IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMO DE DEUTSCH Y DEUTSCH-JOZSA

JUAN ANDRES RODRIGUEZ PEÑUELA

Escuela Colombiana de Ingeniería Julio Garavito

22/11/2023

Este reporte se entrega para cumplir con los requisitos parciales del curso CNYT: Computación Cuántica- 2023-2

Tabla de contenidos

1 Introducción

En la actualidad, la sociedad experimenta una creciente demanda tecnológica, impulsando la búsqueda constante de mayor velocidad de procesamiento. En 1980, Paul Benioff propuso un modelo cuántico mecánico de la máquina de Turing para abordar este desafío. Este modelo se basa en el uso de qbits, que indican la cantidad de bits en superposición. Cuantos más qbits se utilicen, más operaciones pueden llevarse a cabo. La computación cuántica permite abordar problemas simples de manera más eficiente que en un computador clásico. En este trabajo, exploraremos dos aplicaciones básicas mediante los algoritmos de Deutsch y Deutsch-Jozsa.

2 Algoritmo de Deutsch

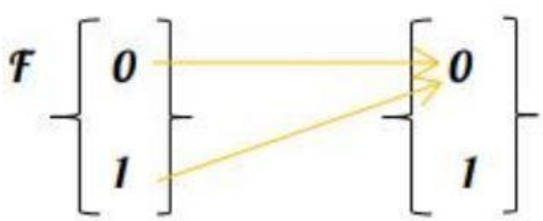
Este apartado se centra en el algoritmo de Deutsch, donde se realizarán pruebas para demostrar su eficacia en la resolución de un problema específico descrito en la sección 2.1. La ejecución del algoritmo implica el uso de compuertas cuánticas y lógicas como Hadamard y el CNOT.

2.1 Problema

El problema que aborda el algoritmo de Deutsch consiste en determinar si una función que toma un valor binario y devuelve otro valor binario es balanceada o constante. Las cuatro funciones posibles serán evaluadas para comprobar la eficacia del algoritmo.

Las 4 funciones posibles son:

1ra.



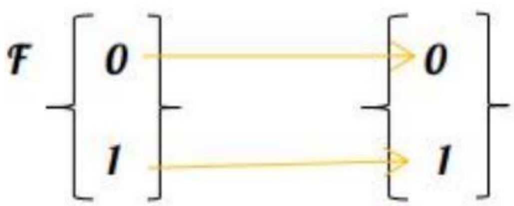
La función anterior obtenemos la siguiente tabla.

$\lvert X\rvert$	$\lvert Y\rvert$	$f(x)$	$y+f(x)$	$\lvert x\rvert$	$\lvert y+f(x)\rvert$
$\lvert 0\rvert$	$\lvert 0\rvert$	0	0	$\lvert 0\rvert$	$\lvert 0\rvert$
$\lvert 0\rvert$	$\lvert 1\rvert$	0	1	$\lvert 0\rvert$	$\lvert 1\rvert$
$\lvert 1\rvert$	$\lvert 0\rvert$	0	0	$\lvert 1\rvert$	$\lvert 0\rvert$
$\lvert 1\rvert$	$\lvert 1\rvert$	0	1	$\lvert 1\rvert$	$\lvert 1\rvert$

la matriz

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2



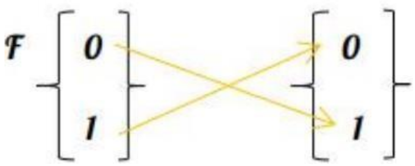
La tabla generada es

$\lvert X\rvert$	$\lvert Y\rvert$	$f(x)$	$y+f(x)$	$\lvert x\rvert$	$\lvert y+f(x)\rvert$
$\lvert 0\rvert$	$\lvert 0\rvert$	0	0	$\lvert 0\rvert$	$\lvert 0\rvert$
$\lvert 0\rvert$	$\lvert 1\rvert$	0	1	$\lvert 0\rvert$	$\lvert 1\rvert$
$\lvert 1\rvert$	$\lvert 0\rvert$	1	1	$\lvert 1\rvert$	$\lvert 1\rvert$
$\lvert 1\rvert$	$\lvert 1\rvert$	1	0	$\lvert 1\rvert$	$\lvert 0\rvert$

Y la matriz es

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3



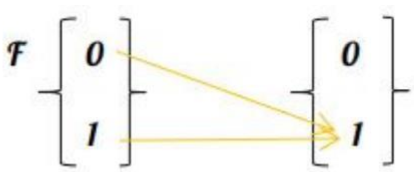
De la función anterior se obtiene la tabla

