



**UNCUYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO

# **Proyecto integrador**

## **Automática y Máquinas Eléctricas**

Juan Stella - 12552

Juan Francisco Huertas – 12620

# 1. Resumen

En este trabajo se aborda el modelado, análisis, diseño y simulación de un sistema de control automático para un accionamiento eléctrico de corriente alterna (CA), basado en un motor síncrono de imanes permanentes (PMSM). La aplicación considerada corresponde al control de movimiento de un eje rotacional asociado a la articulación de un manipulador robótico elemental de un grado de libertad, sometido a la acción de la gravedad y a perturbaciones externas.

A partir de especificaciones técnicas simplificadas, se desarrolla un modelo dinámico completo del sistema electromecánico, integrando los subsistemas mecánico, electromagnético y térmico. Sobre la base de dicho modelo, se obtiene un modelo lineal equivalente que permite el análisis dinámico y el diseño de un sistema de control de movimiento en cascada, basado en control vectorial de corriente y control externo de posición.

El desempeño del sistema controlado se evalúa mediante simulaciones en Matlab/Simulink, analizando el seguimiento de consignas, el rechazo a perturbaciones y el comportamiento térmico bajo distintas condiciones de operación.

## 2. Introducción

Los accionamientos eléctricos controlados constituyen un componente fundamental en sistemas mecatrónicos que requieren control preciso de movimiento y buen desempeño dinámico. En particular, los motores síncronos de imanes permanentes (PMSM) son ampliamente utilizados en aplicaciones de control de posición y velocidad debido a su elevada densidad de potencia y eficiencia.

El presente Proyecto Global Integrador tiene como objetivo el modelado, análisis y diseño de un sistema de control automático para un accionamiento de corriente alterna basado en un motor PMSM, aplicado al control de movimiento de un eje rotacional correspondiente a la articulación de un manipulador robótico elemental de un grado de libertad. El sistema se encuentra sometido a la acción de la gravedad y a perturbaciones externas, lo que introduce un comportamiento no lineal que debe ser considerado en el modelado y en el diseño del control.

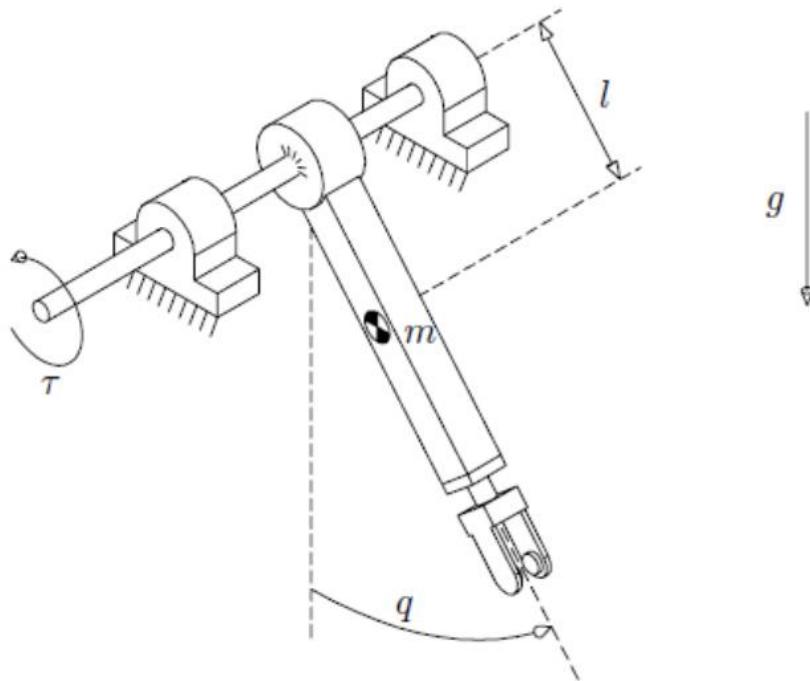


Figura 1: Modelo físico del sistema

A lo largo del trabajo se desarrolla el modelo dinámico completo del sistema físico a lazo abierto, integrando la carga mecánica, el tren de transmisión, la máquina eléctrica, el inversor trifásico y los sensores de realimentación. Posteriormente, se obtienen modelos lineales equivalentes adecuados para el análisis dinámico y el diseño del sistema de control. Sobre esta base, se diseña un controlador de movimiento en cascada, cuya performance es evaluada mediante simulaciones en el dominio del tiempo. El informe se organiza presentando en primer lugar el modelado del sistema físico, seguido del análisis dinámico, el diseño del control, la simulación del sistema completo y, finalmente, las conclusiones obtenidas.

