# Clase 11

## Programación 2

Monzón, Nicolás Alberto

Facultad de Ingeniería y Ciencias Exactas
Universidad Argentina de la Empresa

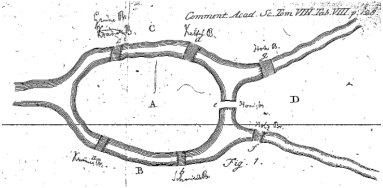
5 de mayo de 2023

UADE

# Índice

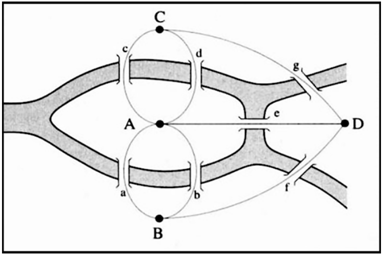
# Introducción

[Koenigsberg, 1736] Koenigsberg Bridge Problem.



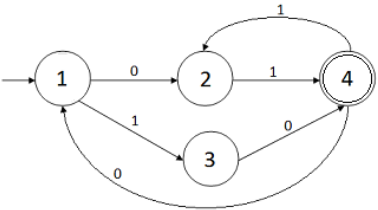

Descripción del problema: *arrancando de un área de tierra, recorrer las otras áreas de tierra a través de los puentes pasando solo una vez por cada puente, volviendo al área de inicio.*

Grafo que obtenemos:

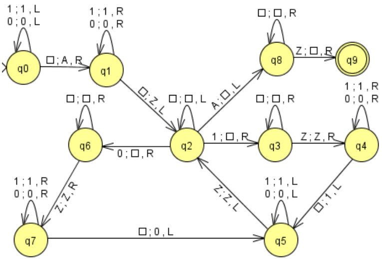


# Grafos en el día a día

# Autómatas finitos



# Máquinas de Turing



# Índice

**Definición de Grafos:**
Un grafo $G$ se puede definir como un par ordenado $G = (V, E)$, donde $V$ es un conjunto no vacío de nodos (vértices) y $E$ es un conjunto de aristas. Las aristas son pares no ordenados de elementos en $V$.

# Nodos y aristas

**Definición de Nodos:**
Los nodos (o vértices) en un grafo son los elementos del conjunto $V$. Cada nodo puede representar una entidad o un punto de interés en el grafo. Por lo general, se denotan mediante símbolos, como letras o números.

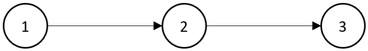
**Definición de Aristas:**
Las aristas en un grafo son los elementos del conjunto $E$. Cada arista conecta dos nodos del grafo y puede representar una relación o una conexión entre esos nodos. Las aristas también pueden tener propiedades asociadas, como pesos o direcciones.

**Definición de Camino:**
Un camino en un grafo es una secuencia de nodos conectados por aristas. Formalmente, se puede definir como una sucesión de vértices $v_1, v_2, \ldots, v_n$ tal que para cada $i$, $1 \leq i < n$, hay una arista que conecta $v_i$ y $v_{i+1}$. Un camino puede ser representado como una sucesión de aristas o como una sucesión de nodos.

# Cabeza y cuerpo

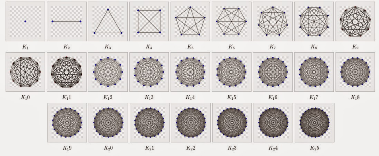

En este ejemplo, el 2 representa el *head* y el 1 el *body*.

# Aristas entrantes y salientes



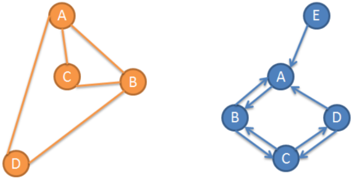

En este ejemplo, la arista $(1, 2)$ es saliente para 1 y entrante para el 2. El nodo 1 solo tiene arista saliente, el 3 solo entrante, y el 2 tiene ambas.
En grafos no dirigidos, el grado de un nodo es igual al número de aristas incidentes en ese nodo. En grafos dirigidos, el grado de entrada de un nodo es el número de aristas entrantes hacia ese nodo, y el grado de salida de un nodo es el número de aristas salientes desde ese nodo.

# Grafos completos



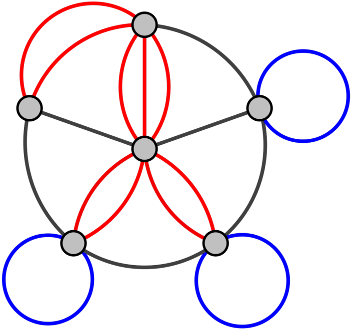

Entre cada par de nodos debe existir una conexión.

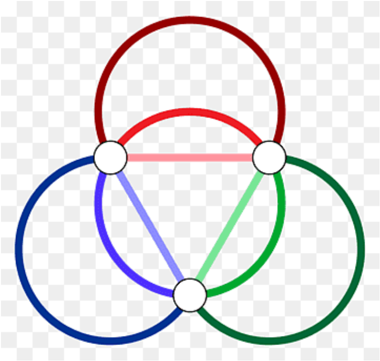
# Grafos no dirigidos y digrafos




Los digrafos también pueden ser completos.

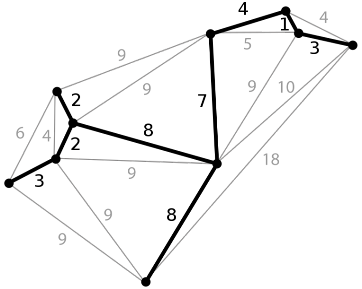
# Multigrafo





Se acepta más de una arista entre nodos.

