

Modelos Operativos de Gestión.

Optimización Lineal Entera. Modelización y resolución con GAMS.

Hoja 4 de problemas.

1. La empresa Kas Uchas dispone de seis inmuebles. La siguiente tabla muestra los precios (en millones de euros) de ventas para cada uno en caso de que la operación se cierre en alguno de los tres próximos años:

	Vendido en		
	Año 1	Año 2	Año 3
Inmueble 1	1.5	2	2.4
Inmueble 2	1.6	1.8	2.1
Inmueble 3	2.2	3	3.6
Inmueble 4	1	2	3
Inmueble 5	1.7	1.9	2.2
Inmueble 6	1.9	2.5	2.9

Para mantener un nivel de dinero en caja suficiente, la compañía debe facturar un mínimo de 2, 3 y 3.5 millones durante los años 1, 2 y 3, respectivamente. Determina cómo se pueden maximizar los ingresos previstos en el próximo trienio.

2. Una gran empresa ha decidido cerrar sus centros de producción más pequeños, y reasignar sus empleados a otros centros más grandes en ciudades vecinas. Cada trabajador desplazado recibirá un complemento de sueldo por destino proporcional a la distancia entre su puesto de trabajo original y su nuevo centro. Las distancias entre los centros que se van a cerrar (C1, C2 y C3) y los centros donde se reubicará a estos empleados (A1, A2, A3, A4 y A5) vienen dadas en la siguiente tabla:

	A1	A2	A3	A4	A5
C1	65	50	110	145	90
C2	70	65	80	105	115
C3	15	5	240	55	30

Hay que reubicar a 34 trabajadores de C1, 23 de C2 y 32 de C3. Para poder reubicarlos, la empresa ha habilitado 12 nuevos puestos en A1, 16 en A2, 20 en A3, 21 en A4 y 20 en A5. Formula un modelo para ayudar a la empresa a decidir cómo reubicar a sus empleados.

3. A la agencia espacial americana, N.A.S.A., se le plantea constantemente el problema de decidir cómo repartir su presupuesto entre diversas misiones espaciales. En la siguiente tabla aparece una lista ficticia de posibles alternativas, de entre las que se tienen que seleccionar aquellas que se van a llevar a cabo en el periodo 2000–2024. En la tabla aparecen también, para cada misión, la cantidad a invertir cada quinquenio para su mantenimiento, su beneficio esperado, así como las posibles incompatibilidades y dependencias entre ellas (que aparecen recogidas en las dos últimas columnas). En la última fila se encuentra el presupuesto del que dispone la N.A.S.A. en cada uno de los quinquenios.

Misión	Inversiones (billones \$)					beneficio esperado	depende no con de	
	2000/ 2004	2005/ 2009	2010/ 2014	2015/ 2019	2020/ 2024			
Communications satellite	6	—	—	—	—	200	—	—
Orbital microwave	2	3	—	—	—	3	—	—
Io lander	3	5	—	—	—	20	—	—
Uranus orbiter 2017	—	—	—	—	10	50	5	3
Uranus orbiter 2000	—	5	8	—	—	70	4	3
Mercury probe	—	—	1	8	4	20	—	3
Saturn probe	1	8	—	—	—	5	—	3
Infrared imaging	—	—	—	5	—	10	11	—
Ground-based SETI	4	5	—	—	—	200	14	—
Large orbital structures	—	8	4	—	—	150	—	—
Color imaging	—	—	2	7	—	18	8	2
Medical technology	5	7	—	—	—	8	—	—
Polar orbital platform	—	1	4	1	1	300	—	—
Geosynchronous SETI	—	4	5	3	3	185	9	—
Presupuesto	10	12	14	14	14			

Plantear y resolver el problema de programación entera que debe resolver la N.A.S.A para decidir qué misiones lleva a cabo en el periodo 2000–2024 de manera que se maximice su beneficio esperado.