### 3. Modelado, Análisis y Simulación dinámica del sistema físico a lazo abierto

#### 3.1. Carga mecánica

Se considera un modelo dinámico equivalente simplificado no lineal, con parámetros variables, referido al eje de salida del tren de transmisión. La coordenada articular del eje de la articulación  $q(t) \equiv \theta_l(t)$ , es medida respecto de la vertical hacia abajo y positiva en sentido horario. El torque impulsor aplicado por el accionamiento se define como  $\tau(t) \equiv T_q(t)$ . La perturbación externa principal corresponde a la aceleración de la gravedad, considerada constante y vertical.

$$J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} = T_q(t) - b_l \omega_l(t) - T_l(t) \quad (1)$$

$$\frac{d\theta_l(t)}{dt} = \omega_l(t) \quad \Leftrightarrow \quad \theta_l(t) = \theta_l(0) + \int_0^t \omega_l(\xi) d\xi \quad (2)$$

Donde  $T_l(t) = T_{ld}(t) + g \cdot k_l \cdot \sin(\theta_l)$

Parámetros equivalentes variables (valor nominal  $\pm$  variación máx.):

- Coeficiente de fricción viscosa en articulación:  $b_l \approx (0.1 \pm 0.03) \frac{\text{N}\cdot\text{m}}{\text{rad}/\text{s}}$
- Masa del brazo manipulador:  $m = 1.0 \text{ kg}$
- Aceleración de gravedad:  $g = 9.80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- Longitud e inercia equivalente (centro de masa):  $l_{cm} = 0.25 \text{ m}$ ;  $J_{cm} = 0.0208 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
- Longitud total (extremo):  $l_l = 0.50 \text{ m}$
- Masa de carga útil en el extremo (variable):  $m_l = [0 \dots 1.5] \text{ kg}$
- Momento de inercia total (a eje de rotación):

$$J_l = (m \cdot l_{cm}^2 + J_{cm}) + m_l \cdot l_l^2 = 0.0833 + [0 \dots 0.75] \text{ kg}\cdot\text{m}$$

- Coeficiente de torque recuperador gravitacional:  $k_l = m \cdot l_{cm} + m_l \cdot l_l = 0.25 + [0 \dots 0.75] \text{ kg}\cdot\text{m}$

Especificaciones de operación (carga o perturbación, valor límite):

- Torque de perturbación por contacto:  $T_{ld}(t) \approx (0 \pm 5.0) \text{ N}\cdot\text{m}$  (se asume función escalón)

#### 3.2. Tren de transmisión

La transmisión mecánica del sistema se modela como una caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios, asumiendo un acoplamiento rígido entre el eje del motor y el eje de la carga. Se desprecia la presencia de elasticidad torsional, holguras o juego mecánico (backlash); momento de inercia equivalente y pérdidas de energía por fricción interna, reflejadas al eje de entrada y analizadas en conjunto con el motor. Bajo estas hipótesis, la carga mecánica y el motor pueden considerarse como un único sistema rígidamente acoplado.

Modelo equivalente rígido:

$$\omega_l(t) = \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) \quad (3)$$

$$T_q(t) = r \cdot T_d(t) \quad (4)$$

Parámetro constante:

- Relación de reducción total:  $r = 120.0:1$

Especificaciones de operación (valores límites):

- Velocidad nominal (salida):  $n_{l\ nom} = 60 \text{ rpm}$  ( $\omega_{l\ nom} = 6.28 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ )
- Torque nominal (salida):  $T_{q\ nom} = 17.0 \text{ N} \cdot \text{m}$  (régimen continuo)
- Torque pico (salida):  $T_{q\ max} = 45.0 \text{ N} \cdot \text{m}$  (corta duración, aceleración)

### 3.3. Máquina eléctrica. Subsistema mecánico

La máquina eléctrica considerada es un motor de corriente alterna trifásico, síncrono con excitación por imanes permanentes (PMSM), de estator con conexión estrella simétrica y equilibrada, accesible en bornes de fase  $abc$ . El centro de estrella (punto neutro) se asume flotante y no accesible.

