ÁLGEBRA

GUÍA DE TRABAJOS PRÁCTICOS

Prof. Titular: NARVÁEZ, Ana María
Prof. Asociado: VEGA, Noemí Sonia
Prof. Adjunto: TOMAZZELI, Gabriela Beatriz
JTP: RUEDA, Analía
JTP: PANELLA, Eugenia
JTP: BERNALDO DE QUIRÓZ, Carolina
JTP: BOITEUX, Yanina

2020

FECHAS DE EXAMENES PARCIALES

TURNO MAÑANA

1° PARCIAL Miércoles 22/04/2020 11hs

2° PARCIAL Miércoles 20/05/2020 11hs

RECUP. 1° PARC, 2° PARC. O GLOBAL Viernes 12/06/2020 15hs

TURNO TARDE

1° PARCIAL Miércoles 22/04/2020 15hs

2° PARCIAL Miércoles 20/05/2020 15hs

RECUP. 1° PARC, 2° PARC. O GLOBAL Viernes 12/06/2020 15hs

TRABAJO PRÁCTICO N° 1

LÓGICA PROPOSICIONAL

Ejercicio 1: Sean p, q, r y s las siguientes proposiciones

p: “terminaré mi programa de computación”

q: “está lloviendo”

r: “jugaré al básquet”

s: “iré al cine”

Escribir en forma simbólica

a) Terminaré mi programa de computación y jugaré al básquet.

b) Está lloviendo entonces iré al cine.

c) Iré al cine si está lloviendo.

d) Iré al cine o, terminaré mi programa de computación y jugaré al básquet.

e) No es cierto que está lloviendo.

f) Jugaré al básquet o iré al cine, mas no haré ambas actividades.

Ejercicio 2: Dadas las siguientes proposiciones:

a) La práctica diaria de un servicio es suficiente para que Daniela obtenga la beca.

b) Un rombo con cuatro lados congruentes es un cuadrado.

c) Arregle mi aire acondicionado o no le pagaré el alquiler.

d) Juan puede manejar solo si tiene carnet.

e) Toda matriz simétrica es igual a su traspuesta.

2.1) Reescribir las proposiciones como implicación o como implicación doble.

2.2) Indicar condición necesaria y suficiente para cada una de ellas.

Ejercicio 3: Confeccione la tabla de verdad de las siguientes proposiciones compuestas y diga si son tautologías, contradicciones o contingencias.

1) $(p \wedge q) \Rightarrow p$

2) $q \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$

3) $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$

4) $[p \Rightarrow (q \vee \sim r)] \Leftrightarrow p \wedge \sim q \wedge r$

5) $p \veebar q \wedge (\sim q \vee r)$

Ejercicio 4: Complete la siguiente tabla:

$p \vee \sim(\sim q \wedge r)$ es F	p es ……..	$q \Rightarrow \sim r$ es …..	q es …….
$p \Rightarrow p \wedge r$ es F	p es …………	r es ………	$\sim(q \vee p)$ es …..
$r \Rightarrow (q \vee p) \wedge r$ es F	p es ………	q es ……….	r es ………..
$q \wedge \sim r \Rightarrow p$ es F	q es …..	$r \underline{\vee} \sim p$ es….	$p \Leftrightarrow q$ es…..

Ejercicio 5: Justifique en cada caso y realice el circuito correspondiente.

a) $[(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)] \vee q$

b) $[p \vee (q \wedge \sim q)] \vee q$

c) $(p \vee c) \vee q$

Ejercicio 6: Simplifique las siguientes proposiciones. Realice el circuito de los ítem pares

1) $(p \vee q) \wedge \sim(\sim p \wedge q)$

2) $\sim(p \vee q) \vee [(\sim p \wedge q) \vee \sim q]$

3) $\sim\{\sim[(p \vee q) \wedge r] \vee \sim q\}$

4) $(p \Rightarrow q) \wedge [\sim q \wedge (r \vee \sim q)]$

5) $(p \vee q) \Rightarrow [q \Rightarrow (p \wedge q)]$

Ejercicio 7: Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique.

a) Si $p \Rightarrow q$ es falsa, podemos afirmar que $-p \Rightarrow t \vee q$ es verdadera.

b) Si $p \Rightarrow q$ es verdadera, podemos afirmar que $-p \Rightarrow t \vee q$ es verdadera.

Ejercicio 8: Dados los siguientes enunciados de teoremas, exprese su enunciado contrarrecíproco.

a) Si f es una función derivable entonces f es continua.

b) Si $T : V \rightarrow W$ es una transformación lineal entonces $T(0_v) = 0_w$.

c) Si la serie numérica $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ es convergente entonces $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

Ejercicio 9: Complete las siguientes proposiciones:

a) La negación de $\exists x / [Q(x) \Rightarrow P(x) \wedge \sim R(x)]$ es ……………………………………….

b) La negación de $\forall x: \sim[P(x) \vee Q(x) \Rightarrow \sim R(x)]$ es ……………………………………….

c) La negación de $\exists x / [P(x) \Leftrightarrow R(x)]$ es ……………………………….

Ejercicio 10: Niegue los siguientes enunciados:

a) Algunos los números naturales son pares mayores que 8

b) Existe algún valor de x que verifica que $x^2 + 25 = 0$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 2

MATRICES

Ejercicio 1: Dadas las matrices A, B, C y D

$$A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 0\\ -1 & 3 & 4\end{bmatrix}\qquad B=\begin{bmatrix}0 & 1 & -2\\ 0 & 2 & 5\end{bmatrix}\qquad C=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -1 & 4\end{bmatrix}\qquad D=\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$$

I) Resuelva las siguientes operaciones. Justifique si no puede realizarlas

a) $3\,A + 2\,B$ c) $(A + B)^T$ e) $(A \cdot C)^2$ g) $C \cdot D$

b) $D^2 - 3 \cdot I_{2x2}$ d) $A^T + B^T$ f) $A \cdot B^T - I_{2x2}$ h) $D \cdot C$

II) Observe los resultados de los incisos c y d, g y h. Saque una conclusión.

