

TEOREMA DE ROUCHÈ- FROBENIUS o de KRONECKER

Enunciado: Sea $AX = B$ un sistema de ecuaciones lineales (SEL) de $m \times n$ y sea $A|B = A'$ la matriz aumentada o ampliada del sistema con los términos independientes.

Entonces

- i) si $\text{rango}(A) = \text{rango}(A') = n$, el SEL es compatible determinado (solución única);
- ii) si $\text{rango}(A) = \text{rango}(A') < n$, el SEL es compatible indeterminado (infinitas soluciones) y el grado de indeterminación o grados de libertad del SEL es $g = n - \text{rango}(A)$, g indica el número de variables libres del sistema;
- iii) si $\text{rango}(A) \neq \text{rango}(A')$, el SEL es incompatible o inconsistente (no tiene solución)

Observaciones

- Este teorema ofrece una herramienta para, sin llegar a la solución de un SEL, saber si tiene o no solución, analizando el rango de la matriz de coeficientes A y el de la matriz ampliada con los términos independientes $A|B = A'$.
- El SEL de $m \times n$, tiene m ecuaciones y n incógnitas.
- El rango de la matriz A , $\text{rango}(A)$, indica el número de variables o incógnitas principales del SEL (son las variables que tienen el uno principal en la forma escalonada o escalonada reducida de A . Estas incógnitas dependen (o son función) de las llamadas variables libres que toman valores arbitrarios de un determinado conjunto; el valor que se le asigna a una variable libre se denomina *parámetro*.
- El inciso iii) no es necesario colocarlo en el enunciado del teorema desde el punto de vista de la Lógica Simbólica, pues queda claro que si **no** se verifica que $\text{rango}(A) = \text{rango}(A')$ entonces el SEL es incompatible o inconsistente.
- Algunos autores denotan rango de la matriz A de la forma " $\rho(A)$ ", donde ρ es la letra griega "rho".