El subsistema mecánico del motor corresponde al rotor referido al estator estacionario, y se modela mediante un sistema dinámico equivalente de parámetros concentrados. Bajo estas hipótesis, el comportamiento dinámico mecánico del motor queda descrito por las siguientes ecuaciones.

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - b_m \omega_m(t) - T_d(t) \quad (5)$$

$$\frac{d\theta_m(t)}{dt} \equiv \omega_m(t) \Leftrightarrow \theta_m(t) = \theta_m(0) + \int_0^t \omega_m(\zeta) d\zeta \quad (6)$$

Donde:

- $T_m(t)$  es el torque electromagnético

Parámetros (valores nominales medidos):

- Momento de inercia (motor y caja):  $J_m \approx 1.4 \cdot 10^{-4} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
- Amortiguamiento viscoso (motor y caja):  $b_m \approx 15 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad/s}}$

Especificaciones de operación (valores límites):

- Velocidad nominal motor:  $n_{m\ nom} = 6600 \text{ rpm}$  ( $\omega_{m\ nom} = 691.15 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ )

#### Modelo matemático equivalente del subsistema mecánico completo

El sistema mecánico completo está constituido por la carga mecánica (Ec. (1) y (2)), la transmisión rígida (Ec. (3) y (4)) y el subsistema mecánico del motor (Ec. (5)). El objetivo es obtener un modelo dinámico equivalente referido al eje de salida del motor.

Para ello, se expresan las variables mecánicas de la carga en función de las variables del motor mediante las relaciones de la transmisión. En particular, en la ecuación dinámica de la carga se reemplazan las expresiones obtenidas para la velocidad angular  $\omega_l(t)$  y para el torque impulsor  $T_q(t)$ .

$$\frac{J_l}{r} \dot{\omega}_m(t) = r T_d(t) - \frac{b_l}{r} \omega_m(t) - T_l(t) \quad (7)$$

$$\begin{aligned} T_d(t) &= \frac{1}{r} \left( \frac{J_l}{r} \dot{\omega}_m(t) + \frac{b_l}{r} \omega_m(t) + T_l(t) \right) \\ T_d(t) &= \frac{J_l}{r^2} \dot{\omega}_m(t) + \frac{b_l}{r^2} \omega_m(t) + \frac{1}{r} T_l(t) \end{aligned} \quad (8)$$

Luego reemplazando (8) en (5):

$$\begin{aligned} J_m \dot{\omega}_m(t) &= T_m(t) - b_m \omega_m(t) - \left( \frac{J_l}{r^2} \dot{\omega}_m(t) + \frac{b_l}{r^2} \omega_m(t) + \frac{1}{r} T_l(t) \right) \\ \left( J_m + \frac{J_l}{r^2} \right) \dot{\omega}_m(t) &= - \left( b_m + \frac{b_l}{r^2} \right) \omega_m(t) + \left( T_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t) \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Definiendo parámetros equivalentes:  $J_{eq} = J_m + \frac{J_l}{r^2}$ ;  $b_{eq} = b_m + \frac{b_l}{r^2}$

$$\text{Se obtienen el siguiente subsistema mecánico: } \begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ J_{eq} \ddot{\theta}_m(t) = -b_{eq} \omega_m(t) + T_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t) \\ y(t) = \theta_m(t) \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{Estados: } x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} \quad \text{Entradas: } u(t) = \begin{bmatrix} T_m(t) \\ \frac{1}{r} T_l(t) \end{bmatrix} \quad \text{Salida: } y(t) = \theta_m(t)$$

