FÍSICA I
Dinámica de la partícula: Leyes de Newton

1º ley de Newton: ley de Inercia
Una partícula libre es aquella que no está sujeta a interacción alguna. Estrictamente no existe tal cosa, ya que toda partícula está sujeta a interacciones con su entorno. Luego una partícula libre deberá estar completamente aislada, o ser la única en el universo. Pero entonces sería imposible observar porque, en el proceso de observación, hay siempre una interacción entre el observador y la partícula. En la práctica, sin embargo, hay algunas partículas que podemos considerar libres, ya que porque se encuentran suficientemente lejos de otras y sus interacciones son despreciables, o porque las interacciones con las otras partículas se cancelan, dado una interacción total nula.
Consideremos ahora la ley de inercia, la cual establece que:

Una partícula libre se mueve siempre con velocidad constante, o lo que es lo mismo, sin aceleración.

Esto es, una partícula libre se mueve en línea recta con velocidad constante o se encuentra en reposo (velocidad cero). Esta proposición se denomina 1º ley de Newton.
Dicho de otra manera, hay algo en los sistemas físicos que impide que, por sí mismos y en ausencia de interacciones externas, adquieran velocidad y aceleración. Es la propiedad que denominamos **Inercia.**
Luego, cuando enunciamos la ley de inercia debemos indicar con respecto a quién o a que se refiere el movimiento de la partícula dado que está relacionado a un observador quien es asimismo una partícula libre (o un sistema); es decir, que no está sujeto a interacciones con el resto del universo. Tal observador se denomina ***observador inercial***, y el sistema de referencia que él utiliza se llama un ***sistema de referencia inercial.***
De acuerdo a la ley de inercia, también llamada Ley de Inercia de Galileo, diferentes observadores pueden estar en movimiento, unos respecto de los otros, con velocidad contante, estando sus observaciones relacionadas mediante las trasformaciones de Galileo.

Momento Lineal
Se ha dado una definición operacional de masa diciendo que es un número que asociamos a cada cuerpo o partícula, el que se obtiene comparando el cuerpo con un cuerpo patrón, utilizando para ello una balanza de brazos iguales.
La masa *m*, entonces, es un coeficiente que distingue una partícula de la otra. Nuestra definición operacional de masa nos permite encontrar su valor suponiendo que la partícula se halle en reposo. Sin embargo, a partir de dicha definición no sabemos si la masa será la misma cuando se encuentre en movimiento; luego, para ser precisos, deberíamos utilizar el término ***masa en reposo.***
Suponiendo que la masa es independiente de su estado de movimiento, designamos con el término de masa, sin hacer ningún tipo de distinción respecto de su estado de movimiento. Esto será cierto y se puede demostrar experimentalmente que nuestra suposición es buena en tanto y en cuanto su velocidad no sea cercana a la velocidad de la luz en el vacío (3,00 10^8 m/s).
Dicho esto, definiremos el **momento lineal, o cantidad de momento lineal**, de una partícula como el producto de su masa por su velocidad. Designamos con la letra ***p*** a esta magnitud y entonces:

$$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$$

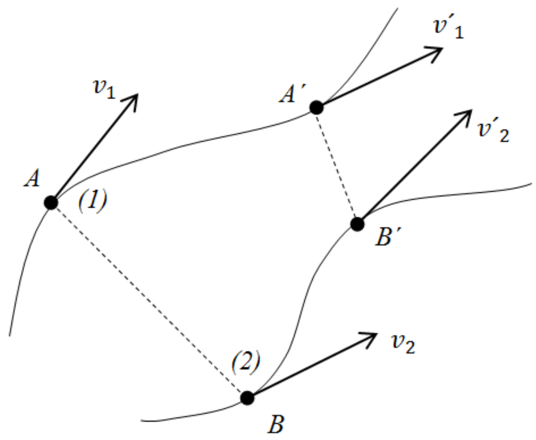
El momento lineal es una cantidad vectorial, y tiene la misma dirección y sentido de la velocidad. Es un concepto físico de mucha importancia porque combina los dos elementos que caracterizan el estado dinámico de una partícula: su masa y su velocidad.

Entonces, a partir de esto, podemos expresar de otra manera la 1º ley de Newton o ley de inercia diciendo que:

Una partícula libre siempre se mueve con momento lineal constante.

Principio de conservación del momento lineal

Una consecuencia inmediata de la ley de inercia es que un observador inercial reconoce que una partícula no es libre (es decir, que interactúa con su entorno u otras partículas) cuando observa que la velocidad o el momento lineal no es constante; en otras palabras, cuando experimenta un cambio en su estado de movimiento, hecho este que viene cuantificado por la aceleración. Supongamos una situación ideal, observamos dos partículas que están sujetas solamente a su interacción mutua y se encuentra por otro lado aislada del resto del universo. Como resultado de su interacción, sus velocidades individuales no son constantes sino que cambian con el tiempo, y sus trayectorias es general son curvas, como se indica en la figura.



