BORQUEZ PEREZ Ingeniería Industrial
Juan Manuel 41 784 892

$h_1 = 7$, $a_1 = 49$

a) $b^2 = a_1 - k^2 = a_1 - c^2 \iff k^2 = c^2 \iff k = \pm c$

Por otra parte: $e = \dfrac{c}{\sqrt{a_1}} = 0.6.$

Así $c = 0,6 \cdot \sqrt{a_1} = 0,6 \sqrt{49} = 0,6 \cdot 7 = 4.2.$

Luego $k = \pm 4.2$

Finalmente obtenemos la ecuación:

$$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{49-(4.2)^2} = 1$$

$$e_1 \quad \boxed{\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{31.36} = 1}$$

b) Pasa por $P(0,3)$, Así:

$$\frac{9}{a_1 - k^2} = 1 \iff a_1 - k^2 = 9 \iff 49 - k^2 = 9$$

Luego $k = \pm\sqrt{40}$

obtenemos: $\dfrac{x^2}{49} + \dfrac{y^2}{9} = 1$

Luego: $\begin{cases} x = 7 \cos\theta \\ y = 3 \operatorname{sen}\theta \end{cases}, \quad \theta \in [0, 2\pi).$

$$E_2 \quad \boxed{(x,y) = (7\cos\theta, 3 \operatorname{sen}\theta), \quad 0 \le \theta < 2\pi}$$

c) Podemos obtener una base si en la ecuación vectorial paramétrica reemplazamos primero $\theta = 0$ y luego $\theta = \pi/2$. De esta manera obtenemos puntos de la elipse E_2 cuyos vectores posición son normales entre sí.
Luego obtenemos una base ortogonal, y es base ya que los vectores son linealmente independientes por no ser paralelos.

Si $\theta = 0$ obtenemos: $(x,y) = (7,0) \rightarrow \overline{OP} = (7,0)$

Si $\theta = \frac{\pi}{2}$ obtenemos: $(x,y) = (0,3) \rightarrow \overline{OQ} = (0,3)$

BORQUEZ PEREZ Juan Manuel
Ingeniería Industrial
41734892

$B=\{\bar{OR},\bar{OQ}\}=\{(7,0);(0,3)\}$ es base de $\mathbb{R}^2$ ya que:

$\alpha(7,0)+\beta\cdot(0,3)=0$ sí y solo si $\alpha=\beta=0$, con $\alpha,\beta\in\mathbb{R}$.

$\alpha(7,0)+\beta\cdot(0,3)=\begin{pmatrix}7&0\\0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\end{pmatrix}$, expresado en forma matricial

Vemos que la única solución del sistema expresado en forma matricial:

$$\begin{pmatrix}7&0\\0&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\alpha\\\beta\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\ \alpha,\beta\in\mathbb{R}.$$

es $S=\{(0,0)\}$.

Así $\{\bar{OR},\bar{OQ}\}$ es conjunto linealmente independiente y por lo tanto es base de $\mathbb{R}^2$.

d). Los vértices asociados a $\theta=0$ o $\theta=\pi$ tienen ordenada cero.
si $\theta=\pi/2$ el punto de la elipse E_2 es un vértice y es $Q(0,3)$
mientras que si $\theta=3\pi/2$ obtenemos $Q'(0,-3)$
Así $\bar{w}$ es el vector posición de Q y tenemos:

$\bar{w}=\bar{OQ}=k_1\cdot\bar{OR}+k_2\cdot\bar{OQ}$, $k_1,k_2\in\mathbb{R}$.

$\bar{OQ}=k_1\bar{OR}+k_2\bar{OQ}$ sí y solo si $k_1=0$ y $k_2=1$.

con lo cual $[\bar{w}]_B=(k_1,k_2)=\cancel{(1,0)}=(0,1)$

$$\boxed{[\bar{w}]_B=(0,1)}$$

e) E_1: Extremos del lado recto: $A(c,b^2/a_1)=A\left(4.2,\frac{31.36}{7}\right)=A(4.2,4.48)$

$A'(c,-b^2/a_1)=A'(4.2,-4.48)$

$B(-c,b^2/a_1)=B(-4.2,4.48)$

$B'(-c,-b^2/a_1)=B'(-4.2,-4.48)$

Vértices del eje menor son: $V_3(0,\sqrt{31.36})=(0,5.6)$

$V_4(0,-5.6)$.

E_2: ~~vértices del eje menor son: $V_3'(0,7)$ y $V_4'(0,-3)$.~~

~~extremos de los lados rectos: R(0~~

BORQUEZ PEREZ
Juan Manuel

Ingeniería Industrial
41734892

T, T', P y P' son extremos de los lados rectos de e2.