Ejercicio 2: Escriba la matriz solicitada.

a) La matriz E = $[e_{ij}]$, donde $\begin{cases} e_{ij} = 0 & si \;\; i \geq j \\ e_{ij} = i + 2j & si \;\; i < j \end{cases}$ para todo i = 1, 2 y j = 1, 2

b) La matriz D = $[d_{ij}]$, donde $\begin{cases} d_{ij} = (-2)^j & si \;\; i \geq j \\ d_{ij} = 0 & si \;\; i < j \end{cases}$ para todo i = 1, 2, 3 y j = 1, 2, 3

Ejercicio 3: En los siguientes ítems, resuelva la ecuación matricial en X. Simplifique sus respuestas tanto como sea posible. Suponga que todas las matrices son del mismo orden e inversibles.

a) $2\,(A + B - X) = A$

b) $(M^T X)^T = M^{-1} (M^2 B)^{-1}$

c) $A^{-1} (X + B)\, C^{-1} = I$

d) $(A\,C\,X\; A^{-1}\, C^{-1})^{-1} = C\, C^{-1} + A$

e) $(X^{-1} Q\, P)^T = P^T\, Q^T\, 2\, M$

f) $(C^{-1} X)^{-1} = C\,(A^2\, B)^{-1}$

Ejercicio 4: Determine cuáles de las siguientes matrices son elementales.

a) $\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 3\end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix}0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0\end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix}5 & 0\\ 0 & 5\end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix}1 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$ f) $\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$

Ejercicio 5: Determine cuáles de las siguientes matrices están expresadas en forma escalonada y cuáles están expresadas en forma escalonada reducida.

a) $\begin{bmatrix}0 & 1\\ 1 & 0\end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix}0 & 1 & -2 & 0 & 8\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix}0 & 1 & 8\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix}1 & 4 & 5 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 2\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$

f) $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ g) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ h) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ i) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Ejercicio 6: Exprese las siguientes matrices en forma escalonada reducida.

a) $\begin{bmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 6 & 10 \\ 4 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 3 & 3 & -3 & 0 & 6 \\ 2 & 0 & 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ c) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 7 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix}$

Ejercicio 7: Determine el rango de las siguientes matrices y calcule su inversa, si es posible.

$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

Ejercicio 8: Si $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ resuelva las siguientes operaciones

a) $(2A)^{-1}$ b) $(A^2)^{-1}$ c) $(A^T)^{-1}$

Ejercicio 9: Para las siguientes afirmaciones que son falsas, dé un contraejemplo:

a) Si A y B son matrices cuadradas del mismo orden entonces $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
b) Si A es una matriz simétrica no nula entonces admite matriz inversa.
c) Si A de orden 2 es una matriz triangular entonces A es inversible.

Ejercicio 10: Complete las siguientes afirmaciones, de manera que resulten verdaderas:
a) Si A de orden n es inversible entonces el rango de A es ………………
b) Si A es una matriz de orden 3 y de rango 3 entonces la forma escalonada reducida de A es ……………………
c) Si la traspuesta de 2A es $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ entonces la inversa de A es …………………

Ejercicio 11: Demuestre:

a) Si A y B son matrices inversibles de orden n entonces $(A\,B)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
b) Si A es una matriz inversible de orden n y k un escalar real no nulo, $(k\,A)^{-1} = k^{-1}A^{-1}$
c) Si A es una matriz inversible y k es un entero positivo, entonces $(A^k)^{-1} = (A^{-1})^k$.
d) Si A es una matriz inversible de orden n, entonces $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.
e) Si A es una matriz de mxn, entonces $A.A^T$ es una matriz simétrica.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 3

DETERMINANTES

Ejercicio 1: Complete, luego determine el signo de los siguientes productos elementales

a) $a_{21}.\ a_{44}\ .a_{13}.\ a_{\dots\dots}$

b) $a_{26}.\ a_{11}.\ a_{\dots\dots}.\ a_{63}\ .a_{34}.\ a_{42}$

Ejercicio 2: Determine el valor de los siguientes determinantes aplicando propiedades. Justifique.

a) $\begin{vmatrix} -3 & 0 & -3 & 0 \\ 4 & 5 & 4 & 1 \\ 6 & 0 & 6 & 8 \\ 7 & -1 & 7 & 2 \end{vmatrix} =$ b) $\begin{vmatrix} 1/3 & -1 \\ 0 & -6 \end{vmatrix} =$ c) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1/2 \\ 0 & -1/2 & 0 \end{vmatrix} =$

d) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & -1/3 \\ 2 & 3 & 1 \\ -5 & 0 & 0 \end{vmatrix} =$ e) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{vmatrix} =$

Ejercicio 3: Siendo A = $\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$ y det(A) = - 2. Calcule el valor del determinante de las matrices:

a) $\begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} =$ b) $\begin{vmatrix} 2a & b & -c \\ 2d & e & -f \\ 2g & h & -i \end{vmatrix} =$

c) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d-g & e-h & f-i \\ g & h & i \end{vmatrix} =$ d) $\begin{vmatrix} a & 1/2\,g & d \\ b & 1/2\,h & e \\ c & 1/2\,i & f \end{vmatrix} =$

Ejercicio 4: Siendo A y B matrices de orden 2, A **simétrica**; B **ortogonal** con <u>determinante negativo</u> y det(A) = - 3. Calcule si es posible:

a) $\det\left(\frac{1}{2}B\right)$ = ...

b) $\det\left(A^T \cdot B^{-1}\right)$ = ...

c) $\det\left(-A+3A^T\right)$ = ...

d) $\det\left(2.B.B^T - 5I_{2x2}\right)$ =........

e) $\det\left(\frac{2}{3}A - 5B\right)$ = ...

f) $\det\left(-5A^{-1}\right)$ =........

g) $\det\left(B^3\right)$ =.........

h) $\det\left(6A^{-1}.(-B^{-1})\right)$ =........

i) $\det\left(\left(-\frac{1}{3}A.B^T\right)^{-1}\right)$ =........