En un tiempo t, una partícula (1) se encuentra en A con velocidad $\boldsymbol{v}_1$ y la partícula (2) en B con velocidad $\boldsymbol{v}_2$. Posteriormente en el tiempo t', las partículas se encuentran en A´ y B´ con velocidades $\boldsymbol{v}_1'$ y $\boldsymbol{v}_2'$, respectivamente. Denominando m_1 y m_2 las masas de las partículas, el momento total del sistema en el tiempo t es:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2$$

Posteriormente en t', el momento total del sistema es:

$$\boldsymbol{p}' = \boldsymbol{p}'_1 + \boldsymbol{p}'_2 = m_1\boldsymbol{v}'_1 + m_2\boldsymbol{v}'_2$$

Al escribir esta ecuación hemos mantenido nuestra suposición de que las masas de las partículas son independientes de sus estados de movimiento; así hemos usado los mismos valores de masa. El resultado importante de nuestro experimento es que independientemente de los valores de t y t', siempre encontramos como resultado de nuestra observación, que:

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}'$$

En otros términos:

El momento total de un sistema compuesto de dos partículas que están sujetas solamente a su interacción mutua permanece constante.

Este resultado constituye el ***principio de la conservación del momento lineal***, uno de los principios fundamentales de la física y de aplicación universal.
Aunque aquí esta aplicado a dos partículas, este principio se cumple para cualquier número de partículas que formen un sistema aislado; es decir, partículas que están sometidas a sus propias interacciones mutuas y no a interacciones con otras partes del mundo. Por ello, el principio de la conservación del momento lineal en su forma general dice:

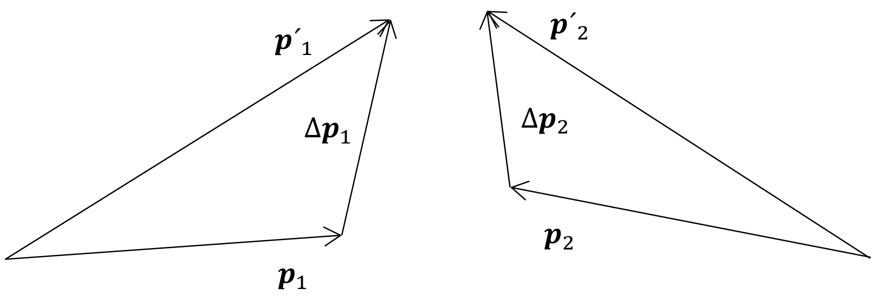
El momento lineal total de un sistema de partículas aislado es constante.

No se conocen excepciones a este principio general de conservación del momento lineal. Por el contrario, cuando aparece una violación de este principio en un experimento, el físico inmediatamente busca partículas o interacciones desconocidas o que no ha notado y la cual puede ser la causa de la aparente falta de conservación del momento.
La conservación del momento lineal puede ser expresada matemáticamente escribiendo:

$$\boldsymbol{p} = \sum_i \boldsymbol{p}_i = \boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 + \boldsymbol{p}_3 + \cdots \ldots . = cte$$

La cual implica que, en un sistema aislado, el cambio en el momento lineal de una partícula durante un intervalo particular de tiempo es igual y opuesto al cambio en el momento del resto del sistema durante el mismo intervalo de tiempo.
Volviendo al sistema de dos partículas se tiene:

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = cte$$



Es decir que:

$$\boldsymbol{p}_1 + \boldsymbol{p}_2 = \boldsymbol{p}´_1 + \boldsymbol{p}´_2$$

Y:

$$\boldsymbol{p}´_1 - \boldsymbol{p}_1 = -(\boldsymbol{p}´_2 - \boldsymbol{p}_2)$$

Llamando: $\Delta\boldsymbol{p} = \boldsymbol{p}´ \quad - \boldsymbol{p}$

Se llega a:

$$\Delta \boldsymbol{p}_1 = -\Delta \boldsymbol{p}_2$$

Este resultado indica que, para dos partículas interactúan, el cambio en el momento lineal de una partícula en un cierto intervalo de tiempo es igual y opuesto al cambio en el momento de la otra durante el mismo intervalo de tiempo. Por lo tanto, el resultado obtenido puede expresar igualmente diciendo que:

Una interacción produce un intercambio de momento lineal.

De manera que el momento lineal perdido por una partícula de las partículas interactuantes es igual al momento ganado por la otra partícula.
De esta manera la ley de inercia propuesta anteriormente es justamente un caso particular del principio de conservación del momento lineal. Como tenemos solamente un partícula aislada en lugar de varias, tiene solamente un término por lo que $\boldsymbol{p}$ = *cte* o lo que es lo mismo, $\boldsymbol{v}$ = *cte*, lo cual es un expresión de la ley de inercia.
Esto pone en evidencia que la denominada 1º ley de Newton no es una ley física en sí mismo, es una consecuencia, es decir, que puede deducirse, del principio de conservación del momento.

Redefinición de masa
Utilizando la definición del momento lineal, y suponiendo que la masa de una partícula es constante, podemos expresar el cambio en el momento lineal que experimenta una partícula en un tiempo *Δt* que, como consecuencia de una interacción pasa de tener una velocidad inicial $\boldsymbol{v}_1$ a una final $\boldsymbol{v}_2$:

$$\Delta \boldsymbol{p} = \Delta(m\boldsymbol{v}) = m\,\Delta \boldsymbol{v}$$

Por ello, para el caso de dos partículas aisladas que interactúan se puede escribir:

$$m_1 \Delta \boldsymbol{v}_1 = -m_2 \Delta \boldsymbol{v}_2$$

O, considerando solamente las magnitudes:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{|\Delta \boldsymbol{v}_1|}{|\Delta \boldsymbol{v}_2|}$$

La cual indica que los cambios de magnitud de velocidad son inversamente proporcionales a las masas.
Este resultado nos permite definir la masa dinámicamente. Así, si la partícula 1 se toma como partícula patrón, su masa m_1 puede definirse como la unidad. Haciendo interactuar cualquier otra partícula, como por ejemplo la partícula 2, con la partícula patrón y aplicando la ecuación anterior, podemos obtener su masa m_2.
Este resultado es sumamente importante porque permite reemplazar la definición de masa dada de una manera técnica por una nueva definición operacional, derivada a partir del principio de conservación del momento lineal y de la suposición de que la masa no cambia con la velocidad, hechos comprobables experimentalmente, y este último en especial, que se verifica cuando las velocidades son muy inferiores a la de la luz.

