Taller 2

Dado:

$f(n) = n^3 + 9n^2\log(n)$

$g(n) = n^2\log(n)$

a) Comprobar si $f(n) \in O(g(n))$

Para determinar si $f(n) \in O(g(n))$, comparamos los órdenes de crecimiento:

$f(n) = n^3 + 9n^2\log(n)$

$g(n) = n^2\log(n)$

El término dominante en $f(n)$ es n^3, y en $g(n)$ es $n^2\log(n)$.

Sabemos que: n^3 crece más rápido que $n^2\log(n)$ cuando $n \to \infty$

Por lo tanto, $f(n) \notin O(g(n))$, ya que $f(n)$ crece más rápido que $g(n)$.

b) Comprobar si $f(n) \notin O(n^2)$

Para verificar si $f(n) \notin O(n^2)$, comparamos los órdenes de crecimiento:

$$f(n) = n^3 + 9n^2\log(n)$$

El término dominante sigue siendo n^3, y sabemos que: n^3 crece más rápido que n^2

Entonces, $f(n) \notin O(n^2)$, ya que n^3 no está acotado por una constante multiplicativa de n^2 para n suficientemente grande.

2. Relaciones de Pertenencia para Funciones Exponenciales

Sea:

$f(n) = 2^n$

$g(n) = 2^{(2n)} = 4^n$

a) ¿$f(n) \in O(g(n))$?

Comparamos los órdenes de crecimiento:

$f(n) = 2^n$

$g(n) = 4^n = (2^2)^n = 2^{2n}$

Dado que:

$$2^n < 2^{2n} = 4^n \text{ para todo } n \geq 1,$$

entonces $f(n)$ crece más lentamente que $g(n)$, por lo tanto, $f(n) \in O(g(n))$.

b) ¿$g(n) \in O(f(n))$?

Como ya vimos:

$$g(n) = 4^n = 2^{2n} \text{ y } f(n) = 2^n,$$

lo que implica que:

$$g(n) = (2^n)^2 = f(n)^2$$

Esto indica que $g(n)$ crece mucho más rápido que $f(n)$, por lo tanto, $g(n) \notin O(f(n))$.