



Pontificia Universidad Javeriana

Análisis numérico

Eddy Herrera

Métodos Numéricos

Reto 3

Juan Esteban Rincon, Ivan Camilo Bustos, Cristian David Gonzalez,

Sonia Carolina Molina

02-06-2021

## 1. Modelos Epidemiológicos

En la implementación de ecuaciones diferenciales en la modelación genera históricamente un punto y aparte, más en la prácticas como modelación y más en eventos biológicos relacionados con la población. con esta modelación podemos establecer relaciones entre estos eventos y condiciones del entorno, también con esto veremos las dinámicas de transición de esta enfermedad, poblaciones inmunes, tipo de contagio, medio de contagio y recuperación.

### Modelo SI

Modelos diseñados para predecir el comportamiento de epidemias, teniendo en cuenta dos grupos poblacionales, susceptibles(población expuesta al virus) e infectados(población portadora del virus). este modelo lo manejamos en un intervalo de tiempo  $t$  donde  $S(t)$   $I(t)$ , con una velocidad de infección  $\beta$ .

Modelo cuyos intervalos también están basados en ecuaciones diferenciales por lo que intentaremos abordar esto desde los siguientes métodos numéricos, ya que al igual que el modelo SIR en una ecuación diferencial , porque las variables de las poblaciones tienen directa relación entre ellas por lo que veremos cuales de los métodos nombrados presentar mayor viabilidad al momento de esta simulación en particular.

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\frac{dI(t)}{dt}$$
$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta S(t) I(t)$$
$$n = S(t) + I(t)$$

Siendo la primera línea sobre número de individuos susceptibles, la segunda sobre número de individuos infectados y la tercera sobre N número total de individuos.

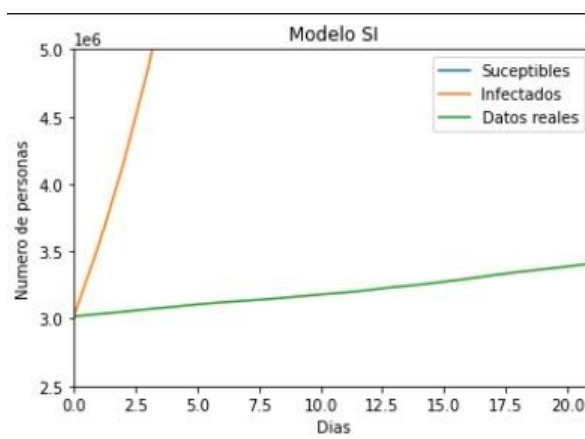
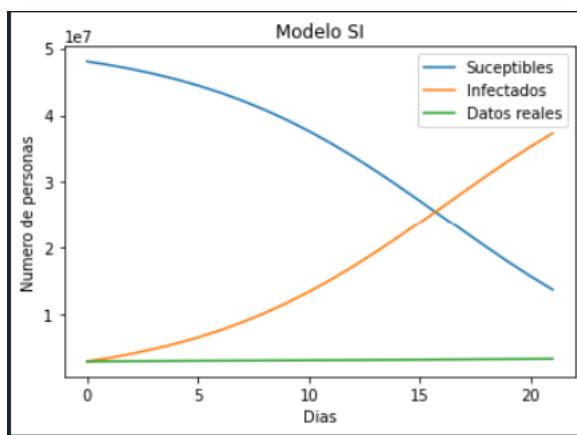
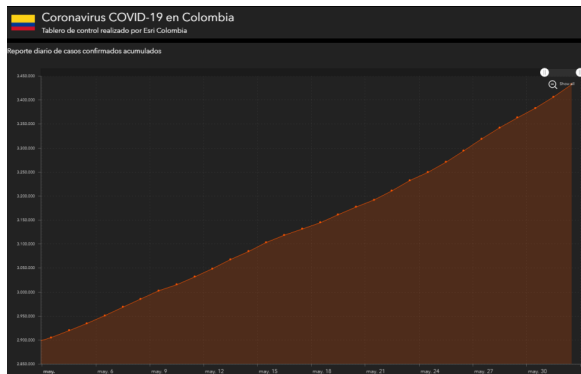
Análisis de resultados:

### Análisis cuantitativo

En este caso solo tenemos dos poblaciones. La primera es en la que ubicamos a casi toda la población, que es la de los susceptibles ya que el virus no ha entrado en contacto con la mayoría de la mayoría. el segundo tipo de población es el de los infectados, que va creciendo conforme a los susceptibles infectados por lo que hará que la gráfica tome sentido, ya que

mientras los infectados crecen y se convierten en mayoría, los susceptibles se infectan y baja su grupo.

Gráfica:



- Implementación con método numérico euler

Este es un método de integración numérica, bien conocido por el curso, para la resolución de ecuaciones diferenciales, a partir de un valor iniciado. mediante la multiplicación del intervalo de la función que luego es dividida por el número de particiones.

## Modelo SIR

¿En qué consiste?

Es un modelo matemático que nos permite el estudio a gran escala de una enfermedad infecciosa a nivel de grandes muestras de personas, esto lo hace mediante la clasificación de la población, clasificación en la que notamos que los grupos se relacionan directamente al momento de transmitir la enfermedad.

Tenemos al grupo de los susceptibles: toda aquella persona que tenga riesgo de contraer la enfermedad, al grupo de los infectados: toda aquella persona que tenga la enfermedad y pueda infectar a otra persona y, por último, el grupo de los recuperados: las personas que son inmunes o que ya no puedan contraer la enfermedad.

Otros factores importantes para el funcionamiento del modelo son la tasa de infección y la tasa de recuperación. Parámetros calculados por el comportamiento de la enfermedad y sus individuos.

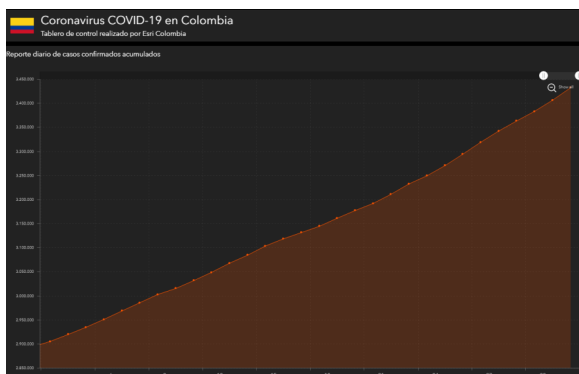
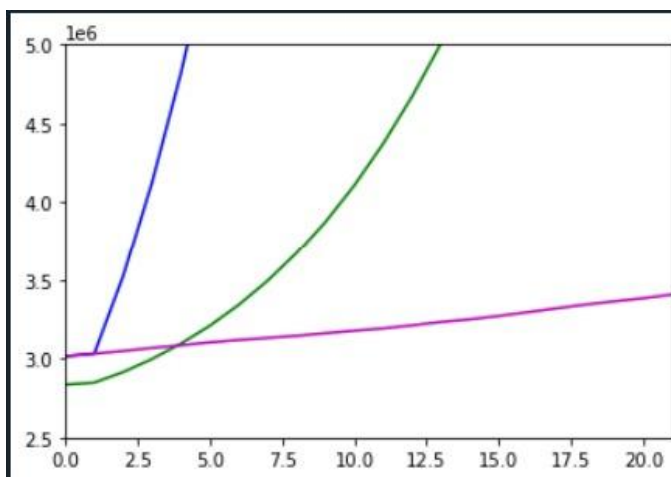
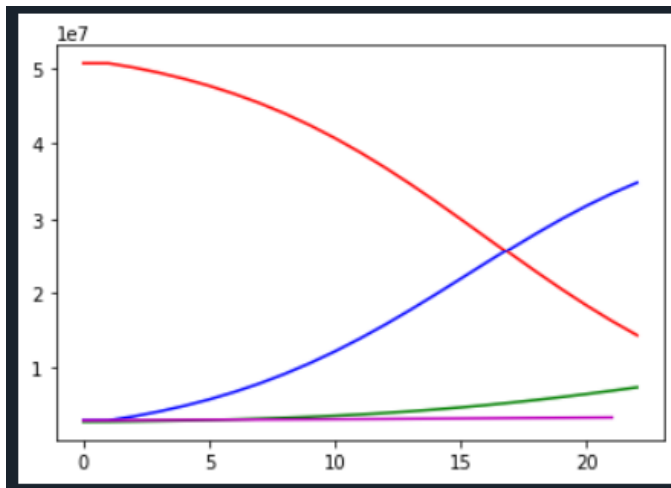
La gran diferencia con el modelo antes visto, es que en este caso analizamos la población de los recuperados o inmunes que también genera cambio entre la comunidad total. Esto no hace el otro método uno más preciso si no uno que se dedica a otro tipo de enfermedades.

