

Universidad de Alcalá

Escuela Politécnica Superior

Grado en Ingeniería Electrónica y Automática Industrial



Trabajo Fin de Grado

Modelado del pitch y roll para vehículos de conducción

Autor: Jaime González Gómez

Tutor/es: Iván García Daza

2020

UNIVERSIDAD DE ALCALÁ

Escuela Politécnica Superior

Grado en Ingeniería Electrónica y Automática Industrial

Trabajo Fin de Grado

Modelado del pitch y roll para vehículos de conducción

Autor: Jaime González Gómez

Tutor/es: Iván García Daza

TRIBUNAL:

Presidente: Javier de Pedro Carracedo

Vocal 1º: Antonio Guerrero Baquero

Vocal 2º: Iván García Daza

Calificación:

Fecha:

Agradecimientos

Dedico este trabajo a Víctor y Laura, sin ellos no habría llegado a donde estoy. Gracias también a Raquel y Char, mis dos amigas que me apoyaron incluso en los momentos más difíciles.

Resumen

En este trabajo se desarrollará la implementación de un modelo matemático, cuyo objetivo será predecir los seis grados de libertad de un vehículo en movimiento. El modelo estará enfocado para todo tipo de turismos, explicando los parámetros exclusivos para cada modelo de vehículo necesarios a tener en cuenta.

El desarrollo de este modelo busca la finalidad de poder utilizarlo en aplicaciones de odometría, tomando el cargo del modelo predictor dentro de un filtro de Kalman, en cualquiera de sus variantes.

Palabras clave: Kalman, cabeceo, guiñada, odometría, conducción autónoma.

Abstract

In this paper a mathematical model, able to predict the six degrees of freedom of a moving vehicle, will be developed. The model is aiming to be optimal for cars, for which will be explained all exclusive parameter to take in care for different car models.

The objective of the developing is to use de model in odometry applications, taking the predictive model's place on any Kalman filter.

Keywords: Kalman, pitch, roll, odometry, autonomous driving.

Resumen extendido

En este trabajo se desarrollará un modelo capaz de predecir los ángulos de cabeceo (pitch) y guiñada (roll) de un vehículo en movimiento, enfocado a turismos. Para poder alcanzar este objetivo también es importante poder determinar la trayectoria, por lo que el modelo será capaz de predecir los seis grados de libertad de un turismo en movimiento.

Las condiciones de trabajo del modelo implican que las señales de entrada serán la velocidad y posición de volante del vehículo. Con estas señales, lo primero será conocer el posicionamiento del mismo, dentro de una ruta, a través del modelo de la bicicleta. Este modelo no solo proporcionará el incremento de distancia en cada eje, sino también el ángulo de deslizamiento. Será importante conocer el ángulo de deslizamiento para utilizarlo en posteriores cálculos.

Paralelamente, también será necesario conocer los desplazamientos verticales en las cuatro esquinas del vehículo. Estos desplazamientos vendrán dados por los ángulos instantáneos de pitch y roll, afectando en la repartición de cargas sobre cada amortiguador del vehículo.

Una vez se hayan recopilado todos los datos necesarios, respecto al estado instantáneo del vehículo, se procederá a la estimación de los ángulos de pitch y roll. Esta estimación se analizará por medio de dos modelos matemáticos distintos, ambos pudiendo obtener los ángulos por procesos paralelos.

El primer modelo, y el más simple, a analizar será una estimación del régimen permanente de los ángulos. Para ello se tomará la suposición de que varían a una velocidad lo suficientemente baja como para permitir la estimación de este modelo. El principal inconveniente de esta elección es el establecimiento empírico de un dato en su función principal.

El segundo modelo analizará la variación en aceleración de los ángulos, por medio de momentos de fuerza. Este será un modelo más teórico, en el campo de la física, siendo también un modelo más complejo que el anterior, pero a su vez más completo.

Por último, se compararán los resultados del modelo completo. La resultante del modelo de la bicicleta se analizará por medio de una trayectoria de pruebas, realizada dentro de la UAH con ayuda del grupo de investigación INVETT. Las resultantes de los modelos de pitch y roll se compararán con la base de datos de KITTI. Por último, se mostrarán los resultados inmediatos obtenidos al implementar el modelo en una aplicación de odometría, la cual utilizaba un UKF.

Tabla de contenido

| | |
|---------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Tabla de contenido</i> | 1 |
| <i>Tabla de ilustraciones</i> | 3 |
| <i>Lista símbolos</i> | 5 |
| <i>Glosario de acrónimos y abreviaturas</i> | 7 |
| 1. <i>Introducción</i> | 9 |
| 1.1. Evolución de los vehículos: La conducción autónoma | 9 |
| 1.2. Objetivo y motivación | 10 |
| 2. <i>Estado del Arte</i> | 11 |
| 3. <i>Posicionamiento planar y heading</i> | 15 |
| 3.1. Modelo completo de una bicicleta | 15 |
| 3.2. Representación planar del modelo de la bicicleta | 15 |
| 3.3. Conclusiones teóricas del modelo de la bicicleta | 18 |
| 4. <i>Modelo físico tridimensional de un vehículo</i> | 19 |
| 4.1. Relación de giro volante-ruedas | 19 |
| 4.2. Centro de masas de un turismo | 21 |
| 4.3. Modelo de cuarto de vehículo | 23 |
| 4.4. Modelo completo de un vehículo | 26 |
| 5. <i>Obtención del pitch y el roll en régimen permanente</i> | 29 |
| 5.1. Aproximación del roll | 29 |
| 5.2. Aproximación del pitch | 30 |
| 5.3. Conclusiones del modelo | 30 |
| 6. <i>Identificación del pitch y el roll por momentos de fuerza</i> | 33 |
| 6.1. Modelo para la estimación del pitch | 33 |
| 6.2. Fuerzas longitudinales en los neumáticos | 35 |
| 6.3. Modelo para la estimación del roll | 36 |
| 6.4. Simplificación del modelo | 37 |
| 6.5. Fuerzas laterales en los neumáticos | 38 |
| 7. <i>Efecto de las suspensiones debido al pitch y roll</i> | 41 |
| 7.1. Efecto de las suspensiones debido al pitch | 41 |
| 7.2. Efecto de las suspensiones debido al roll | 42 |
| 7.3. Efecto total de las suspensiones y fuerzas | 42 |
| 8. <i>Validaciones de modelos</i> | 45 |

| | | |
|------|-------------------------------------------------|-----------|
| 8.1. | Parámetros reales usados | 45 |
| 8.2. | Comprobación del modelo de la bicicleta | 45 |
| 8.3. | Evaluación de los modelos de pitch y roll | 48 |
| 8.4. | Conclusiones sobre los modelos..... | 59 |
| 8.5. | Resultados en odometría..... | 60 |
| 9. | <i>Conclusiones y trabajo futuro.....</i> | <i>65</i> |
| 10. | <i>Bibliografía</i> | <i>67</i> |

Tabla de ilustraciones

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Ilustración 1: Modelo de la bicicleta completo | 15 |
| Ilustración 2: Vista planar del modelo de la bicicleta | 16 |
| Ilustración 3: Trayectorias según el ángulo de deslizamiento | 16 |
| Ilustración 4: Representación del incremento del error en la estimación..... | 18 |
| Ilustración 5: Modelo de giro de Ackerman | 19 |
| Ilustración 6: Relación rueda derecha/volante..... | 20 |
| Ilustración 7: Factor de conversión (rueda derecha) | 21 |
| Ilustración 8: Factor de conversión | 21 |
| Ilustración 9: Repartición longitudinal de masas | 22 |
| Ilustración 10: Repartición de masas con elevación..... | 23 |
| Ilustración 11: Modelo de un amortiguador | 24 |
| Ilustración 12: Curva fuerza-velocidad de un banco de pruebas[6] | 26 |
| Ilustración 13: Modelo físico de un turismo con amortiguadores | 26 |
| Ilustración 14: Diagrama lateral de fuerzas en un vehículo | 33 |
| Ilustración 15: Diagrama de fuerzas longitudinales en una rueda en movimiento... | 35 |
| Ilustración 16: Diagrama frontal de fuerzas del vehículo..... | 36 |
| Ilustración 17: Representación de los ángulos de deslizamiento | 38 |
| Ilustración 18: Tablas de obtención del Cornering Stiffness..... | 39 |
| Ilustración 19: Medio vehículo con desplazamientos verticales | 41 |
| Ilustración 20: Recorrido de pruebas, 400 metros | 46 |
| Ilustración 21: Diagrama de bloques del modelo de la bicicleta..... | 46 |
| Ilustración 22: Recorrido de 130 metros | 47 |
| Ilustración 23: Errores de posicionamiento, recorrido de 130m | 47 |
| Ilustración 24: Recorrido de 800 metros | 48 |
| Ilustración 25: Diagrama de bloques en la validación de los modelos de pitch y roll | 49 |
| Ilustración 26: Secuencia de incrementos de yaw sin corregir (mathematical) y corregido | 49 |
| Ilustración 27: Secuencia corregida de incrementos de yaw | 50 |
| Ilustración 28: Comparación entre aceleraciones, secuencia 10 | 50 |
| Ilustración 29: Estimación del modelo de la bicicleta, secuencia 10 de KITTI | 51 |
| Ilustración 30: Estimación del pitch por momentos de fuerza, secuencia 10 de KITTI | 52 |
| Ilustración 31: Estimación del roll por momentos de fuerza, secuencia 10 de KITTI | 52 |
| Ilustración 32: Errores del pitch y roll, estimación por fuerzas, secuencia 10 | 53 |
| Ilustración 33: Estimación del pitch al régimen permanente, secuencia 10 de KITTI | 53 |
| Ilustración 34: Estimación del roll al régimen permanente, secuencia 10 de KITTI | 54 |
| Ilustración 35: Errores del pitch y roll, estimación al régimen permanente, secuencia 10 | 54 |
| Ilustración 36: Señales de incrementos de yaw, corregido y sin corregir, de la secuencia 05..... | 55 |
| Ilustración 37: Señal de incrementos de yaw corregida | 55 |
| Ilustración 38: Comparación entre las señales de aceleración en la secuencia 05 ... | 55 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Ilustración 39: Recorrido de la secuencia 05 de KITTI..... | 56 |
| Ilustración 40: Estimación del pitch por momentos de fuerza, secuencia 05 de KITTI | 56 |
| Ilustración 41: Estimación del roll por momentos de fuerza, secuencia 05 de KITTI | 57 |
| Ilustración 42: Errores del pitch y roll, estimación por fuerzas, secuencia 05 | 57 |
| Ilustración 43: Estimación del pitch al régimen permanente, secuencia 05 de KITTI | 58 |
| Ilustración 44: Estimación del roll al régimen permanente, secuencia 05 de KITTI | 58 |
| Ilustración 45: Errores del pitch y roll, estimación al régimen permanente, secuencia 05 | 59 |
| Ilustración 46: Comparación contra modelo sin memoria..... | 61 |
| Ilustración 47: Comparación contra modelo con memoria | 61 |
| Ilustración 48: Comparación del pitch frente al modelo sin memoria | 62 |
| Ilustración 49: Comparación del roll frente al modelo sin memoria..... | 62 |
| Ilustración 50: Comparación del pitch frente al modelo con memoria | 63 |
| Ilustración 51: Comparación del roll frente al modelo con memoria..... | 63 |

Lista símbolos

| | |
|-------------|------------------------------------------------------------------|
| CG | Centro de gravedad |
| m_s | Masa total situada encima de los amortiguadores |
| m_u | Masa total de cada neumático |
| L | Distancia entre ejes delantero y trasero |
| l_f | Distancia del eje delantero al centro de gravedad |
| l_r | Distancia del eje trasero al centro de gravedad |
| t_f | Longitud del eje delantero |
| t_r | Longitud del eje trasero |
| t_m | Longitud transversal media |
| ψ | Yaw |
| φ | Pitch |
| θ | Roll |
| δ | Ángulo de giro de la rueda delantera |
| λ | Ángulo de giro del volante |
| γ | Trayectoria instantánea |
| β | Ángulo de deslizamiento |
| μ | Coefficiente de rozamiento carretera-neumático |
| d_{roll} | Distancia vertical desde CG hasta el eje de rotación del roll |
| d_{pitch} | Distancia vertical desde CG hasta el eje de rotación del pitch |
| K_i | Constante de muelle del amortiguador i |
| D_i | Valor de rozamiento del amortiguador i |
| F_{ci} | Fuerza de compresión en el amortiguador i |
| M_y | Momento lateral de rotación |
| M_x | Momento transversal de rotación |
| PC | <i>Pitch Center</i> . Punto de rotación del pitch |
| RC | <i>Roll Center</i> . Punto de rotación del roll |
| C_s | <i>Cornering Stiffness</i> del neumático |

Glosario de acrónimos y abreviaturas

| | |
|------------|----------------------------------------------------------------------------------|
| UAH | Universidad de Alcalá de Henares |
| INVETT | INtelligent VEhicles and Traffic Technologies |
| KF | Kalman Filter |
| EKF | Extended Kalman Filter |
| UKF | Unscented Kalman Filter |
| KITTI | Karlsruhe Institute of Technology (KIT) and Toyota Technological Institute (TTI) |
| LIDAR | Laser Imaging Detection And Ranging |
| RADAR | RAdio Detection And Ranging |
| IMU | Inertial Measurement Unit |
| DRIVERTIVE | DRIVERless cooperaTIVE vehicle |
| GCDC | Grand Cooperative Driving Challenge |

1. Introducción

1.1. *Evolución de los vehículos: La conducción autónoma*

Nos encontramos en un mundo que, con ayuda de los avances tecnológicos, cambia constantemente a un ritmo cada vez mayor. Uno de los aspectos que se ve afectado por este cambio es la conducción, con constantes mejoras para una mayor seguridad para el conductor, los pasajeros y los peatones, como la incorporación del ABS y el ESP, junto con mejoras para la comodidad del usuario, como el aire acondicionado del vehículo a finales de los 70.

En la evolución de los vehículos también se ha visto incluida la idea de una alternativa menos contaminante, como ha sido la introducción de los vehículos eléctricos desde 1832, o la creación de motores con menores emisiones. Actualmente, el gran avance del que se habla sobre un vehículo es la conducción autónoma, la cual aún no se ha conseguido en su totalidad.

Cuando hablamos de *conducción autónoma* hablamos sobre vehículos que puedan realizar una trayectoria, de una longitud aceptable, en la que el vehículo sea capaz de percibir su entorno y actuar al respecto sin que sea necesaria la intervención del conductor. Este término también define los seis grados de conducción autónoma [1]:

Nivel 0. Sin automatización: Para que el vehículo realice su trayecto exitosamente debe haber un conductor humano al volante en todo momento. No existe ninguna automatización sobre el vehículo, salvo por algunas luces de asistencia.

Nivel 1. Asistencia al conductor: El vehículo posee algunos módulos que faciliten la conducción, tales como frenado automático ante peligro de choque. El conductor sigue siendo el responsable de que se complete el trayecto.

Nivel 2. Automatización parcial para el conductor: Existen módulos de aceleración/deceleración automática al igual que de giro de volante. El conductor puede desatender temporalmente algún servicio, tal como mantener el vehículo a velocidad constante, pero sigue manteniendo la obligación de estar atento y tomar el control en caso de que sea necesario.

Nivel 3. Automatización condicionada: Añadido a todo lo anterior, el vehículo comienza a comprender el entorno que le rodea y sabe tomar decisiones fáciles. El conductor puede desatender más servicios y durante más tiempo, llegando incluso a no ser necesaria la atención del conductor. Aun así, el conductor deberá tomar el control en caso de que la situación lo requiera, ya sea porque él mismo ve que algo falla o porque el vehículo se lo indique.

Nivel 4. Alta automatización: Extiende la autonomía en la conducción para ciertos escenarios específicos. Esto significa que, para aquellos casos, el conductor se liberará de su responsabilidad, ya que la propia máquina podría actuar incluso mejor que el humano.

Nivel 5. Automatización completa: Extiende el nivel anterior a todo tipo de escenarios. En este nivel es completamente innecesario que exista un conductor humano dentro del vehículo. El vehículo es capaz de completar exitosamente su trayecto, entender su entorno e incluso relacionarse con otros vehículos cercanos.

De estos niveles, varias compañías de automóviles han alcanzado el nivel 3. Un ejemplo de una tarea autónoma que pueda realizar el vehículo, entendiendo su entorno, sería aparcar automáticamente. No obstante, es posible que existan casos en los que el automóvil no sepa aparcar sin la ayuda del conductor.

También se ha conseguido hacer un gran avance hasta el nivel 4, un claro ejemplo es el autopiloto en los vehículos Tesla. No obstante, la misma compañía todavía especifica que “las características actuales del piloto automático necesitan una supervisión activa del conductor y no permiten que el coche sea autónomo”. Estas palabras demuestran que todavía se encuentran en una fase muy temprana del nivel 4 como para categorizarlo en este nivel.

1.2. Objetivo y motivación

Para que la conducción autónoma avance es importante que el vehículo sea capaz de seguir trayectorias, tanto la suya como la de objetos externos. El seguimiento de trayectoria del propio vehículo es algo que cualquier persona puede comprobar con un sistema GPS, aunque sea un sistema de seguimiento ajeno al vehículo en muchos casos.

El seguimiento de trayectorias para cuerpos externos al vehículo también es importante, pues existen diversos objetivos que necesitan de él. Algunos de estos objetivos son buscar una comunicación entre el vehículo y el entorno que le rodea, pudiendo así ser capaz de tomar ciertas decisiones, o para aplicaciones de odometría, pudiendo identificar cuerpos de poco interés para un mapa 3D para su posterior filtrado.

Uno de los problemas en la odometría de mapas tridimensionales es posicionar correctamente las nubes de puntos de detección, obtenidas a partir de sistemas LIDAR y/o RADAR. En la obtención de las nubes de puntos, los datos vienen determinados por la posición del sistema en el vehículo, así como por la posición tridimensional del vehículo con respecto a un eje paralelo al suelo.

En otras palabras, las nubes de puntos pueden sufrir de dos tipos de rotaciones: la primera debida a la propia rotación del vehículo con respecto a sus tres ejes y la segunda debido a condiciones del entorno, como la inclinación de la carretera o baches dentro de la misma.

El objetivo de esta investigación es encontrar un modelo matemático que pueda encontrar las tres rotaciones propias del vehículo. Este modelo, posteriormente, podrá implementarse en filtros UKF o en otros sistemas que puedan beneficiarse.

Al final del documento se encontrará la implementación real del sistema, con la ayuda del grupo de investigación INVETT, para una aplicación de odometría, utilizando un sistema LIDAR, a partir de la base de datos de KITTI. La información necesaria de esta aplicación se encontrará explica más a fondo en el TFM de Mónica Rentero, presentado en la Universidad de Alcalá.

2. Estado del Arte

La conducción autónoma es uno de los campos que más se ha desarrollado desde el comienzo de siglo. La mayoría de la sociedad ha experimentado la evolución tecnológica en los vehículos, empezando por simples avances, como es la dirección asistida al girar el volante, hasta los últimos avances en los que existen algunos modelos con función de piloto automático, aunque no sea una función completa.

Para llegar a este punto se han necesitado todo tipo de avances: sensores para conocer cuántos pasajeros hay en el vehículo y si llevan cinturón, cámaras delantera y trasera para ayudar a la maniobra de aparcar, mantener la velocidad del vehículo constante sin interacción extra del conductor, etcétera. Cada uno de estos avances ayudó a alcanzar el término de conducción autónoma de hoy en día, por simples que parecieran.

Al comenzar a visualizar el vehículo como un robot, ciertos términos del mundo de la robótica se aplicaron también al de la automoción. Uno de ellos es la odometría: el posicionamiento n-dimensional dentro de un espacio tras realizar una serie de traslaciones y rotaciones. Siendo la odometría bidimensional la más utilizada en el pasado, sobre todo para sistemas GPS, con la incorporación de sistemas RADAR y LIDAR se dio el paso a la odometría tridimensional, u odometría visual.

Aplicando, de esta manera, la teoría de la robótica una odometría tridimensional contendría seis grados de libertad, comprendidos por un desplazamiento a lo largo de un eje y una rotación en torno al mismo por cada eje. Aplicando las terminologías correspondientes, las traslaciones se denominan con el mismo nombre que sus ejes X, Y, Z y las rotaciones adoptan los nombres de roll, pitch y yaw respectivamente.

De esta manera, una aplicación de odometría visual para el trayecto de un vehículo requiere ser capaz de determinar los seis grados de libertad. Al implementarse un sistema con mediciones, la gran mayoría de estas aplicaciones se basan en un filtro de Kalman. Mientras que para un sistema bidimensional es posible utilizar el filtro de Kalman básico (KF), para todo sistema con mediciones por nubes de puntos se recomienda utilizar el *Unscented Kalman Filter* (UKF) [11].