$\|X\|$ $\|Y\|$	$f(x)$	$y+f(x)$	$\|x\|$	$\|y+f(x)\|$
$\|0\|$ $\|0\|$	1	1	$\|0\|$	$\|1\|$
$\|0\|$ $\|1\|$	1	0	$\|0\|$	$\|0\|$
$\|1\|$ $\|0\|$	0	0	$\|1\|$	$\|0\|$
$\|1\|$ $\|1\|$	0	1	$\|1\|$	$\|1\|$

Y la matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4



De la función anterior obtenemos la siguiente tabla

Y la matriz

$\|X\|\|Y\|$	$f(x)$	$y+f(x)$	$\|x\|$	$\|y+f(x)\|$
$\|0\|\|0\|$	1	1	$\|0\|$	$\|1\|$
$\|0\|\|1\|$	1	0	$\|0\|$	$\|0\|$
$\|1\|\|0\|$	1	1	$\|1\|$	$\|1\|$
$\|1\|\|1\|$	1	1	$\|1\|$	$\|0\|$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

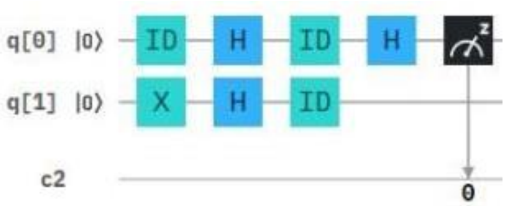
2.2 Implementando las funciones en el computador cuántico

Al calcular la matriz asociada a cada función, se busca identificar una Uf, es decir, la función desconocida en el circuito cuántico. Esta función nos permite ajustar nuestros qbits de entrada de manera que coincidan con los qbits de salida conocidos, gracias a las matrices correspondientes a cada una de las funciones.

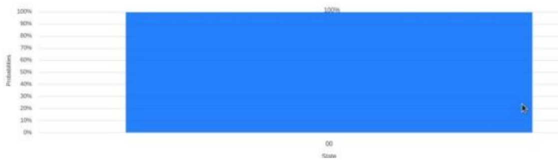
2.3 Implementando el algoritmo de Deutsch en un computador cuántico

Tras determinar el circuito asociado a las funciones necesarias, procedemos a simular la evaluación de dichas funciones mediante el algoritmo de Deutsch, verificando de esta manera la efectividad y correcto funcionamiento del circuito.

Circuito

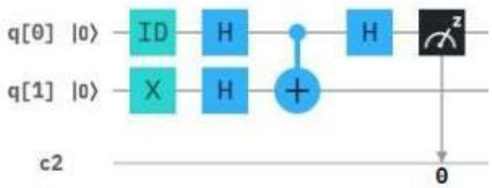


Resultados



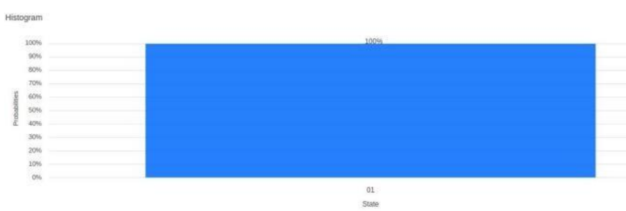
Función 2

Circuito

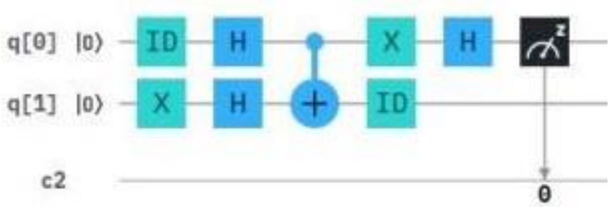


Resultados

Backend	Shots	Status
ibmq_qasm_simulator	1024	COMPLETED



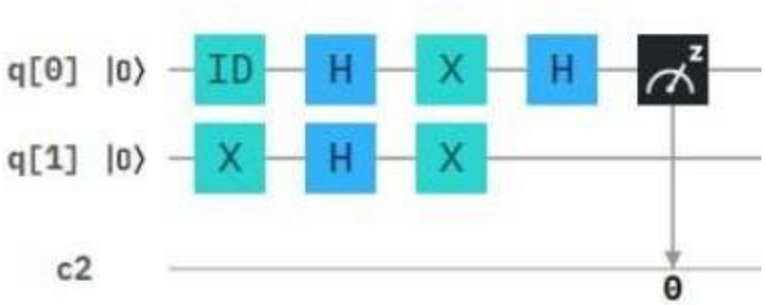
función 3
Circuito



Resultados

Función 4

Circuito



Resultados

De lo anterior podemos afirmar que las funciones 1 y 4 son constantes mientras que las 2 y 3 esto debido a la teoría en el inciso 2.1

3 Algoritmo de Deutsch-Jozsa

El algoritmo de Deutsch-Jozsa es similar al algoritmo de Deutsch, con la única diferencia de que, en lugar de trabajar con solo 2 qbits, opera con un conjunto de n qbits.

