41734892 Nombre y Apellido . Juan Manuel Borquez

Ingeniería Industrial

Parte A

a). Consideramos el punto $C'(16.0, 11.0, 8.0)$, entonces:

- La superficie delimitada por los puntos $AEIKGC'$ es un paralelogramo
- La superficie delimitada por los puntos GCC' es un triángulo.
- Si denotamos A' el área de la superficie delimitada por $AEIKGC'$, A'' el área de la superficie delimitada por GCC' y A el área de la superficie delimitada por $AEIKGC$, entonces tenemos la siguiente igualdad

$A' = A + A''$. Luego $A = A' - A''$

Cálculo de A'

- $\overline{IK}$ e $\overline{IA}$ son lados concurrente del paralelogramo de superficie A'

$\overline{IK} = \overline{OK} - \overline{OI} = (16.0, 0.0, 8.0) - (16.0, 0.0, 0.0) = (0.0, 0.0, 8.0)$

$\overline{IA} = \overline{OA} - \overline{OI} = (16.0, 11.0, 0.0) - (16.0, 0.0, 0.0) = (0.0, 11.0, 0.0)$.

Luego $A' = \| \overline{IA} \wedge \overline{IK} \| = \left\| \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0.0 & 11.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 8.0 \end{vmatrix} \right\| = \| 88.0\, \hat{i} \| = 880\ [m^2]$

Cálculo de A''

- $\overline{GC}$ y $\overline{GC'}$ son lados concurrentes del triángulo de área A''

$\overline{GC} = \overline{OC} - \overline{OG} = (16.0, 11.0, 6.0) - (16.0, 7.0, 8.0) = (0.0, 4.0, -2.0)$

$\overline{GC'} = \overline{OC'} - \overline{OG} = (16.0, 11.0, 8.0) - (16.0, 7.0, 8.0) = (0.0, 4.0, 0.0)$.

Luego

$A'' = \dfrac{\| \overline{GC'} \wedge \overline{GC} \|}{2} = \dfrac{1}{2} \left\| \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0.0 & 4.0 & 0.0 \\ 0.0 & 4.0 & -2.0 \end{vmatrix} \right\| = \dfrac{1}{2} \| -8.0\, \hat{i} \| = 4.0 [m^2]$

Cálculo de A:

$A = A' - A'' = 88.0\ m^2 - 4.0\ m^2 = 84.0\ m^2$

$\boxed{A = 84.0\ m^2}$

~~Rottig~~ Borquez Juan Manuel 41734892
Ingeniería Industrial

RESPUESTA:

El area de la superficie delimitada por los puntos de $84.0\ m^2$

b) Consideramos $D'(0.0, 11.0, 8.0)$.

- V' es el volumen bajo la cubierta $GHC'D'$
- V'' es el volumen del paralelepípedo de base triangular con vértices en los puntos $GCC'DD'H$
- V es el volumen bajo la cubierta $CGHD$

Entonces:

$$V = V' - V''$$

$V' = |(\overline{EA} \wedge \overline{EF}) \cdot \overline{EG}|$, ya que el volumen V' es el de un paralelepípedo con lados $\overline{EA}$, $\overline{EF}$ y $\overline{EG}$ concurrentes en E.

$\overline{EA} = (0.0, 4.0, 0.0)$
$\overline{EF} = (-16.0, 0.0, 0.0)$
$\overline{EG} = (0.0, 0.0, 8.0)$

$$V' = \left\| \begin{matrix} 0.0 & 0.0 & 8.0 \\ 0.0 & 4.0 & 0.0 \\ -16.0 & 0.0 & 0.0 \end{matrix} \right\| = |512| = 512\ m^3$$

$V'' = |(\overline{C'G} \wedge \overline{C'C}) \cdot \overline{C'D'}| \cdot 1/2$, ya que se trata del volumen de un paralelepípedo de base triangular con lados $\overline{C'G}$, $\overline{C'C}$ y $\overline{C'D'}$ concurrentes en C'.

$\overline{C'G} = (0, -4, 0)$
$\overline{C'C} = (0, 0, -4)$
$\overline{C'D'} = (-16, 0, 0)$

$$V'' = \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} -16 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{matrix} \right\| = \frac{1}{2} |-256| = 128\ m^3$$

Luego $\rightarrow$ $V = V' - V'' = 512\ m^3 - 128\ m^3 = \boxed{384\ m^3}$

El volumen solicitado es $384\ m^3$

Ruy 41734892, Borquez Juan Manuel, Ingeniería Industrial

c) $\bar{u} = \overline{CG} = \overline{OG} - \overline{OC} = (16,7,8) - (16,4,6) = (0,-4,2)$

$\bar{v} = \overline{EG} = \overline{OG} - \overline{OE} = (16,7,8) - (16,7,0) = (0,0,8)$

$$\text{proy}_{\bar{v}}\,\bar{u} = \frac{\bar{u}\cdot\bar{v}}{\|\bar{v}\|} = \frac{(0,-4,2)\cdot(0,0,8)}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

La proyeccion ortogonal es 2.

PARTE B.

$\overline{CG}$ y $\overline{CD}$ son vectores linealmente independientes y paralelos al plano.

$\bar{n}_\pi = k\cdot\left(\overline{CG}\wedge\overline{CD}\right)$, $k \in \mathbb{R}$.

$$\bar{n}_\pi = k\cdot\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & -4 & 2 \\ -16 & 0 & 0 \end{vmatrix} = k\cdot(-32\hat{j} - 64\hat{k}) = \hat{j} + 2\hat{k}, \text{ si } k = -1/32.$$

luego $\bar{n}_\pi = (0,1,2)$.

$\pi: \quad y + 2z + D = 0$

Pasa por $D(0,11,6)$, luego $11 + 2\cdot6 = -D = 23$

$\boxed{\pi: \quad y + 2z - 23 = 0}$

f) $\bar{d}_L = \overline{IH}$ es vector director de la recta

$\bar{d}_L = \overline{IH} = \overline{OH} - \overline{OI} = (0,7,8) - (16,0,0) = (-16,7,8)$

Luego la ecuación de la recta es:

$L: \overline{OP} = \overline{OI} + \alpha\bar{d}_L$, $\alpha \in \mathbb{R}$

$\boxed{L: (x,y,z) = (16,0,0) + \alpha\cdot(-16,7,8),\ \alpha \in \mathbb{R}}$

g) L es secante al plano π ya que pasa por el punto I exterior al plano y por el punto H, punto del plano y ademas no es normal al plano ya qu

$\bar{n}_\pi\cdot\bar{d}_L = (0,1,2)\cdot(-16,7,8) = 7 + 16 = 23 \neq 0.$