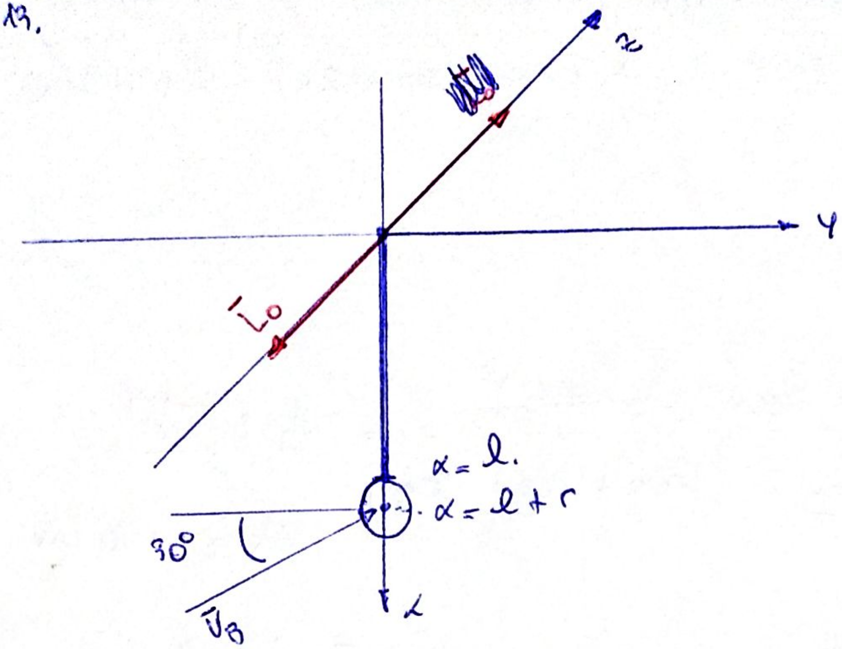
PREGUNTA 13.



masa del disco: m_d.

masa de la varilla: m_v.

masa de la bala: m_B.

$I_V = \frac{m_v l^2}{12} + m_v (l/2)^2 = \frac{m_v l^2}{12} + \frac{m_v l^2}{4} = \frac{m_v l^2}{3}$ momento de inercia de la varilla respecto de O.

$I_D = \frac{m_D r^2}{2} + m_D (l+r)^2 = \frac{m_D r^2}{2} + m_D l^2 + m_D r^2 + 2 m_D r l.$

$I_D = \frac{3}{2} m_D r^2 + m_D l^2 + 2 m_D r l$: momento de inercia del disco respecto de O.

$\bar{L}_o = (r+l)\hat{i} \times (m_B \bar{v}_B) = - m_B (l+r) v_B \cdot \text{sen}\,(90° + 30°) \cdot \hat{k}$

$L_o = - m_B (l+r) v_B \cos 30°$

Durante el choque, el peso de los objetos no produce momento de torsión respecto de O ya que su recta de acción pasa por ese punto.
Dado que no halla otras fuerzas que produzcan momento, el momento angular del sistema permanece constante.

$\bar{L} = \bar{L}_o$ ya que $\bar{\tau}_{EXT} = 0$.

como L_o está en la dirección de z, $\bar{L}$ también y lo calculamos:

$\bar{L} = I \bar{\omega} \rightarrow L = (I_D + I_V + m_B (l+r)^2)\,\omega.$

$$\omega = \frac{L}{I_D + I_V + m_B (l+r)^2} = \frac{- m_B (l+r) v_B \cos 30°}{\frac{m_v l^2}{3} + \frac{3}{2} m_D r^2 + m_D l^2 + 2 m_D r l + m_B (l+r)^2}.$$

$\omega = -$

$$\omega = -\frac{12{,}5\,m/s\,(20\,cm + 5\,cm)\cdot 100\,g\cdot \cos 30^\circ}{\frac{200\,g\,(20\,cm)^2}{3} + \frac{800\,g\,(5\,cm)^2}{2} + 800\,g\cdot(20\,cm + 5\,cm)^2 + 100\,g\cdot(25\,cm)^2}$$

$$\boxed{\omega \approx -7\,\frac{rad}{s}}$$

b). $\frac{I\omega^2}{2} = Mg\Delta h.$

$$\Delta h = \frac{I\omega^2}{2Mg} = \frac{0{,}04\cdot kg\,m^2(-7\,rad/s)^2}{9{,}80\,\frac{m}{s^2}\,2\cdot(500\,g + 100\,g + 200\,g)} =$$

$\Delta h \approx 1\cdot 10\ cm$

El centro de masa del sistema se ubica en una distancia d de O.

$$\frac{m_V\frac{l}{2} + (m_B + m_D)(l + r)}{m_V + m_B + m_D} = d.$$

$d \approx 2\cdot 10\ cm.$

luego $\cos\phi = \left(\frac{d}{d - \Delta h}\right)^{-1} \Rightarrow \boxed{\phi \approx 30^\circ}$

c). $\Delta E: \frac{1}{2}m_B\cdot V_B^2 - \frac{1}{2}I\omega^2 \approx \boxed{38\ J}$