Modelos Operativos de Gestión.
Optimización Lineal Continua. Resolución gráfica. Simplex.
Hoja 2 de problemas.

En los tres primeros problemas:

- Resolver gráficamente.
- Detallar la forma estándar del problema de PL.
- Identificar todos los puntos extremos del poliedro de soluciones factibles e indicar a qué solución básica corresponden.
- Identficar en el gráfico alguna solución básica que no sea factible.

1. Una planta de ingeniería produce dos aleaciones: A y B. Lo hace combinando tres metales: hierro, plomo y estaño. La información sobre las cantidades de cada metal en cada aleación, la disponibilidad de metales así como el beneficio unitario asociado a las ventas de estas aleaciones aparecen recogidos en la siguiente tabla:

Recursos	Unidades/kg en Prod A	Unidades/kg en Prod B	Disponibilidad
Hierro	7	4	56
Plomo	3	5	45
Estaño	4	3	48
Beneficio/kg	10	8	

   (a) Determina la cantidad de cada aleación a producir de manera que se maximice el beneficio total de la venta de las aleaciones. Para ello, suponemos que toda la producción se va a vender.
   (b) ¿Qué sucede si se elimina la restricción de que las cantidades a producir de cada aleación sean positivas?
   (c) ¿Y si necesitamos una solución entera? ¿Es muy diferente la solución entera de la continua?
   (d) ¿Cómo cambia la solución si la disponibilidad de estaño aumenta en 5 unidades?
   (e) ¿Y si la disponibilidad de plomo aumenta en 5 unidades?

2. Una empresa fabrica dos tipos de pintura, una para uso interior y otra para exterior, usando dos materiales, A y B. La cantidad que se requiere de cada material (en toneladas) para producir una tonelada de cada tipo de pintura es:

	Exterior	Interior
Material A	1	2
Material B	2	1

   Se dispone de 6 toneladas de material A y 8 toneladas de material B para fabricar las pinturas. Además, el proceso de producción permite una capacidad máxima de producción de 2 toneladas para la pintura de interior. El beneficio unitario por la venta de una tonelada de pintura de interior es de 2000 euros, mientras que el beneficio unitario por la venta de una tonelada de pintura exterior es de 3000 euros.

   (a) Plantear la situación anterior como un problema de programación lineal y encontrar el plan óptimo de producción.
   (b) ¿Cuánto aumentaría la ganancia si se dispusiese de 2 toneladas más de material B?, ¿y si se dispusiese de 5 más?
   (c) ¿Qué ocurriría si el beneficio unitario de la pintura de interior se redujese en 400 euros?, ¿y si lo hiciera en 1000 euros?
   (d) ¿Y si por el contrario fuera el beneficio unitario de la pintura de exterior el que se redujera?

3. Supongamos que un comercial tiene que realizar un viaje de al menos 15 kilómetros lo más rápido posible. Para ello, puede recorrer el camino (íntegra o parcialmente) en patinete eléctrico o en bicicleta eléctrica. Su presupuesto total para el viaje es de 20 € y sabe que recorrer un kilómetro en patinete le cuesta 1€, mientras que cada kilómetro en bicicleta le cuesta 3€. Suponiendo que $c_1 > 0$ y $c_2 > 0$ son los tiempos que tarda en recorrer cada kilómetro en bicicleta y patinete, respectivamente, donde $c_1 < c_2$:

   (a) Determina las distancias que tendría que recorrer en cada medio de transporte de modo que el tiempo de viaje sea mínimo a partir de la representación gráfica del problema.

   (b) Cuando va a coger el patinete eléctrico, el comercial averigua que el precio se ha incrementado en un 10%. ¿Cómo varían las distancias que tendría que recorrer en cada medio de transporte si el resto se mantiene sin cambios?

4. Resolver gráficamente los siguientes problemas de programación lineal indicando cuál es el conjunto de soluciones factibles y distinguiendo los casos de no existencia de solución y de solución óptima no acotada. Analizar si el conjunto de soluciones factibles es acotado.

$$\text{(P1)} \quad \begin{aligned} \max \ & -2x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} \ & -x_1 + 2x_2 \le 4 \\ & -7x_1 + 2x_2 \le 15 \\ & x_1 + x_2 \le 3 \\ & x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

$$\text{(P3)} \quad \begin{aligned} \max \ & x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} \ & -2x_1 + x_2 \le 1 \\ & x_2 \le 2 \\ & x_1 + x_2 \le 3 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

$$\text{(P5)} \quad \begin{aligned} \max \ & 3x_1 + 4x_2 \\ \text{s.a.} \ & 2x_1 + 3x_2 \le 6 \\ & -3x_1 + 5x_2 \ge 15 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

$$\text{(P2)} \quad \begin{aligned} \min \ & 3x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} \ & -x_1 + 2x_2 \le 4 \\ & 7x_1 + 2x_2 \ge 15 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

$$\text{(P4)} \quad \begin{aligned} \max \ & 3x_1 + 2x_2 \\ \text{s.a.} \ & 2x_1 - 3x_2 \le 6 \\ & -4x_1 + 5x_2 \le 15 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$

$$\text{(P6)} \quad \begin{aligned} \max \ & -x_1 + x_2 \\ \text{s.a.} \ & x_1 + 2x_2 \ge 6 \\ & x_1 - x_2 \ge 0 \\ & x_1, x_2 \ge 0 \end{aligned}$$