Al trabajar con nubes de puntos puede ser complejo implementar la teoría básica del KF. Para conseguir que esto fuera más práctico, se desarrolló el *Extended Kalman Filter* (EKF), el cual utiliza la aproximación de distribuciones gaussianas para muestrear puntos aleatorios y aplicar el filtro a estos puntos. De este, existe la variante UKF, la cual plantea una manera determinística para muestrear los puntos de las distribuciones. Los llamados Puntos Sigma, del UKF, se seleccionan buscando mantener siempre la media original de la distribución independientemente del número de puntos. Se ha demostrado que proporciona mejores resultados que el EKF y por ello es más utilizado.

Pero para poder implementar cualquier filtro de Kalman es necesario un sistema medidor y un sistema predictor para poder compararlos. Es necesario, por ello, determinar un modelo matemático capaz de predecir los seis grados de libertad.

Un buen comienzo para este sistema predictor es poder calcular la trayectoria planar del vehículo, siendo este un sistema de tres grados de libertad: desplazamiento a lo largo de los ejes X e Y junto a una rotación en torno al eje Z. Para ello existen dos posibilidades

principales, que son las más estudiadas: el modelo de la bicicleta y el modelo de giro de Ackerman.

El modelo de la bicicleta es uno de los más estudiados, al ser también uno de los más simples[2][3], [4]. Se aproxima un vehículo a una bicicleta de dos ruedas, junto con la premisa de que el modelo sólo es válido para bajas velocidades, se consiguen resultados lineales con un error mínimo entre muestras.

La segunda opción, aplicando la teoría de Ackerman, presenta una solución más completa y compleja. El modelo de giro de Ackerman define que, en un vehículo de más de dos ruedas, al realizar una maniobra de giro la rueda más cercana al centro de la trayectoria se posiciona a con un ángulo de giro mayor que la rueda más lejana. Al presentar esta estructura, aparecen complejidades para su implementación por lo que existen varios trabajos explicando métodos de control [12].

Los tres grados de libertad restantes son la posición en Z y los ángulos de pitch y roll. Empezando por el desplazamiento vertical, no existen demasiados estudios. De los existentes, el más interesante es uno publicado a través de la Universidad de Chalmers [7]. Este estudio simula un controlador del vehículo y su desplazamiento del centro de gravedad en el eje vertical frente a los desplazamientos verticales que pueda presentar la carretera. En sus resultados determina un simulador muy preciso y completo del vehículo frente a estos desplazamientos, como dato de entrada, junto a otros datos.

Frente a los ángulos de pitch y roll, su determinación suele realizarse mediante sistemas IMU [14]. En este artículo se muestra un modelo matemático para poder adaptar las mediciones una IMU, no necesariamente muy costosa, a la estimación de los ángulos de pitch y roll. A la hora de buscar documentación este es de los principales documentos en aparecer.

Aún con artículos sobre cómo obtener ángulos más precisos, las mediciones de pitch y roll en un vehículo no son mediciones directas, sino resultados obtenidos a partir de las aceleraciones angulares que detecta la IMU.

Si se desea plantear un modelo físico, no existe demasiada información en el campo de la investigación. Todo lo referente a estos ángulos podría encontrarse en libros de teórica sobre vehículos [4][16], o en la tesis de investigación publicada en Chalmers, la cual se acaba de mencionar.

Por ello, los libros de mecánica de vehículos son una buena primera aproximación para modelos físicos. En ellos viene explicada la teoría básica sobre la automática, aunque desde un punto de vista más mecánico y menos práctico para modelos predictores.

Aunque existan pocos escritos sobre este tema, con este específico enfoque, sí que existen otros estudios que hablan sobre las fuerzas laterales en los vehículos, el comportamiento de los amortiguadores o cómo establecer sus parámetros de control, aunque algunos de ellos sean artículos académicos [3][5][6].

Sin embargo, uno de los grandes problemas a enfrentar es la obtención de parámetros de un sistema automovilístico real. En una ficha técnica vendrán algunos parámetros, como la longitud entre ejes o la longitud total del vehículo, pero otros parámetros, como

los valores de los amortiguadores, serán omitidos. Para el ejemplo dado, en las fichas técnicas solo aparecerá el tipo de amortiguador instalado de fábrica.

Es posible realizar mediciones para la obtención de estos valores, pero siempre serán aproximaciones a los valores reales sin poder conocer el valor real. Aunque existan métodos para calcular el punto tridimensional del centro de masa, explicado posteriormente en el trabajo, es muy complicado realizar esta medición si no se utilizan instrumentos con una precisión apreciable.

También existen, dentro del volumen del vehículo, puntos de aplicación sobre los cuales el mismo girará. Estos son puntos imaginarios suspendidos en el aire, a los cuales se puede estimar una distancia por métodos empíricos, pero no se encontraron estudios para determinar de forma adecuada su posicionamiento.

Por ello, este trabajo expondrá una visión general de la física de un vehículo, utilizando toda la información relatada en este capítulo.

3. Posicionamiento planar y heading

3.1. Modelo completo de una bicicleta

Una bicicleta es un sistema de siete grados de libertad [2]. Estos son sus coordenadas $\{X, Y\}$, el heading (yaw) $\{\psi\}$, el roll $\{\theta\}$, el ángulo de giro de la rueda $\{\delta\}$ y las velocidades angulares de cada rueda $\{\omega_f, \omega_r\}$.

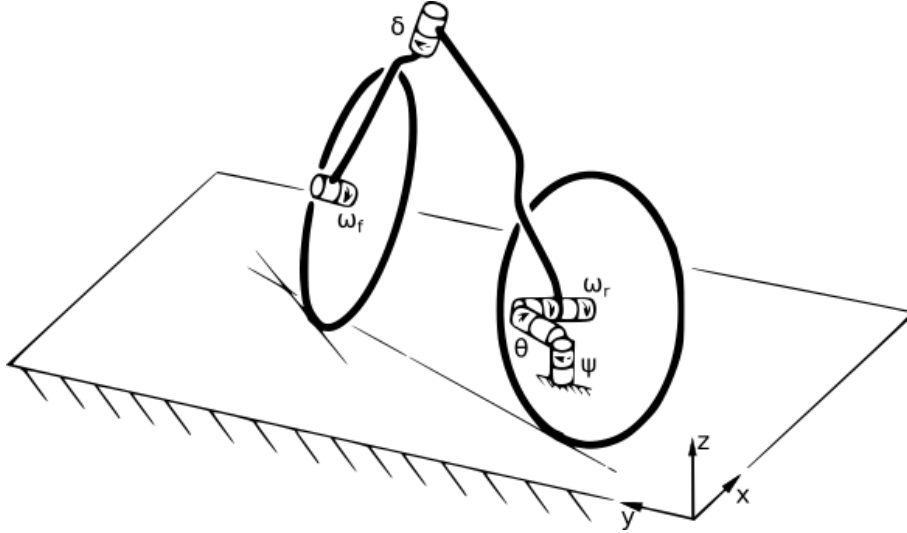


Ilustración 1: Modelo de la bicicleta completo

A la hora de aplicar el modelo de la bicicleta a un vehículo cualquiera, es necesario simplificarlo hasta un modelo de tres grados de libertad: X , Y y ψ . Para obtener estas salidas de modelo, se utilizarán como entradas la propia velocidad y el ángulo de giro de la rueda $\{\delta\}$, el cual en una bicicleta es el mismo que el del manillar.

Un modelo más específico del mismo presentaría también la variable del ángulo de giro de la rueda trasera $\{\delta_r\}$. Desde un principio, se descartará esta variable para extrapolar el modelo principalmente a turismos, sobre los cuales este ángulo no existe o se toma como despreciable.

3.2. Representación planar del modelo de la bicicleta

Un modelo planar de la bicicleta es aquel que se compone de los cuatro grados de libertad nombrados anteriormente (X , Y , ψ , δ). Este modelo matemático permitiría conocer la evolución de una trayectoria, integrando sus variables en el tiempo con respecto a un punto de giro O de radio r con respecto al vehículo [3].

En esta representación, se identifican los puntos F y R como el eje delantero (*front*) y el trasero (*rear*) respectivamente, al igual que el punto CG como el centro de gravedad. El CG se encuentra situado a una distancia l_f del eje delantero y l_r del trasero, siendo l_f siempre menor que l_r . La distancia entre ejes L se define como la suma de ambas distancias l_r y l_f .

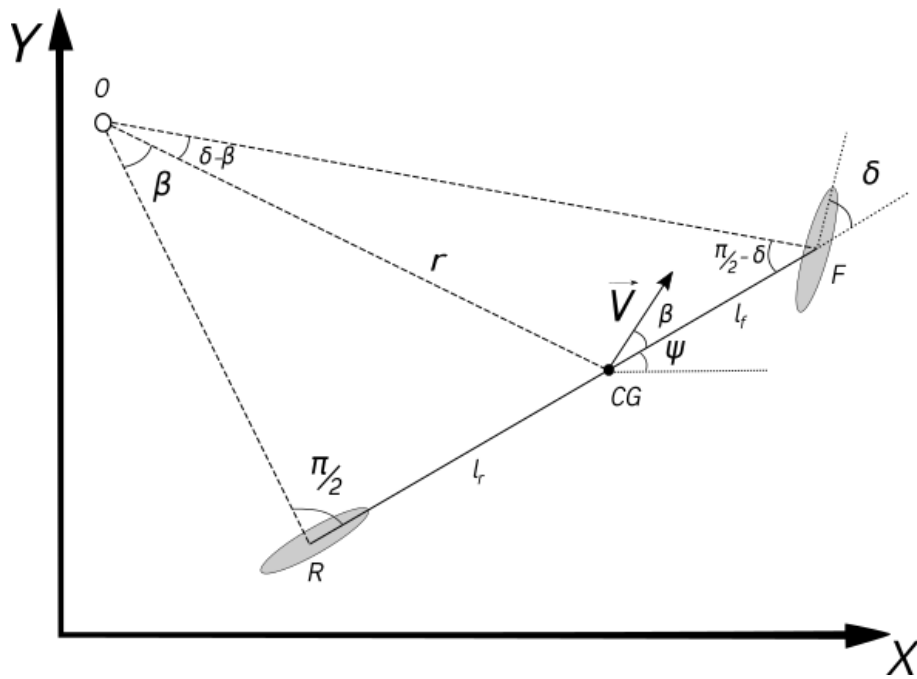


Ilustración 2: Vista planar del modelo de la bicicleta

Este modelo estudia la posición del CG para una velocidad V . Para que un vehículo pueda desplazarse necesita existir un coeficiente de rozamiento $\{\mu\}$ entre la carretera y los neumáticos. Un coeficiente infinito supondría una gran adherencia, permitiendo que el vehículo realice un giro perfecto, mientras que un coeficiente muy bajo se asimilaría a una trayectoria realizada sobre un carril de hielo.

En otras palabras, en función de μ se producirá un ángulo de deslizamiento $\{\beta\}$ sobre las ruedas. Los casos recién descritos se observan en la ilustración 3, siendo la trayectoria intermedia la que sucede en los casos reales. En esta, el conductor deberá no girar muy bruscamente para no perder el control del vehículo, debido a un β muy elevado.

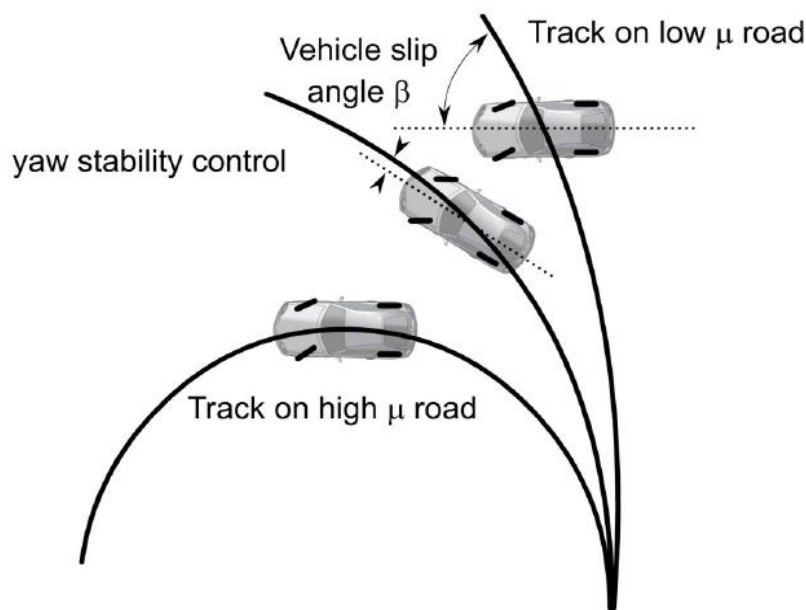


Ilustración 3: Trayectorias según el ángulo de deslizamiento

Teniendo en cuenta el factor β , el modelo de la bicicleta es únicamente válido para bajas velocidades. Por ello, el modelo desarrollado sólo será posible aplicarlo para un vehículo en conducción dentro de una ciudad o poblado.

Analizando la ilustración 2, el ángulo de deslizamiento se define por el vector V con respecto a L . Usando este, la trayectoria instantánea $\{\gamma\}$ se define como $\gamma = \beta + \psi$. Suponiendo, dentro de un sistema, el ángulo β como desconocido, es necesario utilizar de trigonometría para encontrar su valor.

Aplicando la regla del seno al triángulo $O-CG-R$, se obtiene:

$$\frac{l_r}{\sin(\beta)} = \frac{r}{\sin(\pi/2)} \quad (Eq. 3.1)$$

A partir de esta ecuación se busca una relación entre el radio de giro y β . Al ser siempre un ángulo recto el producido por la línea que intersecta el centro de la circunferencia de giro y la rueda trasera, esta relación es directa:

$$r = \frac{l_r}{\sin(\beta)} \quad (Eq. 3.2)$$

No obstante, en el sistema de ecuaciones se encuentran dos incógnitas: r y β . Para poder solucionar el sistema, se aplica también la regla del seno al triángulo $O-CG-F$.

$$\frac{\sin(\delta - \beta)}{l_f} = \frac{\sin(\pi/2 - \delta)}{r} \quad (Eq. 3.3)$$

Para desarrollar (Eq. 3.3) se aplica la razón trigonométrica del seno de la suma de ángulos, obteniendo el siguiente resultado final:

$$\frac{l_f}{r} = \tan(\delta) \cdot \cos(\beta) - \sin(\beta) \quad (Eq. 3.4)$$

Como anteriormente se ha explicado, resulta más necesario conocer β que el radio de giro, por lo que se sustituye (Eq. 3.1) sobre (Eq. 3.4). Simplificando y reordenando el resultado se llega a conocer el valor de β en función de δ .

$$\beta = \arctan\left(\frac{l_r}{L} \cdot \tan(\delta)\right) \quad (Eq. 3.5)$$

Puesto que estas ecuaciones son correctas para una velocidad baja del vehículo, se justifica que la variación de r se produce lentamente y ha de ser igual a la velocidad angular del vehículo $\{\dot{\psi}\}$, la cual por definición tiene el valor de:

$$\dot{\psi} = \frac{V}{r} \quad (Eq. 3.6)$$

Esta variación instantánea se puede llegar a determinar como una función de la velocidad, un dato medible, y β sustituyendo (Eq. 3.1) sobre (Eq. 3.6).

Recordando que la trayectoria instantánea del vehículo se define como $\gamma = \beta + \psi$, se pueden establecer las variaciones de las tres dimensiones del modelo planar, como un

producto de la velocidad del vehículo por la razón trigonométrica correspondiente en función del origen de coordenadas y su orientación.

$$\dot{X} = V \cdot \cos(\beta + \psi) \quad (\text{Eq. 3.7})$$

$$\dot{Y} = V \cdot \sin(\beta + \psi) \quad (\text{Eq. 3.8})$$

$$\dot{\psi} = V \cdot \frac{\sin(\beta)}{l_r} \quad (\text{Eq. 3.9})$$

No hay que olvidarse de que β es una función de δ , expresado en (Eq. 3.5). Utilizando este sistema de ecuaciones, para conocer los incrementos será necesario integrar sobre un intervalo de tiempo $\{dt\}$.

3.3. Conclusiones teóricas del modelo de la bicicleta

El modelo de la bicicleta, visto de forma planar, es un modelo de dos dimensiones con tres grados de libertad. Utilizando como señales de entrada el giro de la rueda, δ , y la velocidad, V , busca el ángulo de deslizamiento, β , para poder conocer las derivadas de los tres grados de libertad en función de este último parámetro.

Conociendo las derivadas de los estados de salida, usando las ecuaciones (Eq. 3.7), (Eq. 3.8) y (Eq. 3.9), es posible conocer el incremento de cada una integrando en el tiempo. Como consecuencia al integrar se obtiene un error de integración, debido a la constante de integración a añadir al resolver una integral, el cual puede ser despreciable entre dos muestras consecutivas.

Si se reutilizan los resultados como entradas para la siguiente predicción, el error integral irá incrementando. En otras palabras, cuanto más largo sea el trayecto que predecir, para un mismo tiempo de muestreo, el error entre la estimación y el *ground truth* será mayor.

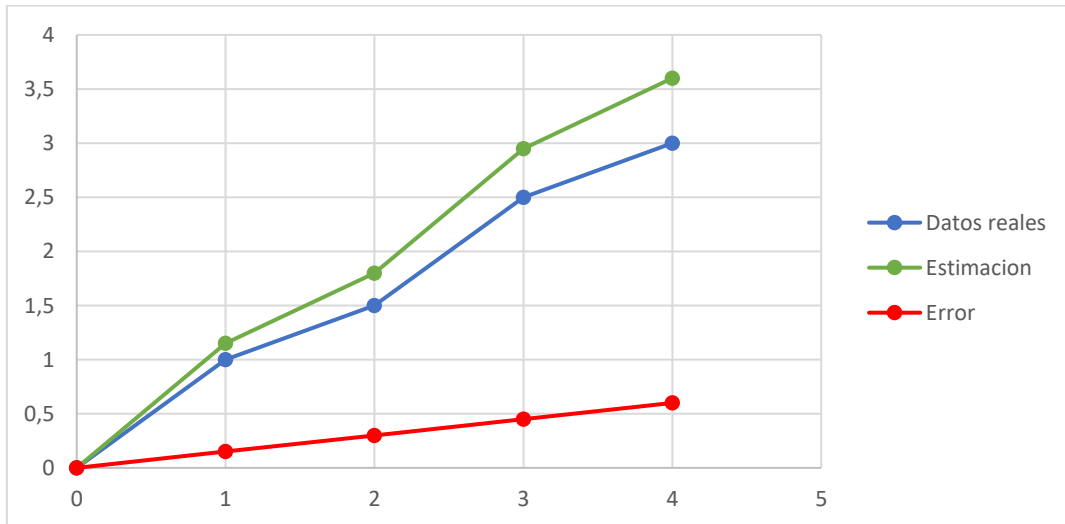


Ilustración 4: Representación del incremento del error en la estimación

Se mostrarán gráficas reales de este error en la sección 8.2, cuando se valide el modelo.

4. Modelo físico tridimensional de un vehículo

En posteriores capítulos se hará referencia a funciones sobre un modelo físico de vehículo. Para poder realizar esta referencia es necesario determinar cómo es el modelo y cuáles son sus factores característicos.

En la definición de algunos de estos factores es necesario utilizar parámetros reales, seleccionando un modelo de turismo concreto. Se utilizó el vehículo DRIVERTIVE, perteneciente al grupo de investigación INVETT de la UAH, como modelo de referencia para estos factores.

Algunos de estos factores el fabricante los ofrecía en la ficha técnica, como la distancia entre ejes, pero para otros se necesitaron realizar mediciones y cálculos, como para hallar la distancia desde cada eje hasta el centro de gravedad. Este ejemplo se encuentra explicado en la sección 4.2.

El vehículo DRIVERTIVE (driverless cooperative vehicle) es el turismo proporcionado al grupo INVETT, cuyo modelo es un Citroën C4, utilizado para aplicaciones de conducción autónoma en zonas urbanas y autopistas. En 2016 hizo ganar el premio por “El mejor equipo con automatización completa” en el Grand Cooperative Driving Challenge (GCDC) en Helmond, Países bajos.

A lo largo del capítulo se realizará un estudio de cada sistema físico individual en un vehículo. Cada sección explicará física y matemáticamente cada sistema por sí solo, buscando un entendimiento simple para suponer, como modelo completo, la suma de todos los sistemas.

