

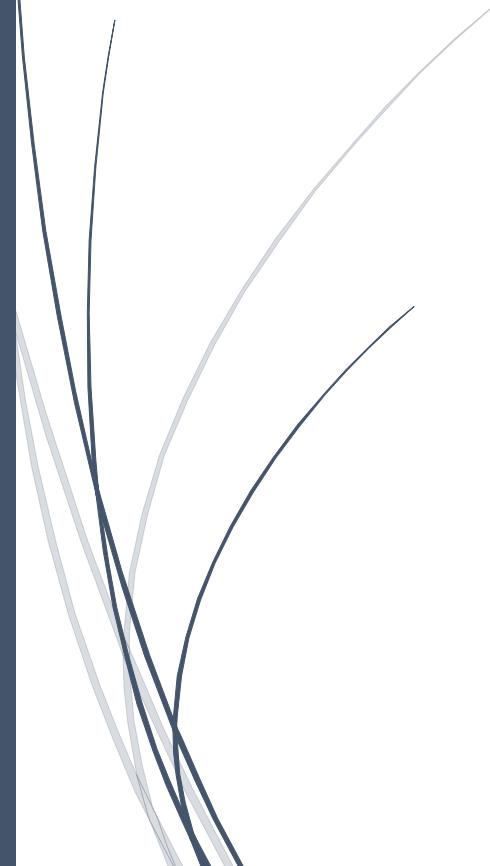


1-4-2019

Portafolio de evidencia

Cinematica de Robots

Prof.: Carlos Enrique Moran Garabito



Juan Alberto Ramirez Arenas 8°B Ing. Mecatronica
UPZMG

Ramírez Arenas Juan Alberto

Cinematófago: Robots Metro. Moran Gorrobito

DIA

01

JANUARY

2019

¿Qué es un robot?

Máquinas hechas para la realización de trabajos productivos y de imitación de movimientos y comportamientos de seres vivos.

Los robots actuales son obras de ingeniería y como tales concebidas para producir bienes y servicios o explotar recursos naturales.

El término "Robot" aparece por primera vez en 1921, en la obra teatral R.U.R. del novelista y autor dramático checo Karel Čapek en cuyo idioma la palabra "robot" significa fuerza de trabajo o servidumbre.

El término tiene amplia aceptación y pronto se aplica a automatas construidos en los años veinte y treinta que se exhiben en ferias, promociones de productos, películas y otras ampliamente más o menos festivas.

Tipos de robots

Juan Alberto Ramírez Aronás

DIA 07 01 2019

¿Cuáles son las diferencias entre un robot y una máquina industrial (CNC)?

Un robot puede tomar decisiones dependiendo de su entorno que se encuentre siendo autónomo. Los robots incluyen sensores que actúan como los sentidos humanos. En el CNC el trabajo es programado.

¿Cómo debe decidirse el tipo de robot para un determinado trabajo?

La elección de un robot debe determinarse con varios filtros. El primer filtro es elegir el tipo de trabajo que va a realizar.

- Manipulación y traslado
- Soldering
- Pintura
- Corte
- Enpaquetado
- Paquetes de capacidad de carga.
- Distancia desde la base hasta la zona a manipular.

¿Qué es RUR? Rosum's Universal Robots?

Diferencias entre robots seriales y paralelos.

Los robots seriales son normalmente los brazos que están anclados a una base a un lado de una línea de producción.

Los robots seriales Paralelos es una plataforma móvil y consiste en varios subsistemas.

Los robots paralelos se pueden clasificar por el número de grados de libertad.

Juan Alberto Ramírez Aronas
8ºB Ing. Mechatrónica

07 01 2019

Problemas de seguridad en el uso de robots

La variedad de robots hace que existan muy diversos orígenes de fallos que crean riesgos mecánicos propios de las instalaciones automatizadas. Están asociados a los rápidos e imprevisibles movimientos del robot y a que estos pueden abarcar un campo de acción mayor del que aparece a simple vista.

- Riesgo de colisión entre el operario y el robot.
- Riesgo de atrapamiento y aplastamiento entre el operario y el robot y un obstáculo u. otro componente móvil.
- Riesgo de alcance al operario por piezas que el robot al dejar caer o proyecte.

• Cómo se clasifica un robot industrial?

• Manipuladores: Son sistemas mecánicos multifuncionales, con un sencillo sistema de control que permite gobernar el movimiento de sus elementos

- Manual
- De secuencia fija
- De secuencia variable

• Robots de repetición o aprendizaje: Son manipuladores que se limitan a repetir una secuencia, previamente ejecutada por un operario.

• Robots con control por computador:

En este equipo el operario no necesita mover ninguno elemento de la máquina cuando la prepara para realizar un trabajo.

• Robots inteligentes:

• Micro-robots

Juan Alberto Ramírez Arenas 8ºB
Ing. Mecatrónica 0109 10 09 101 2019

Resumen del capítulo 3

Para que un robot pueda realizar las tareas de manipulación que le son encargadas es necesario que se conozca la posición y orientación de los elementos a manipular con respecto a la base del robot.

3.1 Representación de la posición

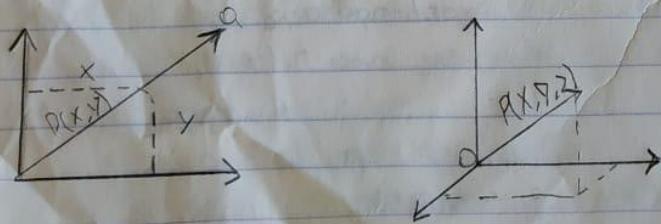
La localización de un cuerpo rígido en el espacio precisa tanto de especificar su posición como su orientación.

En un plano bidimensional la posición del cuerpo fijo precisa de dos grados libertad, por tanto, la posición del cuerpo quedará definida por dos componentes

3.1.1 Sistema cartesiano de referencia

Normalmente los sistemas de referencia se definen mediante ejes perpendiculares entre sí con un origen definido.

Si se trabaja en el espacio de 3 ejes, el sistema cartesiano OXYZ está compuesto ortonormal de vectores unitarios Ox, Oy, Oz .



3.1.2 Cordenadas cartesianas

Si se trabaja en un plano cartesiano ordenando OXY vendrán expresado por los componentes (x, y) . Este punto tiene asociado un vector $\rho(x, y)$ que va desde el origen.

Juan Alberto Ramírez Arenas
8°B Ing. Mecatrónica

13/07/2019

Población de Robots en el mundo.

Actualmente la población actual de robots en el mundo es de 2 millones y se espera para el 2020 2.6 millones de robots.

¿Qué industria es considerada el usuario más grande de robots industriales de tipo serial?

La industria automotriz

~~Q~~

YXO abastecerán de mano de obra a la industria automotriz con sus robots, mejorando la eficiencia y calidad de los productos.

YXO abastecerán de mano de obra a la industria automotriz con sus robots, mejorando la eficiencia y calidad de los productos.

que va desde el origen O hasta el punto P en el espacio.

