

Física computacional
Docente: Edwin Moncada Villa
Taller: Integración numérica
Fecha de entrega: domingo 15 de septiembre de 2019, 23:55

1. Suponga que va a realizar una integral numérica en el intervalo $[a, b]$, usando un número n impar de intervalos, cada uno de longitud h . Muestre que el aporte del último intervalo está dado por

$$\int_{b-h}^b f(x) dx = \frac{h}{12}(-f_{n-2} + 8f_{n-1} + 5f_n).$$

2. Consideremos un péndulo de longitud l , confinado en un plano vertical. Puede mostrarse que el periodo de una oscilación, de amplitud θ_0 , está dado por

$$T = 4\sqrt{\frac{l}{2g}} \int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta - \cos \theta_0}}, \quad (1)$$

donde g es la aceleración de la gravedad (Asuma $g = 9.8 \text{ ms}^{-2}$ y $l = 1 \text{ m}$). En el límite de pequeñas oscilaciones, la expresión (1) se reduce a $T \approx 2\pi\sqrt{l/g}$.

- (a) Asuma $\theta_0 = \pi/16$. Evalúe numéricamente la integral (1) haciendo uso de la regla del trapecio y asumiendo para el número n de subintervalos los valores 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024.
- (b) Haga la misma evaluación que en el numeral anterior, pero ahora implemente la regla de

Simpson. ¿Que puede concluir al comparar los resultados con los del punto anterior?.

- (c) Ahora, haga uso únicamente de la regla de Simpson y asuma 1024 intervalos. Evalúe la integral (1) para $\theta_0 = \pi/128, \pi/64, \pi/32, \pi/16, \pi/8, \pi/4, \pi/2$. Compare en una tabla, estos resultados numéricos con la aproximación para pequeñas oscilaciones. Explique con argumentos físicos la diferencia entre la fórmula exacta y la aproximada.

3. Construya la fórmula para integración numérica con paso adaptativo, haciendo uso de interpolación de Lagrange con polinomios de grado **3**.

4. Suponga que x y $f(x)$ son cantidades físicas medibles experimentalmente, y que la integral de $f(x)$ da información de otra propiedad del sistema. En el archivo adjunto al presente taller, se encuentran los datos experimentales (x_i, f_i) . Determine la integral de la función descrita por este conjunto de datos, haciendo uso de interpolación de Lagrange con polinomios de grado **3**, y compare con el resultado obtenido con la regla del trapecio. El resultado analítico de esta integral es 1.3852229032511942.