Al ser la población susceptible, incidente en la población de infectados que a su vez también incide en la población, esto combinándolo con las tasas de tiempo nos da un sistema de ecuaciones el cual tendremos que resolver haciendo uso del método numérico que mejor se adapte a la solución, teniendo en cuenta los ejemplos vistos en clase.

análisis cuantitativo.

Lo que principalmente vemos en el modelo es el comportamiento común de una epidemia en estos grupos poblacionales. En la gráfica evidenciamos que la población comienza con un gran número de personas susceptibles conforme el contagio va aumentando la población va empezando a crecer en materia de infectados, y aunque en contraposición tenemos la población de recuperados que crecen a costa de los infectados, la población de infectados crece aún más debido a la alta tasa de infección.

gráfica de las curvas solución del sistema



- implementación en código con datos reales

```
beta = 0.185
N = 51049498

miu = 0.022

tsim = 21
step = 21
h = tsim/step
```

los datos iniciales que nos da el código serán....

- beta == tasa de infección
- N == número de la población a agrupar.
- miu == tasa de recuperación
- tsim, step , h == manejo por dias.

Método de Bashforth o método multipasos

## 2. Modelo Depredador-Presa.

Primero vamos a revisar dos conceptos importantes a tener en cuenta antes de la explicación general del modelo. Estos son el “depredador” el cual se refiere a cuando en la naturaleza un organismo consume a otro, siendo este último la “presa”.

En el modelo de depredador-presa, podemos encontrar que este sistema trabaja con dos distintas poblaciones (exactamente como su nombre lo indica “depredador” y “presa”). Cuando existe una interacción entre estas dos poblaciones, este sistema nos ayudará a comprender y modelar el crecimiento de estas dos poblaciones, ya que se basa en “ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales”.

Para este sistema, tenemos que guiarnos por la siguiente operación matemática:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \alpha x - \beta xy \\ \frac{dy}{dt} &= -\gamma y + \delta yx\end{aligned}$$

en donde, y corresponde al número de depredadores y, x corresponde al número de presas. También es importante tener en cuenta los siguientes datos:

- $\alpha$ : tasa de crecimiento de las presas.
  - $\beta$ : éxito en la caza del depredador.
  - $\gamma$ : tasa de decrecimiento de los depredadores.
  - $\delta$ : éxito en la caza y cuánto alimenta cazar una presa al depredador.
- Implementación con método numérico
  - implementación en código con datos reales

#### Fuentes

- <https://programmerclick.com/article/2219770651/#:~:text=El%20método%20Runge-Kutta%20es,implementar%20el%20método%20Runge-Kuta>.
- <https://pybonacci.org/2015/01/05/ecuaciones-de-lotka-volterra-modelo-presa-depredador/>
- <https://riull.ull.es/xmlui/bitstream/handle/915/6217/Modelo%20depredador-presa%20de%20Volterra-Lotka.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- <https://repository.javeriana.edu.co/bitstream/handle/10554/10344/RodriguezPrietoMaykol2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
-