Ejercicio 5: Dada la matriz A = $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 6 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

a) Encuentre el menor complementario y cofactor correspondiente al elemento 4 y al elemento a_{31}.

b) Evalúe el determinante de la matriz A mediante cofactores y verifique por definición.

c) Indique si la matriz A es o no invertible. En caso afirmativo, halle la inversa de A.

Ejercicio 6: Halle el determinante de la siguiente matriz utilizando la regla de Chío.

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Indique si la matriz B es o no invertible. En caso afirmativo, halle la inversa de A.

Ejercicio 7: Calcule el determinante de las siguientes matrices. Determine cuál/es son inversibles y halle, para ellas, la inversa.

$$\begin{vmatrix} -1/3 & -1/2 \\ 1/2 & 3/2 \end{vmatrix} = \qquad \begin{vmatrix} -1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 6 \end{vmatrix} = \qquad \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3 \end{vmatrix} =$$

Ejercicio 8: Encierra en un círculo la opción correcta.

a) El/los valores de *a* para que la siguiente matriz sea singular es/son:

$$A = \begin{bmatrix} a-1 & 0 & 0 \\ 1 & a+6 & 0 \\ -1 & 3 & a-1 \end{bmatrix}$$

I) $a \in R - \{1,6\}$ II) Para todo $a \in$ R III) $a = 1 \wedge a = 6$

IV) Ningún valor de *a* V) NRAC

b) Si $4B^{-1}$ es $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 0 & 2 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, entonces $|B^T|$ es:

I) 5 II) 16 III) $1/16$ IV) $-1/16$ V) NRAC

c) ¿Cuál de los siguientes es el cofactor del elemento 3 en la matriz $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$?

I) 24 II) 0 III) – 24 IV) 8 V) – 8

Ejercicio 9: Complete las siguientes proposiciones de manera que resulten verdaderas.

a) Si a_{25}. a_{pq}. a_{12}. a_{54}. a_{31} es un producto elemental de una matriz cuadrada A, entonces A es de orden …….; el signo de dicho producto elemental es ……. y la cantidad total de productos elementales es ……

b) Si A y B son matrices cuadradas de orden 2x2, A = $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$ y B invertible, entonces $\left|(A.B^{-1})^{-1}\right|$ es

……

c) Sean p: "A_{nxn} tal que det (A) = 0" y q: "A_{nxn} tiene una fila (o columna) de ceros". Entonces, p es condición ……………………………………………… para q.

d) Sean A y B matrices de 2x2. Si (B^{-1}.A) es la inversa de $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ y $|B| = 3$, entonces $\left|\frac{1}{3}A\right|$ es ………………

e) Sean A, B, C y D matrices invertibles de orden 3x3. Si $\left(D^{-1}.C.B\right)^{T} = B^{T}.C^{T}.2.A$, entonces el det (D) es………

f) Para que A = $\begin{bmatrix} 3 & 0 & k \\ 0 & 5 & 0 \\ -3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ tenga rango menor a 3, el/los valor/es de k es/son…………………………………

Ejercicio 10: Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Demuestre las verdaderas y proporcione contraejemplo para las falsas.

a) Si A_{2x2} y B_{2x2}, entonces det (A + B) = det (A) + det (B) ( )

b) Si A_{nxn} es una matriz antisimétrica de orden impar, entonces det (A) = 0. ( )

c) Si el determinante de una matriz es cero, entonces tiene dos filas (o columnas) iguales. ( )

d) Si A tiene dos filas (o columnas) iguales, entonces det (A) = 0 ( )

e) El determinante del producto de una matriz de 2x1 por una de 1x2 siempre es cero. ( )

f) Sean A_{nxn} y B_{nxn},.Si B es no invertible, entonces A. B es no invertible. ( )

g) Si A_{2x2} y B_{2x2}, y det (A) = det (B), entonces A = B ( )

h) Si A_{nxn} es una matriz ortogonal, su determinante es ± 1. ( )

TRABAJO PRÁCTICO Nº 4

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Ejercicio 1: Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x+3y-2z=-10 \\ -\dfrac{3}{2}y+z-5=x \end{cases}$$

a) Determine si las ternas (-4, 0, 1); (-6, 1,-1); (-3, 0, 2) y (-8, 2, 0) son solución del sistema.
b) Muestre que toda terna de la forma (t – 5, 0, t), donde t es un número real, es solución del sistema.
c) Indique si se puede afirmar que el conjunto solución del sistema es S = {(t – 5, 0, t) ∈ R^3}. Justifique su respuesta.

Ejercicio 2: Dadas las siguientes matrices ampliadas en forma escalonada correspondientes a sistemas de ecuaciones lineales.

i) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ **ii)** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **iii)** $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

iv) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **v)** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ **vi)** $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

a) Escriba el sistema por medio de sus ecuaciones.

b) Clasifique el sistema según el Teorema de Rouché-Fröbenius.

c) Determine, si existen, las incógnitas principales y libres.

d) Encuentre el conjunto solución.

Ejercicio 3: Analice y resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x+y=0 \\ -x+y=2 \\ x+3y=-2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x_5+2x_2-4x_3+2=0 \\ 3x_4=-3 \\ 3x_1-x_3-x_2+5x_5-3x_4=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x_1-x_2+2x_3=0 \\ 2x_1-x_2+x_3=-2 \\ -x_1+3x_2-2x_3=2 \\ x_1+x_2+2x_3=2 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+y+z-w=2 \\ 2x+w-y=5 \\ 3x+z+w=1 \\ 2x+2y+2z-w=3 \end{cases}$

Ejercicio 4: Resuelva los sistemas homogéneos asociados a los sistemas del ejercicio anterior.

