

Física computacional
 Docente: Edwin Moncada Villa
 Taller: Ecuaciones diferenciales
 Fecha límite de entrega: jueves 17 de octubre de 2019, 23:59

1. Se está buscando la solución de una ecuación diferencial ordinaria, con valor inicial. Considere la integración con j puntos, es decir

$$y_{i+j} = y_i + \int_{t_i}^{t_{i+j}} g(y, t) dt.$$

Muestre que si se toma $j = 2$, la regla de Simpson lleva a

$$y_{i+2} = y_i + \frac{\tau}{3}(g_{i+2} + 4g_{i+1} + g_i).$$

2. Un motociclista se lanza desde una rampa con una inclinación de 42.5° respecto a la horizontal, a una rapidez de 67 m/s . El aire ejerce una fuerza de fricción $\vec{f}_r = -A\rho v\vec{v}$, la cual se opone a la dirección de movimiento. Aquí $A = 0.93\text{ m}^2$ es la sección transversal del motociclista y la moto, y $\rho = 1.2\text{ kg/m}^3$ es la densidad del aire. Asumiendo que la masa combinada del motociclista y la moto es de 250 kg , obtenga (y grafique) la trayectoria del motociclista.
3. Muestre que el algoritmo de Runge-Kutta de cuarto orden está dado por

$$y(t + \tau) = y(t) + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4),$$

con

$$\begin{aligned} k_1 &= \tau g(y, t), \\ k_2 &= \tau g(y + \frac{k_1}{2}, t + \frac{\tau}{2}), \\ k_3 &= \tau g(y + \frac{k_2}{2}, t + \frac{\tau}{2}), \\ k_4 &= \tau g(y + k_3, t + \tau). \end{aligned}$$

4. Resuelva la ecuación diferencial

$$u'' = -\frac{\pi^2}{4}(u + 1),$$

sujeta a las condiciones de frontera $u(0) = 0$ y $u(1) = 1$. Use los algoritmos RK2 y RK4, y compare la convergencia de éstos a la solución analítica.