3.1.3 Cordenadas polares y cilíndricas

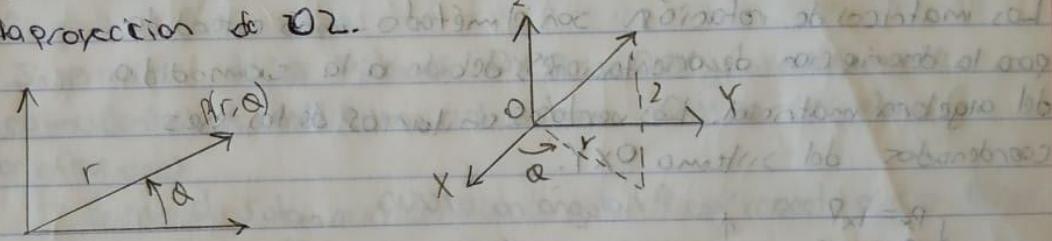
Para un plano, es posible también caracterizar la localización de un punto vector P respecto a un sistema de ejes cartesianos.

La referencia OXY que utiliza coordenadas polares $P(r,\theta)$.

r representa la distancia del punto de origen al punto vector P y θ es el ángulo que se forma con el eje OX .

En el caso de tres dimensiones $P(r,\theta,z)$ donde z es

la proyección de OZ .



3.1.4 Coordenadas Esféricas

Utilizando el sistema de referencia $OXYZ$, el vector P tendrá

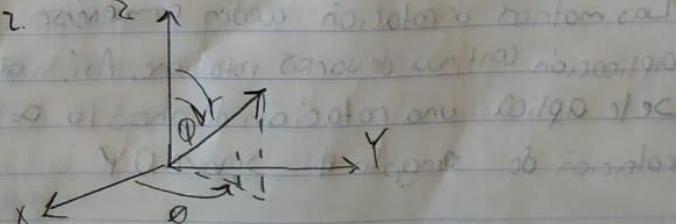
como coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) , donde r es la distancia

desde el origen O hasta el extremo del vector P ; θ es el

ángulo θ formado por la proyección del vector P con el eje OX .

La componente ϕ es el ángulo formado por el eje Z

vector P con el eje OZ .



Juan Alberto Ramírez Arenas
8ºB Ing. Nacarónica

DIA 09 MES 01 AÑO 2019
09 01 2019

3.2.2 Ángulos de Euler

Todo sistema OUVW solidario al cuerpo tiene orientación que se quiere describir puede definirse respecto a al sistema OXYZ mediante 3 ángulos ϕ, θ, ψ , denominados ángulos de Euler que representan los valores del los giros al realizar

Ángulos de Euler WNW

1- Girar el sistema OUVW un ángulo ϕ con respecto al eje Z0.

convirtiéndose así OUV'W.

2- Girar el sistema OUV'W un ángulo θ con respecto al eje Y0.

OY, convirtiéndose así el OUV''W.

Ángulos de Euler WNW

Si se parte de los sistemas OXYZ y OUVW, inicialmente coincidentes, se puede colocar el sistema OUVW en cualquier orientación

1- Girar el sistema OUVW un ángulo ϕ con respecto al eje X0.

el denominado Yaw o giro lateral.

2- Girar el sistema OUVW un ángulo θ con respecto al eje Y0.

Es el denominada Pitch o cabecera.

3- Girar el sistema OUVW un ángulo ψ con respecto al eje Z0.

OZ. Es el denominado Roll.

3.2.3 Par de rotación

La representación de la orientación de un sistema OUVW con respecto al sistema de referencia OXYZ también puede hacerse mediante un vector $K(K_x, K_y, K_z)$ y un ángulo de giro ϕ sobre el eje K.

La aplicación de un par de rotación que rote un vector p un ángulo

ϕ alrededor unitario K.

Juan Alberto Ramirez Arenas 8ºB
Ing. Mecatrónica

10

PRO9

01

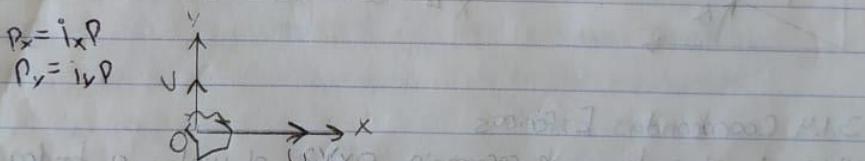
2019

3.2 Representación de la orientación
Un punto queda totalmente definido en el espacio através de los datos de su posición.

En el caso de un robot, no es suficiente con especificar cuál debe ser la posición de su extremo, si no que en general también es necesario indicar su orientación. Una orientación en el espacio tridimensional viene definida por 3 grados de libertad o componentes libres.

3.2.1 Matrices de rotación
Los matrices de rotación son el método más extendido para la descripción de orientaciones, debido a la comodidad del álgebra matricial. Los vectores unitarios de los ejes coordenados del sistema OXY.

$$\begin{cases} P_x = i_x \theta \\ P_y = i_y \theta \end{cases}$$



En el caso de dos dimensiones, la orientación viene definida por un parámetro independiente. Si se considera la posición del sistema OUVU'

Composición de rotaciones.
Las matrices de rotación pueden compensarse para expresar la aplicación continua de varias rotaciones. Así, si al sistema OUVU' se le aplica una rotación de ángulo α sobre OX segunda rotación de ángulo β sobre OY

Juan Alberto Ramírez Arana

DIA
22

(Signature)

MES AÑO
01 2019

FOLIO

Matrices Homogéneas

$$T = \begin{bmatrix} R_{3x3} & B_{3x1} \\ F_{1x3} & W_{1x1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Punto} \\ \text{(Ceros)} & \begin{matrix} xy \\ z \\ 1 \end{matrix} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{bmatrix}$$

Tarea

Rotar

$$X \rightarrow 60^\circ \quad Y \rightarrow 70^\circ \quad Z \rightarrow 10^\circ$$

$$X \rightarrow 40^\circ \quad Y \rightarrow 10^\circ \quad X \rightarrow 50^\circ$$

$$X \rightarrow 20^\circ \quad Z \rightarrow 18^\circ \quad X \rightarrow 30^\circ$$

$$Y \rightarrow 30^\circ \quad Z \rightarrow 10^\circ \quad X \rightarrow 30^\circ$$

$$1) X \rightarrow 60^\circ \quad Y \rightarrow 70^\circ \quad Z \rightarrow 10^\circ$$

XY

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 60^\circ & -\sin 60^\circ \\ 0 & \sin 60^\circ & \cos 60^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 70^\circ & 0 & \sin 70^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin 70^\circ & 0 & \cos 70^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.342 & 0 & 0.94 \\ 0.844 & 0.5 & -0.226 \\ -0.47 & 0.866 & 0.771 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ & 0 \\ \sin 10^\circ & \cos 10^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

YYZ

$$\begin{bmatrix} 0.336 & -0.6 & 0.94 \\ 0.88 & 0.361 & -0.771 \\ 0.512 & 0.933 & 0.771 \end{bmatrix}$$

$$2) X \rightarrow 10^\circ \quad Y \rightarrow 10^\circ \quad X \rightarrow 50^\circ$$