Ejercicio 5: ¿Cuál es la relación entre los sistemas lineales cuyas matrices aumentadas son las siguientes?

$$\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 6 & 2 \end{array}\right] \qquad \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

Ejercicio 6: Sea el sistema dado por:

$$\begin{cases} x + k.y + z = 1 \\ k.x + y + (k-1).z = k \\ x + y + z = k + 1 \end{cases}$$

a) Plantee el sistema en forma matricial
b) Construya la matriz ampliada y analice para que valor o valores de k el sistema es incompatible, compatible determinado o compatible indeterminado.

Ejercicio 7: Sea el sistema dado por:

$$\begin{cases} ax + y + z = b^2 \\ x + y + 2az = b \\ x + y + 2az = 2 \end{cases}$$

a) Plantee el sistema en forma matricial
b) Construya la matriz ampliada y analice para que valor o valores de b el sistema es incompatible
c) En el caso de que *b = 2* y *a = 1* determine la o las soluciones del sistema.

Ejercicio 8: Para la siguiente matriz ampliada determine los posibles valores de *a* y *b* para que el sistema A X = B no tenga solución, tenga infinitas soluciones o tenga solución única.

$$\left[\begin{array}{ccccc:c} 1 & 0 & 3 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & -4 & -1 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & a & 1 & -b \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b^2 - b & b \end{array}\right]$$

Ejercicio 9: Determine qué valores pueden tomar *a*, *b* y *c* para que estos sistemas tengan solución.

a) $\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 0 & 3 & a \\ 0 & 1 & -4 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \end{array}\right]$ b) $\left[\begin{array}{ccc:c} 1 & -2 & 3 & a \\ -4 & 8 & -12 & b \\ 0 & 0 & 0 & c \end{array}\right]$

Ejercicio 10: Dada la matriz A = $\begin{bmatrix} 1/3 & -1 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$, plantear el sistema de ecuaciones que corresponda en cada caso para encontrar una matriz B tal que:

a) A B_{2x1} = O (O es la matriz nula)

b) A B_{2x2} = I (I es la matriz identidad)

Ejercicio 11: Complete los siguientes enunciados de manera tal que resulten verdaderos:

a) Si A X = B con A invertible entonces X = ………………………………………………………………………………

b) Según el Teorema de Rouché-Fröbenius si A X = B, con A_{mxn}, tiene solución única entonces podemos afirmar que …….

c) Dadas las proposiciones *p: "Sea A_{nxn} tal que A X = B es un SCD"* y *q: "det(A) ≠ 0"*. Entonces p es condición……… para q.

d) Si A es la matriz identidad de 3x3, entonces el conjunto solución de A X = 0 es ………………………..

e) Si la solución de un SEL de 5x4 es S = $\{(t, 3-s, 2+2s, s) \in R^4\}$entonces la matriz ampliada del SEL en forma escalonada reducida es ……………………………………………………………………………………

f) Si A es de orden 3 x 4 y el rango de A es 2 entonces el sistema A X = 0 es ……………………………….

g) Si A es de orden 4 x 3 y ρ(A) = 3 entonces A X = B tiene solución ……………………………………………..

h) Un ejemplo de SELH en R^5 con 3 grados de libertad es ……………………………………………………………

i) Si A es la matriz nula de 5x3, el conjunto solución de A X = 0 es ……………………………………………….

j) La cantidad de variables libres de un SEL, A X = B, con A ≠ 0 y A_{4x10} puede tomar los valores ……….

k) Si A X = B con A $\neq$ O, es un SEL (3 x 7), entonces el rango de la matriz ampliada del sistema puede tomar los valores ……

l) Si A X = B es un SEL (8 x 5), incompatible, entonces el rango de la matriz ampliada del sistema puede tomar los valores ……

Ejercicio 12: Indique si las siguientes proposiciones son (V) o (F). Si son verdaderas, argumente su veracidad. Si son falsas, de un contraejemplo.

a) **( )** Si A es una matriz rectangular y el sistema A X = O es compatible determinado, el sistema A^T X = O también es compatible determinado.

b) **( )** Dado un sistema de ecuaciones lineales que tiene solución única siempre es posible añadir otra ecuación para que el sistema sea incompatible.

c) **( )** Si *S* es solución de A X = O entonces *k S* también es solución, siendo *k* un número real.

d) **( )** Si S es solución de A X = B entonces *k S* es solución, con k real.

e) **( )** Si S_1 *y* S_2 son soluciones del sistema A X = O entonces (S_1+S_2) también es solución del mismo sistema.

f) **( )** El conjunto solución de un sistema de ecuaciones lineales y el del sistema homogéneo asociado siempre es el mismo.

g) **( )** Si un sistema de ecuaciones lineales tiene solución, cualquier otro sistema de ecuaciones lineales con la misma matriz de coeficientes también tiene solución.