Segunda y tercera ley de Newton. Concepto de fuerza.
En muchos casos se observa el movimiento de una sola partícula, ya sea porque no tenemos manera de observar las otras partículas con las cuales interactúa o porque las ignoramos a propósito. En estas circunstancias es muy difícil aplicar el principio de conservación del

momento lineal. Sin embargo, existe una manera práctica de resolver esta dificultad, introduciendo el concepto de fuerza. La teoría matemática correspondiente se denomina ***dinámica de la partícula***.
Partiendo de la ecuación $\Delta \boldsymbol{p}_1 = -\Delta \boldsymbol{p}_2$ que relaciona el cambio en el momento de las partículas 1 y 2 durante el intervalo de tiempo $\Delta t = t' - t$.
Dividiendo ambos miembros por Δt se tiene:

$$\frac{\Delta \boldsymbol{p}_1}{\Delta t} = -\frac{\Delta \boldsymbol{p}_2}{\Delta t}$$

Que indica que las variaciones promedio con respecto al tiempo del momento lineal de las partículas en un intervalo Δt son iguales en magnitud y opuestas en dirección. Si hacemos Δt muy pequeño, vale decir, si tomamos límite para $\Delta t \to 0$ del cociente, se tiene:

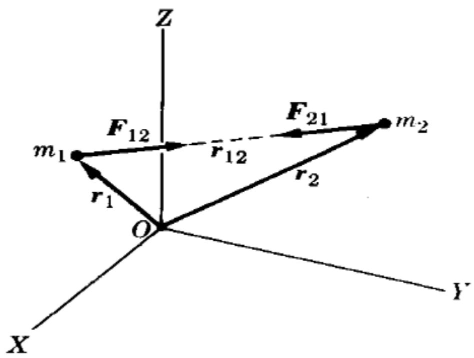
$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{p}_1}{\Delta t} = -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{p}_2}{\Delta t}$$

$$\frac{d\boldsymbol{p}_1}{dt} = -\frac{d\boldsymbol{p}_2}{dt}$$

De modo que las variaciones vectoriales instantáneas del momento lineal de las partículas, en cualquier instante t, son iguales y opuestas.
Designamos, de una manera absolutamente arbitraria, al cambio con respecto al tiempo del momento lineal de una partícula con el nombre de ***Fuerza***.
Esto es, la fuerza que actúa sobre una partícula es:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$$

La palabra "actúa" no es muy apropiada ya que sugiere la idea de algo aplicado a la partícula. La fuerza es un concepto matemático el cual, por definición, es igual a la derivada con respecto al tiempo del momento lineal de una partícula dada, cuyo valor a su vez depende de su interacción con otras partículas. Por consiguiente, físicamente, podemos considerar la fuerza como la expresión de una ***interacción***.



Si la partícula es libre, esto es, está libre de interacciones, entonces se tiene:

$$\boldsymbol{p} = cte \qquad \text{y} \qquad \boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = 0$$

Por lo tanto, podemos decir que no actúan fuerzas sobre una partícula libre.

Esta última es la expresión de la mal llamada segunda ley de Newton. Como podemos ver, es más una definición que una ley, y es una consecuencia directa del principio de conservación del momento lineal, que si es un verdadero principio de la naturaleza.
Utilizando el concepto de fuerza, podemos escribir la ecuación $\frac{d\boldsymbol{p}_1}{dt} = -\frac{d\boldsymbol{p}_2}{dt}$ de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{F}_1 = -\boldsymbol{F}_2$$

Dónde: $\boldsymbol{F}_1 = \frac{d\boldsymbol{p}_1}{dt}$ es la fuerza sobre la partícula 1 debido a su interacción con la partícula 2 y $\boldsymbol{F}_2 = \frac{d\boldsymbol{p}_2}{dt}$ es la fuerza sobre la partícula 2 debido a su interacción con la partícula 1.

Luego, llegamos a la siguiente conclusión:

Cuando dos partículas interactúan, la fuerza sobre una partícula es igual y opuesta a la fuerza sobre la otra.

Este es, precisamente, el enunciado de la ***tercera ley de Newton***, la ley de acción y reacción. Nuevamente encontramos que dicha ley no es tal, es solo una consecuencia de la definición de fuerza y el principio de conservación del momento lineal.

En numerosos problemas $\boldsymbol{F}_1$ (y por consiguiente $\boldsymbol{F}_2$) puede expresarse como una función del vector posición relativo de las dos partículas que interactúan, $\boldsymbol{r}_{12}$, y quizás también como función de la velocidad relativa. De acuerdo a la ecuación $\frac{m_2}{m_1} = \frac{|\Delta \boldsymbol{v}_1|}{|\Delta \boldsymbol{v}_2|}$, si m_2 es mucho mayor que m_1, el cambio de velocidad de m_2 es muy pequeño comparado con aquel de m_1, y podemos suponer que la partícula 2 permanece prácticamente en reposo en algún sistema de referencia inercial. Podemos hablar del movimiento de la partícula 1 bajo la acción de la fuerza $\boldsymbol{F}_1$ y $\boldsymbol{F}_1$ puede considerarse una función de la posición solamente.
Es en estos casos que la ecuación $\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt}$ es particularmente útil. Por ejemplo, este es el caso de los cuerpos terrestres que se mueven bajo la acción gravitacional de la Tierra.
La determinación de $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}_{12})$ en las diversas interacciones encontradas en la naturaleza es uno de los problemas más importantes de la física. Es precisamente debido a que la física ha sido capaz de asociar formas funcionales de $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}_{12})$ con diferentes interacciones observadas en la naturaleza que el concepto de fuerza ha sido tan útil.
Recordando la definición del momento, $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$, podemos escribir:

$$\boldsymbol{F} = \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt}$$

Y si la masa es constante, entonces:

$$\boldsymbol{F} = m\frac{d\boldsymbol{v}}{dt}$$

O:

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

Podemos expresar esto en palabras diciendo:

La fuerza es igual a la masa multiplicada por la aceleración, si la masa es constante.

Nótese que en caso la fuerza tiene la misma dirección que la aceleración. Por dicha ecuación vemos que si la fuerza es constante la aceleración, $\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}$ resultará también constante y el movimiento será uniforme acelerado.

Esto es lo que sucede con cuerpos que caen cerca de la superficie terrestre: todos los cuerpos caen hacia la Tierra con la misma aceleración $\boldsymbol{g}$, y, por consiguiente, la fuerza de atracción gravitatoria dela tierra, llamada ***peso***, es:

$$\boldsymbol{W} = m\boldsymbol{g}$$

Al escribir la ecuación: $\boldsymbol{F} = \frac{dp}{dt}$ hemos supuesto que la partícula interactúa solamente con otra partícula como se desprende de la discusión precedente.

Principio de superposición

Sin embargo, si la partícula *m* interactúa con las partículas m_1, m_2, m_3,…. cada una produce un cambio en el momento lineal de m que es caracterizado por las fuerzas respectivas $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$,….
Luego el cambio total del momento lineal de la partícula *m* será:

$$\frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 \dots \dots . = \boldsymbol{F}_T$$

La suma vectorial de la derecha recibe el nombre de fuerza resultante $\boldsymbol{F}_T$ aplicada sobre m.
El cumplimiento de esta relación es la confirmación que la fuerza cumple con el principio de superposición. En realidad este principio también es cumplido por el momento lineal y es de allí desde donde es heredado por la fuerza.

Conceptos de Masa y Fuerza: Discusión de las Leyes de Newton.

Las leyes de Newton reposan sobre las definiciones básicas de masa y fuerza. Sin embargo, examinando dichas leyes con espíritu crítico, es fácil ver que las definiciones realizadas por Newton de estos conceptos adolecen de algunas deficiencias.
La definición de fuerza (definición IV, Aptdo 1.4) es claramente circular con la primera ley. En efecto, se podría entender ésta como una definición de fuerza, obviando la definición anterior dada por Newton. Aun aceptando esto, tampoco se puede considerar esta ley como una definición precisa de fuerza, ya que no proporciona una manera de medir su valor de forma cuantitativa.
En realidad tan solo se podría deducir de la primera ley cuándo la fuerza es nula o cuándo no lo es. La segunda ley sin embargo si se puede interpretar como una definición cuantitativa de fuerza, pero esto la privaría a su vez de su consideración como principio o ley de la física.
En cuanto a la definición de masa (definición I, Aptdo 1.4), Newton la refiere a la densidad (ρ) y volumen (V) que integran un cuerpo ($m = \rho\ V$).
¿Cuál es la definición de densidad? Es difícil aceptar que la densidad sea un concepto más fundamental que el de masa.
Un procedimiento aparentemente más riguroso para definir la masa es debido a E. March (1858 - 1916) [1.] que resumimos a continuación.
Sean dos partículas, 1 y 2, formando un sistema binario aislado. Expresamos la segunda ley de Newton para la partícula a:

$$m_1\, \boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{F}_{1/2}$$

Donde $\boldsymbol{F}_{1/2}$ es la fuerza ejercida sobre la partícula 1 por la partícula 2.

Análogamente para 2:

$$m_2\, \boldsymbol{a}_2 = \boldsymbol{F}_{2/1} = -\boldsymbol{F}_{1/2}$$

Donde $\boldsymbol{F}_{2/1}$ es la fuerza ejercida sobre la partícula 2 por la partícula 1. (Mucho cuidado con la convención de subíndices).

Además se ha utilizado la 3ra ley al escribir $-\boldsymbol{F}_{1/2}$.

Así: $$m_1\, \boldsymbol{a}_1 = -\, m_2\, \boldsymbol{a}_2$$

y empleando los módulos de las aceleraciones $\boldsymbol{a}_1$ y $\boldsymbol{a}_2$.

$$\frac{m_2}{m_1} = -\, \frac{a_1}{a_2}$$

Suponiendo que la masa m_1 como valor de referencia o definición de unidad de masa, este procedimiento nos permite medir la masa de cualquier partícula 2 a partir de la medición de las aceleraciones $\boldsymbol{a}_1$ y $\boldsymbol{a}_2$.

Aunque aquí, por clarificar la explicación, se ha llegado a esta definición partiendo de las leyes de Newton, sería posible considerarla como definición básica de masa, para comprobar posteriormente que, efectivamente, es consistente con las leyes de Newton.

Obsérvese que, así definido:

el valor de la masa inercial de un cuerpo es el número que mide cuántas veces más aceleración tiene el cuerpo tomado como unidad cuando es puesto en interacción con el cuerpo dado.