Luego, la representación matricial en espacio de estados:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix} \\ y(t) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} \end{cases}$$

Y el diagrama de bloques correspondiente:

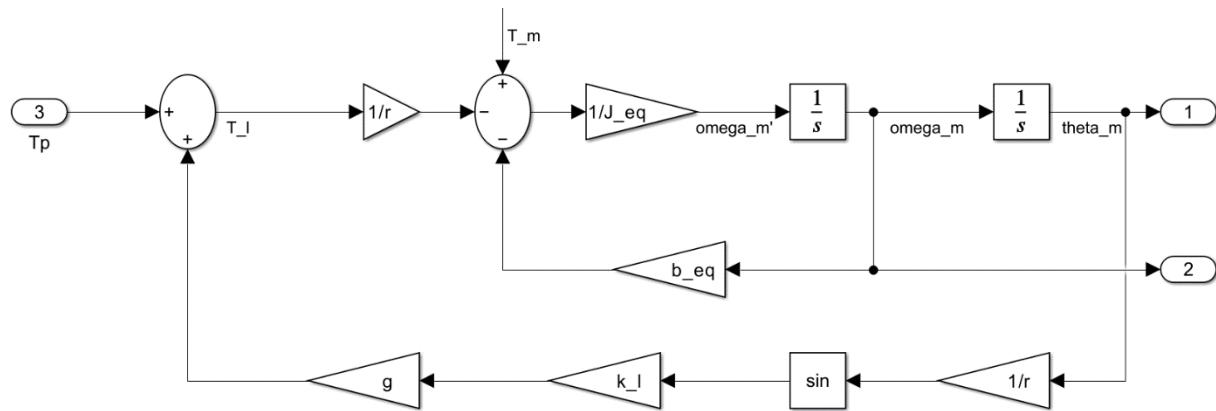


Figura 2: Subsistema mecánico

### 3.4. Modelo dinámico del sistema físico completo

A continuación, los subsistemas electromagnético y térmico son incorporados al subsistema mecánico previamente obtenido.

#### 3.4.1. Subsistema electromagnético de la máquina eléctrica

Para modelar el subsistema electromagnético de la máquina síncrona de imanes permanentes (PMSM) resulta conveniente introducir algunos conceptos. Dado que se trata de una máquina síncrona, la velocidad angular del rotor  $\omega_r$  coincide con la velocidad del campo magnético rodante. Además, esta velocidad depende del número de pares de polos magnéticos  $P_p$  y de la frecuencia de las señales eléctricas aplicadas al estator  $\omega_m$ .

$$\omega_r(t) = P_p \omega_m(t) \quad (11)$$

$$\dot{\theta}_r(t) = \omega_r(t) \Leftrightarrow \theta_r(t) = \theta_r(0) + \int_0^t \omega_r(\xi) d\xi \quad (12)$$

$$\theta_r(t) \equiv P_p \theta_m(t) \quad (13)$$

Donde:  $\theta_r$  es el ángulo de fase de la señal eléctrica “a”.

Se emplea la transformación directa de Park para convertir el sistema trifásico estacionario “abc” a un sistema ortogonal “ $qd0^r$ ” que gira a la velocidad eléctrica  $\omega_r(t) = 2\pi f$ . De este modo, señales sinusoidales en “abc” se transforman en variables aproximadamente constantes en “ $qd0^r$ ” en régimen permanente. La transformación inversa permite volver del marco “ $qd0^r$ ” al sistema “abc”.

**Transformada directa de Park:**

$$\begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \sin \theta_r(t) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

**Transformada inversa de Park:**

$$\begin{bmatrix} f_{as}(t) \\ f_{bs}(t) \\ f_{cs}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_r(t) & \sin \theta_r(t) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta_r(t) + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{qs}^r(t) \\ f_{ds}^r(t) \\ f_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

Las expresiones de  $f(t)$  se puede representar tensión  $v(t)$ , corriente  $i(t)$ , flujo concatenado  $\lambda(t)$ , etc.

Para simular adecuadamente, se desarrollan dos bloques en Simulink que contienen las funciones de las transformadas de Park directa e inversa: