibles valores que puede tomar X es contable o numerable, entoces X es una V. A. Discreta. De otro modo se dice que es continua.

En este curso!

Ejemplo

Exp. aleatorio: Lanzar 2 dados

Eventos: Los resultados qe puedo obtener al sumar las dos caras superiores.

Variable aleatoria:

X : el valor de sumar las dos caras

Posibles valores de X

$$X = \{2, 3, 4, \dots\dots, 12\}$$

Ejemplo

Exp. aleatorio: Lanzar una moneda 3 veces consecutivos.

$$S = \{(c,c,c), (s,s,s), (s,c,s), \dots\dots\}$$

esp. muestral

Definimos A como obtener 2 caras, entonces:

$$A = \{(ccs), (csc), (s\,cc)\}$$

Definimos X: numero de caras en el experimento

Entonces si $X = 2$ describe al conjunto A !

Por lo tanto

$$P(A) = P(X = 2)$$

si $P(X = 1) = P(B)$

$$B = \{(css)\ (scs)\ (ssc)\}$$

Posibles valores que toma la V.A.

$$X = \{0, 1, 2, 3\}$$

$3 \rightarrow \{(ccc)\} = D$

$0 \rightarrow A = \{(sss)\}$

$1 \rightarrow B = \{(ssc), (scs), (css)\}$

$2 \rightarrow \{(scc), (csc), (ccs)\} = C$

Comentario

Permiten encontrar probabilidades conjuntas de forma simple

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C)$$

$$= \underbrace{P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)}_{\text{Lo podemos resumir}}$$

$$= \boxed{P(0 \leq X \leq 2)}$$

Equivalente

$$= P(0 \leq X < 3)$$

Ejemplo

Exp. aleatorio: medir la Estatura de una persona al azar

X : El valor en centímetros de la estatura de la persona

Posibles valores de $X = [50\text{ cm}, 250\text{ cm}] \in \mathbb{R}$

Modelos estocasticos basados en cadenas de Markov

Un modelo que permite describir experimentos aleatorios, en los cuales los resultados se describen mediante variables aleatorias

Modelo estocastico ⟶ Describe exp Aleatorio ⟶ Resultados

X : posibles valores

↓ Lo importante!

$\boxed{\text{Obtener la probabilidad de los valores de } X}$

↓

calcular $P(X = x)$ para un cierto resultado x

Cadena de Markov

Sea X_n una variable aleatoria medida en un cierto tiempo n. Entonces La variable aleatoria X_{n+1} medida en un tiempo $n+1$ dependerá unicamente del valor de X_n.

$$\boxed{X_n \xrightarrow[?]{} X_{n+1}}$$

1) Matriz de transicion
2) El vector de estado

Vector de estado

Es un vector fila que describe matemáticamente la probabilidad de cada posible valor que toma la v. A. en el tiempo n

$$\boxed{v_n := \left(P(X = x_1),\ P(X = x_2),\ \ldots,\ P(X = x_m) \right)}$$

donde x_i son los posibles valores que toma X.

Ejemplo

Exp. aleatorio: determinar si mañana llueve $\rightarrow \begin{cases} 0 : \text{No llueve} \\ 1 : \text{llueve} \end{cases}$

Variable aleatoria:

$X = \{$el valor de cada día$\}$

$\downarrow$

$X = \{0, 1\}$

Por ejemplo:

En una semana puedo tener los resultados

$$X = \{ \underbrace{0}_{D1}, \underbrace{0}_{D2}, \underbrace{0}_{D_3}, \underbrace{1}_{D_4}, \underbrace{0}_{D_5}, \underbrace{0}_{D_6}, \underbrace{1}_{D_7} \}$$

Vector de estado

$$V_n = \left(\underbrace{P(X=0)}_{\text{probabilidad de que No llueva en el día } n}, \underbrace{P(X=1)}_{\text{probabilidad de que si llueva en el día } n} \right)$$

Propiedad Fundamental

Si $v_n = (v_1, v_2, \ldots, v_m)$ entonces $\boxed{1 = \sum_{i=1}^{n} v_i}$

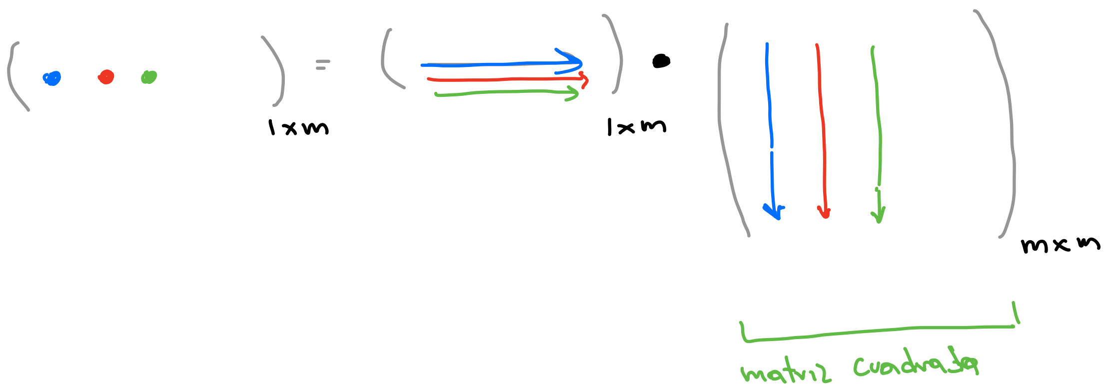
Matriz de transicion

Cambia el vector de estado de un tiempo n a un tiempo n+1 :

$$\boxed{v_{n+1} = v_n \cdot P}$$

donde P es la matriz de transicion y " $\cdot$ " denota el producto escalar entre vectores y matrices.

Aclaracion op. matricial



de forma algebraica

$$\left[v_{(n+1)\,i} = v_{(n)\,j} \underbrace{P_{j\,i}} \right]$$

Componentes de la matriz en la fila j y columna i

Muy importante

* Interpretacion de los indices i y j

P_{ji} : signifa la probabilidad de que del estado j pase al estado i

Propiedad fundamental

$$\boxed{\sum_{i=1}^{m} P_{ji} = 1}$$

La suma de los elementos de la fila j es igual a 1.

Interpretacion

La suma de las probabilidades para pasar del estado j a cualquier otro estado i es igual a 1.