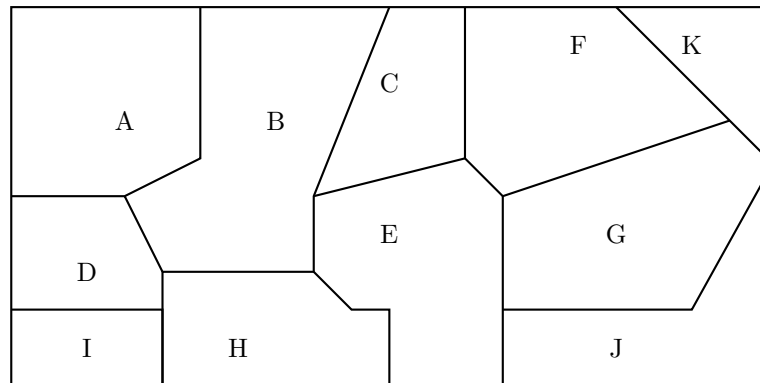
4. Una línea aérea SOUTHWESTERN necesita asignar sus tripulaciones para cubrir todos sus vuelos programados. Concretamente, se plantea cómo asignar 3 tripulaciones con base en San Francisco a los vuelos enumerados en la siguiente tabla. Las otras 12 columnas muestran 12 secuencias de vuelos factibles para una tripulación. Los números en cada columna indican el orden de los vuelos. Se permite tener más de una tripulación en un vuelo, donde los miembros de la tripulación adicional volarían como pasajeros, pero los contratos colectivos de trabajo requieren que se pague el tiempo de la tripulación adicional como si estuviera trabajando. En la última fila de la tabla se especifica el coste de asignar una tripulación a una secuencia de vuelos específica, en miles de euros.

vuelo	secuencia factible de vuelos											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1. San Francisco a Los Ángeles	1			1			1			1		
2. San Francisco a Denver		1			1			1			1	
3. San Francisco a Seattle			1			1			1			1
4. Los Ángeles a Chicago				2			2		3	2		3
5. Los Ángeles a San Francisco	2					3				5	5	
6. Chicago a Denver				3	3				4			
7. Chicago a Seattle							3	3		3	3	4
8. Denver a San Francisco		2		4	4				5			
9. Denver a Chicago					2			2			2	
10. Seattle a San Francisco			2				4	4				5
11. Seattle a Los Ángeles						2			2	4	4	2
Coste (miles de euros)	2	3	4	6	7	5	7	8	9	9	8	9

Describe el modelo que permita minimizar el coste total de asignar las 3 tripulaciones de manera que cubran todos los vuelos.

5. Has sido designado por el gerente de tu empresa para decidir cómo distribuir el tráfico telefónico en el próximo mes, seleccionando entre 3 proveedores posibles y asignando la cantidad de tráfico (minutos) que desee en cada caso. Puedes repartir el tráfico en 1, 2 o 3 proveedores libremente. El proveedor 1 cobra un cargo fijo mensual de 50€ y el coste por minuto a red fija es de 0,02€ y a red móvil de 0,12€. El proveedor 2 tiene un cargo fijo mensual de 60€, con un coste por minuto de 0,015€ y 0,15€ a red fija y móvil respectivamente. Finalmente el proveedor 3 tiene un cargo fijo mensual de 40€ con un coste por minuto a red fija de 0,03€ y a móvil de 0,14€. Si se llama por uno de estos proveedores (aunque se hable sólo un minuto) se debe pagar el cargo fijo. Asumiendo que la cantidad de minutos que la empresa consume mensualmente es de 30.000 para red fija y 18.000 para móvil. Formula y resuelve un modelo de Programación Entera que te permita decidir cómo distribuir el tráfico telefónico mensual de la forma más económica para la empresa.

6. Un banco quiere instalarse en una nueva región. La siguiente figura muestra esquemáticamente la región, dividida en 11 provincias.



En cada provincia puede instalar una sucursal principal o una sucursal de apoyo, pero no ambas. Cada sucursal solo da servicio a la provincia en la que está instalada y solo puede colocar una sucursal de apoyo en una provincia si en alguna de sus provincias limítrofes tiene una sucursal principal. Crear un modelo de optimización lineal entera para minimizar el número de sucursales principales que debe colocar el banco, si quiere dar servicio a todas las provincias y encontrar la solución óptima.

7. Una de las grandes aplicaciones de la Optimización Entera son los modelos de localización de centros de servicio y transporte de productos. Se trata de modelos en los que una compañía fabrica un cierto producto en sus plantas y después lo envía a los clientes. Además del coste de transporte, existe un coste fijo adicional por cada planta que está abierta. En esta práctica veremos un ejemplo de un **problema de localización de plantas con costes fijos y capacidades**.