XY

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 40^\circ & -\sin 40^\circ \\ 0 & \sin 40^\circ & \cos 40^\circ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos 10^\circ & 0 & \sin 10^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin 10^\circ & 0 & \cos 10^\circ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9185 & 0 & 0.413 \\ 0.111 & 0.766 & -0.633 \\ -0.433 & 0.326 & 0.939 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.91 & -0.267 & 0.1545 \\ 0.29 & 0.602 & -0.712 \\ 0.105 & 0.7509 & 0.650 \end{bmatrix}$$

Lunes 10 de Abril

Matrices de rotación

- X, con relación a X; $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \rightarrow (x, y) \rightarrow (x', y')$
- X, con relación a Y; $\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix} \rightarrow (x, y) \rightarrow (x', y')$
- Y, con relación a X; $\begin{pmatrix} 0 & \sin\theta \\ \cos\theta & 0 \end{pmatrix} \rightarrow (x, y) \rightarrow (x', y')$
- Y, con relación a Y; $\begin{pmatrix} \cos\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta \end{pmatrix} \rightarrow (y, z) \rightarrow (y', z')$



$$x' = \begin{bmatrix} \cos\theta & \\ \sin\theta & \end{bmatrix} \quad y' = \begin{bmatrix} \cos(\theta+90^\circ) \\ \sin(\theta+90^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta \\ \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} x^0, y^0 \\ x^1, y^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (x, y_0), (y, x_0) \\ (x, y_0), (y, y_0) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} (x, x_0), (-y, x_0) \\ (x, y_0), (y, y_0) \\ (x, y_0), (y, z_0) \\ (x, z_0), (y, z_0) \end{bmatrix}$$

$$x \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \text{ en } v$$

Juan Alberto Ramírez Peñas 80B
Ing. Mecatrónica

0105 10 09 01 2018

3.2.4 Cuaternios

Los cuaternios, definidos por Hamilton, pueden ser utilizados como herramientas matemáticas de gran versatilidad.

Un cuaternion Q está constituido por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan en una base $\{e, i, j, k\}$.

3.3 Matrices de transformación homogénea

Las matrices de transformación homogénea, permiten esta representación conjunta, facilitando su uso mediante el álgebra matricial.

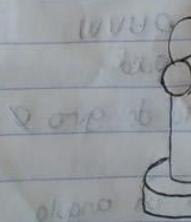
3.3.1 Cordenadas y matrices homogéneas

Un elemento e de un espacio n -dimensional, se encuentra representado en coordenadas homogéneas con $n+1$ dimensiones de tal forma que un vector $p(x, y, z)$ se verá representado por $q(w, x, y, z)$.

3.3.2 Significado geométrico de las matrices homogéneas.

Una matriz homogénea sirve para transformar un vector expresado en coordenadas homogéneas con respecto a un sistema $O'UVW$, a través de la matriz T .

Se aplica lo anteriormente indicado a un robot, la matriz de transformación homogénea permite describir la localización (posición y orientación) de un extremo con respecto a su base. Así asociado a la base del robot en sistema de referencia fijo $(Oxyz)$



a: Sea un vector en la dirección de aproximación

b: Sea un vector perpendicular a a en el

plano definido por la punta del robot

c: Sea un vector que forme triángulo ortogonal

Juan Alberto Ramírez Arenas 8ºB
Ing. Mechatrónica

LIA	MES	AÑO	FOLIO
.09	01	2019	

3.3.5 Grafos de transformación

Se tiene un manipulador cuya base es la referida al sistema del mundo OXYZ, mediante la transformación N^T . A su vez para pasar de la base del manipulador a su extremo se utiliza la transformación T^E .

1) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 20^\circ & -\sin 20^\circ \\ 0 & \sin 20^\circ & \cos 20^\circ \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} \cos 18^\circ & -\sin 18^\circ & 0 \\ \sin 18^\circ & \cos 18^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 18^\circ & -\sin 18^\circ \\ 0 & \sin 18^\circ & \cos 18^\circ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 18^\circ & -\sin 18^\circ & 0 \\ \sin 18^\circ & \cos 18^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 20^\circ & -\sin 20^\circ \\ 0 & \sin 20^\circ & \cos 20^\circ \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.951 & -0.267 & 0.1545 \\ 0.279 & 0.602 & -0.712 \\ 0.105 & 0.7509 & 0.650 \end{pmatrix}$$

2) $X \rightarrow 30^\circ \quad Z \rightarrow 10^\circ \quad X \rightarrow 30^\circ$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos 10^\circ & -\sin 10^\circ & 0 \\ \sin 10^\circ & \cos 10^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.852 & -0.2750 & 0.5 \\ 0.173 & 0.964 & 0 \\ 0.492 & 0.0860 & 0.866 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 30^\circ & -\sin 30^\circ \\ 0 & \sin 30^\circ & \cos 30^\circ \end{pmatrix}$$

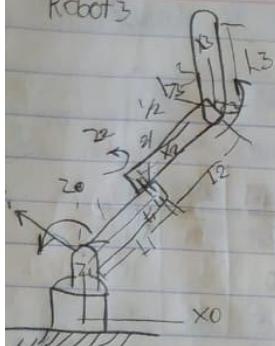
$$= \begin{pmatrix} 0.852 & 0.120 & 0.568 \\ 0.173 & 0.892 & -0.492 \\ 0.492 & 0.508 & 0.706 \end{pmatrix}$$

Juan Alberto Ramírez A

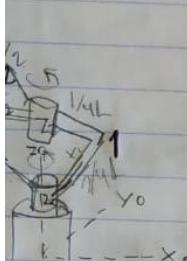
LIA A 9B Walla Walla

[Signature]

Robot 3

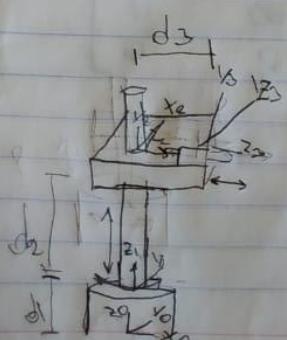


	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ
1	0	-90	0	α_1
2	L_1	90	d_1	Θ_1
3	M_1	-90	0	Θ_2



i	aH	∞	d _i	0
1	0	0	0	0
2	3/4L	0	0	0
3	L _s	0	d ₃	0

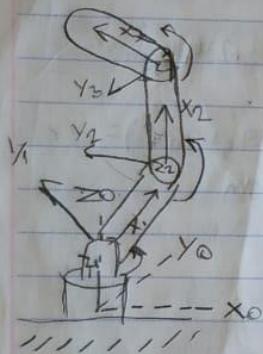
Robot 5



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	0	g_0	d_2	g_0
3	0	g_1	d_3	0

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i
1	0	-90	0
2	L_1	0	0
3	L_2	0	0

Q_i : $a_{i-1} \rightarrow$ distancia de Z_{i-1} a z_i
 θ_1 : $\alpha_{i-1} \rightarrow$ angulo entre Z_{i-1} y $z_i \rightarrow$ es
 θ_2 : $d_i \rightarrow$ distancia de x_{i-1} a $x_i - \alpha_{i-1}$ a θ_1
 θ_3 : dd ex z_i
 $\theta \rightarrow$ angulos entre x_{i-1} y $x_i \rightarrow$ con
respecto Z