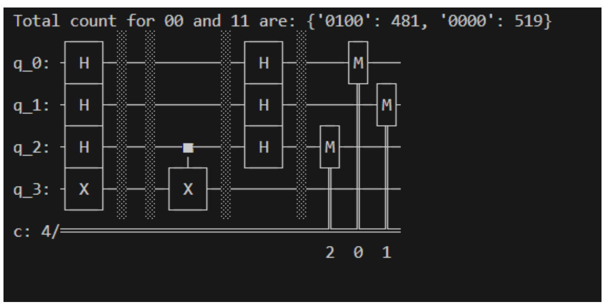
3.1 Problema

El algoritmo de Deutsch aborda la resolución de un problema específico. Este problema implica funciones que toman un valor binario y devuelven otro, y el objetivo es determinar si estas funciones son balanceadas o constantes. La naturaleza de estas funciones se caracteriza por su capacidad para operar con valores binarios, y se busca comprender su comportamiento en términos de balanceo o constante. En cuanto al número de funciones, el algoritmo evalúa cuatro funciones posibles en total. La representación visual de estas funciones y su estructura también es un aspecto clave para comprender su impacto en el algoritmo de Deutsch.
Se van a resolver 4 funciones

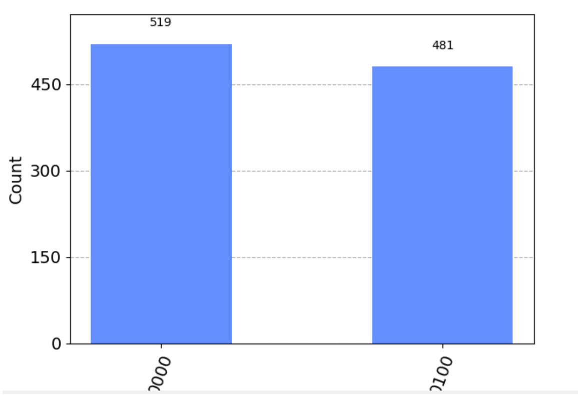
3.2 Implementando las funciones en el computador cuántico