Ese número dependerá por lo tanto del cuerpo unidad. Cambiando el cuerpo unidad, el valor de la masa de un cuerpo cualquiera (valor del cociente de aceleraciones) variará de acuerdo a la receta dada más arriba.

En resumen, el método experimental bosquejado arriba permite introducir una magnitud llamada "masa inercial", que representa el hecho físico de que el cociente de las aceleraciones de dos cuerpos puestos en interacción mutua cualquiera es siempre el mismo, dependiendo sólo de los dos cuerpos. El valor numérico de esa magnitud está dado por el valor numérico de ese cociente, cuando uno de los cuerpos es el cuerpo convenido como unidad. Se ve que de esta forma la masa inercial aparece como magnitud independiente. La unidad aceptada es el "kilogramo masa patrón", originalmente definido como la masa inercial de un cuerpo de platino-iridio archivado en el museo de pesas y medidas en Sévres, Paris - Francia.
El hecho notable del método de Mach es que se trabaja experimentalmente con aceleraciones.
Recién ahora podemos contestar la pregunta: ¿Cuándo dos cuerpos tienen la misma masa?
Respuesta: Será cuando, puestos en interacción mutua de cualquier tipo, sus interacciones sean iguales en módulo.
La receta para el proceso de medición de la masa inercial de un cuerpo sería: Se lo pone en interacción mutua con cuerpo unidad, se determinan las aceleraciones y se halla el cociente de sus módulos. Recuérdese que la clave de todo esto es que ese cociente es el mismo, cualquiera sea el mecanismo de interacción por medio del cual interactúan los dos cuerpos.

Respecto de la masa inercial se puede probar experimentalmente que es aditiva, esto es: un cuerpo compuesto por muchas masas puntuales unidas rígidamente entre sí, se comporta como un solo cuerpo de masa:

$$m = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots\ldots + m_n$$

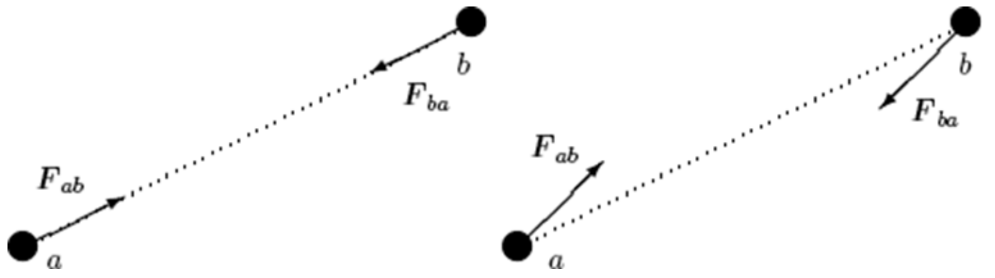
De esta forma, con el espíritu crítico mencionado, cabría considerar las leyes primera y segunda de Newton como definiciones de fuerza, con lo que la única ley que expresa un postulado básico de la mecánica sería la ley tercera. Según Mach por tanto, es la ley tercera de Newton (principio de acción y reacción) la que reviste mayor importancia en la axiomática de la mecánica clásica.

En relación con esta última ley, puede ser objeto de cierta polémica la consecuencia implícita de existencia de acciones a distancia, es decir acciones que se propagan de manera instantánea (con velocidad infinita). En efecto, si se suponen dos cuerpos alejados entre sí con fuerzas de interacción centrales (dirigidas según la recta que las une), y uno de ellos sufre un cambio de posición, la ley de acción y reacción obligaría a que la fuerza de reacción sobre la otra partícula modificase su dirección de manera instantánea [2].

En la realidad física parece que no existen tales interacciones instantáneas; respondiendo a ello la teoría de la relatividad restringida establece un límite a la velocidad de propagación de las interacciones, que es la velocidad de la luz en el vacío ($c = 3{,}00\ 10^8\ m/s$). Esto origina una cierta inexactitud de la mecánica clásica, error que sin embargo es muy pequeño para las fuerzas en objetos «cotidianos. y/o situaciones ordinarias»

Conviene observar también que de la tercera ley se pueden hacer dos enunciados.
En su forma débil, ciñéndose estrictamente al enunciado Newtoniano, establece que las fuerzas son iguales en magnitud y dirección y de sentido opuesto. Sin embargo, no presupone que tengan la misma dirección que la recta que une a las dos partículas sobre las que actúan. En el caso en que sí se verifique esta última hipótesis más restrictiva, se dice que se cumple el principio de acción y reacción en su forma fuerte, siendo las fuerzas centrales. En numerosos casos prácticos se verifican ambos enunciados del principio de acción y reacción, como son las fuerzas gravitatorias, elásticas, o electrostáticas. Sin embargo, existen fenómenos importantes en los que no se verifica en ninguna de sus dos formas. Estos casos corresponden a fuerzas que dependen de la velocidad, ligadas por lo general a campos que se propagan con velocidad finita, como son las fuerzas electrodinámicas debidas a cargas en movimiento.
En resumen, podemos clasificar las fuerzas citadas esquemáticamente como sigue.

Fuerzas centrales
Están asociadas a campos que suponen una acción a distancia, propagándose por tanto de manera instantánea. Se trata de fuerzas dirigidas hacia las partículas que las originan, cumpliendo la tercera ley de Newton en su forma fuerte.



a) Fuerzas centrales   b) Fuerzas no centrales

Las fuerzas centrales están dirigidas según la recta que une los cuerpos, mientras que las fuerzas no centrales no verifican esta hipótesis, aun siendo iguales en magnitud y dirección y de sentido opuesto.
En mecánica clásica se admite esta hipótesis como adecuada para algunos de los tipos más usuales de fuerzas.