Robot 2 #

i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	L_1	-90	0	θ_2
3	L_2	0	0	θ_3

DIA	MES	AÑO	FOLIO
-----	-----	-----	-------

Calculo de matrices Homogeneas

$$T_1^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\alpha_i - \sin\alpha_i & 0 & a_{11} \\ \sin\alpha_i \cos\gamma_i - \cos\alpha_i \sin\gamma_i & -\sin\alpha_i \cos\gamma_i - \cos\alpha_i \sin\gamma_i & a_{12} \\ \sin\alpha_i \sin\gamma_i & \cos\alpha_i \sin\gamma_i & a_{13} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cccc} i & a_{11} & a_{12} & a_{13} & \theta_1 \\ \hline 1 & 0 & -a_0 & 0 & \theta_1 \\ 2 & l_1 & 0 & 0 & \theta_2 \\ 3 & l_2 & 0 & 0 & \theta_3 \end{array} \quad T_3^0 = T_1^0 T_2^0 T_3^0$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta_1 & -\cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_2^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_1 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

~~T₃~~

$$T_3^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & l_2 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

	DIA	MES	ANO	FOLIO
--	-----	-----	-----	-------

Robot 2.1

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline i & \alpha_{i-1} & \alpha_{i-1} & d_i & q_i \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & l_1 & -90 & 0 & 0 \\ 3 & l_2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \quad T_1 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_0 & -\sin \alpha_0 & 0 & 0 \\ \sin \alpha_0 & \cos \alpha_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad T_3 = \begin{bmatrix} \cos \alpha_2 & -\sin \alpha_2 & 0 & l_2 \\ \sin \alpha_2 & \cos \alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Robot 3

i	α_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	-90	0	θ_1
2	L	90	d_2	θ_2
3	L	-90	0	θ

$$T_1 = \begin{pmatrix} CG & -SG & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -SG & -CG & 0 & 0 \\ GT & OS & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_2 \begin{bmatrix} \text{Ca}_2 & -\text{Se}_2 & 0 & \text{Li} \\ 0 & 0 & -1 & -\text{C}_2 \\ \text{Se}_2 & \text{Se}_2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} C_{\theta_2} & -S_{\theta_2} & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S_{\theta_2} & C_{\theta_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

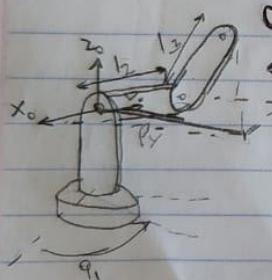
Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos.

Este procedimiento es adecuado para robots de pocos grados de libertad o para el caso se consideren solo los primeros grados de libertad dedicados a posicionar el extremo.

El procedimiento en si se basa en encontrar suficiente número de relaciones geométricas (en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares).

Los datos de partida son las coordenadas (P_x, P_y, P_z) referidas a $\{S_0\}$ en las que se quiere posicionar su extremo.

$$\text{El valor de } q_1 \text{ se obtiene inmediatamente como: } q_1 = \arctg\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$



Considerando ahora únicamente los elementos 2 y 3 que están situados en un plano

$$r^2 = P_x^2 + P_y^2 \quad r^2 + P_z^2 = l_2^2 + l_3^2 + 2l_2l_3 \cos q_3 \Rightarrow$$

$$\cos q_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3}$$

Esta expresión permite obtener q_3 en función del vector de posición del extremo q . No obstante, por motivos de ventajas computacionales es más conveniente utilizar la expresión

$$\operatorname{sen} q_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3} \quad \text{Si tendría que}$$

$$q_3 = \arctg \left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3} \right) \quad \cos q_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3}$$

DÍA	MES	AÑO	FOLIO
-----	-----	-----	-------

$${}^0 A_1^{-1} = \begin{pmatrix} C, 0, S, 0 \\ S, 0, -q_0 \\ 0, 1, 0, 1 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} C, S, 0, 0 \\ 0, 0, 1, -1, 1 \\ S, 1, C, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}$$

$${}^1 A_2^{-1} = \begin{pmatrix} C_2, 0, -S_2, 0 \\ S_2, 0, C_2, 0 \\ 0, -1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} C_2, S_2, 0, 0 \\ 0, 0, 1, 0 \\ -S_2, C_2, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}$$

$${}^2 A_3^{-1} = \begin{pmatrix} 1, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0, q_3 \\ 0, 0, 1, q_3 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 1, q_3 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}$$

$$({}^0 A_1)^{-1} {}^0 T_3 = {}^1 A_2^{-1} {}^2 A_3 = \begin{pmatrix} C, S, 0, 0 \\ 0, 0, 1, -1, 1 \\ S, 1, C, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x, o_x, a_x, p_x \\ n_y, o_y, a_y, p_y \\ n_z, o_z, a_z, p_z \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2, 0, -S_2, 0 \\ S_2, 0, C_2, 0 \\ 0, -1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0, 0 \\ 0, 0, 1, q_3 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_2, 0, -S_2, -S_2 q_3 \\ S_2, 0, S_2, C_2 q_3 \\ 0, -1, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1 \end{pmatrix}$$

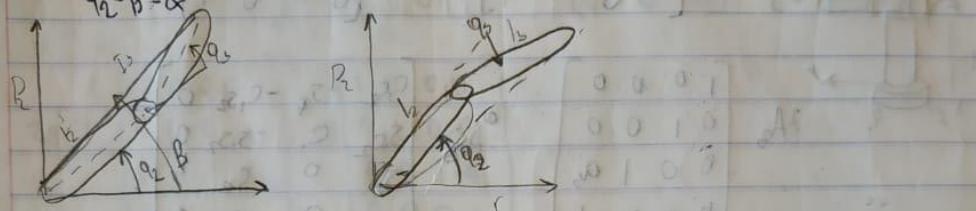
Juan Alberto Ramírez Arango

(Signature)

DIA	MES	ANO	FOLIO
18	02	2019	

Como se ve, existen 2 posibles soluciones para q_3 según se tome el signo positivo o negativo en la raíz. Estas corresponden a las configuracionesendo arriba. El cálculo de q_2 se hace a partir la diferencia entre β y α .

$$q_2 = \beta - \alpha$$



$$\beta = \arctg \left(\frac{P_y}{P_x} \right) = \arctg \left(\frac{P_y}{\pm \sqrt{P_x^2 + P_z^2}} \right) \quad \alpha = \arctg \left(\frac{l_2 \sin q_3}{l_2 + l_2 \cos q_3} \right) = A^2 - I$$

$$q_2 = \arctg \left(\frac{P_y}{\pm \sqrt{P_x^2 + P_z^2}} \right) - \arctg \left(\frac{l_2 \sin q_3}{l_2 + l_2 \cos q_3} \right)$$

Resolución del problema cinemático inverso a partir de la matriz de transformación homogénea.

Es posible tratar de obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir del conocimiento de su modelo directo.

Se va a aplicar este procedimiento al robot 3GOF de configuración eiforica (2 giros y un desplazamiento). El robot queda siempre el contenido en un plano determinado por el ángulo q_1 .

