Clase pasada: sucesiones

$$S = \{ x \in \mathbb{R} \,/\, \overbrace{f(n)}^{\text{regla de asignacion}} = x \,, \text{ donde } f: n \to \mathbb{R} \text{ y } n \in \mathbb{N} \}$$

ej:

$$x_n = \frac{1}{n^2} \,, \quad n \in \mathbb{N}$$

$$S = \{ x_1, x_2, \ldots x_n \}$$

¿Sucesiones recurrentes?

$$y_{n+1} = F(y_n, y_{n-1}, \ldots y_0, n)$$

ej: $y_{n+1} = y_n + y_{n-1}$

Ecuacion en diferencias

Se define como

$$F(\underbrace{y_n, y_{n-1}, \ldots y_0, n}_{\text{Terminos de una cierta sucesion}}) = 0$$

si definimos la diferencia $\boxed{\Delta y_n := y_{n+1} - y_n}$

entonces podemos tener de F el cambio de los y_n cuando cambia el indice n.

$$F(y_{n+1}, y_n, y_{n-1}, \ldots y_0, n) = 0$$

$$\Downarrow$$

Como cambian los y_n $\longrightarrow$ $\Delta y_n = g(y_n, \ldots y_0, n)$

Ej: sea $\underbrace{P_{n+1} - 3K P_n = 0}$ donde $K \in \mathbb{R}$.

sucesion recurrente!

a) $F(P_{n+1}, P_n) = 0 \Rightarrow P_{n+1} = 3K P_n$

$$P_{n+1} - P_n = 3K P_n - P_n$$

$$\underbrace{\underbrace{\Delta P_n}_{} = (3K-1) P_n}_{\text{Ecuacion en diferencias}}$$

↓

sucesion de los cambios de los P_n.

↓

Aplicaciones

↓

Modelos Discretos

Modelo exponencial

↓

$$\boxed{P_{n+1} = K P_n}$$

→ sucesion recurrente

Donde

- $K \in \mathbb{R}$
- P_n una cantidad
- $n \in \mathbb{N}$

¿que necesito para hallar todos los P_n?

Modelo logistico

↓

$$\boxed{P_{n+1} = \underbrace{K P_n}_{\text{Exp.}} - \underbrace{\beta P_n^2}_{\text{Termino adicional}}}$$

↓

$$P_{n+1} = (K - \beta P_n) P_n$$

Donde

$K, \beta \in \mathbb{R}$

1) saber quien es K
2) Saber P_0

$\to P_1, P_2, \ldots$

¿Si tengo algunos P_n, pero no tengo K, como lo puedo estimar?

$\Downarrow$

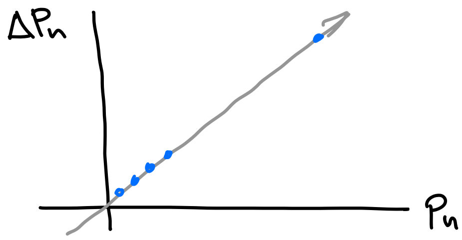
Usando la ecuacion en diferencias

$$* \quad P_{n+1} = K P_n \quad *$$

$$\underbrace{P_{n+1} - P_n} = K P_n - P_n$$

$$\boxed{\Delta P_n = (K-1) P_n}$$ ✓

Implica



1) saber K, β
2) saber P_0

$\to P_1, P_2, \ldots$

Usando ee. en diferencias

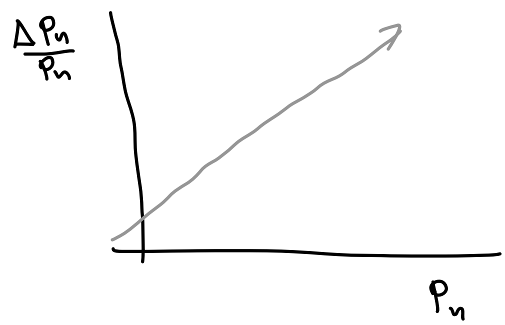
$$P_{n+1} = K P_n - \beta P_n^2$$

$$P_{n+1} - P_n = K P_n - \beta P_n^2 - P_n$$

$$\Delta P_n = (K-1) P_n - \beta P_n^2$$

$$\frac{\Delta P_n}{P_n} = (K-1) - \beta P_n$$

Implica



- $(K-1)$ es el intercepto
- $-\beta$ seria la variable