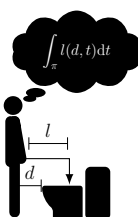


# Moment des forces-Equilibre

Quentin ROBERT



GENTS DO IT WITH PRECISION

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Cours</b>	<b>3</b>
1.1	Outils Mathématiques / Rappel . . . . .	3
1.2	Moment des forces-Equilibres . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Exo 1 :</b>	<b>6</b>

# 1 Cours

## 1.1 Outils Mathématiques / Rappel

### Produit scalaire :

Notions :

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 &= \vec{V}_1 \text{ scalaire } \vec{V}_2 \\ &= \text{scalaire } \mathbb{R}\end{aligned}$$

#### Définition:

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = \|\vec{V}_1\| \times \|\vec{V}_2\| \times \cos(\alpha)$$

- si  $\alpha = \frac{\pi}{2} \iff \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0$  soit que :  $\vec{V}_1 \perp \vec{V}_2$
- si  $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2} \iff \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 > 0$
- $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi \iff \vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 < 0$

**Définition:** En fonction des coordonnées  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$

$$\begin{aligned}\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 &= \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{1y} \\ V_{1z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_{2x} \\ V_{2y} \\ V_{2z} \end{pmatrix} \\ &= V_{1x} \cdot V_{2x} + V_{1y} \cdot V_{2y} + V_{1z} \cdot V_{2z}\end{aligned}$$

### Produit vectoriel :

Notions :

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{V}_3 (\vec{V}_1 \text{ vectoriel } \vec{V}_2 = \vec{V}_3)$$

#### Définition:

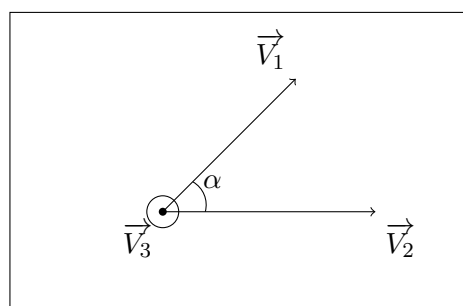
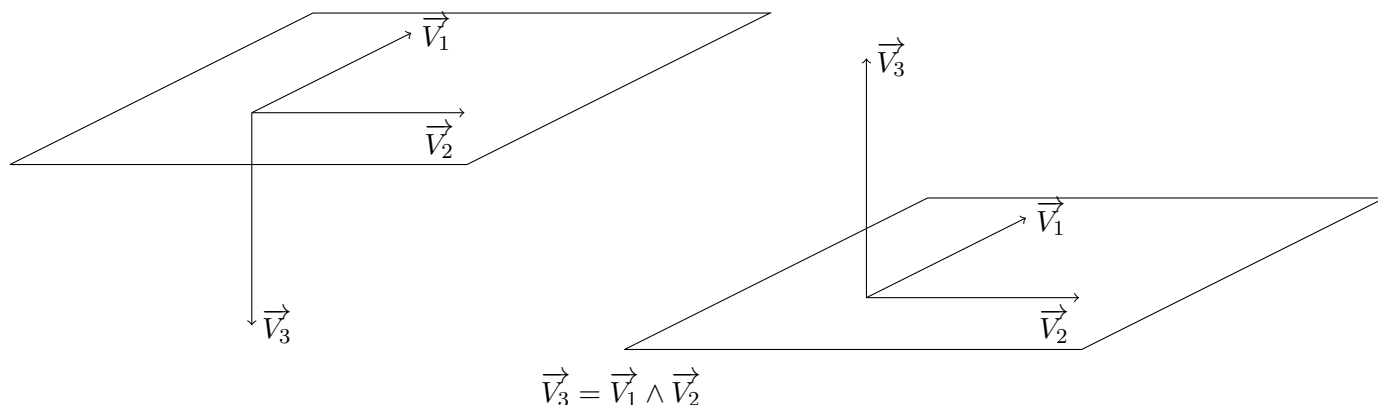
Norme de  $\vec{V}_3$  avec  $\alpha = (\vec{V}_1, \vec{V}_2)$

$$\|\vec{V}_3\| = \|\vec{V}_1\| \times \|\vec{V}_2\| \times |\sin(\alpha)|$$

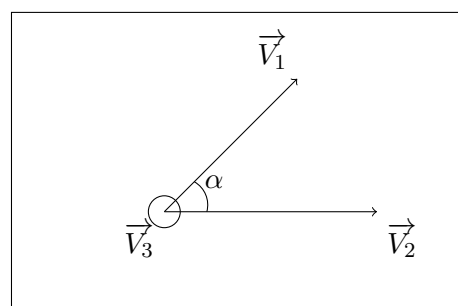
- si  $\alpha = 0$  ou  $\alpha = \pi \iff \sin(\alpha) = 0$   
 $\iff \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 = \vec{0}$
- si  $\alpha = \frac{\pi}{2} \iff \|\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2\| = \text{norme maximale.}$

**Propriété :**

- $\vec{V}_3$  est perpendiculaire au plan formé par  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$ .
- $(\vec{V}_1, \vec{V}_2, \vec{V}_3)$  forme un trièdre direct.