Fuerzas gravitatorias
La hipótesis de fuerza central e instantánea se considera adecuada para las mediciones en escalas usuales. Sin embargo, para mediciones a escalas astronómicas o cosmológicas se trata de una hipótesis cuestionable. Sería más correcto interpretarlas mediante ondas de gravedad, que se propagan con la velocidad de la luz. Este tipo de interacción será desarrollado con mayor detalle más adelante.

Fuerzas electrostáticas o magnetostáticas
De atracción o repulsión debidas a cargas eléctricas quietas o cargas eléctricas en movimiento constante. Al igual que en el caso gravitatorio, de forma rigurosa para escalas astronómicas puede ser necesario considerar la transmisión de dichas fuerzas a través de ondas electromagnéticas.

Fuerzas elásticas
Ejercidas entre las partículas en contacto de un medio continuo. Por lo general, podría admitirse que son manifestaciones macroscópicas de las fuerzas electrostáticas entre las moléculas.

Fuerzas no centrales
Ocurren, por lo general, cuando las interacciones dependen de la velocidad, estando asociadas a campos que se propagan con velocidad finita.

Fuerzas Electromagnéticas
Cuando son debidas a cargas móviles pueden no cumplir tampoco el principio de acción y reacción en su forma débil.

Notas

1) Debe quedar claro que en este curso admitiremos la hipótesis de fuerzas centrales, por lo que será válido el principio de acción y reacción en su forma fuerte.
2) La definición de masa según el procedimiento de Mach arriba descrito no proporciona sin embargo un método viable para medirla. Sería prácticamente imposible aislar completamente un sistema binario y al mismo tiempo realizar mediciones. Una forma más práctica de medir la masa, aunque de forma indirecta, es con una balanza de resorte. En ésta lo que se mide directamente es el peso, o atracción gravitatoria hacia el centro de la Tierra. Basta dividir el peso ($\boldsymbol{W}$) por la aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra ($\boldsymbol{g}$) para obtener la masa:

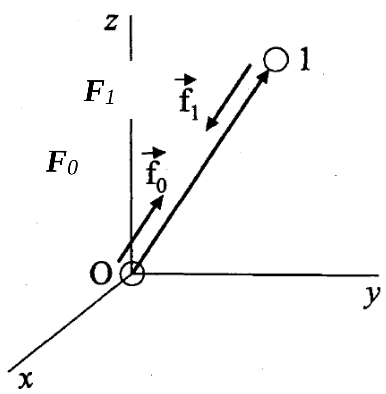
$$\boldsymbol{W} = m\,\boldsymbol{g} \;\rightarrow m = \frac{W}{g}$$

1. E. Mach, The science of mechanics, traducción al inglés, Open Court, 1902.

2. Históricamente ha existido siempre, antes y después de Newton, una contestación a la posibilidad de tales acciones a distancia. Antiguamente se defendía que todo el espacio estaba lleno de una sustancia invisible, llamada éter, vehículo transmisor de las fuerzas.
Este concepto sobrevivió a Newton, alcanzando su mayor predicamento dos siglos después para explicar el campo electromagnético, siendo la Teoría de la Relatividad la que acabó de desterrarlo.

Interacción gravitatoria

La característica fundamental de esta interacción, que la distingue de todas las otras interacciones, es que siempre existe entre dos cuerpos y no puede ser modificada desde el exterior.
En general, la interacción gravitatoria entre dos cuerpos de características normales es muy débil, y requiere instrumentos de gran precisión. La caída de un cuerpo (movimiento acelerado) revela la interacción gravitatoria entre el cuerpo y la Tierra (la cual, por su gran masa en comparación con la del cuerpo, se puede considerar infinita y, de esta manera, tiene una aceleración nula).
Vamos a considerar la interacción gravitatoria entre dos cuerpos puntuales, realizando una serie de experimentos ideales.
Uno de los cuerpos (el O), lo vamos a suponer fijo en el origen del sistema de coordenadas arbitrariamente adoptado. Vamos a medir la fuerza la fuerza de interacción gravitatoria que actúa sobre el otro (el cuerpo 1), que, por supuesto, siempre será igual a la fuerza de interacción sobre el cuerpo O.



Se puede comprobar experimentalmente que:

1) La fuerza siempre es atractiva, o sea, dirigida hacia el otro cuerpo. Depende además de la distancia $\boldsymbol{r}$ entre los dos cuerpos: $\boldsymbol{F}_1 = \boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})$. Cambiamos ahora el cuerpo 1 por el cuerpo 2 tendremos nuevamente, para cada punto del espacio, un campo vectorial $\boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r})$.