El primer paso es obtener la matriz T que relaciona el sistema de referencia $\{S_0\}$ asociado a la base con el sistema de transformación

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & -S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^1A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^0A_2 = \begin{bmatrix} C_{21} & -S_{21} & -C_1 S_2 & 0 \\ S_{21} & C_{21} & C_1 S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & C_2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T = {}^0A_3 = \begin{bmatrix} C_{21} - S_1 - C_1 S_2 - q_3 C_1 S_2 \\ S_1 C_{21} & C_1 - S_1 S_2 - q_3 S_1 S_2 \\ S_2 & 0 & C_2 + q_3 C_1 + 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Articulación θ d α α

1	q_1	1,	0	90
2	q_2	0	0	-90
3	0	q_3	0	0

Puesto que $T = {}^0A_1 A_2 {}^2A_3$ se tiene

$$({}^0A_1)^{-1} T = {}^1A_2 {}^2A_3$$

$$({}^0A_1)^{-1} ({}^0A_1) T = {}^2A_3$$

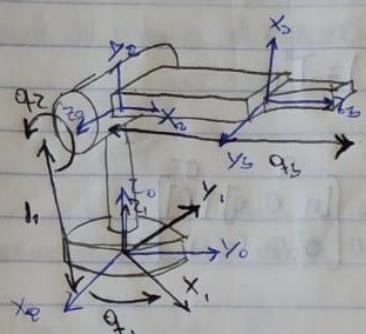
Puesto que $\bar{T} = \begin{bmatrix} n & o & p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} n_x & o_x & p_x \\ n_y & o_y & p_y \\ n_z & o_z & p_z \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} n_x h_y n_z - h^2 p \\ o_x o_y o_z - o^2 p \\ o_x o_y o_z - o^2 p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Juan Alberto Ramírez Arenas
Cinemática de robots

DIA 20 MES 02 AÑO 2019

FOLIO



i	a_{i-1}	α_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	q_1
2	1	-90	0	q_2
3	0	90	q_3	90
4				

$$T_3^0 = T_1^0 \cdot T_2^1 \cdot T_3^2$$

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 & 0 \\ \sin q_2 & \cos q_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cinematica

$$T_3^0 = T_1^0 T_2^0 T_3^0 \rightarrow \frac{T_3^0}{T_3^0} = T_1^0 T_2^0$$

$$\frac{T_2^0}{T_3^0 T_2^0} = T_1^0 \rightarrow T_2^0 + T_3^0)^{-1} (T_2^0) = T_1^0$$

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} h_x & h_y & h_z & -n_P \\ 0_x & 0_y & 0_z & -o_P \\ 0_x & 0_y & 0_z & -o_P \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3^0 \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} T_1^0 = ? \\ T_2^0 = ? \\ T_3^0 = ? \end{array} \quad j(q) = \begin{bmatrix} J_U(q) \\ J_W(q) \end{bmatrix}$$

Métodos de propagación de velocidad Articulación

Rotacional

$$w_i^{i+1} = R_i^{i+1} w_i^i + \theta_i^i \tau_{i+1}^{i+1}$$

$$v_i^{i+1} = R_i^{i+1} v_i^i + R_i^{i+1} [w_i^i \times r_i^i]$$

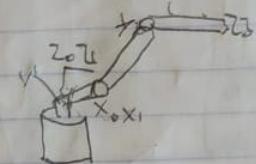
Articulación prismática

$$w_i^{i+1} = R_i^{i+1} w_i^i$$

Juan Alberto Ramírez Armas

DIÁ	MES	AÑO	Folio
4	03	2019	

Aplicar el método de programación de velocidades para determinar la velocidad angular la base del manipulador mostrado en la figura y parte del sistema de referencia



Parámetros DH. Para robots de 5 grados

j	α_{j-1}	q_{j-1}	d _j	θ_j
1	0	0	0	θ_1
2	0°	L ₁	0	θ_2
3	0	L ₂	0	θ_3

Empieando los parámetros DH del manipulador se obtiene en las siguientes matrices de transformación homogénea.

$$T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_1 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_2 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & S_1 & L_1 C_1 \\ S_1 C_2 & S_1 S_2 & C_2 & L_1 S_2 \\ C_2 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora se cuenta con toda la información necesaria para aplicar el método de programación de velocidades. Para ello.

$$\dot{w}^2 = \rho_0' w^2 + \Omega_2 \gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega_2 \end{bmatrix}$$

$$W_2^2 = R_1^2 W_1^2 + \epsilon_2 z_2^2 = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 \\ -s_2 & c_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \text{obtuvio de } R_1^2 / A$$

$$V_2^2 = P_1^2 V_1^2 + R_1^2 [w_1 x_1^2]$$

$$= \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ -s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 & 0 \\ -s_2 & c_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Que el calculo anterior se hizo una matriz antisimétrica para obtener el producto $i=2$

$$w_3^2 = R_1^2 w_2^2 + \epsilon_2 z_2^2$$

$$= \begin{bmatrix} c_3 & s_3 & 0 \\ -s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$V_3^2 = R_2^2 V_2^2 + R_2^2 [w_2^2 x_2^2]$$

$$= \begin{bmatrix} c_3 & s_3 & 0 \\ -s_3 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 & s_2 & 0 \\ -s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & c_2 s_2 \\ 0 & 0 & -s_2 c_2 \\ c_2 s_2 & s_2 c_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$w_2^2 = R_1^2 w_1^2 + \epsilon_2 z_2^2 = \begin{bmatrix} c_2 s_2 \\ -s_2 c_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_2 0 + \text{obtuse to } 70^\circ / A \\ \epsilon_2 0 + \text{acute to } 10^\circ / B \\ \epsilon_2 \text{ acute to } 90^\circ \end{bmatrix}$$

$$v_2^2 = P_1^2 v_1^2 + R_1^2 [w_1 \times z_2]$$

$$= \begin{bmatrix} c_2 s_2 \\ -s_2 c_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_2 s_2 \\ s_2 c_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Que el calculo anterior se hizo con una matriz antisimétrica para obtener el producto $i=2$

$$w_3^2 = R_2^2 w_2^2 + \epsilon_3 z_3^2$$

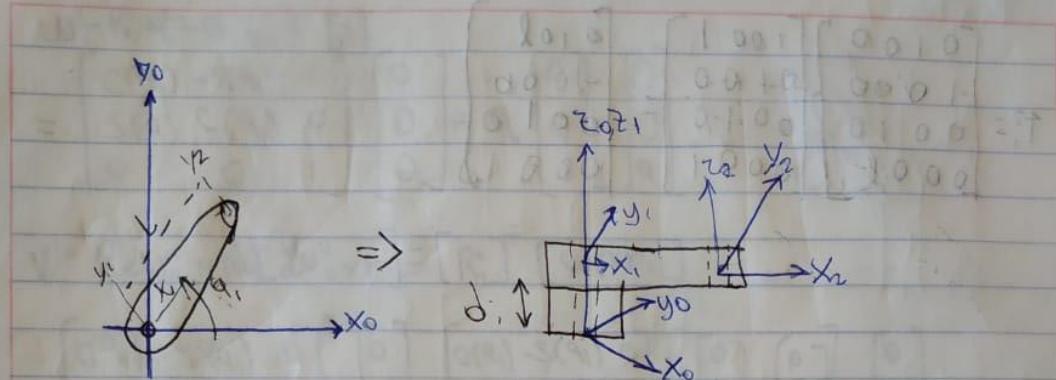
$$= \begin{bmatrix} c_3 s_3 \\ -s_3 c_3 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_2 \epsilon_3 s_2 s_3 \\ \epsilon_2 \epsilon_3 - s_2 s_3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$v_3^2 = R_2^2 v_2^2 + R_2^2 [w_2 \times t_2^2]$$

