

EJERCICIOS DE REPASO

Planos – Rectas - Circunferencias

Ejercicio 1

Dadas las siguientes rectas:

$$L_1: (x, y, z) = (-2, 0, 3) + \gamma (2, 0, 2) \quad \gamma \in \mathbb{R}$$

$$L_2: (x, y, z) = (4, 10, 1) + \beta (-1, 0, 3) \quad \beta \in \mathbb{R}$$

- Indique justificando su respuesta, si las rectas dadas son secantes, paralelas, coincidentes o alabeadas.
- Determine, según corresponda, la distancia entre las rectas dadas L_1 y L_2 o el punto de intersección entre las dos rectas dadas.
- Calcule el ángulo que forma la recta L_2 con el plano xy .

Ejercicio 2

Dados los planos: $\pi_1: 2x + z = 0$; $\pi_2: x - 2z + 5 = 0$

- Escriba la ecuación de la familia de planos que pasa por la intersección de los dos planos dados.
- Determine la ecuación vectorial paramétrica de la recta intersección de los dos planos dados.
- Halle la ecuación del plano π_3 que pasa por la intersección de los dos planos dados y además es paralelo al vector $\mathbf{u} = (1, 1, 1)$.

Ejercicio 3

Dadas la siguiente recta: $L_1: (x, y, z) = (0, -1, 2) + t (0, 2, 0) \quad t \in \mathbb{R}$

- Determine la posición relativa de la recta L_1 y el eje y . Justifique.
- Determine la ecuación de un plano π perpendicular a la recta L_1 y tal que la distancia del punto $Q(-1, 3, 1)$ a dicho plano es igual a 10. ¿Es único dicho plano?. Grafique.
- Halle el punto R de intersección de la recta L_1 con el plano xz . Grafique.
- Calcule el ángulo que forma la recta L_1 con la recta $L_2: \begin{cases} -x + 5y - 2z + 3 = 0 \\ y - z - 1 = 0 \end{cases}$
- Complete las expresiones de modo tal que resulten verdaderas:

L_1 es al plano xy

L_1 es al plano xz

Ejercicio 4

- Escriba la ecuación de la familia de circunferencias que pasan por la intersección de C_1 y C_2 :
 $C_1: x^2 + y^2 - 25 = 0$ $C_2: x^2 + y^2 - 10x - 10y + 25 = 0$
- Halle la ecuación del eje radical de las dos circunferencias dadas.
- Verifique, gráfica y analíticamente, que el eje radical es perpendicular a la recta que une los centros de las circunferencias dadas.
- Determine la ecuación de la circunferencia C_3 que pertenece a la familia de circunferencias dadas y cuyo centro tiene ordenada $5/2$. Grafique.
- Evalúe la longitud de la cuerda común a las circunferencias dadas. Verifique gráficamente.

Ejercicio 5

Para cada uno de los siguientes lugares geométricos, represente gráficamente, indique la *ecuación vectorial paramétrica*, y los resultados obtenidos para un valor específico elegido del parámetro indicado en cada caso.

- a) Recta paralela al eje y , que pasa por el punto $Q(0,2,2)$.
- b) Plano paralelo al plano xz , que pasa por el punto $R(8,8,8)$.
- c) Plano perpendicular al eje x , que pasa por el punto $S(10,0,10)$.
- d) Circunferencia de centro $C(5,-7)$, tangente al eje x .
- e) Plano $\pi: 2x + 3z - 6 = 0$

Ejercicio 6

- a) Escriba la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $O(0,0)$, $A(4, 8)$ y $B(-4, 2)$.
- b) Determine las ecuaciones de las rectas tangentes a dicha circunferencia y que pasan por el punto $Q(0,15)$.
- c) Represente gráficamente las respuestas dadas en los incisos anteriores.

Ejercicio 7.

- a) Indique la ecuación de la familia de planos con traza común en el plano xz la recta:
 $2x + z - 10 = 0$. Represente gráficamente dos planos de dicha familia.
- b) Indique la ecuación vectorial paramétrica de la traza dada en el inciso(a).
- c) Escriba las ecuaciones de los siguientes lugares geométricos y represente gráficamente:
 - c.1. Plano paralelo al plano xz que pasa por el punto $Q(2,3,-6)$
 - c.2. Plano perpendicular al plano xz que pasa por los puntos $A(0,0,10)$ y $B(5,0,0)$