

1. Temas de Análisis de Algoritmos

1.1 Análisis Amortizado

El análisis amortizado calcula el costo promedio de una operación en una secuencia de operaciones, aunque algunas sean muy costosas.

Idea clave: Aunque una operación individual puede ser cara, el costo total dividido entre todas las operaciones puede ser bajo.

Métodos comunes:

1. Agregado: Se suma el costo total de todas las operaciones y se divide entre la cantidad de operaciones.
2. Contabilidad: Se asignan 'créditos' a operaciones baratas para pagar operaciones costosas más adelante.
3. Método del potencial: Se mide la 'energía' acumulada en una estructura de datos para analizar costos futuros.

Ejemplo: el aumento dinámico de tamaño en un arreglo (array doubling).

Análisis del Caso Medio

El análisis del caso medio considera el rendimiento de un algoritmo para entradas típicas (no el peor ni el mejor caso).

Se basa en la probabilidad de ocurrencia de diferentes casos de entrada.

Ejemplo: En el algoritmo de búsqueda lineal, si el elemento buscado está en una posición aleatoria

- Caso peor: $O(n)$
- Caso mejor: $O(1)$
- Caso medio: $O(n/2) \rightarrow$ se considera $O(n)$

Requiere conocer la distribución de probabilidad de las entradas.

Recurrencias

Las recurrencias son ecuaciones que describen una función en términos de versiones más pequeñas de sí misma. Son comunes en algoritmos recursivos.

Ejemplo:

$$\text{Merge Sort: } T(n) = 2T(n/2) + O(n)$$

Métodos para resolver recurrencias:

1. Expansión iterativa: Desarrollar $T(n)$ hasta identificar un patrón.
2. Árbol de recurrencia: Representar gráficamente las llamadas recursivas.
3. Teorema Maestro: Herramienta para resolver recurrencias comunes de la forma:

$$T(n) = aT(n/b) + f(n)$$

Dependiendo de cómo se compara $f(n)$ con $n^{\log_b(a)}$, se aplican distintos casos:

- Si $f(n) = O(n^c)$ con $c < \log_b(a) \Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b(a)})$
- Si $f(n) = \Theta(n^{\log_b(a)}) \Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b(a)} \cdot \log n)$
- Si $f(n) = \Omega(n^c)$ con $c > \log_b(a)$ y se cumple una condición regular $\Rightarrow T(n) = \Theta(f(n))$