Ejercicio 13: Plantee, resuelva e interprete los siguientes problemas matemáticos:

a) Un fabricante produce reveladores de película de 2, 6 y 9 minutos. La fabricación de cada tonelada del revelador de 2 minutos requiere 6 minutos en la planta A y 24 minutos en la planta B. Para manufacturar cada tonelada del revelador de 6 minutos son necesarios 12 minutos en la planta A y 12 minutos en la planta B. Por último, para producir cada tonelada del revelador de 9 minutos se utiliza 12 minutos la planta A y 12 minutos la planta B. Si la planta A está disponible 10 horas al día y la planta B 16 horas diarias, ¿cuántas toneladas de cada tipo de revelador de película pueden producirse por día de modo que las plantas operen a toda su capacidad?

b) Un empresario tiene tres máquinas que son empleadas en la fabricación de cuatro productos diferentes. Para utilizar plenamente las máquinas estas estarán en operación 8 horas diarias. El número de horas que cada máquina es usada en la producción de cada uno de los cuatro productos está dado por

	Producto 1	Producto 2	Producto 3	Producto 4
Máquina 1	1	2	1	2
Máquina 2	2	0	1	1
Máquina 3	1	2	3	0

Por ejemplo, en la producción de una unidad del producto 1, la máquina 1 se usa 1 hora, la máquina 2 se usa 2 horas y la máquina 3 se usa 1 hora. Encuentre el número de unidades que se deben producir de cada uno de los 4 productos en un día empleando las máquinas durante 8 horas completas.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 5

TRANSFORMACIONES LINEALES

Ejercicio 1: Dadas las siguientes funciones, determine si son transformaciones lineales.

a) T: $R^2 \to R^3$ tal que T(x, y) = (x+2y ,3y, x)

b) T: $R^2 \to R$ tal que T(x, y) = x y

c) T: $R^2 \to R^2$ tal que T (x, y) = (3x, 0)

d) T: $M_{mxn} \to M_{mxm}$ tal que T(A) = $A^T.A$

e) T: $P_2 \to P_1$ tal que T ($a_2 x^2 + a_1 x + a_0$) = 2 $a_2 x + a_1$

f) T: $M_{2x2} \to M_{2x2}$ tal que T(A) = A – A^T

Ejercicio 2: Para las transformaciones lineales del ejercicio 1

a) Determine N(T), encuentre una base de dicho espacio y su dimensión.

b) Determine la imagen de T, encuentre una base de dicho espacio y su dimensión.

c) Verifique los resultados obtenidos usando el teorema de la dimensión.

d) Clasifique las transformaciones lineales según sean endomorfismos, monoformismos, epimorfismos o isomorfismos.

Ejercicio 3: Indique con una cruz cuál de los elementos dados pertenecen al núcleo de las diferentes transformaciones lineales:

a) Para T: $R^3 \to R^1$ tal que T(x, y, z) = x – y + z.

__ 0	__ (2, 1, 0)	__ (a, a + b, c)
__ (-1, 2, 3)	__ (2, 2, 0)	__ (m – n, m, n)

b) Para T: $P_2 \to P_2$ tal que T(at^2+ bt +c) = (a+c)t^2 + (b+c) t.

__ $t^2 - t - 1$	__ $t^2 + t - 1$	__ $2t^2 + 2t - 2$

Ejercicio 4: Para T(X)= A.X. Determine Im(T) y N(T) y encuentre una base para cada conjunto.

a) $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & -4 & 0 & -6 \end{bmatrix}$

b) A= $\begin{bmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 6 & -2 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix}$

Ejercicio 5: Encuentre la ley de la transformación lineal T, tal que T (1, 2, 1) = (2, 1) , T (2, 3, 1) = (5,2) y T(1,0,0)=(0,1). Luego halle T(-3, 2, 0).

Ejercicio 6: Complete las siguientes proposiciones: "La ley de la transformación lineal en R^2 que corresponde a una:

a) Rotación de 45° respecto del origen en sentido antihorario es T(x, y) = ……………..."

b) Proyección sobre el eje x es T(x, y) =………………."

c) Contracción vertical de k = 1/2 es T(x,y) =………………"

Ejercicio 7: Determine el N(T) e Im(T) para el operador lineal reflexión respecto a la recta x=y en R^2.

Ejercicio 8: Sea S el triángulo con vértices en (0,0), (2,0), (1,3). Represente gráficamente la imagen de S bajo la transformación indicada:

a) Rotación de un ángulo de 135° respecto del origen en sentido antihorario.

b) Deslizamiento cortante en la dirección del eje x con factor k= 2.

Ejercicio 9: Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique.

a) Si $T : V \to W$ no es transformación lineal entonces $T(0) \neq 0$.

b) Si T es una transformación lineal matricial T(X) = A X , siendo A una matriz fija de orden 3x3, tal que N(T) = {0} , entonces el determinante de la matriz A es 0.

c) Si $T: R \to R^4$ es una transformación lineal entonces la dimensión de la Im(T) puede ser 4.

d) Si la dim N(T) = 0 entonces la transformación lineal puede tener como espacio dominio R^5 y como espacio codominio a R^2.

e) La transformación nula $T: R^2 \to R^2$ tiene rango 0.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 6

MATRIZ ASOCIADA

Ejercicio 1: Encuentre la representación matricial de las siguientes transformaciones lineales:

a) T: $R^2 \to R^3$ tal que T (x, y) = (x ; -2y; x - y)

b) T: $R^3 \to R^2$ tal que T (x, y, z) = (x- z; y+z)

c) T: $R^2 \to R$ tal que T (x, y) = 2x + 3y

Ejercicio 2: Exprese la matriz asociada estándar de los operadores lineales:

a) Expansión a lo largo del eje x con k = ¼
b) Cizalladura o corte a lo largo del eje x con k = -2
c) Rotación respecto del origen en sentido antihorario, de ángulo $\pi/6$

Ejercicio 3: Dada T: $R^2 \to R^2$ tal que T (x, y) = (x+2y, x-y). Encuentre la matriz asociada a T:

a) usando la base {(1, 0), (0, 1)} en el dominio y en el codominio.

b) usando la base {(-1, 2), (2, 0)} en el dominio y en el codominio.

c) Exprese la TL en forma matricial, usando las matrices obtenidas en los ítems a y b

Ejercicio 4: Encuentre la matriz asociada a la transformación lineal identidad en IR^2. Respecto de las siguientes bases:

a) {(-1,2), (2,0)} en el dominio y {(1, 0), (0, 1)} en el codominio.

b) {(1, 0), (0, 1)} en el dominio y {(-1, 2), (2, 0)} en el codominio.

c) ¿Qué nombres reciben las matrices encontradas en los puntos a y b?

d) ¿Qué relación existe entre las matrices encontradas en los incisos a y b?