$$= \begin{bmatrix} c_3 s_3 0 \\ -s_3 c_3 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -s_3 c_3 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_2 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -s_3 c_3 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon_2 \epsilon_3 c_2 c_3 \\ \epsilon_2 \epsilon_3 - s_2 s_3 \\ c_2 s_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_2 s_2 0 \\ -s_2 c_2 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ l_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ l_2 c_2 \end{bmatrix}$$

DIA	MES	AÑO	FOLIO
01	03	2019	

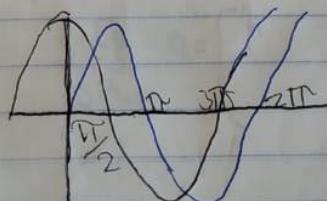
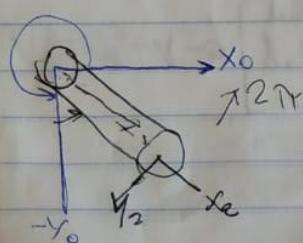


$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline i & q_{i-1} & \alpha_{i-1} & d_i & \theta_i \\ \hline 1 & 0 & 0 & d_1 & q_1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$T_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0' = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & -\sin(\theta_1) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_1) & \cos(\theta_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0 T_1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & -\sin(\alpha_1) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

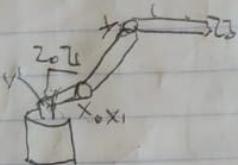


$$T_0(2\pi) = \begin{bmatrix} \cos(2\pi) & -\sin(2\pi) & 0 & 0 \\ \sin(2\pi) & \cos(2\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & -\sin(\alpha_1) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha_1) & \cos(\alpha_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1 + 2\pi) & -\sin(\alpha_1 + 2\pi) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha_1 + 2\pi) & \cos(\alpha_1 + 2\pi) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Juan Alberto Ramírez Arenas

DIÁ	MES	AÑO	FOLIO
4	03	2019	

Aplicar el método de programación de velocidades para determinar la velocidad angular la base del manipulador mostrado en la figura y parte del sistema de referencia.



Parámetros DH Para robots de 5 grados

i	α_{i-1}	q_{i-1}	d_i	θ_i
1	0	0	0	θ_1
2	0°	L_1	0	θ_2
3	0	L_2	0	θ_3

Empleando los parámetros DH del manipulador se obtiene en las siguientes matrices de transformación homogénea.

$$T_1 = \begin{bmatrix} C_1 & -S_1 & 0 & 0 \\ S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & L_1 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad T_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & L_2 \\ S_3 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} C_1 C_2 & -C_1 S_2 & S_1 & L_1 C_1 \\ S_1 C_2 & S_1 S_2 & C_2 & L_1 S_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ahora se cuenta con toda la información necesaria para aplicar el método de programación de velocidades. Para ello:

$$\dot{w}_i^2 = \dot{\theta}_i w_i^2 + \ddot{\theta}_i \quad \dot{w}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

P102 30

Resumen de la teoría de rotación

$$W_2' = R_2^2, W_2' + \theta_2, U_2' = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \theta_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta_2 \\ \cos \theta_2 \end{bmatrix}$$

S2 0° rotacion to 90° A
C2 0° rotacion biaxial
θ2 around z axis

$$U_2' = P_2^2, U_2' + R_2^2 [W_2' \vec{r}_2]$$

$$= \begin{bmatrix} C_2 \cos \theta_2 & 0 \\ -S_2 \cos \theta_2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ S_2 \cos \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como se estima el resultado

Que el calculo anterior se hizo una matriz antisimétrica para

obtener el producto $i=2$

$$W_2' = R_2^2, W_2' + \theta_2, U_2'$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -S_3 \cos \theta_3 & C_3 \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \theta_2 (C_2 \cos \theta_2 - S_2 \sin \theta_2) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

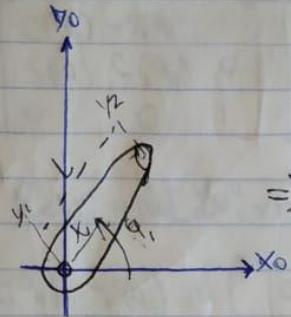
$$U_3' = R_2^2, U_2' + R_2^2 [U_2' \times t_2^2]$$

$$= \begin{bmatrix} C_3 \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -S_3 \cos \theta_3 & C_3 \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -S_3 \cos \theta_3 & C_3 \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -S_3 \cos \theta_3 & C_3 \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

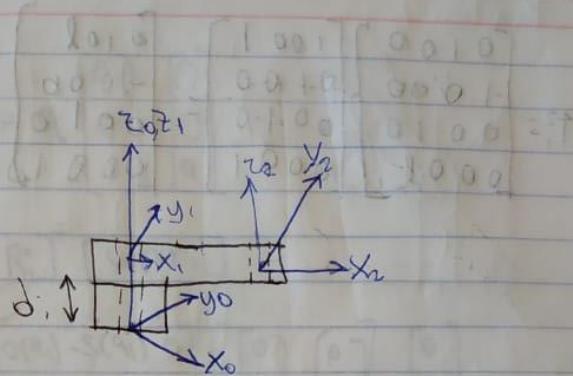
$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & C_3 \sin \theta_3 \\ 0 & 0 & -S_3 \cos \theta_3 \\ C_3 \sin \theta_3 & S_3 \cos \theta_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_3 \sin \theta_3 & 0 & 0 \\ -S_3 \cos \theta_3 & C_3 \sin \theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} +$$

No tenemos que el resultado no es igual al resultado obtenido con la rotación
alrededor del eje z solo se recomienda la orden

DIA	MES	AÑO	FOLIO
01	03	2019	



=>

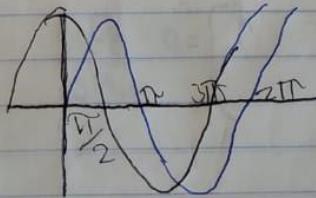
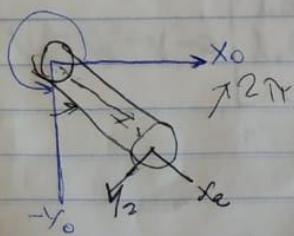


$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline i & a_{i-1} & \alpha_{i-1} & d_i & \theta_i \\ \hline 1 & 0 & 0 & d_1 & a_1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$T_0 = \begin{bmatrix} c(a_1) - s(a_1) & 0 & 0 \\ s(a_1) & c(a_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