4.1. Relación de giro volante-ruedas

El modelo de la bicicleta es una aproximación idónea para vehículos a dos ruedas. Para poder extrapolarlo a otros, como los turismos, es necesario realizar otra aproximación por medio del modelo de Ackerman.

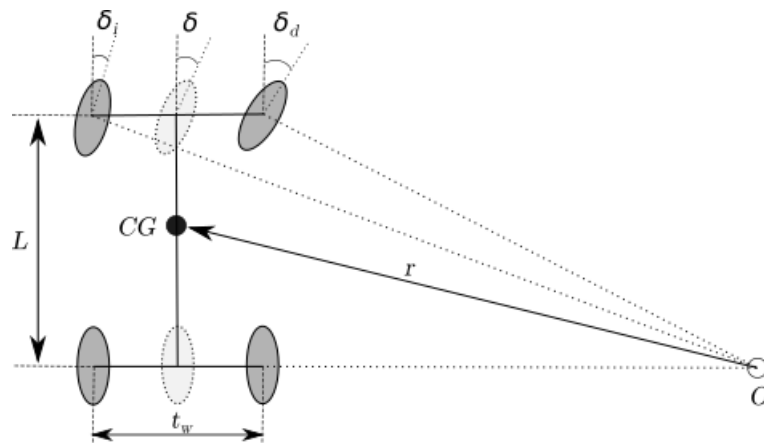


Ilustración 5: Modelo de giro de Ackerman

Como se observa en la ilustración 4, al girar un vehículo el neumático delantero interior al giro posee un ángulo de giro superior al externo. Para conocer δ y usarlo en el modelo anterior de la bicicleta, se toma la media entre ambos ángulos.

$$\delta = \frac{\delta_d + \delta_i}{2} \quad (Eq. 4.1)$$

La siguiente observación a tener en cuenta es que, en una bicicleta, el giro de la rueda delantera y del manillar es el mismo ángulo. En un vehículo con transmisión el ángulo de giro de volante $\{\lambda\}$ no resulta en el mismo ángulo δ . Se demuestra que existe una relación no lineal con la explicación de que, ante cualquier giro, la rueda interna siempre tiene un ángulo de módulo mayor que la externa, teniendo para ambas la misma posición del volante y produciéndose una mayor diferencia entre los ángulos de las ruedas a mayor λ .

La relación de giro, en todo vehículo, viene dada por la relación de piñones y engranajes que conectan el volante con el sistema de giro de las ruedas delanteras. Como ambas ruedas tienen un comportamiento simétrico, se hicieron mediciones sobre la rueda delantera derecha. A partir de estas, se generaron tablas y gráficas (ilustraciones 5, 6 y 7), simulando el comportamiento de la rueda izquierda.

Utilizando estos datos (ilustración 7) y la lógica matemática de (Eq. 4.1), se realizó la interpolación necesaria para el conocimiento del valor de δ . Esta interpolación resultó en una ecuación de segundo grado, función de λ .

$$factor = 15.75 + 2 \cdot 10^{-16}\lambda - 4 \cdot 10^{-6}\lambda^2 \quad (Eq. 4.2)$$

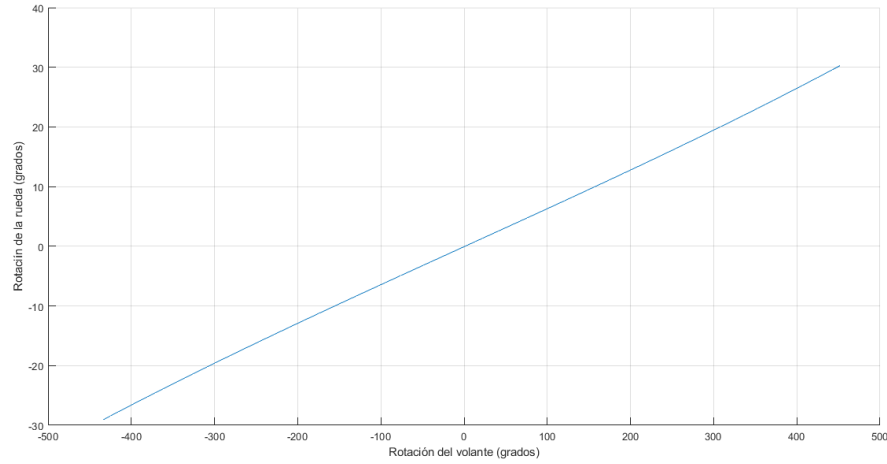


Ilustración 6: Relación rueda derecha/volante

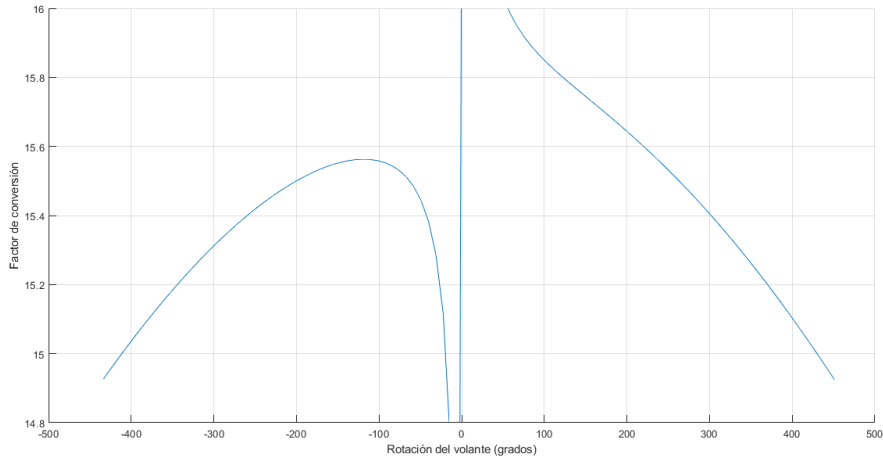


Ilustración 7: Factor de conversión (rueda derecha)

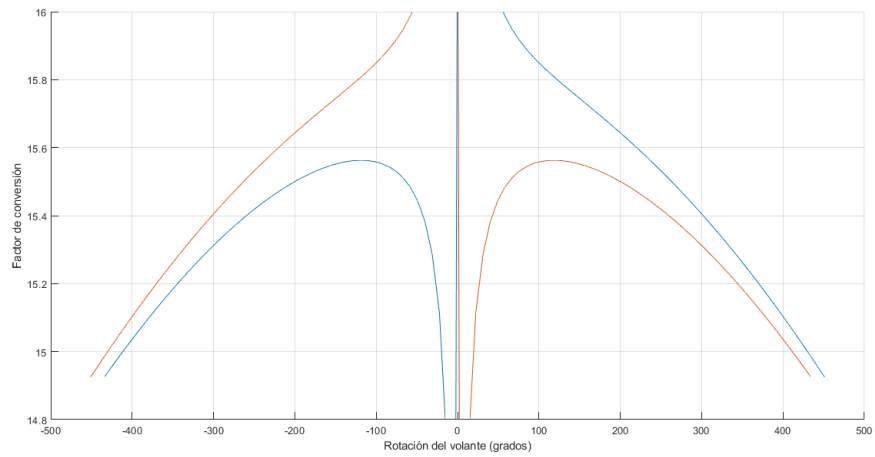


Ilustración 8: Factor de conversión

Conociendo el valor del factor de conversión y de λ , es posible determinar δ , teniendo en cuenta que un resultado negativo indica un giro a la izquierda. Para que la misma ecuación pueda tener en cuenta las no linealidades, δ se expresa como en

$$\delta = \arctan\left(\frac{\lambda}{factor}\right) \quad (Eq. 4.3)$$

Estos resultados permiten aplicar el modelo de la bicicleta a cualquier vehículo de cuatro ruedas, siempre que se conozca su factor de conversión.

4.2. Centro de masas de un turismo

Para trabajar con un modelo físico de un vehículo es importante conocer, lo más aproximadamente posible, dónde se encuentra el centro de gravedad CG . En el diseño de un vehículo siempre se busca se esté lo más bajo posible para ofrecer estabilidad.

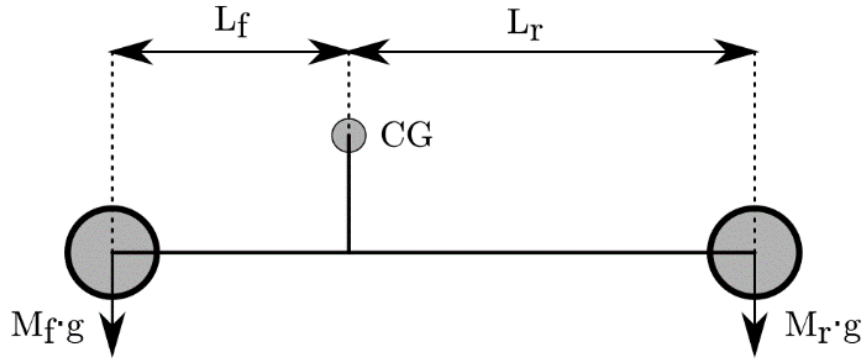


Ilustración 9: Repartición longitudinal de masas

Es posible conocer la posición tridimensional del propio CG realizando ciertas mediciones. Lateralmente, al ser el vehículo simétrico, la posición del CG se encuentra centrada. Transversalmente es necesario conocer la tara del vehículo y su repartición de masas delantera y trasera, como se muestra en la ilustración 8.

Por medio de las condiciones de equilibrio, evaluando los momentos del sistema, se pueden conocer las distancias l_f y l_r a las que se encuentra posicionado CG . Para cualquier vehículo, en todo momento se conoce L .

$$L = l_f + l_r \quad (Eq. 4.4)$$

$$M_f \cdot l_f - M_r \cdot l_r = 0 \quad (Eq. 4.5)$$

Con este método se demuestra que estas longitudes están relacionadas con la repartición de masas. A continuación, se muestran sus definiciones, siendo M la tara total del vehículo sin carga.

$$l_f = \frac{M_r}{M} \cdot L \quad (Eq. 4.6)$$

$$l_r = \frac{M_f}{M} \cdot L \quad (Eq. 4.7)$$

Hasta este punto, se ha mostrado el posicionamiento de CG en las dimensiones X e Y, faltando la altura para determinar su posicionamiento completo. Para ello, se ha de elevar el vehículo de la zona trasera, cambiando la repartición de masas como se muestra en la ilustración 9.

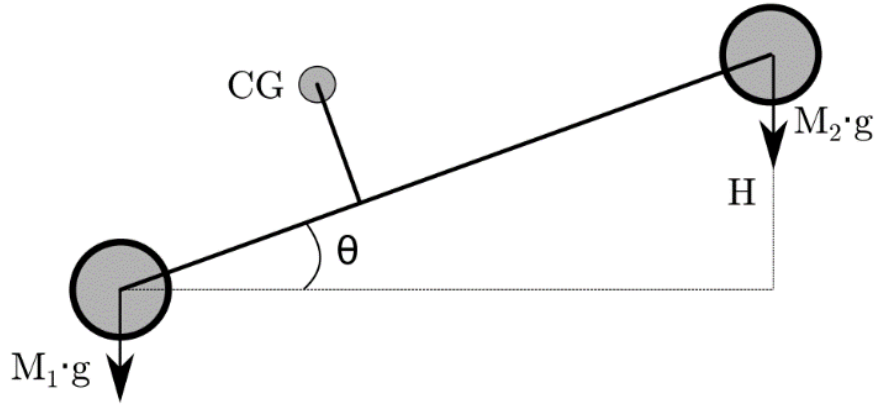


Ilustración 10: Repartición de masas con elevación

En esta última medición, es necesario establecer la altura de elevación H del eje trasero, medida con respecto al centro de los neumáticos. Esta elevación permitirá conocer el ángulo Θ de elevación a través del coseno de H y L .

Siendo Z_{CG} la altura del centro de gravedad con respecto al chasis, y aplicando la condición de equilibrio, el sistema presenta la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned} M_1[l_f \cos(\Theta) - Z_{CG} \sin(\Theta)] \\ = M_2[(l_f + l_r) \cos(\Theta) - l_f \cos(\Theta) \\ - Z_{CG} \sin(\Theta)] \end{aligned} \quad (Eq. 4.8)$$

Por medio de reorganizar los términos es posible despejar Z_{CG} fácilmente.

$$Z_{CG} = \frac{M_1 l_f - M_2 l_r}{M \cdot \tan(\Theta)} \quad (Eq. 4.9)$$

Siguiendo las mediciones, representadas en las ilustraciones 8 y 9, y las definiciones de (Eq. 4.6), (Eq. 4.7) y (Eq. 4.9) es posible determinar tridimensionalmente la posición de CG de cualquier vehículo, siempre que esté equilibrado lateralmente.

4.3. Modelo de cuarto de vehículo

Anteriormente se ha mostrado cómo conocer la evolución de una trayectoria utilizando el modelo de la bicicleta. Este modelo matemático devuelve tres grados de libertad de los seis del sistema completo, faltando el pitch $\{\varphi\}$, roll $\{\theta\}$ y la elevación $\{Z\}$.

Para conocer las incógnitas restantes es necesario analizar el modelo tridimensional del vehículo, en el cual es posible introducir una rotación a cada eje. El subsistema más simple de un vehículo es en el que se representa una rueda, su amortiguador y la masa que soporta.

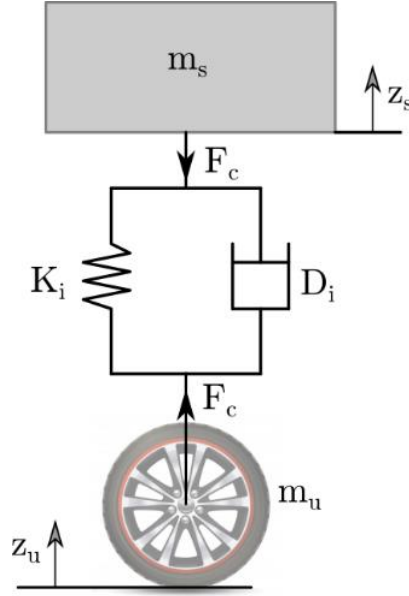


Ilustración 11: Modelo de un amortiguador

Este presentado es un modelo de dos grados de libertad; dispone de una traslación a lo largo del eje X, debido a la traslación del sistema en movimiento, y otra a lo largo del eje Z, debido a la compresión y descompresión del amortiguador.

A efectos físicos, un amortiguador se modela como un muelle en paralelo a un rozamiento. En el sistema presentado en la ilustración 9, la deformación del propio neumático también podría modelarse como un segundo amortiguador, existiendo un desplazamiento vertical del centro de masas del neumático. Por simplicidad, el amortiguador representado equivale a ambos: el amortiguador real del coche y el modelado por el neumático.

Al realizar estos ajustes, el sistema de basa en las siguientes hipótesis:

- La rueda no se deforma y se encuentra apoyada en una superficie plana.
- No existen ángulos de rotación (θ , ϕ , ψ) que afecten al sistema.

Para conocer las constantes del amortiguador, se utilizó el proceso descrito por la Universidad de Oviedo [5]. En este, se define la fuerza soportada por los amortiguadores $\{F_c\}$ definido por el desplazamiento del chasis $\{\Delta z\}$.

$$F_c = m_s \cdot \ddot{z}_s \quad (\text{Eq. 4.10})$$

$$F_{ci} = -K_i(z_s - z_{s0}) - D_i(\dot{z}_s - \dot{z}_{s0}) + m_{si} \cdot g \quad (\text{Eq. 4.11})$$

Para todas las ecuaciones, se define z_s como la posición instantánea del chasis con el amortiguador comprimido y z_{s0} , la posición con el amortiguador sin comprimir, ambas con respecto a la base del neumático. Aplicando la ley de equilibrio de fuerzas de Newton se cumple la siguiente ecuación, siendo m_u la masa del neumático y F_z la fuerza normal.

$$F_{ci} + m_{ui} \cdot g = F_{zi} \quad (\text{Eq. 4.12})$$

El primer paso para conocer los parámetros de la amortiguación es igualar (Eq. 4.10) y (Eq. 4.11) en condiciones de reposo estáticas, obteniendo así una igualdad en la que el único parámetro que afecta es K_i .

$$K_i(z_s - z_{s0}) = m_{si} \cdot g \quad (\text{Eq. 4.13})$$

A partir de esta ecuación, se puede conocer el parámetro K del amortiguador, conociendo la masa m_s que este soporta y el recorrido del muelle al comprimirse. Este parámetro no será el real, ya que se está aproximando también la compresión del neumático.

Para obtener el parámetro de rozamiento D se realiza un cálculo similar al del ajuste de un PID de control. Es necesario tomar la función de transferencia del dominio de Laplace, referente a la igualdad entre (Eq. 4.10) y (Eq. 4.11), tomando como entrada z_{s0} y como salida z_s .

$$\frac{Z_s(s)}{Z_{s0}(s)} = \frac{D \cdot s + K}{m_s \cdot s^2 + D \cdot s + K} \quad (\text{Eq. 4.14})$$

Con la ecuación característica del sistema, se iguala a la ecuación de un sistema amortiguado. Mediante la comparación de términos se obtiene el dato deseado.

$$m_s(s^2 + \frac{D}{m_s} \cdot s + \frac{K}{m_s}) = m_s(s^2 + 2\xi\omega_n \cdot s + \omega_n^2) \quad (\text{Eq. 4.15})$$

$$\omega_n = \sqrt{K/m_s} \quad (\text{Eq. 4.16})$$

$$D = 2\omega_n m_s \cdot \xi \quad (\text{Eq. 4.17})$$

Como se aprecia, el último parámetro del que depende D es el factor de amortiguación ξ , el cual se determina empíricamente siguiendo unos criterios:

- Su valor se encuentra entre 0.7 y 0.9
- El valor varía en función de las fuerzas que encuentre el neumático.

Estos criterios son idénticos en todos los amortiguadores. Se puede comprobar por medio del análisis de una curva de fuerza-velocidad, obtenida por medio de ensayos en bancos de pruebas.

Las curvas fuerza-velocidad representan los ciclos de histéresis que definen el comportamiento del amortiguador. En la Ilustración 12 se muestra el ejemplo de una de estas curvas. No se obtuvo ningún dato relevante de la curva mostrada para esta investigación.

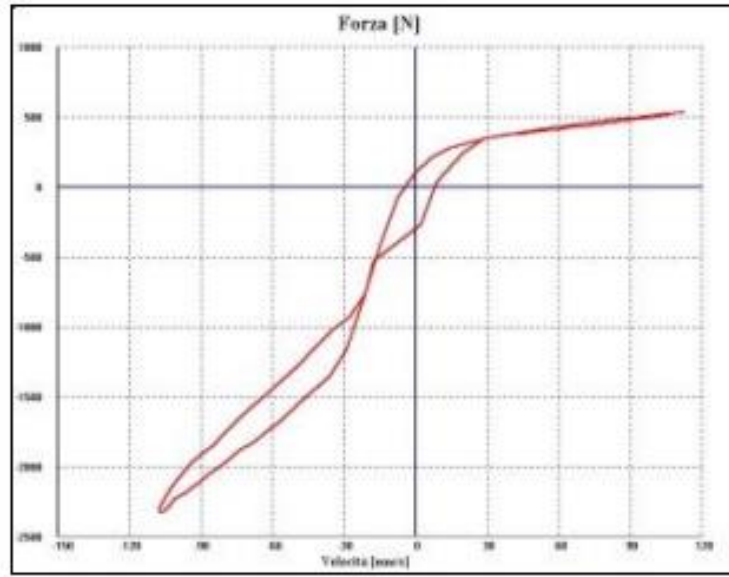


Ilustración 12: Curva fuerza-velocidad de un banco de pruebas[6]

Para el modelo presentado se supondrá una ξ constante de valor 0.7, ya que el modelo se realizará únicamente para bajas velocidades. Debido a esto, los amortiguadores se encontrarán en la zona lineal de la curva de fuerza-velocidad.

4.4. Modelo completo de un vehículo

En este capítulo se ha analizado cada parte de un vehículo, de forma individual, para poder conocer su modelo tridimensional. Esta representación se centra únicamente en los factores internos al propio vehículo, omitiendo toda clase de fuerzas externas.