Ejercicio 5: Pruebe que las matrices encontradas en el ejercicio 3, son semejantes.

Ejercicio 6: Encuentre el transformado del vector v = (1, 3)

a) usando la matriz encontrada en el ejercicio 3a.(camino directo)

b) usando la matriz encontrada en el ejercicio 3b.(camino indirecto)

Ejercicio 7: Dada la transformación lineal $T: R^3 \to R^2 / T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ z+y \end{pmatrix}$. Encuentre la matriz asociada a T, respecto de las bases $B = \{(1,1,0),(0,1,1),(1,-1,1)\}$. y $B' = \{(1,1),(0,2)\}$

Ejercicio 8: Halle la matriz de pasaje:

a) de la base $B = \{(-2,1),(0,3)\}$ a $B' = \{(0,1),(-1,1)\}$.

b) de la base $B = \{(0,1,0),(0,1,2),(0,0,1)\}$ a la base canónica.

c) de la base canónica a la base $B = \{(1,-1,0),(2,0,1),(0,0,1)\}$

Ejercicio 9: Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ la matriz asociada a una transformación lineal respecto de la base $B = \left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}\right\}$ en el dominio y la base canónica en el codominio. Encuentre la ley de transformación T(X) en la base canónica.

Ejercicio 10: Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ la matriz asociada a una transformación lineal respecto de la base $B = \left\{\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}\right\}$ en el dominio y en el codominio. Encuentre la ley de transformación T(X) en base canónica.

Ejercicio 11: Demuestre:

a) Si A y B son matrices semejantes entonces tr(A) - tr(B) = 0

b) Si A y B son matrices semejantes y A es invertible entonces B también es inversibles.

c) Si A y B son matrices semejantes entonces $A^T y\ B^T$ también son matrices semejantes.

TRABAJO PRÁCTICO Nº 7

DIAGONALIZACIÓN

Ejercicio 1: Para la siguiente matriz, determine si los vectores dados son vectores propios, en caso afirmativo, indique el valor propio correspondiente.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 3 \\ 1 & 6 & -3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad v = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 2: Para las siguientes matrices, encuentre, de ser posible:

a) Los valores propios.
b) Los espacios propios asociados a cada valor propio.
c) Una base y la dimensión de cada espacio propio e interprete geométricamente cada uno de ellos.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \qquad D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 3: Determine cuál/es de las matrices del ejercicio anterior son diagonalizables. En caso de serlo, encuentre la matriz P que diagonaliza a la matriz dada y verifique la semejanza entre la matriz dada y la matriz diagonal D encontrada. Justifique en cada caso.

Ejercicio 4: Si los pares de valores y vectores propios de una matriz A, son:

$$(-1, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}); (2, \begin{bmatrix} -2 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}); (4, \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \\ 2 \end{bmatrix}).$$ Halle A^2.

Ejercicio 5: Sea A una matriz de orden 3 cuyos valores propios son -2, 1 y 3. Complete o responda según corresponda:

a) $det(A) =$..

b) $det(A - I) =$ ....

c) Los valores propios de B = 2 A son ....

d) Los valores propios de A^T son ....

e) det (A^t - 3I) = ...

f) Si M es una matriz semejante a A, entonces sus valores propios son ……………………………………….

g) ¿A es inversible? Justifique su respuesta. ……………..…………………………………………………………..

h) Si la respuesta al ítem anterior es afirmativa, los valores propios de A^{-1} son ……………………..………

i) $traza(A) =$……………………………………………………………..………………………………………………………..

j) det(A + 2I) = …………………………………………………..……………………………………………………………

k) ¿A es diagonalizable? Justifique su respuesta. ………………………………………………………………….

Ejercicio 6: Encuentre, en cada caso, una matriz P que diagonalice ortogonalmente a la matriz A y determine $P^{-1}AP$.

$$A=\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ejercicio 7: Determine el valor de verdad de las siguientes afirmaciones. Justifique.

a) Sea A una matriz de orden n. Si X es un vector propio de A, asociado a λ, kX ($k\neq 0$) también es vector propio de A asociado a λ .

b) Sea A una matriz de orden n. Si X e Y son vectores propios de A, asociados a λ, X + Y también es vector propio de A asociado a λ.

c) Si $P^{-1} A P = D$, entonces $A^{2} = (P^{-1}) D^{2} P$.

d) Si A es de orden n y el rango de A es n, entonces A es diagonalizable.

e) Si λ = 0 es un valor propio de A entonces A no es una matriz diagonalizable.

f) Si A es inversible entonces los valores propios de A son distintos.

g) Si A es diagonalizable, entonces A es inversible.

h) Sea A una matriz de orden 2 cuyos valores propios son -2, y -5, entonces todo sistema de ecuaciones lineales con matriz de coeficientes A es compatible.

i) Si A es una matriz inversible y ortogonalmente diagonalizable, entonces A^{-1} es ortogonalmente diagonalizable.

j) La ecuación característica de una matriz A de orden 2 se puede expresar como

$$\lambda^2 - tr(a)\lambda + det\,(A) = 0$$

Ejercicio Nº 8: Complete los siguientes enunciados de manera tal que resulten verdaderos:

a) Si $\lambda=\sqrt{2}$ es valor propio de una matriz inversible C_{2x2}, entonces ……………………….. es un valor propio de la matriz $\left(\frac{1}{2}C\right)^{-1}$

b) Si A es una matriz de orden 2x2 con traza 0 y determinante -9, entonces sus valores propios son ………

c) Una condición necesaria pero no suficiente para que una matriz A_{nxn} sea diagonalizable es ……..

d) Sea p: "A_{nxn} es diagonalizable" y q: "A_{nxn} tiene n valores propios reales distintos", entonces ………………… es condición necesaria para …………………… y …………………… es condición suficiente para …………………………………..

