Taller: Raíces y máximos de funciones

Juan José Segura Flórez
201510684

9 de octubre de 2019

Pregunta 2

Elabore un programa para determinar la posición de todos los extremos de la función del punto anterior, usando el método de la secante. Su programa debe indicar a la salida si cada extremo corresponde a un máximo o a un mínimo. ¿Que sucede con los puntos de inflexión?

Solución

¿Qué pasa con los puntos de inflexión?

Supóngase una función $f(x)$ que posee las siguientes propiedades:

- $f(x)$ es una función continua en x,
- $f(x)$ es C^{∞}: es decir, es suave y posee derivadas de orden superior,

un punto $(x_{\alpha}, f(x_{\alpha}))$ se dice que es de inflexión si indica un cambio de concavidad. A continuación se mostrará el método usal para hallar un punto de inflexión en una función arbitraria $f(x)$ que cumple las propiedades antes descritas.

Cálculo de puntos de inflexión

El algoritmo usual para hallar puntos de inflexión en una función $f(x)$ es el siguiente:

1. Se halla la primera derivada de $f(x) \to f'(x)$
2. Se halla la segunda derivada de $f(x) \to f''(x)$
3. Se iguala la segunda derivada a 0: $f''(x) = 0$
4. Se resuelve la ecuación $f''(x) = 0$ obteniendo el conjunto:
$$x = \{x_1, x_2, ..., x_n : f''(x_i) = 0 \ = 1, 2, ..., n\} \tag{1}$$
5. Se halla la tercera derivada de $f(x) \to f'''(x)$.
   a) Si $f'''(x_i) = 0$, se tiene un punto de inflexión en $(x_i, f(x_i))$.
   b) Si $f'''(x_i) = 0$, se debe sustituir x_i en las sucesivas derivadas hasta que sea distinto de cero. Cuando se halle la derivada para la que x_i no sea nulo, hay que ver si la derivada es:
      1) Si la derivada es impar, se trata de un punto de inflexión.
      2) Si la derivada es par, no se trata de un punto de inflexión.

Si la función $f(x)$ es C^{∞} y su derivada es fácil de hallar, se puede hacer uso de métodos númericos desde el paso 4 [1]. Se puede resolver la ecuación $f''(x) = 0$ por medio de los siguientes métodos para hallar raíces:

- Método de bisección (Programa "punto_1_a")
- Método Newton-Raphson (Programa "punto_1_b")
- Método de la Secante (Programa "punto_1_c")

En caso de que la función sea excesivamente complicada de derivar, se puede derivar númericamente la función, en cualquier paso que requiera derivar. En caso de tener un conjunto de datos, será necesario hacer una interpolación de Lagrange del orden que sea más conveniente.

[1] Se pueden adaptar los pasos 1-3 a métodos computacionales, por ejemplo, con un lenguaje de programación que posea un paradigma funcional de programación.