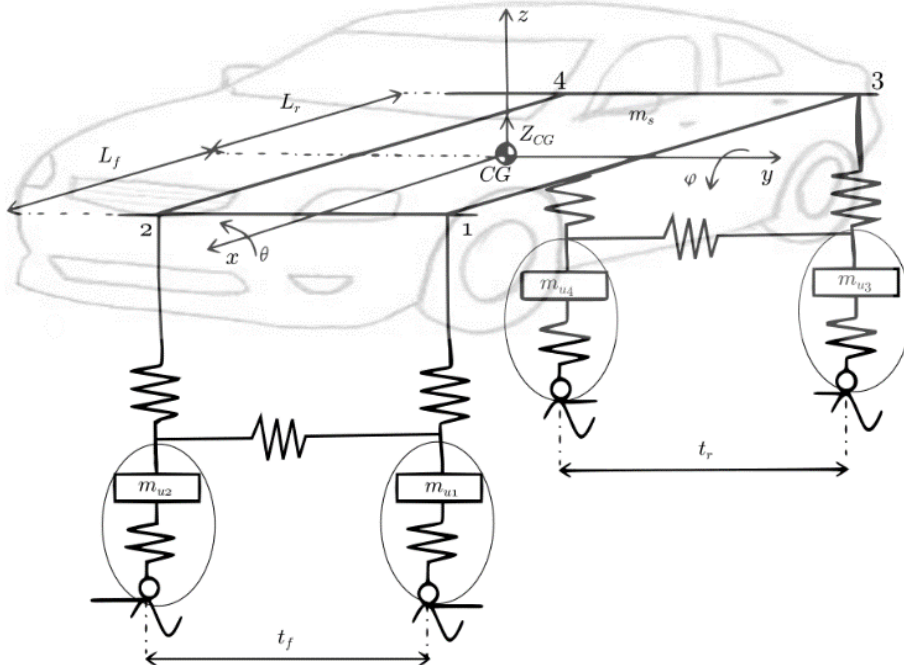


Ilustración 13: Modelo físico de un turismo con amortiguadores

El único factor interno no estudiado son las barras anti-roll, las cuales afectan al factor de amortiguación que experimenta el vehículo en la evolución de su ángulo de roll.

Al analizar tridimensionalmente el vehículo, también aparecen las distancias t_f y t_r , que indican las longitudes de los ejes delantero y trasero respectivamente. Estas longitudes no son idénticas, pero sí muy próximas entre ellas, permitiendo definir t_m como la media entre ambas. La longitud transversal media se podrá utilizar para simplificar algunos análisis, pero no todos.

Otra característica del modelo de tres dimensiones son sus seis grados de libertad, lo que indica que debe existir un punto de rotación para los ángulos de pitch y roll. Este punto se encuentra por debajo del *CG*, sin llegar al suelo. Se explicará con mayor entendimiento en capítulos posteriores.

En resumen, el modelo actual se ha establecido siguiendo varios criterios, explicados anteriormente:

- El vehículo es un turismo, sin carga extra y equilibrado lateralmente en cuestiones de masa.
- Todos los neumáticos son idénticos y tienen la misma masa.
- El modelo viajará a velocidades no muy altas.
- El terreno que defina la trayectoria del vehículo no tendrá peralte y se encontrará en condiciones decentes de pavimento; no tendrá altos o bajos que introduzcan un desplazamiento vertical en los neumáticos.
- El modelo vertical de cada amortiguador incluirá la amortiguación producida por la deformación de los neumáticos al soportar un peso.

5. Obtención del pitch y el roll en régimen permanente

Los ángulos de pitch y roll $\{\varphi \text{ y } \theta\}$ se producen en un vehículo debido a las aceleraciones longitudinales $\{\ddot{x}\}$ y laterales $\{\ddot{y}\}$, que este experimenta, respectivamente. Estas fuerzas las experimenta en función del aumento o decremento de la velocidad instantánea y de las variaciones en la trayectoria instantánea.

En este capítulo se muestra un modelo para obtener el roll, aproximándolo al régimen permanente [4], a partir del cual se establecen unas condiciones para un modelo similar para la obtención del pitch.

5.1. Aproximación del roll

Cada rotación se produce con respecto a un punto, el cual se busca que sea lo más cercano posible al suelo para proporcionar estabilidad al vehículo.

Tal como anuncia Masato Abe [4], "la fuerza centrífuga actuando sobre el centro de gravedad produce un momento de roll en torno al eje del roll resultando en un ángulo constante de roll".

Con esta premisa, se determina que la única variable que afecta al roll es la aceleración lateral, asumiendo ángulos pequeños de roll. Los otros factores influyentes son:

- La masa del chasis $\{m_s\}$
- La distancia de CG hasta el eje de rotación de roll $\{d_{roll}\}$
- Las constantes anti-roll de los amortiguadores delanteros $\{K_{\theta f}\}$ y traseros $\{K_{\theta r}\}$, con unidades de kNm/rad

De estos factores, la distancia d_{roll} presenta varios inconvenientes, a los cuales se les realizarán aproximaciones para la simplificación del modelo:

- El eje de rotación para el roll se encuentra más cercano al suelo en la parte delantera del vehículo, debido a que CG no se encuentra en el centro geométrico del vehículo.
- Debido a los ángulos de pitch y roll, el CG se podrá alejar o acercar al suelo, con respecto a su posición inicial, teniendo como consecuencia que d_{roll} no sea constante.

Se tomarán dos aproximaciones. La primera, se supondrá despreciable los desplazamientos en el eje Z que CG pueda experimentar, siendo así d_{roll} constante e invariante en el tiempo.

Segundo, se supondrá el eje de rotación del roll paralelo al suelo, siendo d_{roll} idéntico tanto en la parte delantera del vehículo como en la trasera. Con esta aproximación se aplica la hipótesis de Erebán, que establece que el eje de rotación del roll permanece estático en el modelo completo del vehículo, permitiendo así realizar un estudio simplificado de esta rotación.

De esta manera, la ecuación $\theta = f(\ddot{y})$ queda definida como se muestra.

$$\theta(\ddot{y}) = \frac{\ddot{y} \cdot m_s \cdot d_{roll}}{K_{\theta f} + K_{\theta r} - g \cdot m_s \cdot d_{roll}} \quad (Eq. 5.1)$$

Observando y analizando (Eq. 5.1), el único factor no constante que afecta es \ddot{y} , por lo que se puede simplificar definiendo una constante única anti-roll K_θ .

$$K_\theta = K_{\theta f} + K_{\theta r} - g \cdot m_s \cdot d_{roll} \quad (Eq. 5.2)$$

$$\theta(\ddot{y}) = \ddot{y} \cdot \frac{m_s \cdot d_{roll}}{K_\theta} \quad (Eq. 5.3)$$

Este desarrollo nos permite obtener, de manera simple, el valor del régimen permanente del roll.

5.2. Aproximación del pitch

Todo el proceso de la sección 5.1 se han estudiado y determinado, mostrando sus resultados en libros de texto. Tomando esta idea, se lanza la hipótesis de que el modelo se puede adaptar para el pitch, siguiendo unas premisas:

- La fuerza que produce una variación del pitch es aquella producida por la reacción del cuerpo al acelerar, efecto de la aceleración longitudinal \ddot{x} .
- La aceleración \ddot{x} es de mismo módulo que la aceleración del vehículo a_x , obtenida a través de medición, pero de signo opuesto.
- El pitch se produce en torno a un eje de rotación, separado del centro de masas a una distancia vertical d_{pitch} .
- Los amortiguadores actúan con sus respectivas constantes anti-pitch $K_{\phi f}$ y $K_{\phi r}$.

Al igual que d_{roll} , d_{pitch} no es una distancia constante a lo largo del tiempo por los desplazamientos verticales de CG. Considerando estos desplazamientos verticales despreciables en torno a una zona de trabajo, se considera también d_{pitch} como una distancia constante.

Al contrario que para el roll, los vehículos sí están equilibrados lateralmente. Como consecuencia, el eje de rotación para el pitch es un eje paralelo al suelo.

Siguiendo estas premisas, y la lógica de (Eq. 5.2), se puede definir una constante anti-pitch del sistema K_ϕ .

$$K_\phi = f(K_{\phi f} + K_{\phi r}) - g \cdot m_s \cdot d_{pitch} \quad (Eq. 5.4)$$

También es necesario anunciar que K_ϕ ha de ser distinta a K_θ , debido al efecto de las barras anti-roll. Siguiendo todas las directrices se puede establecer una definición del pitch, en régimen permanente, similar a (Eq. 5.4).

$$\phi(\ddot{x}) = \ddot{x} \cdot \frac{m_s \cdot d_{pitch}}{K_\phi} \quad (Eq. 5.5)$$

5.3. Conclusiones del modelo

El modelo presentado proporciona la ventaja de poder conocer fácilmente los ángulos de pitch y roll. Al estar presentado en un libro de fundamentos, el modelo de determinación del roll gana credibilidad. No obstante, también se encuentran contras en estas ecuaciones.

Se desconocen el método para medir las constantes anti-pitch y anti-roll, necesarias para la estimación del ángulo. Por ello, su establecimiento se realizará mediante empirismo.

La aceleración del sistema también presenta el inconveniente de ser una señal muy ruidosa, pero existen métodos de filtrado para permitir pasar las bajas frecuencias, como un filtro de media por ventana. Por tanto, aunque sea necesario tenerlo en cuenta, la aceleración no deshabilita ningún modelo.

A falta de documentación para marcar como cierto o falso el modelo, se evaluará en la fase de pruebas. Aun así, también se determinará de otro modelo que permita conocer los ángulos.

6. Identificación del pitch y el roll por momentos de fuerza

Este método permitirá conocer la variación en aceleraciones de los ángulos de pitch y roll. Sus cálculos están basados en un estudio de Chalmers [7]. Estudiando este modelo se podrá comparar con el presentado en el capítulo 5.

Este modelo, a diferencia del explicado en el capítulo 5, analiza la rotación del vehículo por causa de sus fuerzas y las inercias que experimenta. Para simplificar el análisis, el modelo completo de vehículo (Ilustración 13) se estudiará en mitades, o semicoches. Esto implica que el pitch se determinará por los estudios de los semicoches izquierdo y derecho y el roll, por los semicoches delantero y trasero.

En estos estudios aparecerán también las distancias d_{roll} y d_{pitch} . Se tomarán las mismas consideraciones para estas distancias que en el capítulo 5. Los cálculos intermedios para el roll se realizarán sin la aproximación del eje de rotación paralelo, enseñando así el modelo completo antes de enseñar el modelo con las aproximaciones nombradas.

6.1. Modelo para la estimación del pitch

Para este modelo, se utilizará el modelo físico presentado en la sección 4.4, analizando solo la mitad de este. Al existir una simetría, se analizará únicamente el lado izquierdo del vehículo, ignorando otros efectos que no actúen en el pitch.

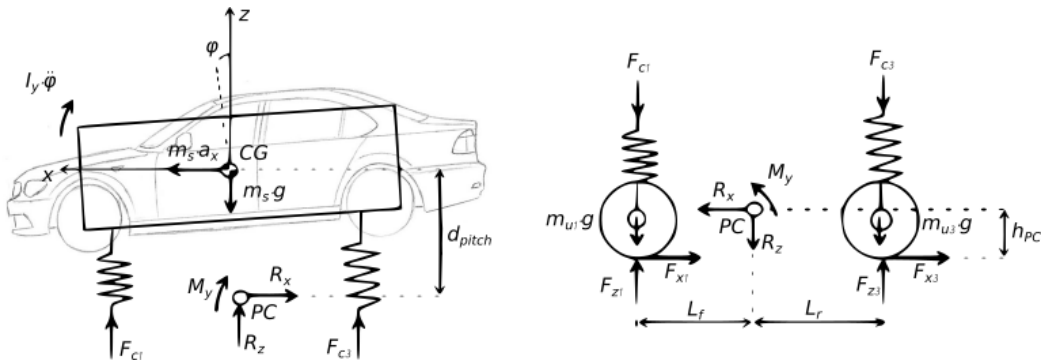


Ilustración 14: Diagrama lateral de fuerzas en un vehículo

Se identificará el torque $\{M_y\}$ aplicando la condición de equilibrio, pudiendo así conocer la aceleración $\ddot{\varphi}$. Todas las fuerzas que actúan sobre el vehículo, produciendo un cambio en φ son:

- Las fuerzas de cada amortiguador $\{F_{ci}\}$, las cuales varían según la repartición de masas en función de los ángulos φ y θ .
- Las fuerzas horizontales resultantes en cada neumático.
- La fuerza de aceleración sobre CG $\{a_x\}$.
- La acción de la fuerza de la gravedad sobre CG al estar desplazado con la vertical que pasa por el centro de rotación del pitch $\{PC\}$.

El estudio de M_y se realizará mediante el análisis de dos subsistemas, como se muestra en la Ilustración 14. Estos son el subsistema formado por los amortiguadores y la parte superior a estos, o subsistema superior, y el formado por los amortiguadores y la parte inferior a estos, o subsistema inferior. El comportamiento del subsistema superior está

determinado por las fuerzas que actúan sobre el chasis del vehículo, mientras que el inferior por aquellas que actúan sobre los neumáticos.

Empezando por el subsistema inferior, se obtiene la siguiente igualdad para M_y , con todas las fuerzas referenciadas a PC .

$$M_y = -(F_{x1} + F_{x3}) \cdot h_{PC} + (F_{z1} - m_{u1} \cdot g - F_{c1}) \cdot l_f + (F_{z3} - m_{u3} \cdot g - F_{c3}) \cdot l_r \quad (Eq. 6.1)$$

En esta ecuación se muestran las distancias l_f y l_r referenciadas a PC en vez de a CG como se comentó en el capítulo 3 al explicar el modelo de la bicicleta. Esto se debe a que PC se encuentra situado en la vertical con respecto a CG para que el efecto de la fuerza de la gravedad sobre el chasis, situándonos en el caso estacionario, no introdujera ningún momento de rotación. Siguiendo esta premisa, l_f y l_r son constantes en todo momento.

En la misma ecuación también se muestra h_{PC} , siendo esta la distancia, referenciada al suelo, hasta PC . El sumatorio de h_{PC} y d_{pitch} resulta en la altura de CG referenciada al suelo.

Sustituyendo (Eq. 4.12) en (Eq. 6.1), esta puede simplificarse obteniendo la resultante:

$$M_y = -(F_{x1} + F_{x3}) \cdot h_{PC} \quad (Eq. 6.2)$$

Hasta el momento, la (Eq. 6.2) no proporciona mucha información sobre el φ . Utilizando el mismo proceso en el subsistema superior se obtiene una segunda ecuación para M_y , pudiendo así igualar ambas.

$$M_y = -F_{c1} \cdot l_f + F_{c3} \cdot l_r - (I_y + m_s \cdot d_{pitch}^2) \cdot \ddot{\varphi} + m_s \cdot a_x \cdot d_{pitch} + m_s \cdot g \cdot d_{pitch} \cdot \varphi \quad (Eq. 6.3)$$

Al realizar las consideraciones de que la variación del ángulo es muy pequeña, en el último término de (Eq. 6.3) se ha tomado la aproximación lineal de $\tan(\varphi) \cong \varphi$.

Igualando (Eq. 6.2) y (Eq. 6.3) se obtiene una igualdad que permite conocer $\ddot{\varphi}$. El resultado se encuentra reestructurado mostrando a la izquierda todos los términos referentes a la inercia propia del vehículo y a la izquierda, los referentes a fuerzas y distancias.

$$\begin{aligned} (I_y + m_s \cdot d_{pitch}^2) \cdot \ddot{\varphi} \\ = (F_{x1} + F_{x3}) \cdot h_{PC} - F_{c1} \cdot l_f + F_{c3} \cdot l_r + m_s \cdot a_x \cdot d_{pitch} + m_s \cdot g \cdot d_{pitch} \cdot \varphi \end{aligned} \quad (Eq. 6.4)$$

La misa simetría del vehículo permite adaptar fácilmente las ecuaciones para la mitad derecha. Así, la siguiente ecuación representa esta evolución teniendo en cuenta el vehículo completo.

$$\begin{aligned}
& (I_y + m_s \cdot d_{pitch}^2) \cdot \ddot{\phi} \\
& = (F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4}) \cdot h_{PC} - (F_{c1} + F_{c2}) \\
& \quad \cdot l_f + (F_{c3} + F_{c4}) \cdot l_r + m_s \cdot a_x \cdot d_{pitch} + m_s \\
& \quad \cdot g \cdot d_{pitch} \cdot \phi
\end{aligned} \tag{Eq. 6.5}$$

6.2. Fuerzas longitudinales en los neumáticos

En los resultados mostrados en (Eq. 6.5) se conocen matemáticamente todos los términos, a excepción de dos:

- El momento de inercia I_y , el cual podría obtenerse matemáticamente analizando el vehículo como un prisma.
- Las fuerzas aplicadas sobre los neumáticos F_{xi} .

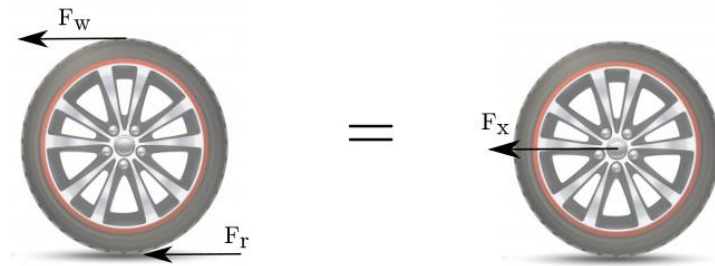


Ilustración 15: Diagrama de fuerzas longitudinales en una rueda en movimiento

Tal y como se muestra en la Ilustración 15, las fuerzas F_{xi} pueden analizarse como la resultante entre la combinación de la fuerza de rozamiento, F_r , y la fuerza motriz que provoca que el neumático gire, F_w .

Siguiendo estos principios de física básica, puede obtenerse cada fuerza F_{xi} individualmente.

$$F_{xi} = F_{wi} - F_{ri} \tag{Eq. 6.6}$$

Si fuera este el método elegido, sería necesario realizar un ajuste en (Eq. 6.5), específicamente en h_{PC} . Al referenciar, este método, la fuerza al centro del neumático, debería ajustarse la distancia con respecto al radio del mismo $\{r_w\}$.

$$h_{PC}' = h_{PC} - r_w \tag{Eq. 6.7}$$

Buscando cambiar la ecuación lo menos posible, existe una segunda alternativa aplicando la Segunda Ley de Newton. La aceleración es conocida, realizando la suposición de que todo el cuerpo viaja con la misma aceleración para mantener las premisas anteriores a este capítulo. Analizando el sistema de un neumático, este soporta su propia masa y la masa correspondiente del chasis, en función de ϕ y θ .

$$F_{xi} = (m_{ui} + m_{si}) \cdot a_x \tag{Eq. 6.8}$$

Otro dato importante sobre (Eq. 6.5) es que todas las F_{xi} se encuentran en el mismo sumatorio. Físicamente también se conoce que ninguna debería ser contrapuesta a otra. Por ello, se decide analizar F_{xi} de manera conjunta.

$$F_x = \sum_{i=1}^4 F_{xi} = \sum_{i=1}^4 (m_{ui} + m_{si}) \cdot a_x = M \cdot a_x \quad (Eq. 6.9)$$

Este resultado presenta una alternativa a (Eq. 6.6) mostrando dos ventajas:

- No son necesarios los cálculos de F_{wi} y F_{ri} .
- No es necesario el ajuste sobre h_{PC} .

6.3. Modelo para la estimación del roll

La identificación del roll se obtiene de manera similar a la del pitch. En este caso, el coche no mantiene una simetría, por lo que habría dos casos distintos a estudiar: la parte delantera del vehículo y la trasera, cada una con una distancia h_{RC} diferente. Posteriormente se tomará una aproximación para la simplificación de los cálculos.

De manera similar al modelo presentado en la sección 5.1, el roll se producirá al rotar el *CG* en torno a un punto *RC* o *Roll Center*. Este punto también se situará en la vertical del *CG* en el caso estacionario y equidistante de los laterales del vehículo. Por último, también será necesario dividir el sistema en dos subsistemas (el superior y el inferior) para el estudio de los momentos de fuerza.