$\vec{V}_3$  sortant.



$\vec{V}_3$  entrant

**Définition:** Calcul des coordonnées de  $\vec{V}_3$ 

Calculs en fonction de  $\vec{V}_1$  et  $\vec{V}_2$  : (Règle du gamma)

$$\vec{V}_3 = \vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 \Rightarrow \begin{pmatrix} V_{1x} \\ V_{1y} \\ V_{1z} \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} V_{2x} \\ V_{2y} \\ V_{2z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{3x} = V_{1y} \cdot V_{2z} - V_{1z} \cdot V_{2y} \\ V_{3y} = V_{1z} \cdot V_{2x} - V_{1x} \cdot V_{2z} \\ V_{3z} = V_{1x} \cdot V_{2y} - V_{1y} \cdot V_{2x} \end{pmatrix}$$

$$\|\vec{V}_3\| = \sqrt{V_{3x}^2 + V_{3y}^2 + V_{3z}^2}$$

## 1.2 Moment des forces-Equilibres

**Définition:****Moment d'une force par rapport à un point O :**

$\vec{M}_{/O}(\vec{F}_A)$  avec O centre de rotation et A point d'application.

$$\vec{M}_{/O}(\vec{F}_A) = \vec{OA} \wedge \vec{F}_A$$

Si  $\vec{F}$  n'a aucun effet de rotation sur le système, alors  $\vec{M}_{/O}(\vec{F}_A) = \vec{0}$

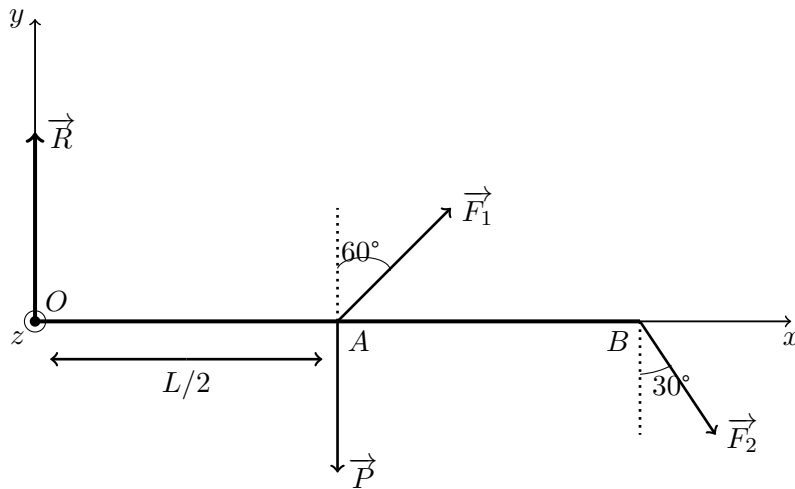
Si  $\vec{F}$  a une droite d'action coupant l'axe de rotation, alors  $\vec{M}_{/O}(\vec{F}_A) = \vec{0}$

**Condition d'équilibre de translation :**

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

**Condition d'équilibre de rotation :**

$$\sum \vec{M}_{/O}(\vec{F}_A) = \vec{0}$$

**2 Exo 1 :****1-**

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_{/O}(\vec{F}_1) &= \vec{OA} \wedge \vec{F}_1 \\
 &= \begin{pmatrix} L/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_1 \sin(60) \\ F_1 \cos(60) \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \times 0 - 0 \times F_1 \cos(60) \\ 0 \times F_1 \sin(60) - L/2 \times 0 \\ L/2 \times F_1 \cos(60) - 0 \times F_1 \sin(60) \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ L/2 \times F_1 \cos(60) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} M_x(\vec{F}_1) \\ M_y(\vec{F}_1) \\ M_z(\vec{F}_1) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } M_z(\vec{F}_1) = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ Nm}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{M}_{/O}(\vec{F}_2) &= \vec{OB} \wedge \vec{F}_2 \\
 &= \begin{pmatrix} L \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} F_2 \sin(30) \\ -F_2 \cos(30) \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \\
 &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -F_2 \times L \cos(30) \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\text{Donc } M_z(\vec{F}_2) = (-12) \times 1 \times \cos(30) = (-12) \times \cos(30) \text{ Nm}$$