Resolución de los ejercicios 2.4, 2.10 y 2.11

2.4)

Si D = 0	Ax + By + Cz = 0	El plano π pasa por	El origen de coordenadas
Si A = 0	By + Cz + D = 0	El plano π es perpendicular	Al plano *yz*
Si B = 0	Ax + Cz + D = 0	El plano π es perpendicular	Al plano *xz*
Si C = 0	Ax + By + D = 0	El plano π es perpendicular	Al plano *xy*
Si A = B = 0	Cz + D = 0	El plano π es paralelo	Al plano *xy*
Si A = C = 0	By + D = 0	El plano π es paralelo	Al plano *xz*
Si B = C = 0	Ax + D = 0	El plano π es paralelo	Al plano *yz*

2.10) a- Ecuación del plano π con vector normal y un punto datos

$\overline{n_\pi} = (1; -2; -3) \qquad J(1; 5; 4) \qquad \overline{PJ} = (1 - x; 5 - y; 4 - z)$

$\overline{n_\pi} \cdot \overline{P_o J} = 0$

$(1; -2; -3) \cdot (1 - x; 5 - y; 4 - z) = 0$

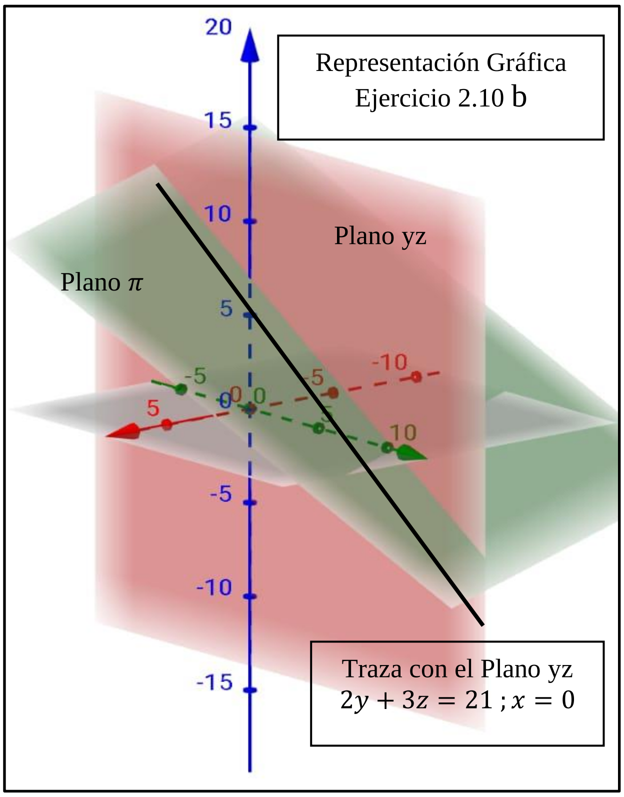
$1 - x - 10 + 2Yy_0 - 12 + 3z = 0$

$\boxed{-x + 2y + 3z - 21 = 0} \rightarrow$ Ecuación General del Plano $\boldsymbol{\pi}$

b- Traza del plano π con el plano *yz*

$Plano\ yx \Rightarrow x = 0$

$\begin{cases} -x + 2y + 3z - 21 = 0 \\ x = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{2y + 3z = 21\ ; x = 0} \rightarrow$ Traza con el Plano yz



c- Planos paralelos al plano π a 5 unidades del mismo.

Como π' y π'' son paralelos al plano π, su vector normal es $\overline{kn_\pi}$ donde k es un escalar. Consideramos su vector normal igual a $\boldsymbol{\overline{n_\pi}}$**.** En la ecuación general del plano desconocemos entonces el valor de D

$$\pi' : -x + 2y + 3z + D = 0$$

Pero sabemos que la distancia de cualquier punto del plano dato π al nuevo plano π' es 5, entonces:

$$h = 5 \qquad\qquad h = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$5 = \frac{|-x_0 + 2y_0 + 3z_0 + D|}{\sqrt{(-1)^2 + 2^2 + 3^2}}$$

$$5\sqrt{14} = |-x_0 + 2y + 3z_0 + D|$$

$J(1; 5; 4)$ pertenece al plano π

$$5\sqrt{14} = |-1 + 2 \cdot 5 + 3.4 + D|$$

$$\boxed{5\sqrt{14} = |21 + D|}$$

De esta expresión podremos obtener dos valores para D, es decir existen dos planos solución:

$5\sqrt{14} = 21 + D_1$ de donde $5\sqrt{14} - 21 = D_1$.

Por otra parte,

$5\sqrt{14} = -(21 + D_2)$de donde $-5\sqrt{14} - 21 = D_2$.

Es así que se obtienen dos ecuaciones de planos paralelos:

$$\pi' : -x + 2y + 3z - 2{,}292 = 0$$

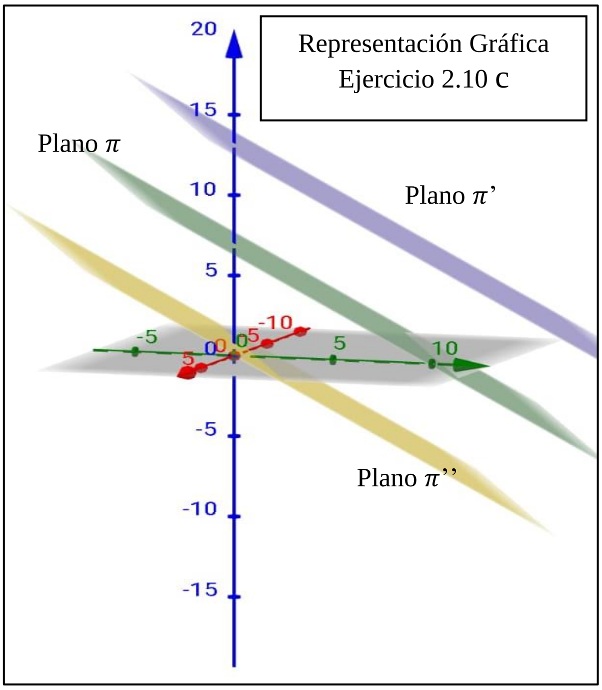
$$\pi'' : -x + 2y + 3z - 39{,}708 = 0$$

<u>Plano π'</u>

$\boxed{-X + 2Y + 3Z - 39{,}708 = 0}$ → Ecuación General del Plano $\boldsymbol{\pi}$'

<u>Plano π''</u>

$\boxed{-X + 2Y + 3Z - 2{,}292 = 0}$ → Ecuación General del Plano $\boldsymbol{\pi}$''



2.11)

a- La relación que cumplen los coeficientes de las variables x, y, z de las ecuaciones generales de dos planos dados que son paralelos, es que los coeficientes de la ecuación del plano π_1 son k veces los del plano π_2, donde $k \in \mathbb{R}$.

b- La relación que cumplen los coeficientes de las variables x, y, z y el término independientes de las ecuaciones generales de dos planos dados que son coincidentes es que todos los coeficientes de la ecuación del plano π_1 son k veces los del plano π_2, incluido el término independiente, donde $k \in \mathbb{R}$.

c- La relación que cumplen los coeficientes de las variables x, y, z, de dos planos que son perpendiculares, es que el producto escalar entre la terna de coeficientes de π_1 y de π_2 es cero.

$$\overline{\boldsymbol{n}_{\pi 1}}.\overline{\boldsymbol{n}_{\pi 2}} = 0$$