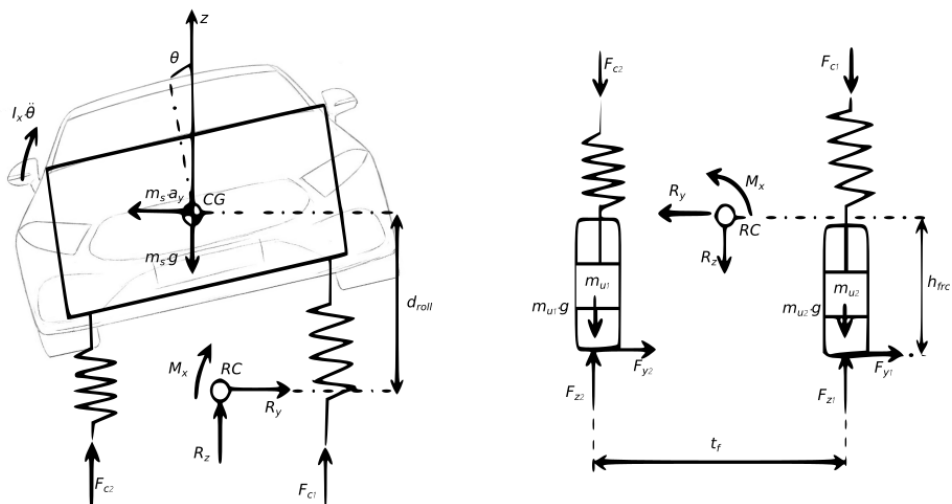


Ilustración 16: Diagrama frontal de fuerzas del vehículo

Como se observa en la Ilustración 16, el diagrama es bastante similar al de la Ilustración 14:

- El punto RC se encuentra situado a una distancia d_{roll} del CG y a otra h_{RC} del suelo.
- En lugar de las fuerzas longitudinales, las fuerzas laterales son las necesarias a tener en cuenta para los cálculos.
- Las aceleraciones y fuerzas de los amortiguadores son también responsables de la variación del ángulo.

Empezando por el análisis del subsistema inferior y teniendo en cuenta la (Eq. 4.12) se obtiene la siguiente igualdad para el torque M_x . Esta será una ecuación similar a (Eq. 6.2).

$$M_x = -(F_{y1} + F_{y2}) \cdot h_{fRC} \quad (Eq. 6.10)$$

Analizando el subsistema superior se obtendrá la segunda ecuación necesaria que define M_x . Al igual que en (Eq. 6.3), se utilizará la aproximación $\tan(\theta) \cong \theta$, válida para ángulos pequeños.

$$M_x = -(F_{c2} - F_{c1}) \cdot \frac{t_f}{2} - (I_x + m_s \cdot d_{roll}^2) \cdot \ddot{\theta} + m_s \cdot a_y \cdot d_{roll} + m_s \cdot g \cdot d_{roll} \cdot \theta \quad (Eq. 6.11)$$

Igualando ambas ecuaciones se obtendrá la igualdad para conocer la variación del roll, en aceleración, teniendo en cuenta únicamente la parte delantera del vehículo. No obstante, la ecuación deseada ha de tener en cuenta el vehículo completo. Por ello, es necesario determinar las no simetrías de este modelo:

- Las longitudes transversales t no son idénticas en los ejes delantero y trasero. Esto equivale en una longitud delantera y en otra trasera, t_f y t_r respectivamente.
- El eje de rotación del roll no es paralelo al suelo, como el eje del pitch, debido a la posición de CG . Por ello, existen dos puntos de rotación, situados a una distancia del suelo h_{fRC} y h_{rRC} en las partes delantera y trasera respectivamente, cumpliéndose $h_{fRC} < h_{rRC}$.

Teniendo en cuenta estas particularidades, junto con la estructura del vehículo completo, la ecuación completa del roll para el modelo es la mostrada.

$$\begin{aligned} & (I_x + m_s \cdot d_{roll}^2) \cdot \ddot{\theta} \\ &= (F_{y1} + F_{y2}) \cdot h_{fRC} + (F_{y3} + F_{y4}) \cdot h_{rRC} \\ &+ (F_{c1} - F_{c2}) \cdot \frac{t_f}{2} + (F_{c3} - F_{c4}) \cdot \frac{t_r}{2} + m_s \cdot a_y \\ &\cdot d_{roll} + m_s \cdot g \cdot d_{roll} \cdot \theta \end{aligned} \quad (Eq. 6.12)$$

6.4. Simplificación del modelo

La (Eq. 6.12) muestra el comportamiento real del modelo de identificación del roll por aceleración. Buscando una homogeneidad entre ambos modelos de pitch y roll, se tomarán dos aproximaciones para la simplificación del modelo:

- Al ser similares las longitudes transversales, se tomará $t_m = \frac{t_f + t_r}{2}$ como nueva y única longitud transversal.
- Se define un nuevo eje de rotación para el roll, paralelo al suelo y posicionado a una distancia h_{RC} , siendo $h_{fRC} < h_{RC} < h_{rRC}$.

Aplicando estas dos premisas sobre el modelo final, la ecuación para la obtención de la aceleración del roll cambia.

$$\begin{aligned}
& (I_x + m_s \cdot d_{roll}^2) \cdot \ddot{\theta} \\
& = (F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}) \cdot h_{RC} \\
& + (F_{c1} - F_{c2} + F_{c3} - F_{c4}) \cdot \frac{t_m}{2} + m_s \cdot a_y \cdot d_{roll} \\
& + m_s \cdot g \cdot d_{roll} \cdot \theta
\end{aligned} \tag{Eq. 6.13}$$

Una vez simplificado el modelo, las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema son (Eq. 6.5) y (Eq. 6.13), pudiendo despejar de ellas las aceleraciones de los ángulos para un instante de tiempo. A partir de ellas se obtiene la aceleración que experimenta el ángulo. La evolución en el tiempo de los ángulos se define con las ecuaciones siguientes.

$$\dot{\varphi}_{k+1} = \dot{\varphi}_k + \ddot{\varphi}_k \cdot dt \tag{Eq. 6.14}$$

$$\varphi_{k+1} = \varphi_k + \dot{\varphi}_k \cdot dt + \frac{1}{2} \ddot{\varphi}_k \cdot dt^2 \tag{Eq. 6.15}$$

$$\dot{\theta}_{k+1} = \dot{\theta}_k + \ddot{\theta}_k \cdot dt \tag{Eq. 6.16}$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \dot{\theta}_k \cdot dt + \frac{1}{2} \ddot{\theta}_k \cdot dt^2 \tag{Eq. 6.17}$$

6.5. Fuerzas laterales en los neumáticos

Para este modelo es necesario identificar las fuerzas laterales que experimentan los neumáticos. A diferencia de las longitudinales, las laterales solo se experimentan en los tramos en los que el vehículo se encuentra virando.

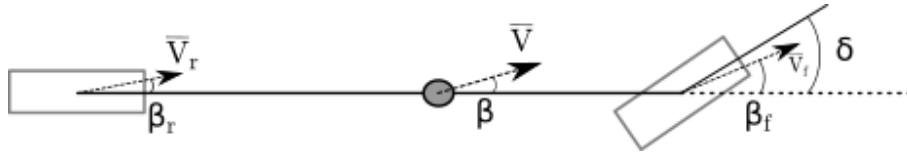


Ilustración 17: Representación de los ángulos de deslizamiento

Las fuerzas laterales que experimenta cada neumático vienen determinadas por varios parámetros, referentes a los neumáticos y la trayectoria:

- La resistencia para deformarse del neumático, o *Cornering Stiffness* $\{C_S\}$.
- El ángulo de pérdidas de cada neumático $\{\alpha\}$

$$F_y = C_S \cdot \alpha \tag{Eq. 6.18}$$

El ángulo de pérdidas es aquel que se define como la trayectoria menos el ángulo de deslizamiento. Con ayuda de la Ilustración 17, es sencillo conocer de dónde provienen las ecuaciones para cada neumático.

$$\alpha_f = \delta - \beta_f \quad (\text{Eq. 6.19})$$

$$\alpha_r = -\beta_r \quad (\text{Eq. 6.20})$$

Para poder conocer el valor exacto, es necesario conocer también el valor de los ángulos de deslizamiento en cada neumático. La definición de β es la velocidad lateral entre la longitudinal. Por medio de trigonometría es posible conocer los ángulos de deslizamiento de cada neumático con respecto a CG .

$$\beta_f = \frac{V_y + l_f \cdot \dot{\psi}}{V_x} = \beta + \frac{l_f}{V_x} \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Eq. 6.21})$$

$$\beta_r = \frac{V_y - l_r \cdot \dot{\psi}}{V_x} = \beta - \frac{l_r}{V_x} \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Eq. 6.22})$$

Así es posible conocer el ángulo α de cada neumático, sustituyendo (Eq. 6.21) y (Eq. 6.22) en (Eq. 6.19) y (Eq. 6.20).

$$\alpha_f = \delta - \beta - \frac{l_f}{V_x} \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Eq. 6.23})$$

$$\alpha_r = -\beta + \frac{l_r}{V_x} \cdot \dot{\psi} \quad (\text{Eq. 6.24})$$

El segundo parámetro, ya mencionado, para la obtención de las fuerzas laterales es el *cornering stiffness*. Para este parámetro, existen estudios que buscan su obtención matemática [8]. La segunda forma para su obtención es por medio de gráficas obtenidas en bancos de pruebas.

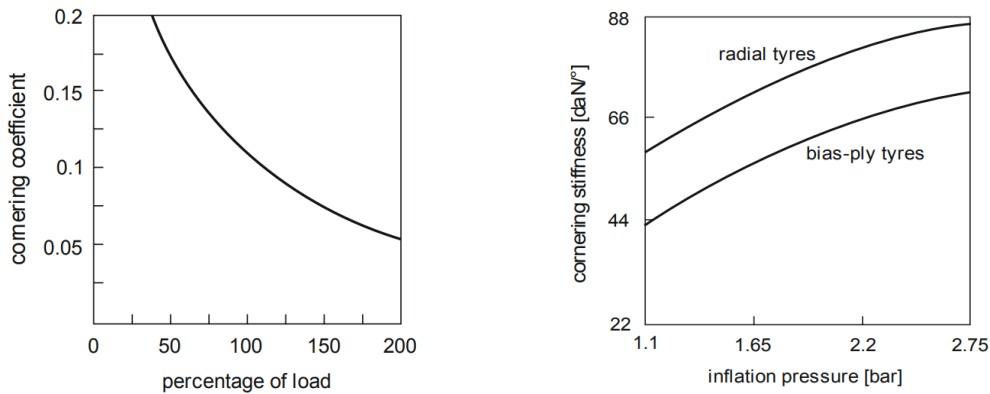


Ilustración 18: Tablas de obtención del Cornering Stiffness

El C_S es un parámetro que depende del tipo de neumático, de la presión de inflado y de la carga que soporta. En las tablas de la Ilustración 18 se observa que es un parámetro no lineal, pero también es un parámetro variante en el tiempo debido al desgaste del neumático y su pérdida de presión con el tiempo.

Con la ayuda de las tablas y el conocimiento de α , es posible conocer las fuerzas laterales a partir de datos fácilmente obtenibles utilizando el modelo de la bicicleta, explicado en la sección 3.1.

Para aplicar este dato a un turismo, la fuerza lateral total sería el doble de lo calculado para cada neumático. Esto es debido a que existen dos neumáticos frontales y dos traseros, teniendo los mismos valores de C_S por pares.

Teniendo en mente el número de ruedas, las fuerzas laterales frontal y trasera se obtienen sustituyendo (Eq. 6.23) y (Eq. 6.24) en (Eq. 6.18).

$$F_{yf} = 2 \cdot C_{Sf} \cdot \left(\delta - \beta - \frac{l_f}{V_x} \cdot \dot{\psi} \right) \quad (\text{Eq. 6.25})$$

$$F_{yr} = 2 \cdot C_{Sr} \cdot \left(-\beta + \frac{l_r}{V_x} \cdot \dot{\psi} \right) \quad (\text{Eq. 6.26})$$

En las ecuaciones (Eq. 6.25) y (Eq. 6.26) la única constante es C_S , pudiendo conocer su valor por las tablas de la Ilustración 18. De los términos restantes, δ y V_x establecen las señales de control, quedando β junto con $\dot{\psi}$ como variables que pueden conocerse por medio del modelo de la bicicleta, como se muestra en (Eq. 3.5) y (Eq. 3.9) respectivamente.

7. Efecto de las suspensiones debido al pitch y roll

Como se ha explicado en la sección 4.3, los amortiguadores sufren una fuerza de compresión. Debido a que los propios amortiguadores pueden comprimirse, el vehículo experimenta los ángulos de pitch y roll, produciendo desplazamientos verticales en el chasis.

El desplazamiento vertical que experimenta el chasis no es idéntico en todos sus puntos. Este desplazamiento puede analizarse como el sumatorio del desplazamiento producido por cada uno de los amortiguadores. Por ello, para su análisis existen cuatro puntos de interés en un turismo: dos delanteros y dos traseros.

Manteniendo la premisa de que la trayectoria del vehículo se realizará sobre una carretera que no presente altibajos, los ángulos de pitch y roll que experimente el mismo serán debidos únicamente a todas las fuerzas explicadas en capítulos anteriores. En otras palabras, no existen fuerzas externas, ajenas al comportamiento del vehículo, que compriman o descompriman los amortiguadores.

Con esto, se formula la hipótesis de que todo ángulo que se experimente producirá dos desplazamientos, cada uno de signo opuesto y no necesariamente del mismo módulo. El desplazamiento final de cada punto de interés del chasis será la suma de los desplazamientos producidos por el pitch y el roll para ese punto. Esto implica que el CG, aunque se desplace, se encuentre siempre dentro de una zona de confianza en la que se pueda aproximar $\Delta z_{CG} \cong 0$.

7.1. Efecto de las suspensiones debido al pitch

Los amortiguadores realizan un papel importante en el efecto del pitch. Sin ellos, el sistema oscilaría constantemente, siendo este el caso en el que se desprecia el rozamiento por el aire.

Tal como se explicó en la sección 4.3, los amortiguadores soportan una fuerza de compresión F_c , la cual devuelven al chasis y a los neumáticos. Gracias a los amortiguadores, el chasis puede desplazarse verticalmente produciendo el ángulo de pitch.

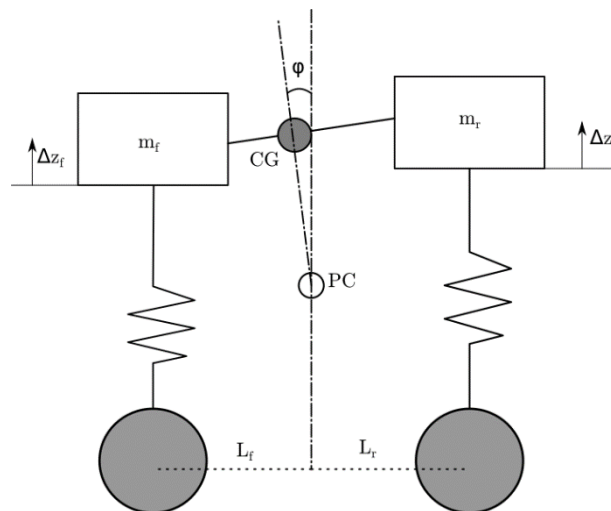


Ilustración 19: Medio vehículo con desplazamientos verticales

A efectos prácticos, estos desplazamientos permiten analizar el chasis del vehículo como masas puntuales distintas: cada una situada encima de su amortiguador correspondiente, con un desplazamiento vertical propio y con masa variable en función del pitch.

Estos desplazamientos $\{\Delta z\}$ pueden conocerse por medio de la trigonometría. En función si se analizan estos desplazamientos con respecto al ángulo actual o a la variación del ángulo con respecto al instante anterior, se obtendrá el desplazamiento absoluto, con respecto a la posición original, o relativo respectivamente.

$$\Delta z_{f0} = -l_f \cdot \varphi \quad (\text{Eq. 7.1})$$

$$\Delta z_{r0} = l_r \cdot \varphi \quad (\text{Eq. 7.2})$$

$$\Delta z_f = -l_f \cdot \Delta \varphi \quad (\text{Eq. 7.3})$$

$$\Delta z_r = l_r \cdot \Delta \varphi \quad (\text{Eq. 7.4})$$

En estas ecuaciones que rigen el comportamiento, se toma que un ángulo positivo produce un desplazamiento negativo en la parte frontal, acercándolo al suelo, y uno positivo a la trasera.

7.2. Efecto de las suspensiones debido al roll

Al igual que los desplazamientos longitudinales, se producen unos desplazamientos transversales debido al roll. Mientras que en el pitch el desplazamiento se producía por las longitudes l_f y l_r , para el roll afectan t_f y t_r .

Para este caso no será necesario utilizar la aproximación de t_m , ya que cada desplazamiento no afecta a los otros. Así, aplicando el comportamiento anterior, el efecto que se experimenta debido al roll se marca por las siguientes ecuaciones.

$$\Delta z_{d0} = \frac{t}{2} \cdot \theta \quad (\text{Eq. 7.5})$$

$$\Delta z_{i0} = -\frac{t}{2} \cdot \theta \quad (\text{Eq. 7.6})$$

Estas ecuaciones determinan que un ángulo positivo produce un desplazamiento positivo en el lado derecho, aumentando su distancia hasta el suelo, y uno negativo en el izquierdo.

7.3. Efecto total de las suspensiones y fuerzas

Para conocer el desplazamiento en cada punto del chasis, es necesario aplicar ambos efectos, el del pitch y del roll. El siguiente sistema determina el comportamiento de la posición absoluta de cada esquina de un vehículo.

$$\begin{bmatrix} \Delta z_{fd0} \\ \Delta z_{fi0} \\ \Delta z_{rd0} \\ \Delta z_{ri0} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -l_f & t_f/2 \\ -l_f & -t_f/2 \\ l_r & t_r/2 \\ l_r & -t_r/2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi \\ \theta \end{Bmatrix} \quad (Eq. 7.7)$$

A partir del sistema de ecuaciones presentado, es posible determinar las fuerzas de compresión de los amortiguadores. Es necesario conocer tanto el desplazamiento absoluto como el relativo para ello.

Estas fuerzas se obtienen aplicando los desplazamientos sobre (Eq. 4.11). Nótese que se supone el valor de ambos amortiguadores delanteros como iguales y de misma forma se hace con los traseros.

$$F_{cfd} = K_f \cdot \Delta z_{fd0} + D_f \cdot \dot{\Delta z}_{fd} \quad (Eq. 7.8)$$

$$F_{cfi} = K_f \cdot \Delta z_{fi0} + D_f \cdot \dot{\Delta z}_{fi} \quad (Eq. 7.9)$$

$$F_{crd} = K_r \cdot \Delta z_{rd0} + D_r \cdot \dot{\Delta z}_{rd} \quad (Eq. 7.10)$$

$$F_{cri} = K_r \cdot \Delta z_{ri0} + D_r \cdot \dot{\Delta z}_{ri} \quad (Eq. 7.11)$$

Este sistema de ecuaciones muestra las fuerzas realizadas, por cada uno de los cuatro amortiguadores verticales del vehículo, que afectan a las variaciones en los ángulos de pitch y roll. Si se comparan con la (Eq. 4.11), se observa que se ha omitido el término referente a la masa que soporta el amortiguador empujada por la fuerza de la gravedad.

Este término se ha omitido debido a que no afecta a las variaciones de pitch y roll. Si se incluyera en las ecuaciones, introduciría un error de offset en los resultados del pitch. Si se realizan los cálculos, se obtiene un momento de fuerza de 32,3 kNm el cual, usado en el modelo descrito en la sección 6.1, producirá un offset en el pitch ligeramente superior a 0,12 radianes.

8. Validaciones de modelos

8.1. Parámetros reales usados

Aunque el modelo matemático presentado pueda aplicarse para cualquier turismo, existen ciertos parámetros que no son similares para todos. Cualquier vehículo tiene unas longitudes, pesos, neumáticos y amortiguaciones distintas. Por ello, se necesita establecer el modelo físico real sobre el que aplicarlo

Tal como se comentó al comienzo del capítulo 4, todos los parámetros fueron obtenidos para el modelo Citroën C4, mostrando en las siguientes tablas estos parámetros. Se recopilan tanto los datos ofrecidos por el fabricante como los necesarios medidos.

| Longitudes absolutas | | | | |
|----------------------|--------------|--------------------------|----------------|---------------------|
| Largo total | | Ancho total | | Altura máxima |
| 4.26 m | | 1.773 m | | 1.471 m |
| Longitudes de ejes | | | | |
| L | | l_f | | l_r |
| 2.608 m | | 0.9588 m | | 1.6492 m |
| t_f | | t_r | | t_m |
| 1.497 m | | 1.510 m | | 1.5035 m |
| Masas | | | | |
| Tara completa | Masa frontal | Masa trasera | Masa neumático | |
| 1360 kg | 860 kg | 500 kg | 20 kg | |
| Otras distancias | | | | |
| Altura CG | | d_{pitch} & d_{roll} | | h_{PC} & h_{RC} |
| 0.735 m | | 0.5227 m | | 0.2123 m |

8.2. Comprobación del modelo de la bicicleta

El modelo de la bicicleta es fundamental para que se obtengan los resultados deseados, ofreciendo tres grados de libertad del sistema (X, Y, ψ). No solo es fundamental por conocer la mitad de los grados de libertad necesarios, sino porque proporciona información esencial para el correcto funcionamiento de los modelos del pitch y roll.