La empresa Mate produce salsa de tomate en cinco plantas diferentes $P1, \dots, P5$. La capacidad de producción anual de cada planta (en toneladas) se da en la siguiente tabla.

	P1	P2	P3	P4	P5
Capacidad	300	200	300	200	400
Coste fijo	35000	45000	40000	42000	40000

El coste (en euros) de producir una tonelada de salsa de tomate y enviarlo a cada uno de sus cuatro clientes $C1, \dots, C4$ aparece a continuación.

		Hasta			
		C1	C2	C3	C4
Desde	P1	1180	1160	1190	1200
	P2	810	800	850	760
	P3	850	830	890	840
	P4	770	750	810	780
	P5	800	770	820	830

Cada cliente tiene una demanda (en toneladas) dada en la siguiente tabla. Además, cada planta operativa (es decir, envía alguna cantidad de salsa de tomate) incurre en un coste fijo anual (en euros) dado en la primera tabla. Plantea y resuelve un problema de optimización entera para determinar qué plantas mantener abiertas así como el plan óptimo de envíos de la empresa que minimice el coste anual de satisfacer las demandas.

C1	C2	C3	C4
200	300	200	250

8. Una cadena de supermercados se plantea abrir hasta cuatro nuevos centros en cuatro ciudades: $C1$, $C2$, $C3$, y $C4$. Por razones logísticas, la cadena no quiere albergar más de un supermercado en una misma

ciudad. Cada posible centro puede ser construido con uno de entre tres distintos tamaños: pequeño (P), mediano (M) y grande (G). A continuación se muestra una tabla que contiene los costes de construcción de cada centro en función de su tamaño y el beneficio neto esperado de cada centro. Tanto los costes como los beneficios están en millones de euros.

	Coste					Beneficio			
	C1	C2	C3	C4		C1	C2	C3	C4
P	13	20	12	20	A	6	7	5	8
M	30	40	24	30	B	10	14	9	11
G	39	45	48	55	C	12	17	19	20

La compañía tiene un presupuesto de 100 millones de euros.

- Formula un modelo que ayude a la compañía a decidir qué centros construye y de qué tamaño de manera que se maximice el beneficio neto.
 - ¿Qué restricción habría que añadir al problema anterior si tiene que haber un supermercado en la ciudad C2?
 - ¿Cómo modelarías la siguiente restricción? “Para construir algún supermercado pequeño en las ciudades C1, C2 y C3, es necesario haber construido un centro de ese tamaño en la ciudad C4.”
9. Un camión de transporte de crudo tiene cinco compartimentos independientes con capacidad para 2700, 2800, 1100, 1800 y 3400 litros, respectivamente. La compañía debe repartir tres tipos de productos refinados (P1, P2 y P3) a un cliente. Las demandas, penalizaciones por demanda incumplida y máximos déficits permitidos aparecen en la siguiente tabla:

Producto	Demanda (litros)	Coste por déficit de demanda (euros/litro)	Máximo déficit permitido (litros)
P1	2900	10	500
P2	4000	8	500
P3	4900	6	500

Teniendo en cuenta que cada compartimento del camión solo puede llevar un único tipo de producto, determina cómo cargar el camión de modo que se minimicen los costes por incumplimiento de demanda.

10. Una compañía tiene que determinar cuántos veleros producir en cada uno de los cuatro trimestres. La demanda al final de cada trimestre es: en el primero, 40 veleros, en el segundo 60 veleros, en el tercero, 75 veleros y en el cuarto 25 veleros. La compañía tiene que cumplir a tiempo con las demandas. Al principio del primer trimestre tiene un inventario de 10 veleros y tiene que decidir cuantos veleros construir en cada uno de los cuatro trimestres. Durante cada trimestre se pueden producir hasta 40 veleros en el tiempo regular de trabajo a un coste de 400.000 u.m. por velero. Se pueden producir veleros adicionales haciendo que trabajen tiempo extra los empleados durante un trimestre, a un coste de 450.000 u.m. por velero. Pero si en un trimestre se hace trabajar a los empleados horas extras, por convenio, en el siguiente no podrán hacerlo. Al final de cada trimestre (después de terminar la producción y satisfacer la demanda del trimestre actual), se presentan costes de mantenimiento del inventario, de 20.000 u.m. por velero. Plantear el problema de optimización que se le presenta a la compañía como un problema de programación matemática.