2) Respecto de los módulos de los vectores sobre los cuerpos 1 y 2 se comprueba:

$$\frac{\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r})}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})} = \frac{\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r}')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}')} = \frac{\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r}'')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}'')} = \cdots \ldots = \mu_{21} = cte$$

Donde $\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}), \boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}'')$ ... . Son las fuerzas de atracción gravitatoria sobre los cuerpos 1 y 2 en distintos puntos del espacio que rodea al cuerpo O.
La constante μ_{21}, que es independiente de la posición y que representa una cualidad de los cuerpos 1 y 2, se denomina “masa gravitacional del cuerpo 2 en unidades del cuerpo 1”.
Si ahora tomamos un tercer, cuarto y enésimo cuerpo, comprobamos igualmente que:

$$\frac{\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{r})}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})} = \frac{\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{r}')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}')} = \frac{\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{r}'')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}'')} = \cdots \ldots = \mu_{31} = cte$$

$$\frac{\boldsymbol{F}_4(\boldsymbol{r})}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})} = \frac{\boldsymbol{F}_4(\boldsymbol{r}')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}')} = \frac{\boldsymbol{F}_4(\boldsymbol{r}'')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}'')} = \cdots \ldots = \mu_{41} = cte$$

$$\frac{\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{r})}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})} = \frac{\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{r}')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}')} = \frac{\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{r}'')}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}'')} = \cdots \ldots = \mu_{n1} = cte$$

Obteniéndose así las masas gravitacionales de esos cuerpos en unidades del cuerpo 1.

3) Si ahora comparamos la fuerza que, en un punto dado, actúa sobre el cuerpo 3, con la que actúa sobre el cuerpo 2, verificamos experimentalmente:

$$\frac{\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{r})}{\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r})} = \frac{\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{r}')}{\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r}')} = \frac{\boldsymbol{F}_3(\boldsymbol{r}'')}{\boldsymbol{F}_2(\boldsymbol{r}'')} = \cdots \ldots = \mu_{32} = \frac{\mu_{31}}{\mu_{21}} = cte$$

La última igualdad es un resultado nuevo que no se puede deducir de los anteriores. Si por “decreto” adoptamos de una vez por todas al cuerpo 1 como “unidad de masa gravitacional”, podemos suprimir el subíndice en μ_{21}, μ_{n1}, y llamar al cociente

$$\frac{\boldsymbol{F}_n(\boldsymbol{r})}{\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})} = \mu_n$$

“masa gravitacional del cuerpo *n*” (sobreentendido que es en unidades del cuerpo 1),
Obsérvese que, así definido, el valor de la masa gravitacional es el número que mide cuántas veces más intensa es la fuerza de atracción gravitacional que actúa sobre el cuerpo “*n*”, en comparación con la fuerza sobre el cuerpo tomado como unidad.
Ese número dependerá, por lo tanto del cuerpo tomado, arbitrariamente, como unidad.
Cambiando el cuerpo unidad, el valor de la masa gravitacional de un cuerpo cualquiera variará de acuerdo a la transformación dada arriba.

Corresponde ahora determinar experimentalmente cómo el campo gravitacional depende de la posición y del cuerpo O situado en el origen de coordenadas.

4) El módulo del vector **G**, campo gravitacional, es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre el punto en cuestión y el cuerpo que produce ese campo. La constante de proporcionalidad depende de ese cuerpo (en este caso del cuerpo O):

$$|\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r})| = \frac{K_0}{r^2}$$

Por lo tanto, la fuerza que actúa sobre un cuerpo 1 será:

$$\boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r}) = \mu_1 \frac{K_0}{r^2}$$

Vamos a demostrar que la constante K_0 es proporcional a la masa gravitacional del cuerpo O. Para ello bastará considerar que, por razones de simetría (esto es, ninguno de los dos cuerpos es privilegiado), la fuerza $\boldsymbol{F}_0$ sobre el cuerpo O deberá ser:

$$\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{r}) = \mu_0 \frac{K_1}{r^2}$$

Como $\boldsymbol{F}_0(\boldsymbol{r}) = \boldsymbol{F}_1(\boldsymbol{r})$, por el principio de acción y reacción, se deduce:

$$\frac{K_0}{\mu_0} = \frac{K_1}{\mu_1}$$

Como o mismo valdrá para los cuerpos 2, 3, etc.., puesto en interacción gravitacional con el cuerpo O, tendremos:

$$\frac{K_0}{\mu_0} = \frac{K_1}{\mu_1} = \frac{K_2}{\mu_2} = \frac{K_3}{\mu_3} = \cdots \ldots \ldots = G$$

Esta constante (no confundir con ***G*** que es el campo vectorial gravitatorio) es independiente de los cuerpos en interacción, independiente del espacio, independiente del tiempo, independiente de todo. Es una constante universal y se denomina constante de gravitación universal. Su valor numérico depende sólo de las unidades elegidas para la masa gravitatoria, para las distancias y para los tiempos.
Para el sistema internacional su valor es: $G = 6{,}67\ 10^{-11}\ \ Nm^2/kg^2$

Ahora podemos escribir para el campo gravitatorio de la masa μ_0:

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{r}) = G \frac{\mu_0}{r^2}$$

Y para la fuerza que en ese campo actúa sobre la masa μ:

$$F = G \frac{\mu \ \ \mu_0}{r^2}$$

Se dijo al principio que las interacciones gravitatorias se distinguen de las demás por estar presente siempre. Esto querrá decir que todo cuerpo de masa inercial *m* estará también asociada una masa gravitatoria μ.
Experimentalmente se comprueba que:

5) La masa gravitatoria de un cuerpo sólo depende de su masa inercial, independientemente de su composición y demás condiciones físicas. La dependencia es una proporcionalidad:

$$\mu = Km$$

El factor de proporcionalidad es una constante universal, y su valor sólo depende de las unidades de masa gravitacional y masa inercial.
En base a esta proporcionalidad entre masa gravitacional y masa inercial, y adoptando la convención de elegir como unidad de masa del mismo cuerpo que sirve para definir la unidad de masa inercial (el kilogramo patrón), podemos hacer *K = 1* y, con ello, escribir la igualdad:

$$\mu = m$$

Lo importante es recordar que, conceptualmente, la masa inercial y la masa gravitacional son dos magnitudes físicas ***diferentes***. La primera se mide comparando las aceleraciones, cuando es puesta en interacción de cualquier tipo de cuerpo "unidad de masa inercial"; la segunda se mide comparando la fuerza de interacción gravitatoria con la fuerza que actúa sobre el cuerpo "unidad de masa gravitatoria", cuando ambos son puestos en un campo gravitatorio.