Para su validación, se decidió recopilar datos sobre un recorrido simple para la realización de pruebas. Se escogió el trayecto, entre dos rotondas, pertenecientes al recinto de la Universidad de Alcalá, que se muestra en la Ilustración 20.



Ilustración 20: Recorrido de pruebas, 400 metros

A partir de este recorrido, se tomaron dos circuitos de pruebas. Ambos realizando el mismo recorrido y empezando en el mismo punto de partida, pero cada una con una longitud diferente.

- El primero únicamente tomando la rotonda de la Avenida de León, realizando un cambio de sentido. Recorrido de 130 metros.
- El segundo tomando la misma rotonda, viajando hasta la segunda rotonda enfrente de Mecanizados Escribano y volviendo hasta tomar la primera rotonda. Recorrido de 800 metros.

Para esta comprobación, el modelo tomará como señales de actuación la posición del volante, λ , y la velocidad. A partir de ellas, se actualizarán los estados del sistema, siendo estos las posiciones X e Y, la posición de la rueda intermedia delantera y la orientación del yaw, referenciada al vehículo. Por último, las salidas que se buscan son las posiciones X e Y referenciadas al origen de trayecto.

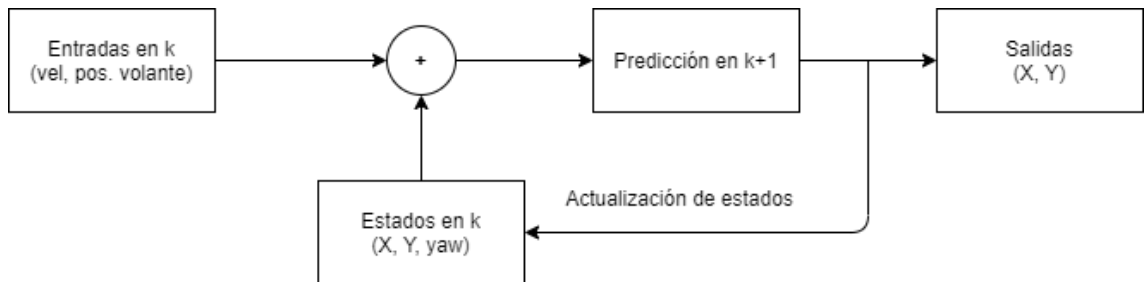


Ilustración 21: Diagrama de bloques del modelo de la bicicleta

El primer circuito se tomó para comprobar el factor que relaciona el giro de volante y el giro de rueda. Siendo este factor de 16.8, el resultado fue el que se muestra a continuación.

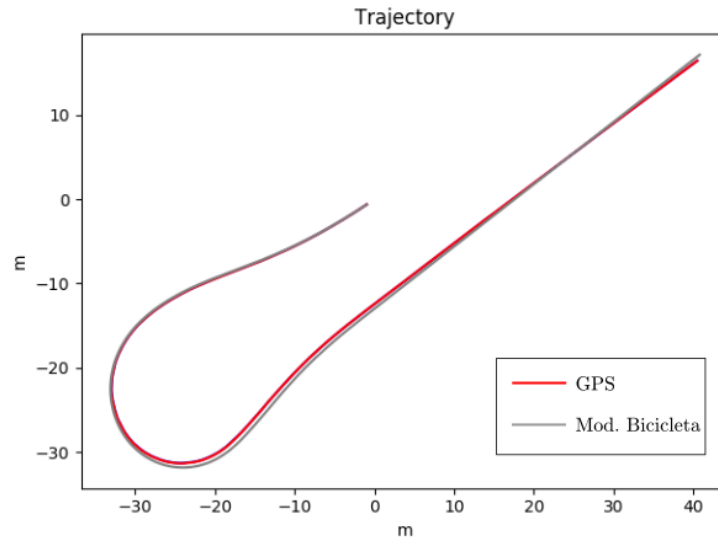


Ilustración 22: Recorrido de 130 metros

Esta primera prueba permitió comprobar que el factor de transmisión, entre el giro del volante y el giro de la rueda, era correcto y que el modelo de la bicicleta es un modelo funcional para el seguimiento de trayectorias. Para la obtención de más información, también se analizaron los errores de posicionamiento.

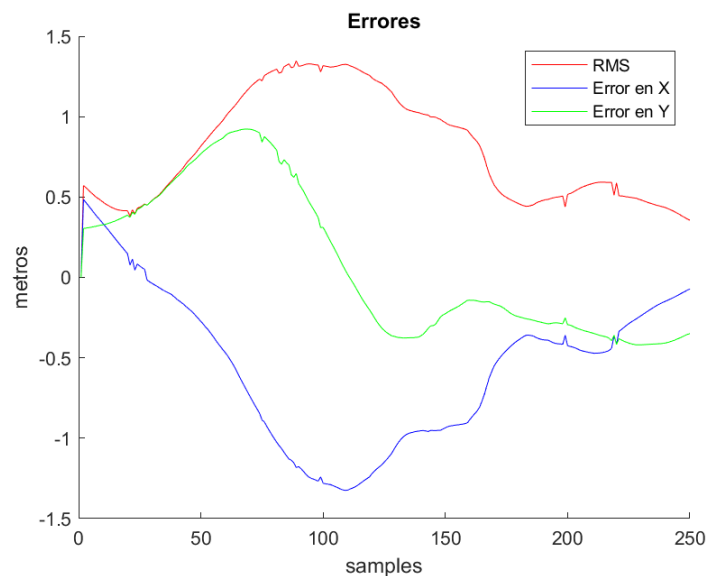


Ilustración 23: Errores de posicionamiento, recorrido de 130m

Se observa el pico de error en el giro de la rotonda. También se observa como el error en X va aumentando según aumenta las muestras. Esto se debe al error de integración acumulado por reutilizar, como muestras de entrada, los datos estimados para predicciones futuras.

Una vez confirmado el factor de giro, se realizó la prueba con el recorrido de 800 metros. Los resultados esperados es que la trayectoria se desvíe cada vez más, como efecto del error de integración acumulado.

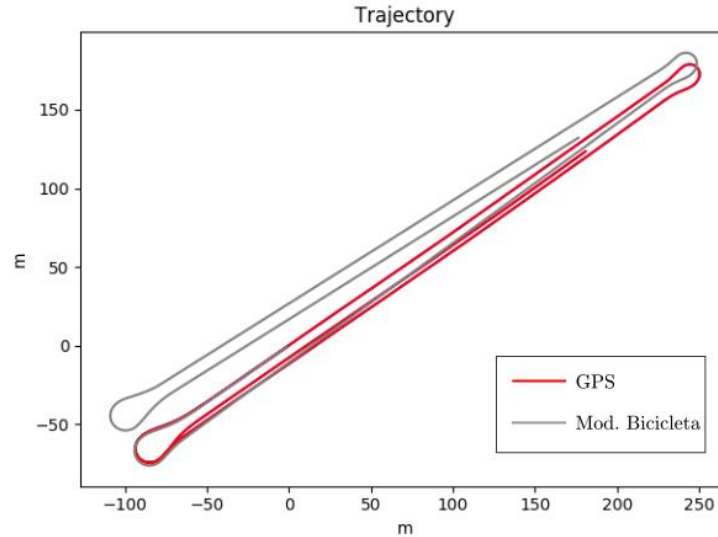


Ilustración 24: Recorrido de 800 metros

A partir de estos resultados se aprecia claramente que el modelo presenta un error. Este es un error integral, ya que al realizar las integraciones mostradas en (Eq. 3.7), (Eq. 3.8) y (Eq. 3.9) no se introduce ninguna constante de integración.

Sin conocer el valor de esta constante, se demuestra que el modelo de la bicicleta no es apto para ser utilizado como un modelo con memoria, tal como se usó en las pruebas anteriores. Aunque el error de integración pueda llegar a ser ínfimo entre dos instantes, al realizar la actualización de estados durante el recorrido completo el error absoluto aumenta.

Aun así, esta comprobación sirve para la validación del modelo y su posterior uso. Las variables necesarias para los posteriores modelos de pitch y roll son variables instantáneas, previas a la integración.

Por lo tanto, los resultados muestran un correcto funcionamiento del modelo.

8.3. Evaluación de los modelos de pitch y roll

Una vez validado el modelo de la bicicleta, el cual servirá de base para los modelos presentados en los capítulos 5 y 6, es necesario validar ambos modelos propuestos para el funcionamiento del pitch y el roll. Para ello, se utilizará la base de datos de KITTI [9]. Esta base de datos ofrece varios recorridos grabados, preparados para resultados en odometría, con datos de los ángulos de pitch y roll.

No obstante, se presenta un inconveniente: la base de datos no ofrece la posición del volante. Puesto que el modelo se ha establecido que requiere de la posición del volante y ya se ha demostrado su correcto funcionamiento, se realizará una modificación para llevar a cabo la siguiente validación. Esta modificación es que, tomando el puesto de λ , se introducirá como señal de control los incrementos del yaw. Con esta implementación, el siguiente sería el diagrama de bloques del modelo.

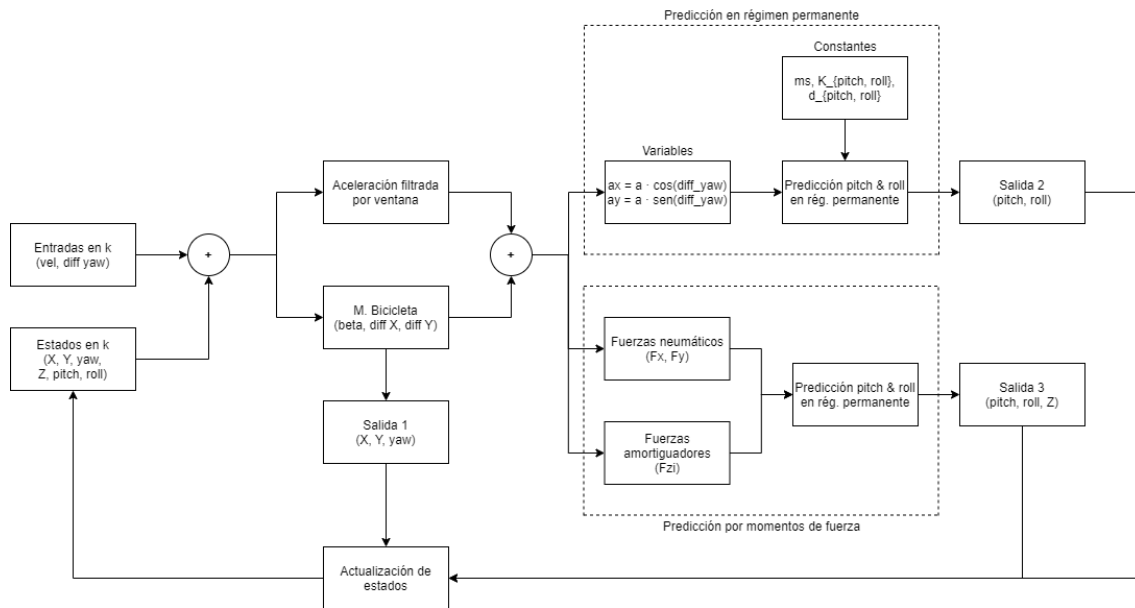


Ilustración 25: Diagrama de bloques en la validación de los modelos de pitch y roll

Así, empezando por el dato de los incrementos del yaw para la entrada, el método matemático para obtenerlo es muy simple: restar en cada estado el valor del estado anterior. No obstante, es necesario tener en cuenta que el yaw es un ángulo que toma un valor entre $[-\pi, \pi]$.

Como consecuencia de los límites, es posible que, por medio de pequeños incrementos, el ángulo acabe dando la vuelta entera teniendo como resultante un incremento matemático de $\pm 2\pi$. Para corregir este suceso, se aproxima el incremento de yaw, en el estado problemático, al último incremento obtenido. Estos resultados se encuentran en las ilustraciones a continuación, utilizando la secuencia 10 de la base de datos.

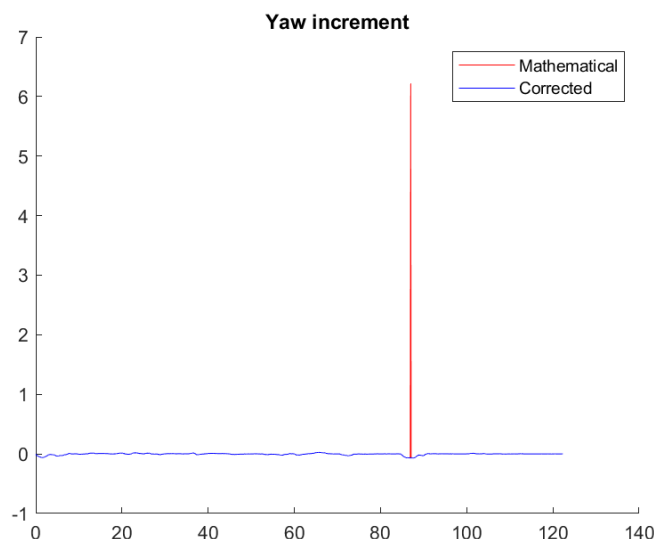


Ilustración 26: Secuencia de incrementos de yaw sin corregir (mathematical) y corregido

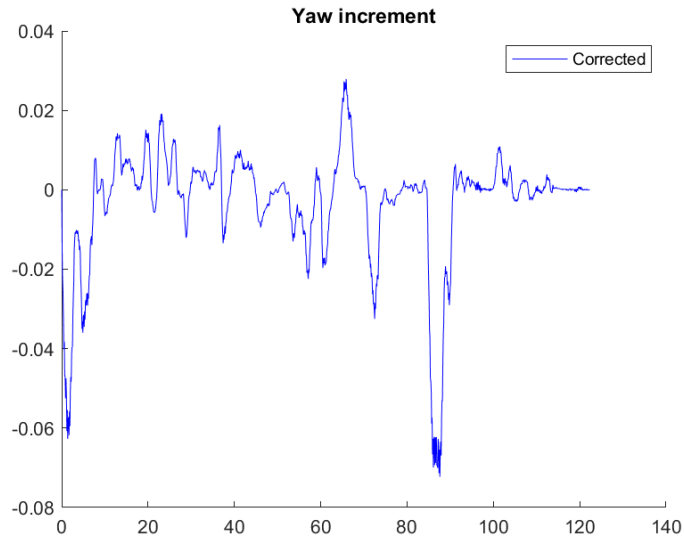


Ilustración 27: Secuencia corregida de incrementos de yaw

Como se muestra en la Ilustración 25, para los modelos de pitch y roll también es necesario conocer la aceleración del modelo. Al conocer el tiempo de muestreo, dt , esta es fácilmente obtenible a partir de su definición: $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$.

El principal inconveniente de aplicar la definición es que la señal resultante es una señal muy ruidosa como para ser utilizada, esperando resultados decentes. Por ello, se aplicó un filtrado de media por ventana, eligiendo una longitud de 15 muestras. Siendo el tiempo de muestreo de 0.1 segundos, el filtro introduce un retardo de 1.5 segundos en el sistema. Los resultados de estas operaciones se muestran en la Ilustración 28.

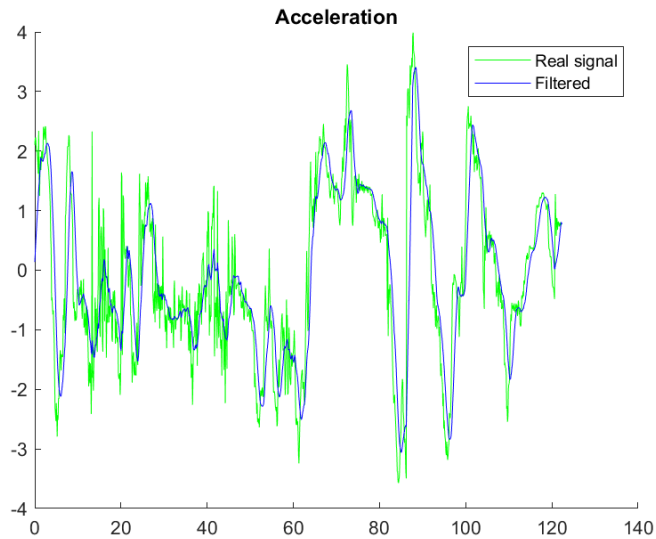


Ilustración 28: Comparación entre aceleraciones, secuencia 10

Una última observación para la aceleración es que posteriormente se necesita, para ambos modelos, la utilización de sus componentes longitudinales y laterales. La obtención de a_x y a_y se realiza mediante la multiplicación del módulo por el coseno o el seno del incremento en yaw, respectivamente. A esta multiplicación se le invierte el signo, ya que las aceleraciones que experimenta el vehículo son reacciones, basando este comportamiento a la 3ª Ley de Newton.

Con los cambios anteriores, la principal preocupación es que el modelo de la bicicleta ofrezca falsos positivos. Mientras es cierto que el modelo ya no necesita calcular el incremento de yaw, sí que necesita calcular el ángulo de deslizamiento. Por ello, necesita realizar la derivada de dicho incremento, adaptando la (Eq. 3.5) en la (Eq. 8.1), tomando ayuda de la (Eq. 3.9).

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{\Delta\psi}{dt} \cdot \frac{l_r}{V} \right) \quad (Eq. 8.1)$$

Con este dato, se estima que las predicciones del modelo de la bicicleta serán correctas, según lo definido en la validación de este modelo. Esta hipótesis será correcta si, al realizar la estimación mediante el modelo, visualmente se puede apreciar el incremento del error integral.

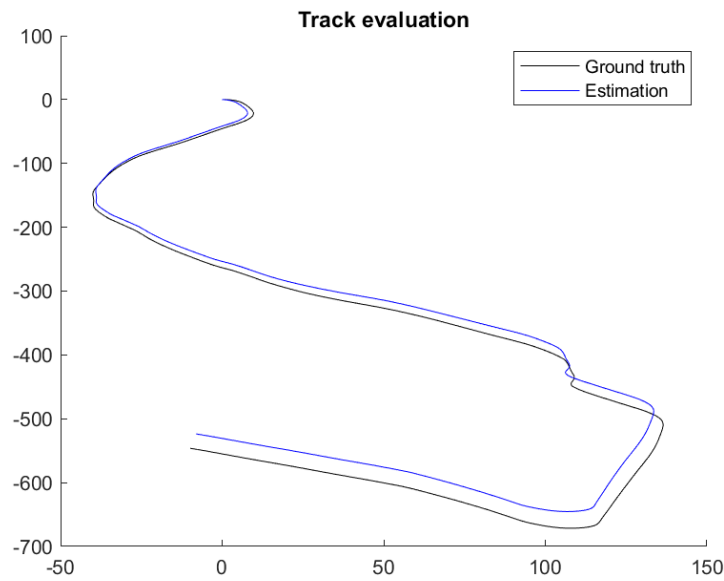


Ilustración 29: Estimación del modelo de la bicicleta, secuencia 10 de KITTI

En la Ilustración 29 se aprecia cómo la trayectoria se asemeja al ground truth, teniendo un error de posicionamiento cada vez mayor. En otras palabras, queda demostrado que la modificación utilizada, frente a la falta del dato de la posición del volante, no presenta graves errores para los modelos.

Con todas las señales de actuación preparadas para el modelo a continuación, se muestran las validaciones de cada modelo por separado. Empezando por el modelo más complejo, la estimación de los ángulos por medio de los momentos de fuerza, se obtuvieron los siguientes resultados para la secuencia 10.

La Ilustración 30 muestra unos resultados que no coinciden con los resultados medidos y almacenados en la base de datos. Aunque suceda esto, también se puede observar, referenciándose a la Ilustración 28, que reacciona de manera correcta a la aceleración: al incrementar la aceleración, el ángulo se vuelve más negativo, alejando verticalmente la parte delantera del vehículo del suelo. También se observa el comportamiento inverso.

