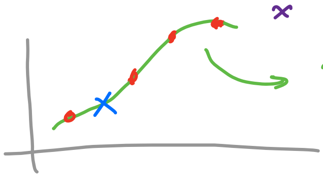
clase pasada:



$\underline{\underline{P(x)}}$: → su modelo para describir Datos

Modelos deterministas (cap 4)

↓

Veremos algunos modelos

↓

Se determina a partir de unos datos y condiciones inicial un único resultado

↓

Sirven para predecir el Cambio o evolución de las variables de un sistema con respecto a una o varias Variables independientes

Discretos

↓

Los valores que toman las variables son contables

ej: $\underbrace{x = \{1, 2, 3, 4, \dots\}}$

⇓

Herramienta Matemática : Ec. en diferencias

Continuos

los valores que toman las variables son números en un intervalo de la recta real

ej: $\underbrace{x = [50\,cm,\ 200\,cm]}$

⇓

Herramienta matemática : Ec. diferenciales

numéricamente se reducen a

Resolver

Solucion: Sucesiones Numerica

¿que son las sucesion?

Sucesión Numerica

" Es un conjunto de numeros que siguen una regla de asignacion "

Conjunto discreto!

Def Sea S t. q. $f: \mathbb{N} \longrightarrow A \subseteq \mathbb{R}$

$n \longmapsto f(n) = y_n \in \mathbb{R}$

$$S = \{ f(0), f(1), f(2), \ldots\ldots\ldots \}$$

Ej: sea $\{ y_0, y_1, y_2, y_3 \}$ tales que $y_n = 2n+1$

$\Downarrow$

$$S = \{ 2(0)+1, 2(1)+1, 2(2)+1, 2(3)+1 \}$$

$$S = \{ 1, 3, 5, 7 \}$$

Ej: $S = \{ y_n \in \mathbb{R} \,/\, y_n = \frac{1}{n}, \; n = 1, 2, 3, 4 \}$

$$S = \{ y_1, y_2, y_3, y_4 \} = \{ \tfrac{1}{1}, \tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{3}, \tfrac{1}{4} \}$$

Sucesiones recursivas (recurrentes)

Los terminos de la sucesion dependen de terminos anteriores!

NOTA: No se tiene la regla de asignacion!

Ej: sucesion de Fibonacci

$$S = \{ y_n \in \mathbb{R} \mid y_{n+2} = y_{n+1} + y_n \}$$

necesitamos los v. iniciales de la sucesion
no tenemos f(n).

si $y_0 = 0$, $y_1 = 1$ $\Rightarrow$ $S = \{ 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, \ldots \}$

Pregunta

si tengo una sucesion recurrente, como encuentro la regla de asignacion $f(n) = y_n$?

No siempre se puede !!

Ej: $y_{n+1} = \lambda y_n$, con $\lambda \in \mathbb{R}$. Encuentre la regla de asignacion.
$(y_n = f(n))$

Sol supanga $y_n = \lambda^n$?

probemos que si satisface la sucesion recurrente

$$y_{n+1} = \lambda y_n \Rightarrow \underbrace{(\lambda^{n+1})}_{y_{n+1}} = \lambda \underbrace{(\lambda^n)}_{y_n} \checkmark$$

Ejercicio.

Sea la sucesion recurrente $y_{n+2} = 3y_n - 2y_{n+1}$

Nota: $\left(\underbrace{y_{n+1} = y_{n+2} - 3y_n}_{\text{No es sucesion recurrente}} \right)$

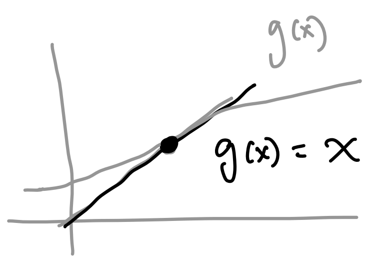
Demuestre que $y_n = (-3)^n + 1$ satisface la sucesion recurrente!

Aplicacion sucesiones recurrentes : Teorema del punto fijo

" Sea $X_{n+1} = g(X_n)$ una sucesion recurrente. Entonces si g es una funcion diferenciable tal que $\left| \frac{dg}{dx} \right| < 1$ en el conjunto de X_n.

entonces $\boxed{g(x_n) = x_n}$ cuando $n \to \infty$. "

graficamente



Aplicacion

Se quiere resolver la ecuacion $2x^3 + 3x^2 + x - 9 = 0$ numericamente usando el t. del punto fijo.

Sol

$$2x^3 + 3x^2 + x - 9 = 0 \Rightarrow x = \underbrace{9 - 2x^3 - 3x^2}$$

$$x = g(x)$$

$\Downarrow$

La solucion de la ecuacion es el punto fijo de $g(x)$!

Entonces si $\left|\frac{dg(x)}{dx}\right| < 1$ en un cierto intervalo. Entonces la sucesion $x_{n+1} = g(x_n)$ converge a un punto fijo de g. es decir $\lim_{n\to\infty} |x_{n+1} - g(x_n)| = 0$.

Nota:

decimos que una sucesion x_n converge a un valor a si

$$\lim_{n\to\infty} x_n = a$$