Es solo gracias a la proporcionalidad, y en base a la conversión de elegir como unidad de masa inercial y gravitatoria a un mismo cuerpo, que se puede escribir la igualdad de arriba.

La proporcionalidad entre los tipos de masa tiene otra consecuencia importante: calculemos para un punto en un campo gravitatorio:

$$\boldsymbol{a}_1 = \frac{\boldsymbol{F}_1}{m_1} = \frac{\mu_1 \boldsymbol{G}}{m_1}$$

$$\boldsymbol{a}_2 = \frac{\boldsymbol{F}_2}{m_2} = \frac{\mu_2 \boldsymbol{G}}{m_2}$$

Como: $\frac{\mu_1}{m_1} = \frac{\mu_2}{m_2} = k$, vemos que las aceleraciones de todos los cuerpos son iguales en un punto del campo gravitatorio. En particular, adoptamos la igualdad $\mu = m$ y lamamos $\boldsymbol{g}$ a esa aceleración:

$$\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{a}_2 = \cdots \ldots . = \boldsymbol{g} = \boldsymbol{G}$$

El campo gravitacional viene así expresado por la aceleración que en ese punto tiene todos los cuerpos.
El hecho experimental de que la aceleración gravitacional es la misma para todos los cuerpos en un mismo punto de la tierra, independiente de su masa, es conocido desde hace mucho. Constituye la "la ley de caída de los cuerpos". De esta manera, la ley de la caída de los cuerpos pasa a ser una verificación de la proporcionalidad masa inercial y masa gravitatoria.
La fuerza de atracción gravitatoria de la Tierra sobre un cuerpo se llama "peso" del cuerpo. Formalmente será:

$$\boldsymbol{W} = \mu\boldsymbol{G}$$

Pero debido a la igualdad entre las masas se tiene:

$$\boldsymbol{W} = \mu\boldsymbol{G} = m\boldsymbol{g}$$

Como el campo gravitacional $\boldsymbol{G}$, y con ello la aceleración $\boldsymbol{g}$, varía de lugar en lugar, el peso de un cuerpo no será una cualidad inherente al mismo.
Comparando los pesos de dos cuerpos en un mismo lugar de la tierra, podemos obtener el cociente de sus masas:

$$\frac{\boldsymbol{W}_2}{\boldsymbol{W}_1} = \frac{m_2\boldsymbol{g}}{m_1\boldsymbol{g}} = \frac{m_2}{m_1}$$

De ahora en adelante, debido a la igualdad $\mu = m$, no distinguiremos más entre masa inercial y masa gravitacional, simplemente hablaremos de “masa de un cuerpo”.

Nota: El **experimento de Eötvös** fue un trabajo famoso en física aplicada, diseñado para medir la correlación entre masa inercial y masa gravitatoria, demostrando la coincidencia entre los dos conceptos. Loránd Eötvös, físico de la Universidad de Budapest, alrededor de 1885 modificó y modernizó el diseño de la balanza de torsión, llamó a este instrumento "variómetro horizontal". Las medidas de Eötvös demostraban que no había ninguna diferencia aparente entre masa gravitacional y masa inercial. Los experimentos iniciales realizados alrededor de 1885, demostraron que no había ninguna diferencia aparente, mejorándose posteriormente el experimento para demostrar este hecho con más precisión. En 1889 se utilizó el dispositivo con diferentes tipos de materiales de muestra para ver si había algún cambio en la fuerza de la gravedad debido a los materiales. Este experimento demostró que no hay tal cambio, con una exactitud de 1 en 20 millones. En 1890 se publicaron estos resultados, así como una medida de la masa de la colina Gellért de Budapest.[6]

Al año siguiente se comenzó a trabajar en una versión modificada del dispositivo, denominado por el propio Eötvös como "variómetro horizontal". Modificó ligeramente la disposición básica del dispositivo, colocando una de las dos masas en reposo colgando del extremo de la varilla en su propio alambre, en lugar de estar unido directamente al extremo de la barra. Esto le permitió medir la torsión en dos dimensiones, y a su vez, la componente horizontal local de g. Además, esta configuración era mucho más precisa. Conocido generalmente como **balanza de Eötvös**, este dispositivo es de uso común hoy en día en la prospección geofísica de concentraciones de masa locales.

Dezsö Pekár (1873-1953) y Jenő Fekete (1880-1943) realizaron con el nuevo dispositivo una serie de experimentos (unas 4.000 horas de mediciones) a partir de 1906. Los resultados fueron presentados por primera vez en la 16ª Conferencia Internacional Geodésica en Londres en 1909, elevando la exactitud a 1 en 100 millones. Eötvös murió en 1919, y las mediciones completas solamente fueron publicadas en 1922 por Pekár y Fekete.

Dada la importancia de este experimento se ha repetido varias veces. Robert H. Dicke enPrinceton en el año 1964 utilizó oro y aluminio y ajusto el valor de la equivalencia a 1 parte en 10^{11}. En 1971 Braginsky y Panov en Moscú repitieron el experimento con platino y aluminio llegando a una equivalencia de 1 parte en 10^{12}.