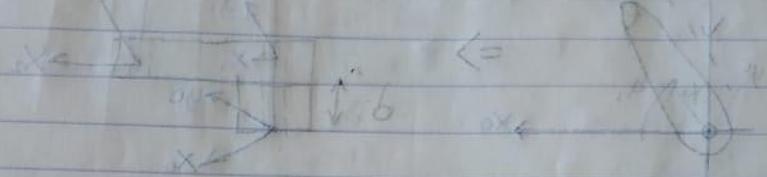
$$T_0^{-1} = \begin{bmatrix} a_1 - s(a_1) \\ s(a_1) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



$$T_0(\frac{3\pi}{2}) = \begin{bmatrix} c(3\pi/2) & -s(3\pi/2) & 0 & 0 \\ s(3\pi/2) & c(3\pi/2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c(a_1) - s(a_1) & 0 & 0 \\ s(a_1) & c(a_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -c(a_1) & s(a_1) & 0 & 0 \\ -s(a_1) & -c(a_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

DIA	MES	ANO	FOLIO
-----	-----	-----	-------

$$T_1^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} & 001000(00) = 00(00)(00) \\ & 001000(00) = 000100(00) = 000010(00) \\ & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

José Alberto Ramírez Arceas

DIA

MES

AÑO

FOLIO

08 03 2019

$$W_i - R_i^T W_0 + \theta_i r_i = [2]$$

$$= \begin{bmatrix} C(\alpha_i) & -S(\alpha_i) & 0 \\ S(\alpha_i) & C(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_i \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_i \end{bmatrix}$$

$$V_i = R_i^T V_0 + R_i^T [W_0^T \times r_i] = [R_i^T]^T [W_0^T \times r_i]$$

$$\begin{bmatrix} C(\alpha_i) & -S(\alpha_i) & 0 \\ S(\alpha_i) & C(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C(\alpha_i) & -S(\alpha_i) & 0 \\ S(\alpha_i) & C(\alpha_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$W_0^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_i \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \alpha_i$$

$$V_0^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & S(\alpha_i) \\ 1 & C(\alpha_i) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_0^2 = V_0^T V_0 = \begin{bmatrix} 1 & S(\alpha_i) \\ 1 & C(\alpha_i) \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{5}{6\alpha_i} \alpha_i = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



10° 30° 20°

DIA | ZONA S | PENDIENTE DE FRENOS AL

$$f = f(\theta + \Delta\theta - \Delta)$$

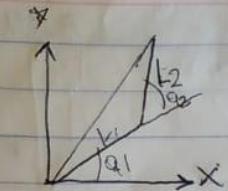
$$T_1 = \begin{bmatrix} C(\alpha_1) & S(\alpha_1) & 0 & P_1 Q_1 \alpha_1 \\ S(\alpha_1) & C(\alpha_1) & 0 & P_1 Q_1 \alpha_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_2 = \begin{bmatrix} C(\alpha_2) & -S(\alpha_2) & 0 & l_1 \\ S(\alpha_2) & C(\alpha_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \lambda_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ C(\alpha_1 + \alpha_2) & -S(\alpha_1 + \alpha_2) & 0 & l_1(C(\alpha_1) + l_2 C(\alpha_1 + \alpha_2)) \\ S(\alpha_1 + \alpha_2) & C(\alpha_1 + \alpha_2) & 0 & l_2 S(\alpha_1 + l_1 \alpha_2 + \alpha_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ramirez Arenas Juan Alberto



$$\begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} = f_r(q) = \begin{bmatrix} l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ l_1 \sin(q_1) + l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$q_1 = \tan^{-1} \left(\frac{x^2 + y^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 \cdot l_2} \right) \quad q_2 = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{l_2 \sin(q_2)}{l_1 + l_2 \cos(q_2)} \right)$$

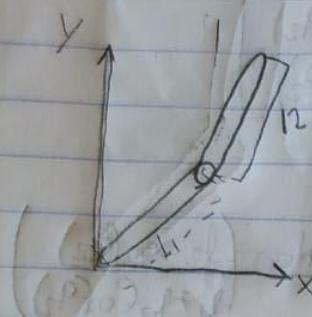
ecuación diferencial

$$\dot{q}(q) = \frac{dF(q)}{d(q)} = \begin{bmatrix} -l_1 \sin(q_1) - l_2 \sin(q_2 + q_1) - l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos(q_1) + l_2 \cos(q_1 + q_2) \cdot l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$



Practica 2

4/25 03 2019



$$L_1 = 2.96 \text{ cm}$$

$$L_2 = 4.52$$

$$(4.52)$$

$$G[(1, -7) (-6, 3) (2, -8)]$$

$$(2, -8) \quad q_2 = \tan^{-1} \frac{(-2)^2 + (-8)^2 - 4.52^2 - 2.96^2}{2(2.96)(4.52)} = \tan^{-1} \frac{30.808}{26.758} = 55.413^\circ$$

$$q_1 = \tan^{-1} \left(\frac{-8}{-6} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{4.52 \sin(55.413)}{4.52 + 2.96 \cos(55.413)} \right) = -26.55^\circ - \tan^{-1} \frac{3.721}{6.861} = 42.007^\circ$$

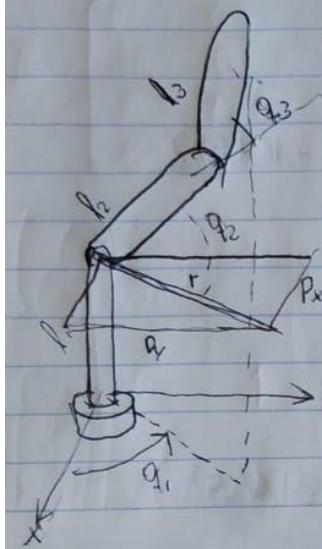
$$q_2 = 55.413^\circ$$

$$q_1 = 42.007^\circ$$

29.192

$$q_h = \tan^{-1} \frac{(-6)^2 + (-8)^2 - 4.52^2 - 2.96^2}{2(4.52)(2.96)} = \tan^{-1} \frac{15.808}{26.758} = 30.575^\circ$$

$$q_1 = \tan^{-1} \left(\frac{-8}{-6} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{4.52 \sin(30.575)}{4.52 + 2.96 \cos(30.575)} \right) = -26.55^\circ - \tan^{-1} \frac{2.299}{6.861} = -45.09^\circ$$