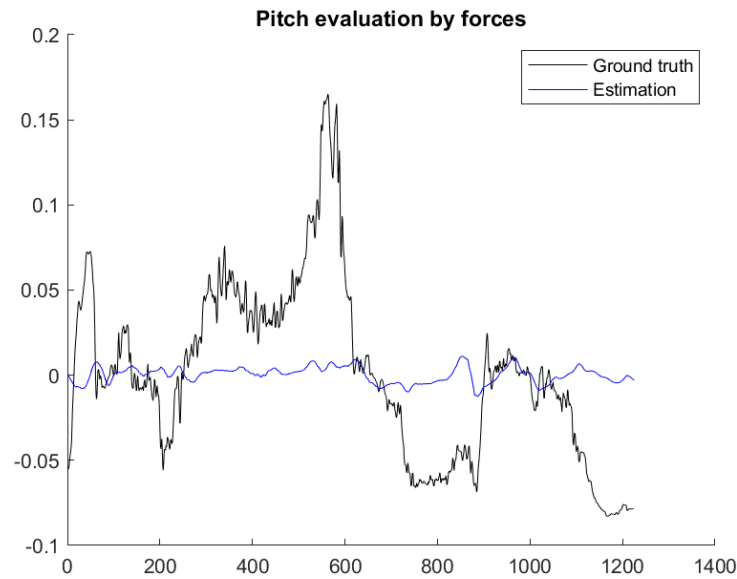


Ilustración 30: Estimación del pitch por momentos de fuerza, secuencia 10 de KITTI

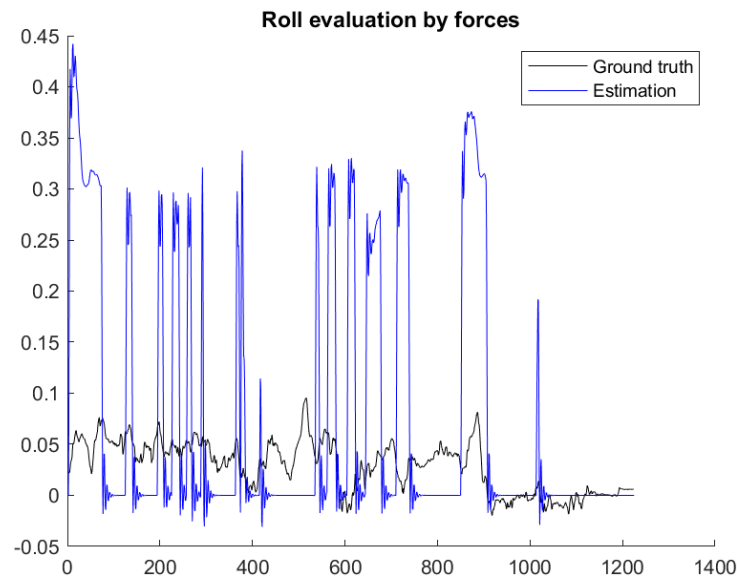


Ilustración 31: Estimación del roll por momentos de fuerza, secuencia 10 de KITTI

La Ilustración 31 muestra unos resultados de roll descabellados. En estos, la amplitud que llega a alcanzar tiene un módulo desorbitado y sólo se presenta un signo en estos, lo que significa que el vehículo siempre se inclina hacia el mismo lado, el izquierdo, independientemente hacia dónde vire el vehículo.

Aun así, se ve un correcto establecimiento del ángulo al terminar de virar. Se aprecia el comportamiento de un sistema amortiguado, siendo el valor de régimen permanente 0. Estos resultados son consistentes como para afirmar que este modelo de la estimación del roll es incorrecto, pero se realizará posteriormente una segunda prueba antes de llegar a las conclusiones.

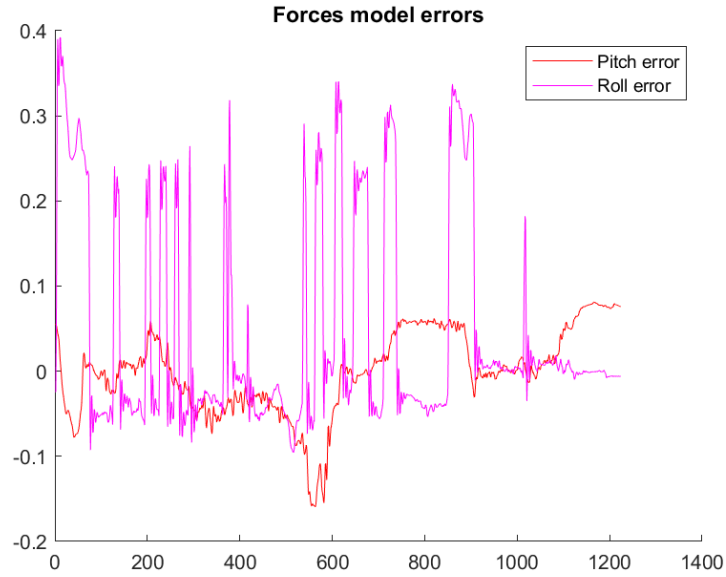


Ilustración 32: Errores del pitch y roll, estimación por fuerzas, secuencia 10

Una vez estudiado el primer modelo, se utilizó la misma secuencia para obtener las validaciones del modelo de estimación de los ángulos al régimen permanente. Este modelo se caracteriza por aproximar los ángulos utilizando una constante, que representa la resistencia del vehículo a inclinarse gracias a los amortiguadores.

Sabiendo que estas constantes pueden ser diferentes, se establecieron empíricamente los siguientes valores, buscando minimizar el error entre las señales resultantes y el ground truth.

$$K_{\theta} = 45/20 \cdot 10^3$$

$$K_{\varphi} = 32 \cdot 10^3$$

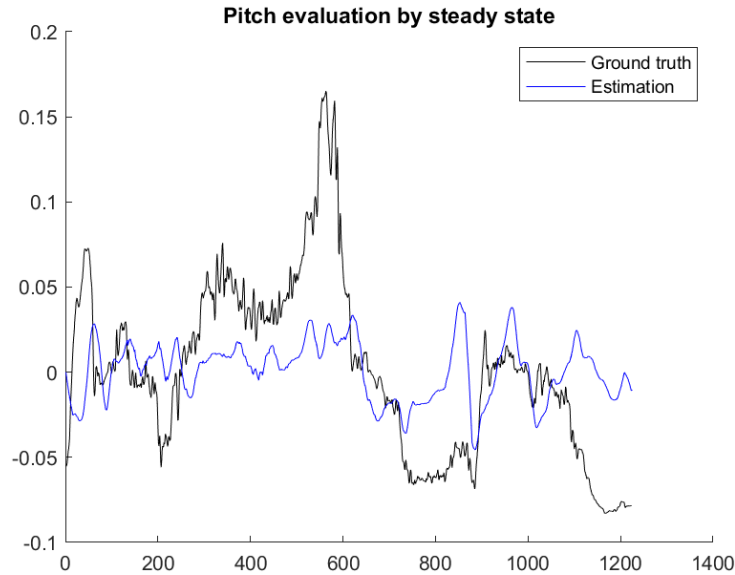


Ilustración 33: Estimación del pitch al régimen permanente, secuencia 10 de KITTI

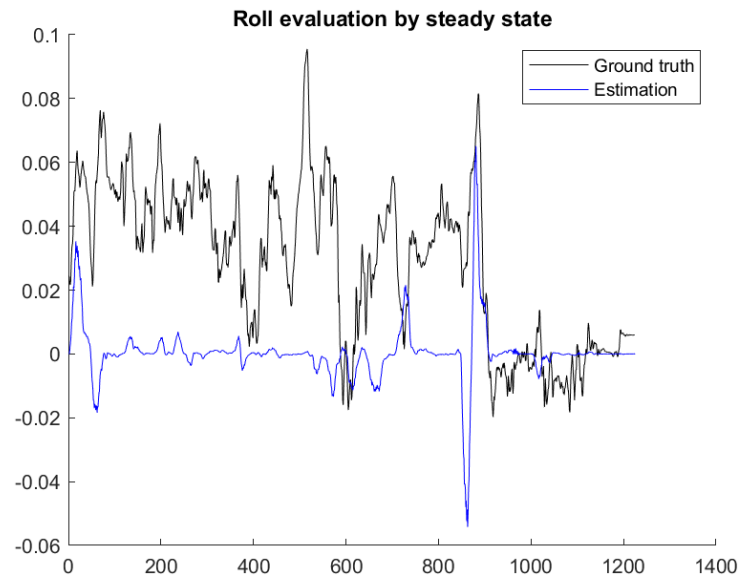


Ilustración 34: Estimación del roll al régimen permanente, secuencia 10 de KITTI



Ilustración 35: Errores del pitch y roll, estimación al régimen permanente, secuencia 10

Observando los resultados, este modelo tampoco muestra una estimación muy cercana al ground truth, pero sí más razonable que el modelo anterior. Comparando los resultados del pitch de ambos modelos se observa un comportamiento muy similar entre ellos, teniendo como principal diferencia la amplitud de las señales resultantes. Comparando también los resultados del roll entre modelos, se observa que no hay tanto parecido, aunque ambos muestran sus ángulos máximos en los mismos tramos muestreados.

Buscando conclusiones más precisas, se seleccionó también la secuencia 05 de la base de datos de KITTI como segundo recorrido de pruebas. Las señales del yaw, la aceleración y la trayectoria de esta se muestran a continuación.

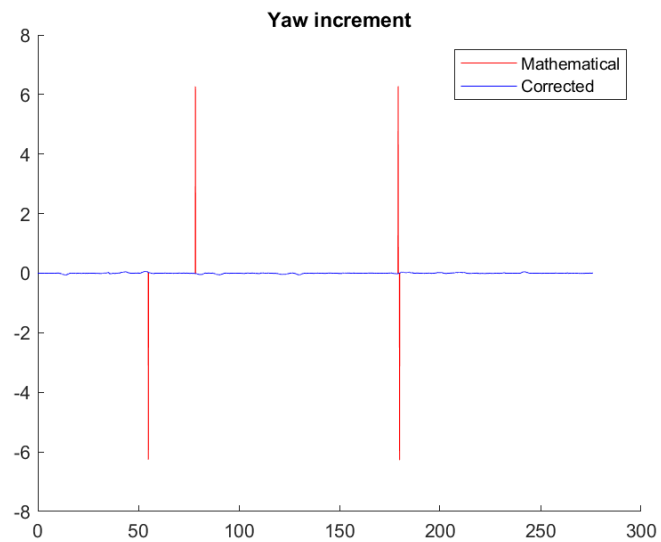


Ilustración 36: Señales de incrementos de yaw, corregido y sin corregir, de la secuencia 05

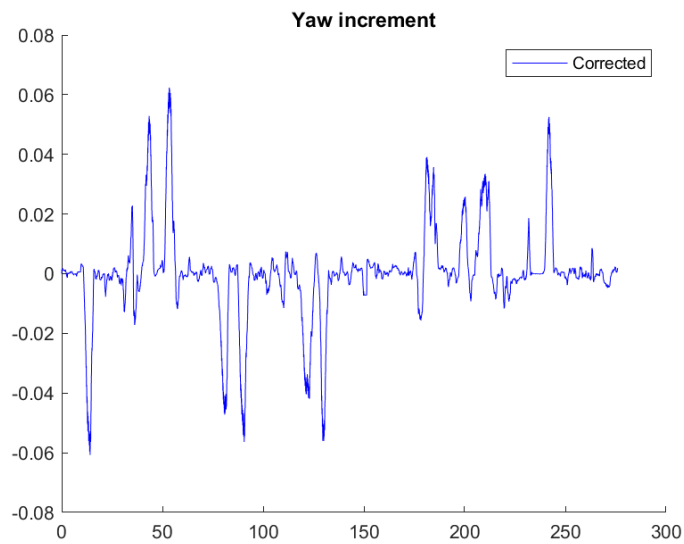


Ilustración 37: Señal de incrementos de yaw corregida

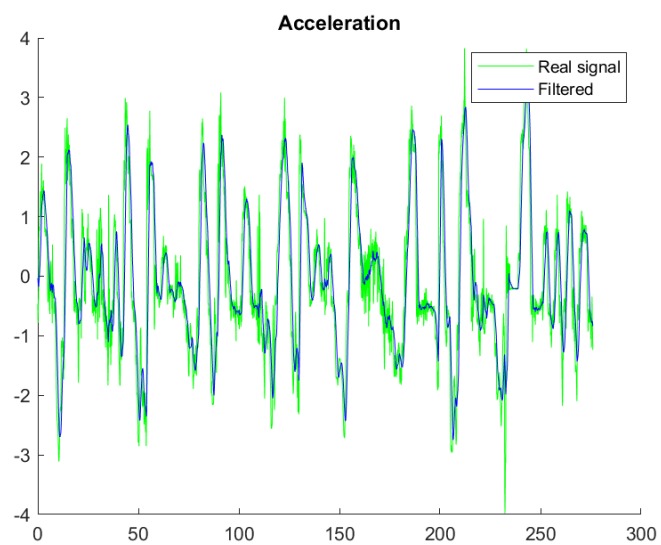


Ilustración 38: Comparación entre las señales de aceleración en la secuencia 05

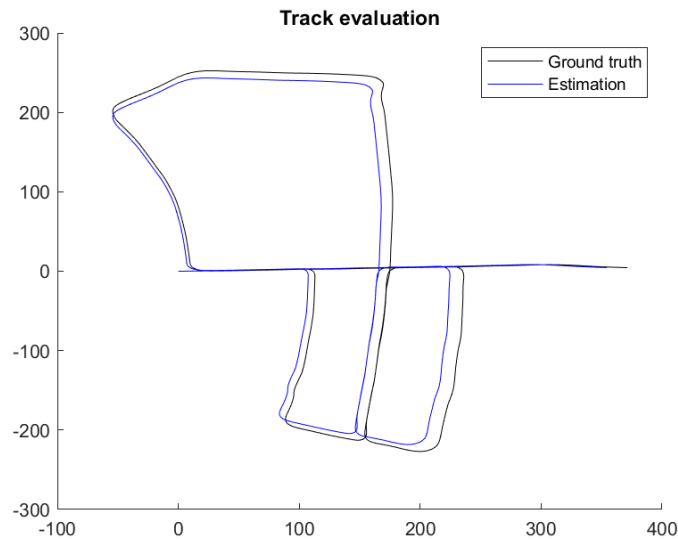


Ilustración 39: Recorrido de la secuencia 05 de KITTI

Empezando nuevamente por la validación del modelo de estimación por momentos de fuerza, los siguientes fueron los resultados.

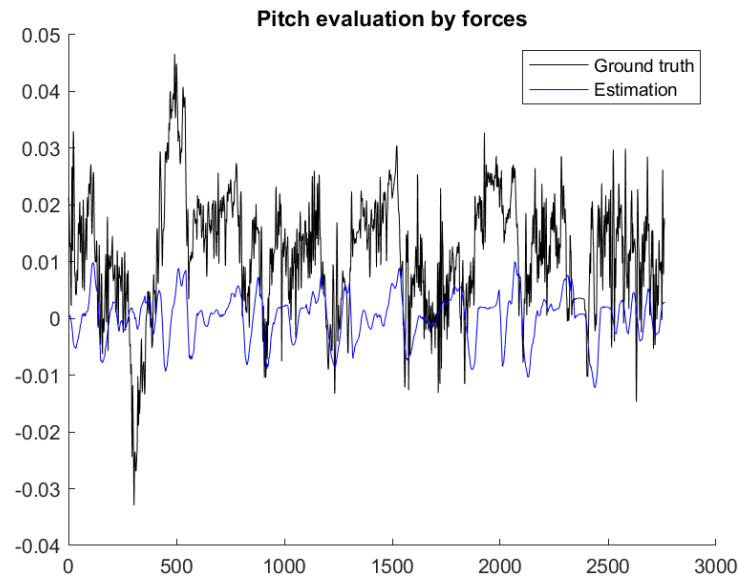


Ilustración 40: Estimación del pitch por momentos de fuerza, secuencia 05 de KITTI

Las observaciones a realizar para los resultados es que se mantienen concordantes con respecto a los de las pruebas anteriores; existe un único matiz nuevo a remarcar. Comprobando la Ilustración 41, entre los puntos de comienzo y fin de una maniobra de giro, se puede observar una trayectoria pseudo-parabólica de signo positivo o negativo, que podría concordar con las rotaciones del roll a ambos lados del vehículo. Con esta observación se desarrolla la hipótesis de que los resultados del roll se encuentran posicionados con un offset positivo, demostrando que el modelo no es incorrecto, sino que en los estudios presentados se encuentra mal formulado o incompleto.

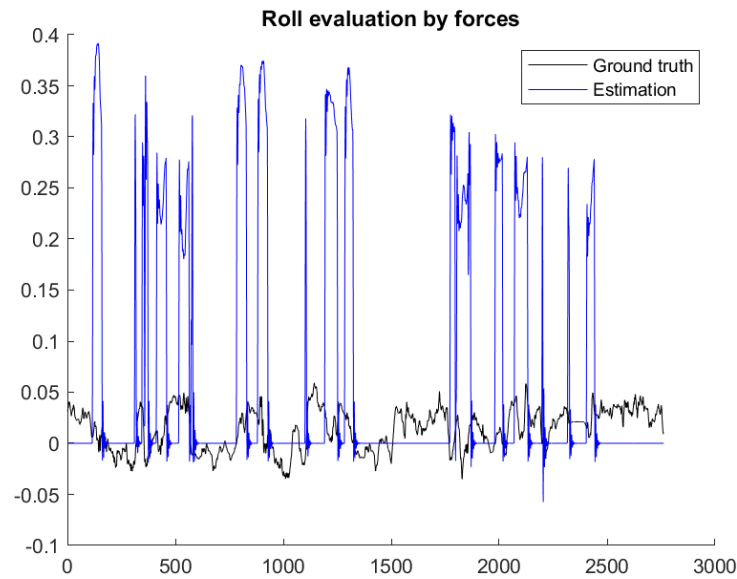


Ilustración 41: Estimación del roll por momentos de fuerza, secuencia 05 de KITTI

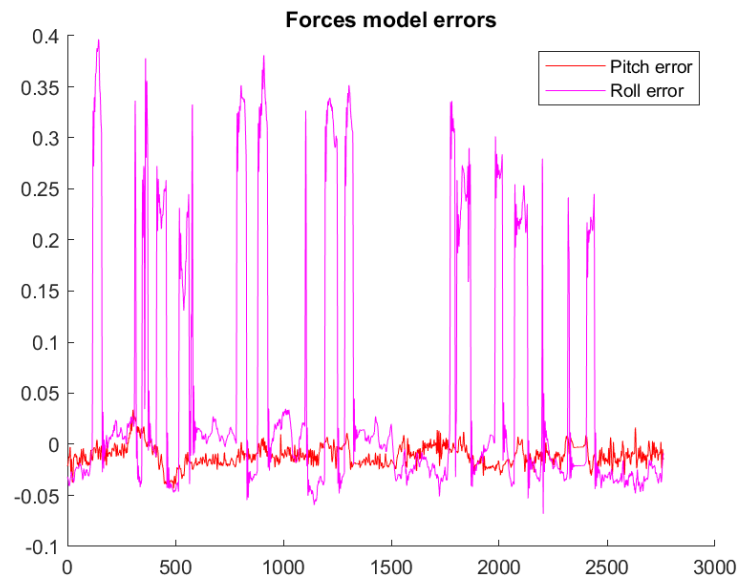


Ilustración 42: Errores del pitch y roll, estimación por fuerzas, secuencia 05

Con una nueva conclusión obtenida a partir de estos resultados, se realiza la obtención de los datos a estimar utilizando el modelo de régimen permanente, esperando también una nueva conclusión.

Utilizando la Ilustración 43, frente a los resultados anteriores del mismo modelo, se observa una discordancia: mientras antes la amplitud estimada para el pitch era menor que los datos medidos, estos resultados muestran una amplitud igual, o superior en algunos tramos, a los de la base de datos. Habiendo utilizado el mismo modelo con las mismas constantes, se esperaban resultados parecidos a los anteriores. Esta observación crea la duda sobre la correcta medición de los ángulos en la base de datos de KITTI.

