Matemática Avanzada **Facultad de Ingeniería** Universidad Nacional de Cuyo	Tema: **Trabajo Práctico Nro.4**	Matemática Avanzada

Trabajo Práctico N°4

APLICACIÓN del MÉTODO de DIFERENCIAS FINITAS a la SOLUCIÓN DE EDO y EDP

Fecha de presentación	Completar observaciones	Práctico completo

Ejercicio Nro. 1

Para la siguiente ecuación diferencial:

$$\boxed{EAu'' + px = 0} \qquad \text{en el dominio} \qquad \Omega = \{x \in \mathrm{R}: 0 \leq x \leq 1\}$$

$$\text{CB:} \begin{cases} u(0) = 0 \\ EAu'(1) = P \end{cases} \qquad \text{en} \qquad \mathrm{S}_\Omega = \{x = 0\,; x = 1\}$$

1A – Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=0.25. Aproximar la CB utilizando la fórmula hacia atrás para la derivada primera.

1B - Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=0.25. Aproximar la CB utilizando la fórmula central para la derivada primera.

1C – Comparar los SEL obtenidos en los incisos anteriores y sus respectivas respuestas.

1D – Elaborar conclusiones.

Ejercicio Nro. 2

Para la siguiente ecuación diferencial:

$$\boxed{ku'' + \lambda u = 0} \qquad \text{en el dominio} \qquad \Omega = \{x \in \mathrm{R}: 0 \leq x \leq \mathrm{L}\}$$

$$\text{CB:} \begin{cases} u(0) = 0 \\ u(L) = 0 \end{cases} \qquad \text{en} \qquad \mathrm{S}_\Omega = \{x = 0\,; x = \mathrm{L}\}$$

2A – Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=L/4.

2B - Comparar con el valor exacto de la menor carga crítica dado por $\lambda_{ex} = \frac{\pi^2 k}{L^2}$

Ejercicio Nro. 3

Dada la siguiente ecuación diferencial parcial parabólica (ecuación del calor unidimensional), en el dominio detallado y bajo las condiciones de borde descriptas por la condición de extremos aislados.

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t}(x,t) = \varsigma^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}(x,t) = 0} \qquad \text{en el dominio} \qquad \Omega = \{x \in \mathbf{R}: 0 \leq x \leq \mathrm{L}\}$$

$$\text{CF: } \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}(0,t) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(L,t) = 0 \end{cases} \qquad \text{en} \qquad \mathrm{S}_\Omega = \{x = 0\,; x = 1\}$$

$$\text{CI: } \{u(x,0) = u_0(x) = 300x - 1300x^2 + 2100x^3 - 1100x^4$$

3A – Resolver la misma por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=L/4. Representar gráficamente el perfil de temperaturas en 6 instantes diferentes incluida la configuración de temperaturas inicial.

Ejercicio Nro. 4

Para la siguiente ecuación diferencial de la onda:

$$\boxed{T\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + p(x)g(t) = \rho(x)\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}} \qquad \text{en el dominio} \qquad \Omega = \{\mathrm{x} \in \mathrm{R}: 0 \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{L}\}$$

$$\text{CB: } \begin{cases} u(0,t) = 0 \\ u(L,t) = 0 \end{cases} \qquad \text{en} \qquad \mathrm{S}_\Omega = \{\mathrm{x} = 0\,; \mathrm{x} = \mathrm{L}\}$$

$$\text{CI: } \begin{cases} u(x,0) = 0 \\ u'(x,0) = 0 \end{cases} \qquad \text{en} \qquad \Omega = \{\mathrm{x} \in \mathrm{R}: 0 \leq \mathrm{x} \leq \mathrm{L}\}$$

4A – Plantear en forma genérica por medio del método de diferencias finitas la solución de la ecuación diferencial dada, utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=L/4.

4B – Resolver numéricamente la ecuación diferencial de la onda, a partir de la solución hallada en el inciso anterior, proponiendo funciones $p(x)$, $g(t)$, $\rho(x)$ y valores numéricos para los parámetros L y T del problema dado.

Ejercicio Nro. 5

Para la siguiente ecuación diferencial de Laplace, en la que $u(x,y)$ denota la temperatura en un punto (x,y):

$$\boxed{\nabla^2 u = 0} \qquad \text{en el dominio} \qquad \mathrm{R} = \{(\mathrm{x},\mathrm{y}): 0 \leq \mathrm{x} \leq 4;\ 0 \leq \mathrm{y} \leq 4\}$$

Los valores en la frontera son:

$$\begin{Bmatrix} u(x,0) = 20 \\ u(x,4) = 180 \end{Bmatrix} \ para\ 0 < x < 4$$

$$\begin{Bmatrix} u(0,y) = 80 \\ u(4,y) = 0 \end{Bmatrix} \ para\ 0 < y < 4$$

5A – Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=1 en ambas direcciones.

Ejercicio Nro. 6

Para la siguiente ecuación diferencial de Laplace, en la que $\phi(x,y)$ denota la temperatura en un punto (x,y):

$$\boxed{\nabla^2 \phi = 0} \qquad \text{en el dominio} \qquad \mathrm{R} = \{(\mathrm{x},\mathrm{y}): 0 \leq \mathrm{x} \leq 5;\ 0 \leq \mathrm{y} \leq 5\}$$

Los valores en la frontera son:

$$\begin{Bmatrix} u(x,0) = 200 \\ u(x,5) = 100 \end{Bmatrix} \ para\ 0 < x < 5$$

$$\left.\frac{\partial \phi}{\partial n}(x,y)\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial \phi}{\partial n}(x,y)\right|_{x=0} = 0$$

6A – Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=1 en ambas direcciones. Considere una placa de aluminio cuadrada de 5m de lado.

Ejercicio Nro. 7

Dada la siguiente ecuación diferencial parcial (ecuación del calor bidimensional), en el dominio detallado y bajo las condiciones de borde descriptas:

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t}(x,y,t) = k\left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x,y,t) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x,y,t)\right] = 0}$$

en el dominio $\Omega = \{x \in \mathbf{R}: 0 \leq x \leq 4\,;\, y \in \mathbf{R}: 0 \leq x \leq 4\}$

$$\begin{Bmatrix} u(x,0) = 300 \\ u(x,4) = 80 \end{Bmatrix} \; para \; 0 < x < 5$$

$$\begin{Bmatrix} u(0,y) = 50 \\ u(4,y) = 50 \end{Bmatrix} \; para \; 0 < x < 5$$

7A – Resolver la misma por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso h=L/4. Representar gráficamente el perfil de temperaturas según dos direcciones perpendiculares entre sí, en tres instantes diferentes.

Ejercicio Nro. 8

Seleccione y resuelva 1 problema de su interés, tomado de alguno de los textos de la bibliografía citada en el programa de la asignatura, sobre la temática relacionada al presente trabajo práctico.