Ejercicio Nº 9: Demuestre que:

a) Sea A_{nxn} una matriz inversible. Si λ es un valor propio de A, entonces $\frac{1}{\lambda}$ es un valor propio de A^{-1}.

b) Si λ es autovalor de A_{nxn} entonces λ^2 es autovalor de A^2.

TRABAJO PRÁCTICO 8

NÚMEROS COMPLEJOS

Ejercicio 1: Dados los complejos

$z_1 = 2 - 3\,i$ $z_2 = -3 + i$ $z_3 = -5 - 4\,i$ $z_4 = -\,i$

a) Represente gráficamente dichos complejos, sus opuestos y sus conjugados.

b) Realice las siguientes operaciones:

b.1) $\mathrm{Re}(3z_1) - z_1$ b.2) $\mathrm{Im}(\overline{z}_2) + z_1$ b.3) $(-z_3)\,.\,\overline{z}_1$ b.4) $z_3 - \overline{z_3}$

b.5) $10\left(\frac{z_1}{z_2}\right)$ b.6) $\frac{z_2}{z_1}$ b.7) $\frac{1}{z_4}$

Ejercicio 2: Complete las siguientes proposiciones para que resulten verdaderas:

a) El módulo de z = $(2 - i)^2/i^{30}$ es ......

b) El argumento z = $3\,i\left[\frac{(1-i)}{i^9}\right]$ es ......

c) La forma binómica del complejo z = $(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$ es igual a........

d) El siguiente complejo z = $-\,e^{\frac{\pi}{2}}$ esta expresado en forma ……………………… su módulo es …….. y su argumento es…………………

e) Exprese el complejo z = $-1 - \sqrt{3}i$, en forma trigonométrica (forma polar) …………………….. y en forma exponencial …………………………..

Ejercicio 3: Encuentre:

a) el logaritmos de z = - 1 + i. Represente gráficamente.

b) las coordenadas polares del logaritmo principal del complejo z = - 1 + i .

c) la cuarta potencia del complejo z = $(2, \pi/2)$. Expréselo en forma polar y binómica.

d) las raíces cuartas del complejo z = 16 (cos π + i sen π). Grafique.

e) las raíces cúbicas del complejo z = e.

Ejercicio 4: Exprese en coordenadas polares los siguientes complejos:

a) $\omega = (2 - 2i)^{-\,i}$

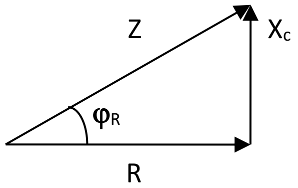
b) $\omega = (-3)^{3+i}$

Ejercicio 5: Las generadoras eléctricas trabajan con el siguiente gráfico vectorial:

X_c: Reactancia capacitiva.

R: Resistencia

Z: Impedancia



Z es la potencia que la generadora entrega a los consumidores y R es la potencia que cobran. Lo que intentan es disminuir la reactancia capacitiva y lograr que el módulo de Z sea lo más cercano a R.
Si normalmente R = 4Ω y Xc = 20Ω. Calcule el valor de la potencia eléctrica entregada Z y el ángulo de desfasaje φ_R.

Ejercicio 6: Encuentre el conjunto solución de las siguientes ecuaciones:

a) bicuadrada:

a.1) $(x+1)^4 - 13\,(x+1)^2 + 36 = 0$

a.2) $-2(x+2)^4 + 6\,(x+2)^2 + 8 = 0$

a.3) $-3x^4 + 135\,x^2 - 972 = 0$

b) binómica:

b.1) $2\,x^5 - 16\,x^2 = 0$

b.2) $3x^8 + 27\,x^4 = 0$

b.3) $2\,x^9 - 64\,x^4 = 0$

c) trinómica:

c.1) $9\,x^4 - 32\,x^2 - 16 = 0$

c.2) $x^6 + 8\,x^3 - 9 = 0$

c.3) $x^8 - 26\,x^4 + 25 = 0$

d) recíproca de 3er grado:

d.1) $5\,x^3 + 15\,x^2 + 15\,x + 5 = 0$

d.2) $3/2\,x^3 + 13/2\,x^2 + 13/2\,x + 3/2 = 0$

d.3) $3\,x^3 - 7\,x^2 - 7\,x + 3 = 0$

e) recíproca de 4º grado:

e.1) $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$

e.2) $18x^4 + 21x^3 - 94x^2 + 21x + 18 = 0$

e.3) $3x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x + 3 = 0$

Ejercicio 7: Determine gráficamente el conjunto solución de los siguientes sistemas de inecuaciones.

$$a)\begin{cases} \dfrac{x}{2} + y > 2 \\ y \leq 3 \\ -\dfrac{x}{2} + y < 2 \end{cases} \qquad b)\begin{cases} y > \log x \\ 0 < Im(z) < 5 \\ -4 \leq Re(z) \leq -1 \end{cases}$$

$$c)\begin{cases} x + y \leq 2 \\ y - 2x \geq -3 \\ y - x \leq 1 \end{cases} \qquad d)\begin{cases} |x| < -3 \\ |z| \leq 2 \\ -x + y > 0 \end{cases}$$

TRABAJO PRÁCTICO Nº 9

ÁLGEBRA COMBINATORIA

Ejercicio 1: Encuentre lo pedido en cada ítem.

a) Calcular $C_{n,3}$ sabiendo que $V_{n,2} = 156$

b) $\dfrac{P_{n-2}}{(n-4)!} + \dfrac{(n-3)!}{P_{n-4}} = 24$. Calcular el valor de n.

c) La diferencia entre el número de variaciones de n objetos tomados de dos en dos y el de combinaciones de esos mismos objetos tomados también de dos en dos es 190. ¿Cuántos objetos hay?

d) $\frac{4}{3} V_{n+3,2} - \frac{3}{2} V_{n+2,2} = 10$ Calcular el valor de n. (ejercicio propuesto para el alumno. Respuesta: n=10, n=3)

e) Si el número de permutaciones simples de m elementos es 6 veces superior a las combinaciones de m elementos tomados de a 3. Halle el valor de m.