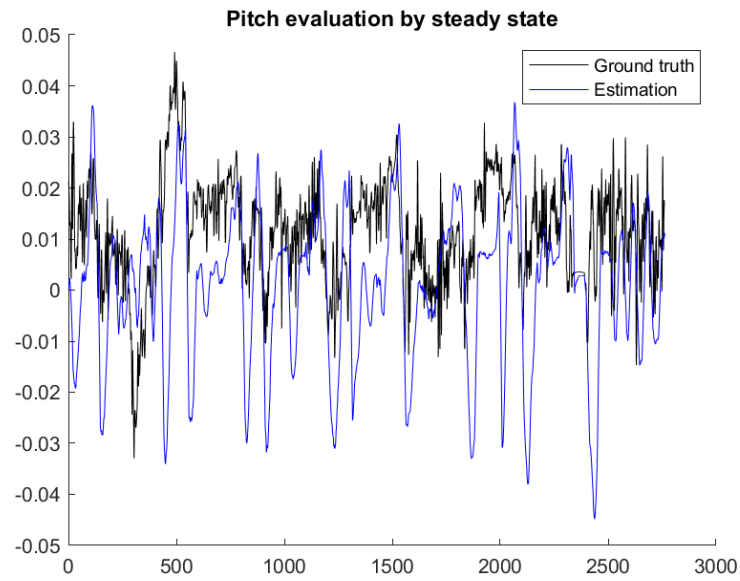


Ilustración 43: Estimación del pitch al régimen permanente, secuencia 05 de KITTI

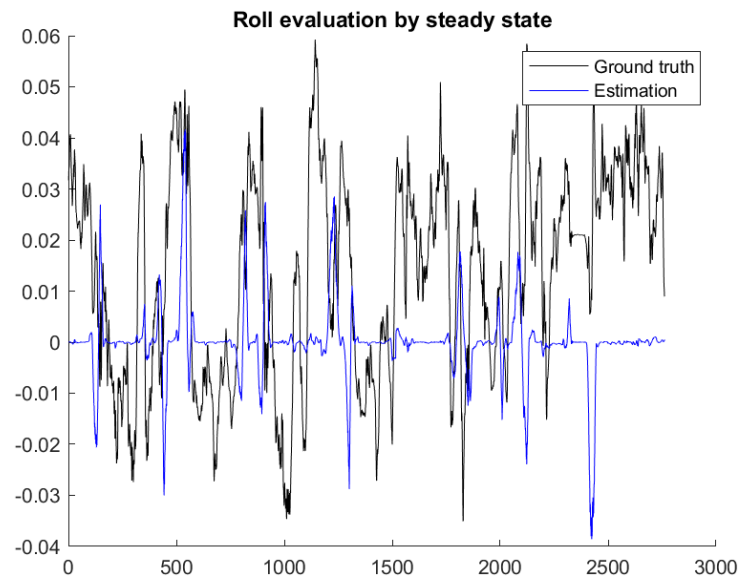


Ilustración 44: Estimación del roll al régimen permanente, secuencia 05 de KITTI

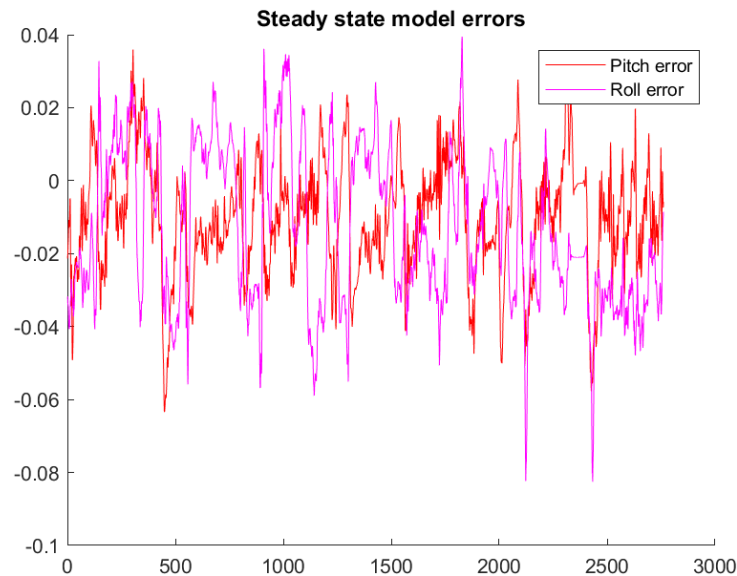


Ilustración 45: Errores del pitch y roll, estimación al régimen permanente, secuencia 05

8.4. Conclusiones sobre los modelos

A partir de los resultados presentados se presentan varias conclusiones para cada modelo. Antes de mencionarlas, se tendrá en cuenta los errores que afectan a ambos modelos.

- Se desconoce la posible inclinación de la carretera utilizada para la obtención de la base de datos. En caso de existir, introduciría un offset en los ángulos de pitch y roll medidos, provocando un error al comparar los resultados estimados. Ambos modelos se basan en la hipótesis de que la carretera es plana.
- Se desconoce el estado de la carretera en el momento de la creación de la base de datos. Todo posible bache en la carretera introducirá un ruido en los amortiguadores, afectando al pitch y al roll medido.
- Se desconoce la exactitud en la medición de los ángulos. La base de datos seleccionada presenta datos de la exactitud para la posición y velocidad del ground truth, pero no para otras variables.

Empezando por el modelo de estimación por momentos de fuerza, las conclusiones son:

- Deberían usarse las inercias reales para los valores de I_{xx} e I_{yy} . Los valores utilizados se han obtenido mediante la aproximación de la forma del vehículo a un prisma. Los momentos de inercia reales serán menores, provocando unas amplitudes mayores en los resultados, buscando así unos resultados del pitch más parecidos al ground truth.
- El modelo de estimación de roll se encuentra incompleto. Para complementarlo es necesario modelar la aportación de las barras anti-roll, visibles en el esquema de la Ilustración 13. Se estima que esta aportación corrige el offset que presentan los resultados del roll.

- A falta de la corrección del punto anterior, no es factible determinar si es correcta o no la aproximación realizada para h_{RC} , pudiendo convertir la (Eq. 6.12) en la (Eq. 6.13).
- Sin las dos primeras correcciones mencionadas, el modelo actual no es apto para la estimación de los ángulos de pitch y roll.
- Observando el comportamiento general, se verifica que los desplazamientos verticales se encuentran correctamente formulados en el capítulo 7.

Analizando entonces el modelo de estimación por régimen permanente, se concluye que:

- El modelo se encuentra correctamente formulado, como se muestra en el capítulo 5.
- La aproximación de un modelo para el pitch, similar al modelo del roll, es correcta a realizar.
- A falta del conocimiento del posible peralte de la carretera, este es un modelo que podría utilizarse para la estimación de los ángulos de pitch y roll.

Analizando las conclusiones de cada modelo, se seleccionó el modelo de estimación por régimen permanente para su implementación en la aplicación de odometría. Esta implementación se explica en la siguiente sección.

8.5. *Resultados en odometría*

Con los resultados obtenidos se decidió probar la implementación del modelo en la aplicación de odometría. Se eligió utilizar el modelo de estimación del régimen permanente al presentar unos resultados más coherentes.

La aplicación de odometría fue el trabajo de Mónica Rentero [10], para el cual se eligió la secuencia 00 de la base de datos de KITTI. De todos los resultados que otorga el modelo presentado, solo se necesitaron los resultados de los ángulos de pitch y roll, queriendo corregir la inclinación que presentan algunas nubes de puntos.

Previo a la inserción del modelo presentado en este trabajo, los mejores resultados fueron uno con memoria de un conjunto de las últimas nubes de puntos colocadas y otro sin esta memoria. A continuación, se muestra la comparación de la integración del modelo con estos anteriores, siendo los recorridos azules los resultados anteriores y el rojo el del modelo.

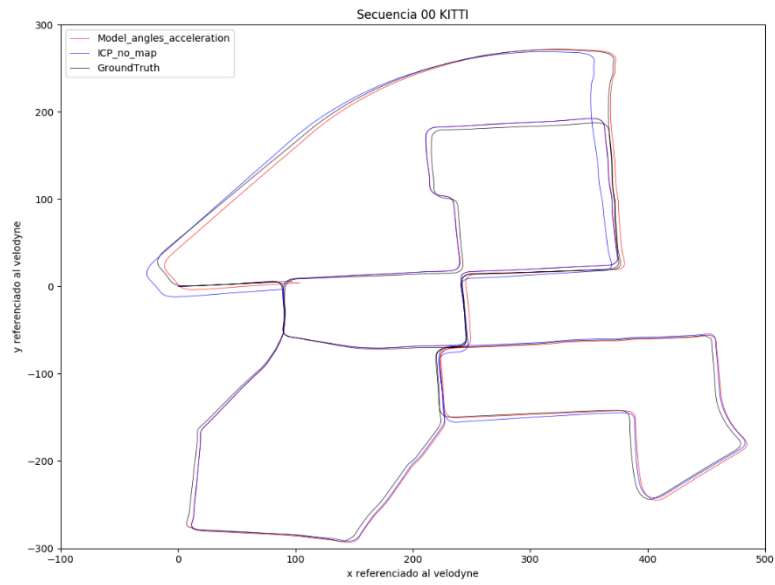


Ilustración 46: Comparación contra modelo sin memoria



Ilustración 47: Comparación contra modelo con memoria

Se muestra cómo, la implementación del modelo mejoró los resultados obtenidos con respecto al *ground truth*. Aunque se siguieran mostrando errores en la trayectoria, se aprecian mejoras visibles tras la integración del modelo.

Para una mejor comparación, las siguientes ilustraciones muestran la comparación de los resultados del pitch y el roll estimados, previos al modelo de estimación presentado en el trabajo junto a los presentados en el trabajo.

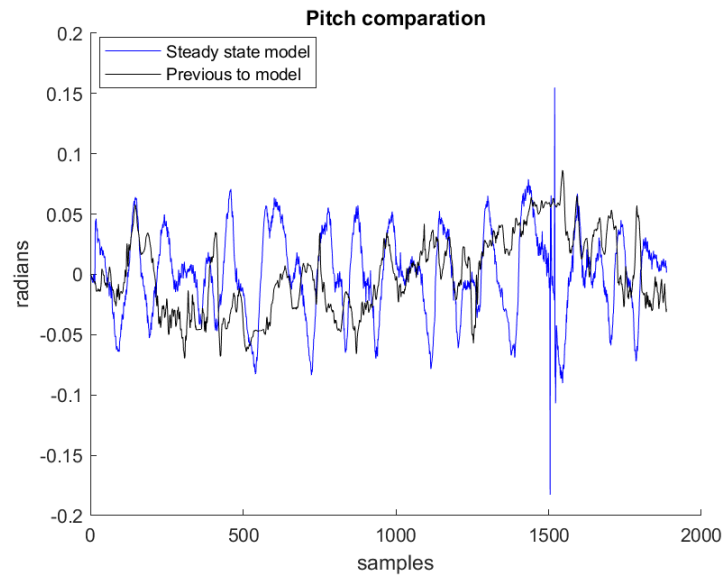


Ilustración 48: Comparación del pitch frente al modelo sin memoria

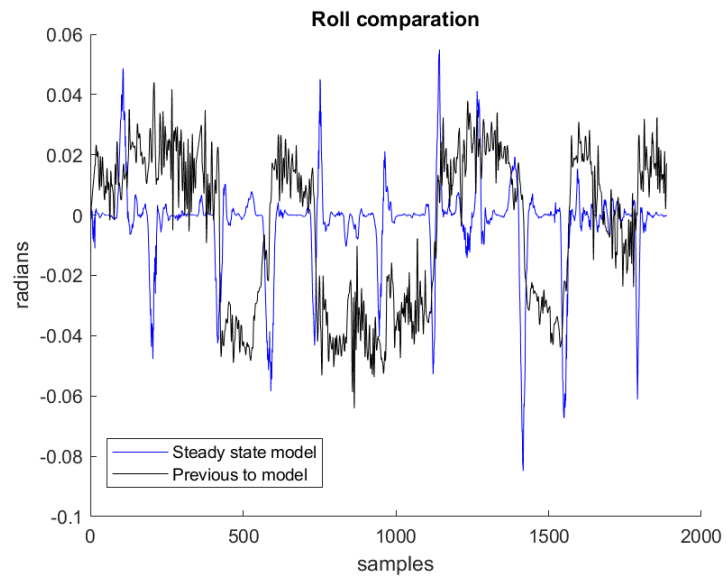


Ilustración 49: Comparación del roll frente al modelo sin memoria

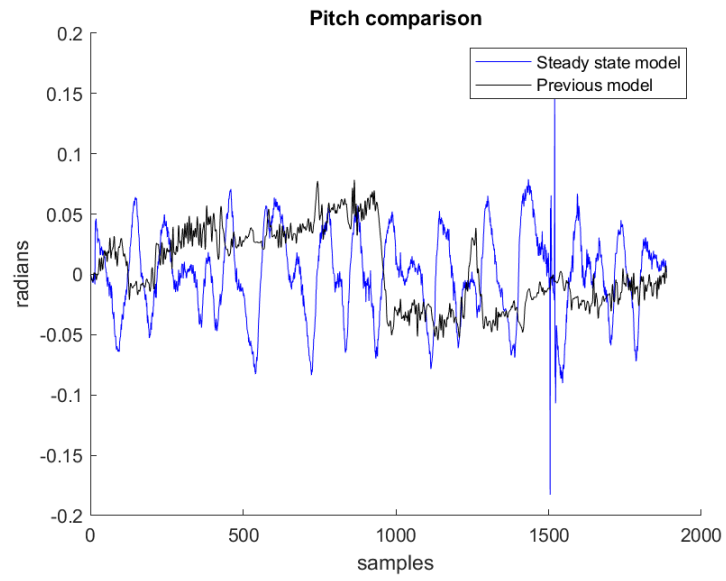


Ilustración 50: Comparación del pitch frente al modelo con memoria

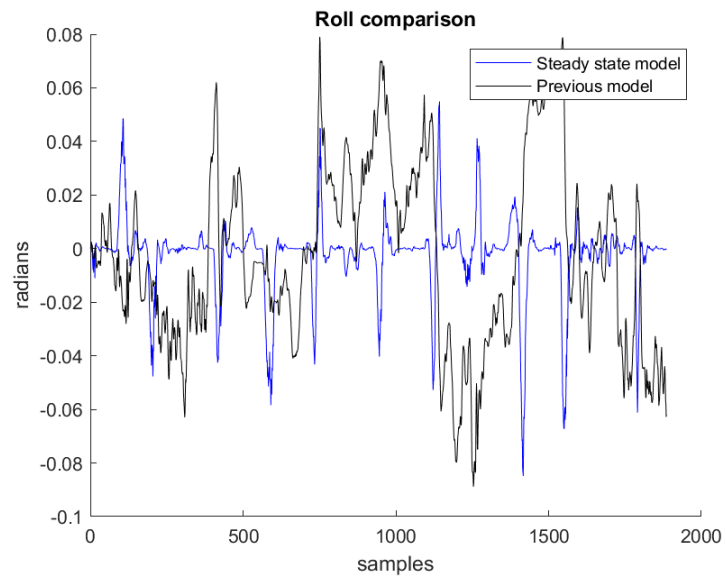


Ilustración 51: Comparación del roll frente al modelo con memoria

9. Conclusiones y trabajo futuro

Los resultados mostrados presentan datos inciertos. Frente a las base de datos de KITTI, ninguno de los modelos parece mostrar resultados similares a los grabados. Era de esperar que los resultados no fueran idénticos, debido a las suposiciones matemáticas realizadas para la creación de los modelos, a los posibles errores cometidos en la medición física de algunas constantes o a los ruidos que se hayan podido encontrar, como la inclinación de la carretera o baches en la misma, a la hora de la creación de la base de datos.

No obstante, al implementar uno de los modelos en una aplicación de odometría, desarrollada dentro del grupo INVETT, se reflejó una mejora menor. De aquí nace la hipótesis de que los modelos no se encuentran tan mal establecidos matemáticamente.

Los modelos presentados se encuentran en una situación precoz para confirmar si son correctos o erróneos. Los modelos necesitarían un estudio más a fondo para ello, necesitando de las siguientes situaciones:

- Tener **equipos de medición más precisos**. Esto permitiría obtener mediciones físicas más certeras, como la repartición de masas en cada eje o los parámetros de los amortiguadores.
- Implementar el efecto de las barras anti-roll para el modelo de estimación por momentos de fuerza, así como los cambios especificados en el apartado 8.4.
- **Creación de una base de datos**. En esta se podrían incluir todos los datos necesarios que no se ofrecen en otras bases de datos, como el ángulo de giro realizado en el volante. También permitiría estudiar las mediciones de los ángulos de inclinación conociendo su varianza, debido a los instrumentos de medición.
- **Implementar** el efecto del **peralte en la carretera** en los ángulos de inclinación dentro del mismo modelo.

Para el mismo trabajo, es inviable actualmente conseguir los dos primeros puntos por razones monetarias. Sería interesante ser capaz de introducir el peralte de la carretera, por medio del desarrollo de un sistema de control o de una inteligencia artificial que pueda calcular la inclinación en cada tramo del recorrido. Con la ayuda de este sistema, sería posible conocer el offset que se introduciría a los ángulos.

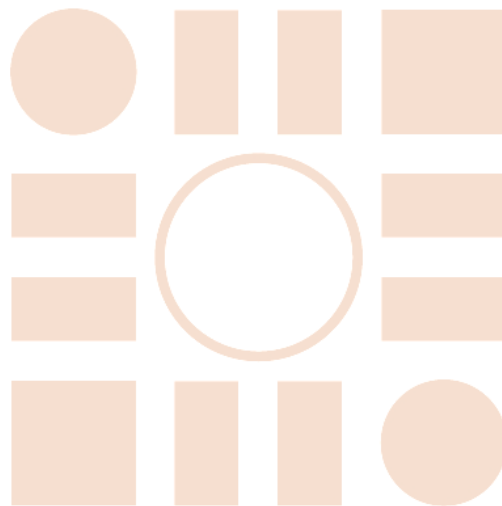
Por último, uno de los factores por los cuales el modelo no ha obtenido resultados adecuados han de ser las aproximaciones realizadas. Mientras algunas puedan ser correctas, como suponer $\tan(\vartheta) \cong \vartheta$ para variaciones muy pequeñas del ángulo, hay otras aproximaciones que pueden ser más relevantes de lo esperado y hayan afectado negativamente al modelo. Una de estas posibles aproximaciones puede ser el eje de rotación para el roll, el cual no es paralelo al suelo y se encuentra más cercano a este en la parte delantera del vehículo.

En caso necesario y con los resultados actuales, el único modelo posible a implementar sería el de estimación al régimen permanente, debido a que es más simple de ajustar por medios empíricos.

10. Bibliografía

- [1] *Radar Signal Processing for Autonomous Driving*. Jonah Gamba. En: 2019. ISBN: 978-981-13-9192-7
- [2] *Linearized dynamic equations for the balance and steer of a bicycle*. J. P. Meijaard. En: 2007. DOI: 10.1098/rspa.2007.1857
- [3] *Lateral Vehicle Dynamics*. Rajesh Rajamani. En: 2012. DOI: 10.1007/978-1-614-1433-9_2.
- [4] *Vehicle Handling Dynamics*. Masato Abe y W. Manning. En: 2009. ISBN: 9781856177498. DOI: 10.1016/B978-1-85617-749-8.X0001-3
- [5] *Ejemplo de análisis de sistemas: la suspensión de una motocicleta*. Universidad de Oviedo y Action Team. En: 2009. URL: <http://isa.uniovi.es/docencia/raeutig/suspensiones.pdf>
- [6] *Soft-Engine – software di acquisizione dati: Shock 3.1*. En: 2014. URL: http://www.soft-engine.org/depliant/ita/software_shock.pdf
- [7] *A Refined Vehicle Dynamic Model for Driving Simulators*. Emanuele Obialero. En: 2013. URL: <http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/179787/179787.pdf>
- [8] *Determination of cornering stiffness through integration of a mathematical model and real vehicle exploitation parameters*. Goran S. Vorotovic y col. En: 2013. ISSN: 14512092
- [9] *Are we ready for Autonomous Driving? The KITTI Vision Benchmark Suite*. Andreas Geiger, Philip Lenz y Raquel Urtasun. En: 2012
- [10] *Sistema láser de localización global de precisión para conducción autónoma*. Monica Rentero. En: 2020
- [11] *The Unscented Kalman Filter: Anything EKF can do I can do it better!* Harveen Singh Chadha, Toward data science. En: 2018. URL: <https://towardsdatascience.com/the-unscented-kalman-filter-anything-ekf-can-do-i-can-do-it-better-ce7c773cf88d>
- [12] *Lateral control strategy for autonomous steering of Ackerman-like vehicles*. Miguel Angel Sotelo. En: 2003. doi: 10.1016/j.robot.2003.09.002
- [13] *Control and trajectory generation of an Ackerman vehicle by dynamic linearization*. J. Franch and J. M. Rodriguez-Fortun. En: 2009. doi: 10.23919/ECC.2009.7075182.
- [14] *Vehicle roll and pitch angle estimation using a cost-effective six-dimensional inertial measurement unit*. Jiwon J. Oh and S. Choi. En: 2003. doi: 10.1177/0954407012459138
- [15] *Mecánica Vectorial para Ingenieros. Dinámica*. Beer, Johnson y Cornwell. En: 2017. ISBN-13: 978-607-15-0261-2
- [16] *The Automotive Chassis: Engineering Principles*. Jornsens Reimpell, Helmut Stoll and Jurgen W. Betzler. En: 2002. ISBN 0 7680 06570

Universidad de Alcalá
Escuela Politécnica Superior



ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR



Universidad
de Alcalá