# Subgrafo




En la imagen, el mínimo fue encontrado con el algoritmo de Kruskal.

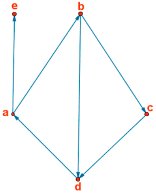
# Grado de un nodo

Se define como la cantidad de aristas que posee un nodo. Pueden clasificarse como entrante y saliente, o no si es un grafo no dirigido.

# Índice

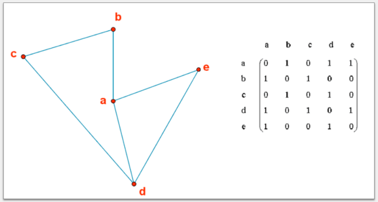
# Implementación estática

## Matriz de adyancencia o asociada

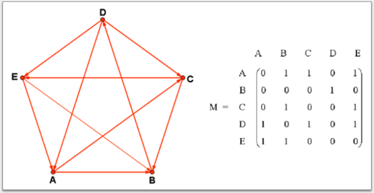



$$
\begin{array}{c}
 \\ a \\ b \\ c \\ d \\ e
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\
\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

Matriz de adyancencia o asociada



Matriz de adyancencia o asociada



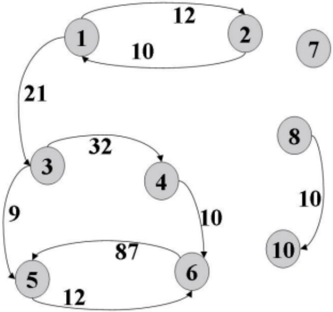
Potencia de una matriz de adyacencia.

$$\mathbf{MA}^2 = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} \mathrm{X} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Elevar a la $n$ una matriz de adyacencia, nos deja en el nodo $(i, j)$ el total de caminos de $n$ pasos de longitud que hay entre ambos.

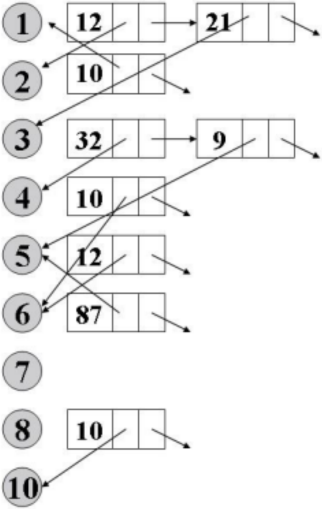
# Implementación dinámica

Lista de adyacencia



# Implementación dinámica

Lista de adyacencia

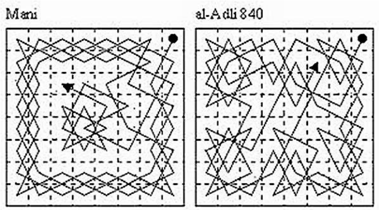


# Índice

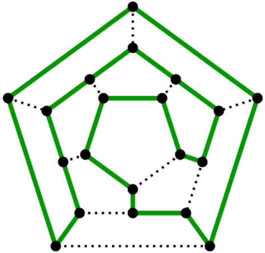
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 48 | 31 | 50 | 33 | 16 | 63 | 18 |
| 30 | 51 | 46 | 3 | 62 | 19 | 14 | 35 |
| 47 | 2 | 49 | 32 | 15 | 34 | 17 | 64 |
| 52 | 29 | 4 | 45 | 20 | 61 | 36 | 13 |
| 5 | 44 | 25 | 56 | 9 | 40 | 21 | 60 |
| 28 | 53 | 8 | 41 | 24 | 57 | 12 | 37 |
| 43 | 6 | 55 | 26 | 39 | 10 | 59 | 22 |
| 54 | 27 | 42 | 7 | 58 | 23 | 38 | 11 |

¿Existe alguna forma de recorrer todo el tablero sin repetir una casilla moviendose con un caballo?

# El problema del caballo



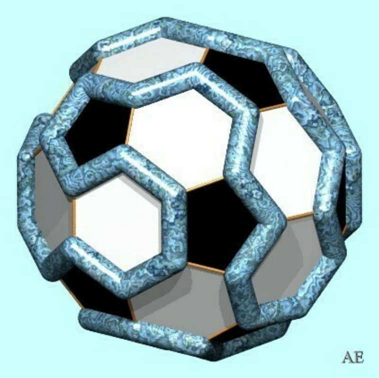
# Caminos hamiltonianos



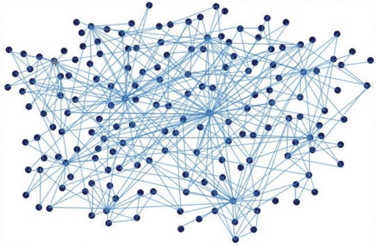
Es un camino que visita todos los nodos al menos una vez.

Condición necesaria: Si un grafo tiene un nodo con un grado de salida o de entrada igual o mayor que la mitad del número total de nodos del grafo, entonces es imposible tener un camino hamiltoniano. Esto se debe a que si un nodo tiene un grado lo suficientemente alto, será necesario visitarlo más de una vez en un camino hamiltoniano, lo que contradice la definición.
Condición suficiente: Si un grafo cumple con la condición necesaria mencionada anteriormente, no significa necesariamente que no tenga un camino hamiltoniano. Sin embargo, si cumple con la condición suficiente de tener un grado de salida o de entrada menor o igual a la mitad del número total de nodos, existe una mayor posibilidad de que haya un camino hamiltoniano en el grafo.

# Ciclos hamiltonianos




Si además de ser un camino hamiltoniano, los extremos pueden unirse formando un ciclo, tenemos un ciclo hamiltoniano.



# Caminos mínimos