Ejercicio 2: Analice cada situación y resuelva

a) Realizando un diagrama arbolar, responda:
¿Cuántas cadenas de longitud 3, se pueden formar usando las letras ABCD, sin repetir las letras?
Resuelva la misma situación, en forma analítica.
Analice nuevamente, con la opción de que las letras se puedan repetir.

b) En una pastelería se vende 4 tipos de pasteles: de crema, chocolate, naranja y selva negra. ¿De cuántas formas diferentes se puede comprar 7 de estos pasteles?

c) Una pileta llena de agua tiene 5 caños de desagüe, que arrojan 1, 3, 5, 10 y 20 litros por minuto respectivamente. Abriendo indistintamente cuatro de estos caños, ¿en cuántos tiempos diferentes se puede desagotar la pileta?

d) En un grupo de 18 alumnos hay que formar un grupo de 6:

d1) ¿De cuántas maneras puede hacerse?

d2) ¿De cuántas maneras puede hacerse sabiendo que un alumno en particular, Juan, debe integrar el grupo?

d3) ¿De cuántas maneras puede hacerse excluyendo a Juan?

e) Con los dígitos: 1, 2, 3, 4 y 5. ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar?

e1) ¿Cuántos de esos números empiezan con 1?

e2) ¿Cuántos son múltiplos de 5?

e3) ¿Cuántos son pares?

e4) ¿Cuántos son mayores que 20.000 y menores que 50.000?

e5) ¿Cuántos números de cinco cifras se pueden formar, si las cifras no se pueden repetir?

e6) Anota un ejemplo en cada caso

f) Dada la palabra MATEMATICA,

f1) ¿De cuántas maneras se pueden reordenar las letras?

f2) La misma situación, pero condicionada a que la A sea la primera y la E la última.

f3) La misma situación, pero las letras MAT, deben permanecer juntas en ese orden.

g) Un equipo de científicos consta de 25 miembros, de los cuales 4 son ingenieros.

g1) ¿Cuál es el número de grupos de 5 miembros que se puede formar?

g2) ¿Cuántos de estos grupos se pueden formar si se pretende que en cada grupo haya por los menos un ingeniero?

h) Un tren consta de una locomotora y 5 vagones, tres de segunda clase y 2 de primera clase. Si estos vagones pueden ubicarse de cualquier manera, De cuántas formas pueden ordenarse los vagones?

i) Una persona que hace una fiesta, quiere poner 15 latas de refrescos surtidos para sus invitados. Compra en una tienda que vende cinco tipos diferentes de refresco.

i1) ¿Cuántas selecciones distintas de latas de 15 refrescos puede hacer?

i2) Si la cerveza es uno de los tipos de bebida ¿cuántas diferentes selecciones incluyen por lo menos doce latas de cerveza?

i3) Si la tienda tiene solo cinco latas de cerveza, pero dispone de gran cantidad de los otros tipos de refrescos, ¿cuántas selecciones diferentes existen?

i4) Si tiene solo seis latas de limonada, y solo cinco de cerveza, pero dispone de gran cantidad de los otros tres tipos de refresco, ¿de cuántas maneras diferentes se pueden seleccionar cinco latas de refresco?

j) El alfabeto Morse utiliza los signos **.** y **-**. Utilizando como máximo cuatro de estos signos, ¿cuántas secuencias distintas puedes formar?

k) Todas las personas que asisten a una reunión se estrechan la mano. Si hubo 105 apretones, ¿cuántas personas asistieron?

l) En una carrera compiten 10 caballos. En los boletos hay que indicar el nombre del 1º, 2º y 3º. ¿Cuántos deberemos rellenar para asegurarnos de que ganaremos?.

m) Las matrículas de los automóviles de ciertos países llevan 4 números y 3 letras. Para ello, se utilizan los dígitos del 0 al 9 y las 26 letras de nuestro alfabeto. ¿Cuántas matriculas distintas se pueden hacer de esta manera?

n) El lenguaje e un ordenador se traduce a secuencia de dígitos formados por unos y ceros. Si un byte es un secuencia de 8 de estos dígitos, ¿cuántos bytes diferentes se pueden formar?

Ejercicio 3: En el desarrollo de $\left(x^4 - \frac{1}{2}\right)^{10}$**,** determine:

a) El término de grado 12. b) El término central**.**

Ejercicio 4: Desarrolle $(x + 2x^2)^{1/4}$ hasta el 4º término

Ejercicio 5*:* Halle la potencia a que fue elevado el binomio $(1/3\, x^2 - 2\, x^3)^n$, si su séptimo término es de grado 26.

Ejercicio 6: Determine el valor de x, sabiendo que en el desarrollo de $(-2x + \frac{3}{2})^7$, el $T_3 + T_6 = 0$

Ejercicio 7: Encuentre, sin efectuar el desarrollo:

a) Los términos centrales de: $(5\, x^4 - 2\, x^3)^9$

b) El término que contiene $x^{3/2}$ de $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{11}$

c) El término de grado 20 de $(3\, x^2 - \frac{2}{x^3})^{25}$

Ejercicio 8: Encuentre el coeficiente del término que contiene x^6y^3 en $(x+y)^9$.

Ejercicio 9: Desarrolle hasta el quinto término:

a) $(1 + x^2)^{-3}$