

TRABAJO PRÁCTICO Nº 2: MATRICES

Ejercicio 1: Dadas las matrices A, B, C y D

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 7 & -2 \\ 1 & 6 & 5 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

l) Resuelva las siguientes operaciones. Justifique si no puede realizarlas

e) $(A \cdot C)^2$ g) $C \cdot D$

f) $A \cdot B^T - I_{2 \times 2}$ h) $D \cdot C$

https://drive.google.com/file/d/1BwwPKY0h_B3xnxJWxgmWgYdtRt1nWiYx/view?usp=sharing

Ejercicio 2: Escriba la matriz solicitada.

a) La matriz $E = [e_{ij}]$, donde $\begin{cases} e_{ij} = 0 & \text{si } i \geq j \\ e_{ij} = i + 2j & \text{si } i < j \end{cases}$ para todo $i = 1, 2$ y $j = 1, 2$

b) La matriz $D = [d_{ij}]$, donde $\begin{cases} d_{ij} = (-2)^j & \text{si } i \geq j \\ d_{ij} = 0 & \text{si } i < j \end{cases}$ para todo $i = 1, 2, 3$ y $j = 1, 2, 3$

<https://drive.google.com/file/d/12FuTs-LHduzG5zJFL47GdRmZqr7kWI4B/view?usp=sharing>

Ejercicio 3: En los siguientes ítems, resuelva la ecuación matricial dada para X. Simplifique sus respuestas tanto como sea posible. Suponga que todas las matrices son del mismo orden e inversibles.

b) $(M^T X)^T = M^{-1} (M^2 B)^{-1}$

d) $(A \cdot C \cdot X \cdot A^{-1} \cdot C^{-1})^{-1} = C \cdot C^{-1} + A$

https://drive.google.com/file/d/1BwwPKY0h_B3xnxJWxgmWgYdtRt1nWiYx/view?usp=sharing

Ejercicio 4: Determine cuáles de las siguientes matrices son elementales.

a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ f) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

https://drive.google.com/file/d/1_bsZlzh7l4-JkoPjUebAofkFZbzn7BF/view?usp=sharing

Ejercicio 5: Determine cuáles de las siguientes matrices están expresadas en forma escalonada y cuáles están expresadas en forma escalonada reducida.

a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}^1$

$$\begin{array}{llll} \text{e)} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \text{f)} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{g)} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} & \text{h)} & \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

<https://drive.google.com/file/d/1QdHDWi-eqR0SRntIfc-UvbY7klhQmDlv/view?usp=sharing>

Ejercicio 6: Expresa las siguientes matrices en forma escalonada reducida.

$$\begin{array}{ll} \text{b)} & \begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} & \text{c)} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix} \end{array}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=uMz0MUgSdKM>

<https://www.youtube.com/watch?v=tFZqUDQiPbg>

<https://www.youtube.com/watch?v=2UZ21FbXypw>

<https://www.youtube.com/watch?v=BNvRUoBf2hQ>

Ejercicio 7: Determine el rango de las siguientes matrices y calcule su inversa, si es posible.

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 4 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

<https://www.youtube.com/watch?v=MkjOueIVTWY>

https://www.youtube.com/watch?v=VFROrwak_9E

Ejercicio 8: Si $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ resuelva las siguientes operaciones

a) $(2A)^{-1}$

b) $(A^2)^{-1}$

c) $(A^T)^{-1}$

<https://www.youtube.com/watch?v=fmYqdMEr52M>

Ejercicio 9: Para las siguientes afirmaciones que son falsas, dé un contraejemplo:

a) Si A y B son matrices cuadradas del mismo orden entonces $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

<https://www.youtube.com/watch?v=AwFiFSvXtQ8&feature=youtu.be>

b) Si A es una matriz simétrica no nula entonces admite matriz inversa.

<https://www.youtube.com/watch?v=7HWJj8Sq1PY&feature=youtu.be>

c) Si A de orden 2 es una matriz triangular, entonces A es inversible.

<https://www.youtube.com/watch?v=hsXkBQ2Vq5E&feature=youtu.be>

Ejercicio 11: Demuestre:

- a) Si A es una matriz inversible de orden n , entonces $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.
<https://www.youtube.com/watch?v=qgHONog-k3E>
- b) Si A es una matriz inversible y k es un entero positivo, entonces $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$.
<https://www.youtube.com/watch?v=nv4ULi2JCwo&t=2s>
- c) Si A es una matriz de $m \times n$, entonces $A \cdot A^T$ es una matriz simétrica.