Método geométrico

$$q_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

$$\cos q_3 = \frac{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2l_3}$$

$$\sin q_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}$$

$$q_3 = \arctan\left(\frac{\pm \sqrt{1 - \cos^2 q_3}}{\cos q_3}\right)$$

Datos: P_x, P_y, P_z donde se quiere

situar el extremo del robot

$$q_2 = \beta - \alpha$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{P_z}{r}\right)$$



$$= \frac{P_z}{\pm \sqrt{P_x^2 + P_y^2}}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{l_2 \sin q_1}{l_2 + l_3 \cos q_1}\right)$$

$$q_2 = \arctan\left(\frac{P_z}{\pm \sqrt{P_x^2 + P_y^2}}\right)$$

Ramírez Arenas Juan Alberto

DIA	MES	AÑO	FOLIO
26	03	2019	

Probot esférico 3 DOFs

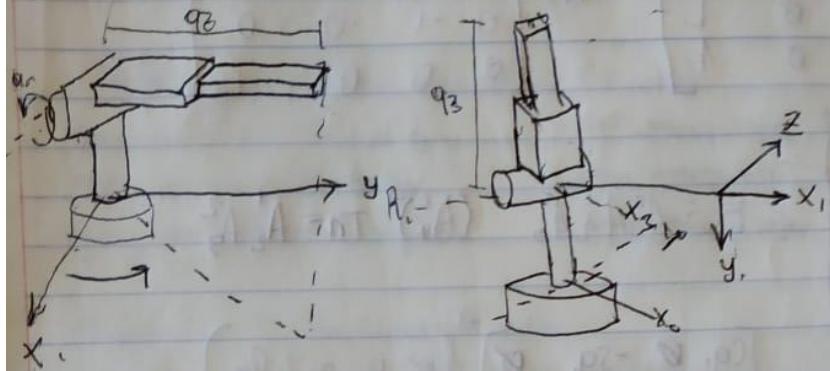


tabla DH

i	q _i ; d _i ; a _i ; α_i
1	q ₁ ; L; 0; -90°
2	q ₂ ; 0; 0; 90
3	0; q ₃ ; 0; 0

Resultant Vector

Direction of R

Angle made with FOLIO

$$\theta_2 = \tan^{-1} \frac{(1^2 + 7^2 - 29.192)}{26.758} = \frac{-20.808}{26.758} = -37.867^\circ$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{-3 - \tan(4.52 \sin 32.869)}{2.96 + 4.52 \cos 32.869} = \frac{-8.13 - \tan 2.774}{6.528} = -101.892^\circ$$

$$\theta_2 = \frac{u^2 + b^2 - 29.192}{26.758} = \frac{\tan 22.808}{26.758} = 40.443^\circ$$

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{-3 - \tan(4.52 \sin 40.443)}{2.96 + 4.52 \cos 40.443} = \frac{-56.309 - \tan 2.932}{6.399} = 31.695^\circ$$

$$\left(\begin{array}{c} u \\ v \end{array} \right)_{\text{parallel}} = \left(\begin{array}{c} -3 \\ 2.932 \end{array} \right)_{\text{parallel}}$$

$$A^o = \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & -C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2^i = \begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & -S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad T_b = A^o A_2^i A_3^i \quad (A^o)^T T_n = A_2^i A_3^i$$

$$(A_2^i)^{-1} T_n = A_2^i A_3^i \rightarrow \begin{bmatrix} C_{q_1} & 0 & -S_{q_1} & 0 \\ S_{q_1} & 0 & C_{q_1} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} nx & 0 & 0 & px \\ ny & 0 & 0 & py \\ nz & 0 & 0 & pz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{q_2} & 0 & -S_{q_2} & 0 \\ S_{q_2} & 0 & C_{q_2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A_2^i)^{-1} T_n = \begin{bmatrix} C_{q_2} C_{q_1} & C_{q_2} S_{q_1} & S_{q_2} & 0 \\ -S_{q_2} C_{q_1} & S_{q_2} S_{q_1} & C_{q_1} & 0 \\ -S_{q_2} S_{q_1} & C_{q_2} C_{q_1} & -S_{q_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_x C_{q_2} C_{q_1} + P_y S_{q_2} C_{q_1} + P_z S_{q_2} = -L_1 S_{q_1} = -\frac{S_{q_3}}{C_{q_2}} = \frac{P_x C_{q_1} + P_y S_{q_1}}{P_z - L_1}$$

$$-S_{q_2} C_{q_1} P_z - S_{q_2} S_{q_1} P_y$$

Ramírez Armas Juan Alberto

LUN	MAR	MIÉ	JUE	VIE	SAB	DOM
08	09	10	11	12	13	14

FOLIO

Práctica 3

Paquetes de ros para brazo antropomórfico

Metapaquete 1 - Open manipulator (Kinetic)

open-manipulator control gui

- open-manipulator IROS

open-manipulator controller

- Open-manipulator moves!

open-manipulator description

- Open-manipulator teleop

Metapaquete 2: Ros serial (Kinetic)

- rosserial client

- rosserial python

- rosserial msgs

- rosserial mbed

Metapaquete 3: Universal_robot (Kinetic)

Universal robot

Paquete 1: UR10(Kinetic)

Paquete 2: CKin(Kinetic)

Ramírez Arenas Juan Alberto

DIA	MES	AÑO	FOLIO
26	03	2019	

Robot esférico 3DOF

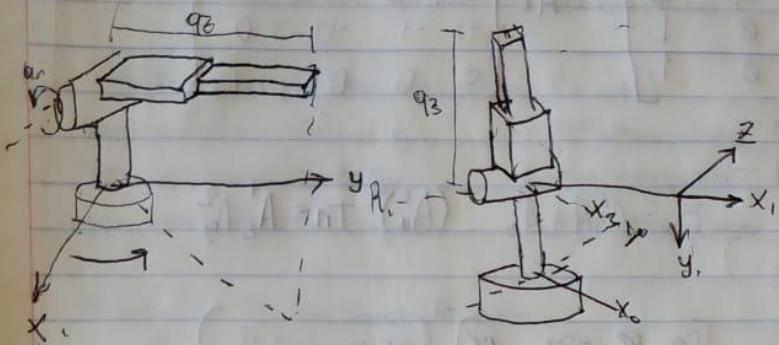


tabla DH

i	q _i d _i q _{i+1}
1	q ₁ L ₁ 0 -90°
2	q ₂ 0 0 90°
3	0 q ₃ 0 0

q₁ q₂ q₃ = 0 0 0

Ramírez Arenas Juan Alberto

DIA	MES	AÑO	FOLIO
26	03	2019	

Robot esférico 3DOF

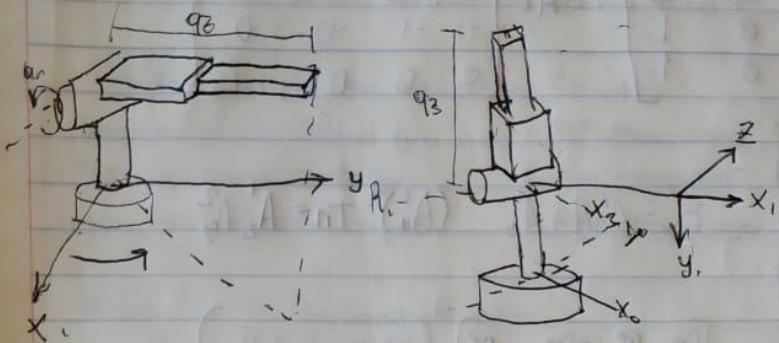


tabla DH

i	q _i d _i q _{i+1}
1	q ₁ L ₁ 0 -90°
2	q ₂ 0 0 90°
3	0 q ₃ 0 0

q₁ q₂ q₃ = 0 0 0 0 0 0