3.3 Implementando el algoritmo de Deutsch-Josza en un computador cuántico

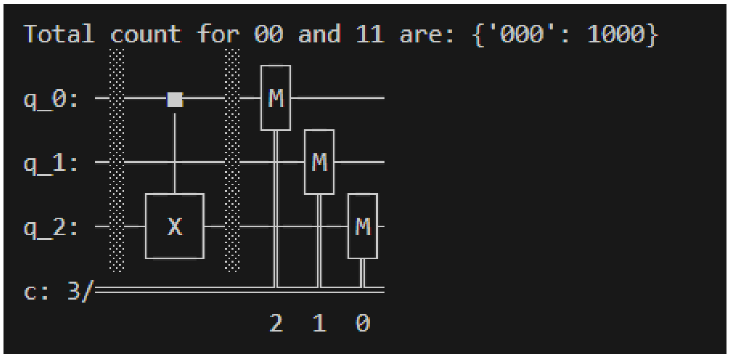
Función 1



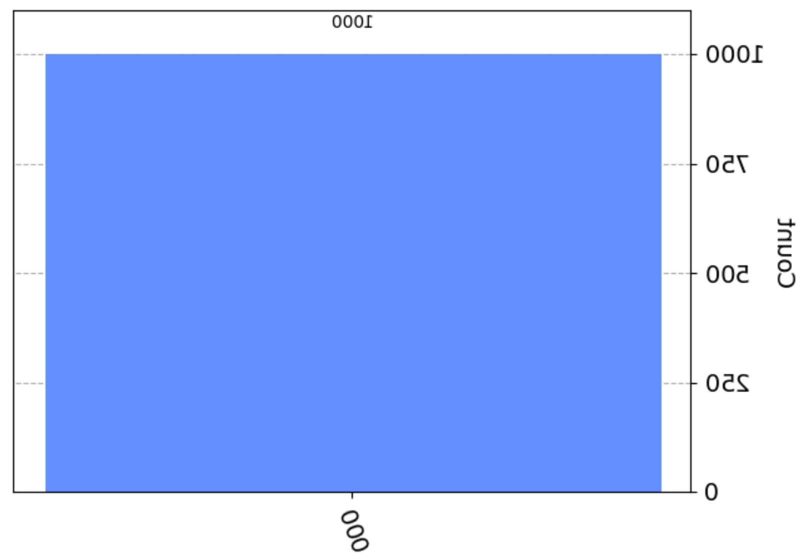
Resultados



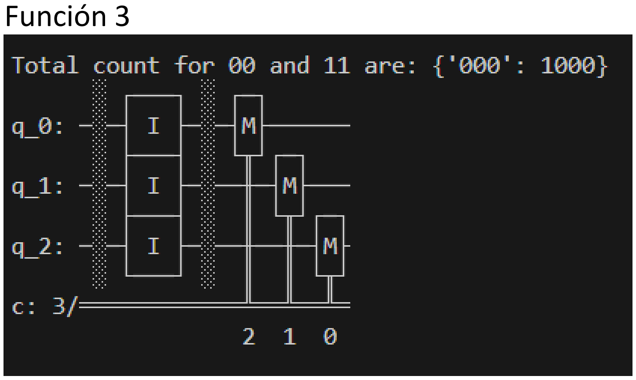
Función 2



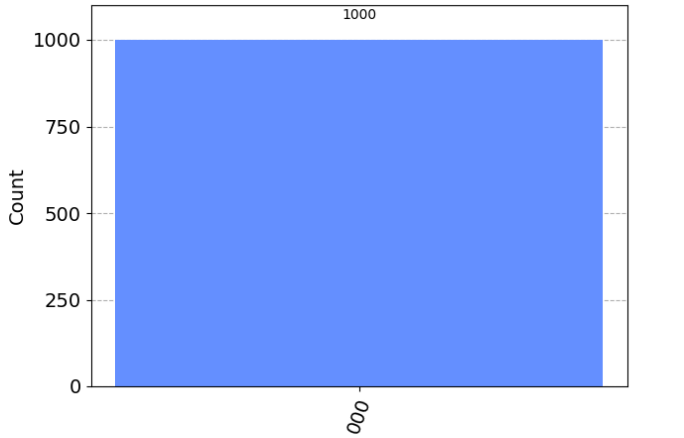
Resultados



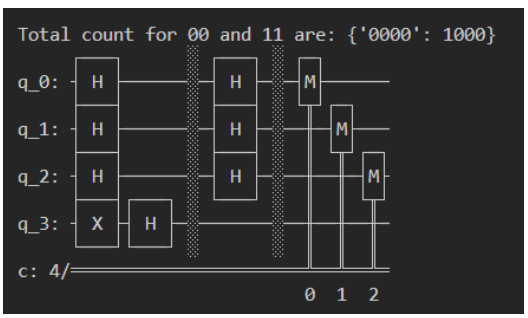
Función 3



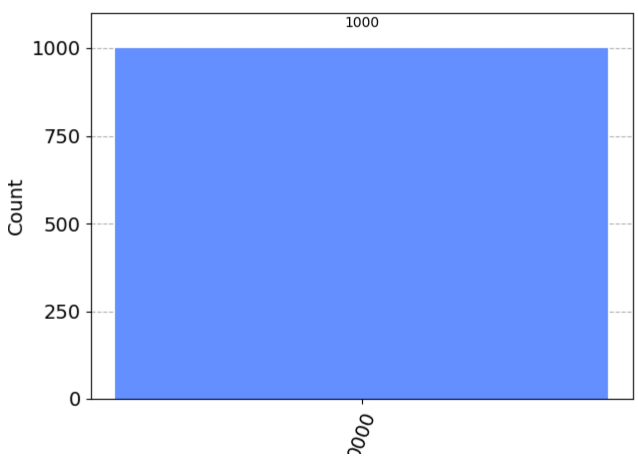
Resultados



Función 4



Resultados



De los resultados obtenidos para las cuatro funciones previas, podemos concluir que la primera función es balanceada. Aunque no se dividieron exactamente en dos resultados iguales, esta variación se puede justificar por la cantidad de qbits que se están utilizando. A medida que aumenta la cantidad de qbits, la probabilidad de errores aumenta. Por otro lado, podemos afirmar con certeza que las funciones 2, 3 y 4 son constantes, ya que todos sus resultados indican consistencia en la salida. resultados dieron solo a un resultado.

4. Conclusiones

1. El algoritmo de Deutsch demuestra ser altamente eficaz para determinar si una función dada es constante o balanceada.

2. El ordenador cuántico de IBM demuestra una mayor fidelidad con los cálculos reales, mostrando desviaciones mínimas con probabilidades bajas, lo cual es común en la computación cuántica.

3. Es posible construir un número infinito de funciones con órdenes mayores a 2, y se puede determinar si son balanceadas o constantes mediante la aplicación del algoritmo de Deutsch-Jozsa.

5. Bibliografía

Franco, R. (2021). Deutsch-Jozsa Algorithm: a look at the power of quantum computing. *Reportes científicos de la FACEN*, *12*(2), 83–87. https://doi.org/10.18004/rcfacen.2021.12.2.83

Quantum computing for computer scientists