

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

MOTORES

Se denominan máquinas para corriente continua porque son convertidores de energía mecánica en eléctrica o viceversa. Cuando convierten energía mecánica en eléctrica son generadores y cuando lo hacen a la inversa, son motores.

Ecuación de la velocidad recordando la ecuación del voltaje interno generado en la máquina

$$E = \frac{\Phi \cdot n \cdot N \cdot p}{60 \cdot a} = K_E \cdot \Phi \cdot n \quad (1)$$

La tensión a los bornes del motor tendrá que contrarrestar la f.e.m. y las caídas internas:

$$U = E + R_i \cdot I_i \quad (2) \quad \text{de donde:} \quad I_i = \frac{U - E}{R_i} \quad (3)$$

Cuando disminuye la velocidad n , disminuye E (ecuación 1)

Cuando disminuye la Fem. E , aumenta I (ecuación 2)

Consecuencia:

Cuando un motor disminuye la velocidad, aumenta la corriente absorbida.

Despejando n de (1) y sustituyendo E de (2) se obtiene:

$$n = \frac{U - R_i \cdot I_i}{K_E \cdot \Phi} \quad (4)$$

Consideraciones:

- 1- Para variar la velocidad, se puede actuar sobre la tensión U , flujo Φ , o caídas internas $R \cdot I$
- 2- Con mayor o menor excitación (flujo Φ) se obtiene menor o mayor velocidad
- 3- Si un motor se queda sin excitación, la velocidad tiende a infinito, la máquina se "embala". Matemáticamente: si $\Phi \rightarrow 0 \therefore n \rightarrow \infty$. Físicamente: el motor continua recibiendo potencia: $P = \tau \cdot \omega$, si se queda sin Φ disminuye τ ($\tau = K_\tau \cdot \Phi \cdot I$) por consiguiente crece n . La energía se disipa totalmente en velocidad.

Corriente de arranque

Cuando la máquina está en marcha, la corriente absorbida es: $I = \frac{U - E}{R}$

En el momento del arranque, el motor está detenido, por lo tanto $E = 0$; y la corriente de arranque

será: $I_{Arr} = \frac{U}{R}$ como R es pequeño la I_{Arr} será grande.

Para reducirla se agregan resistencias de arranque R_A con lo que la ecuación queda:

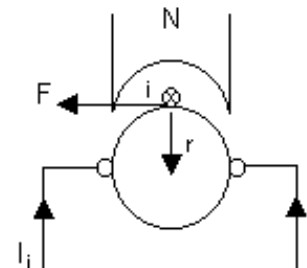
$$I_{Arr} = \frac{U}{R + R_A} \quad (5) \quad \text{y la } I_{Arr} \text{ se reduce en la medida de } R_A.$$

Ecuación del Momento resistente y de rotación: Genéricamente es:

$$\tau = F \cdot r$$
$$[\text{N.m}] = [\text{N}][\text{m}]$$

La fuerza en un conductor por el que circula una corriente i es:

$$\vec{F}_m = i \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$
$$[\text{N}] = [\text{T}] [\text{m}] [\text{A}]$$



MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Y si N son los conductores activos del inducido, el módulo de la fuerza magnética $F = N \cdot i \cdot B$

Teniendo en cuenta que: $B = \frac{\phi}{S}$; $S = t_p \cdot l$; $t_p = \frac{\pi \cdot d}{2 \cdot p}$; $d = 2 \cdot r$; $i = \frac{I_i}{2 \cdot a}$

Reemplazando y operando, se obtiene:

$$\tau = \frac{p \cdot N}{2 \cdot \pi \cdot a} \cdot \phi \cdot I_i = K_\tau \cdot \Phi \cdot I_i \quad (6)$$

$$[\text{N} \cdot \text{m}] = [\text{Wb}] [\text{A}]$$

Se deduce que a mayor excitación (flujo), mayor par motor.

Para utilizar correctamente un motor de c.c. se deben conocer los siguientes requisitos, para cada una de las posibles conexiones:

1º) Conexión

2º) Condiciones para el arranque

3º) Variación de velocidad

4º) Curvas características

5º) Frenado e Inversión de marcha

Conexiones de los motores incorporando la resistencia de arranque y las ecuaciones relacionadas

$$U = E + (R_i + R_c + R_A) \cdot I$$

Los polos principales se alimentan por medio de una fuente externa.

Arranque: en el momento de arranque toda la resistencia de arranque está incluida (punto A). Una vez en marcha se elimina (punto M) para tener pleno par ($\uparrow I_i$) y no tener pérdidas inútiles ($R_A \cdot I_i^2$).

Velocidad: se puede regular variando la tensión U, en el caso de motores pequeños, o bien variando la excitación (Φ) con una resistencia de regulación R_r ; ésta, totalmente excluida, hace que el motor gire a la velocidad nominal.

Cuando se comienza a aumentar la R_r , disminuye el Φ , por consiguiente, aumenta la velocidad. **Este motor regula velocidad desde valores nominales en más, hasta la velocidad máxima.**

Momento

En el arranque conviene tener mucho par, o sea gran excitación, **punto A de R_r** . Este motor arranca con gran par a baja velocidad.

Aplicación: al tener dos lazos de control, es muy útil, ya que se puede regular velocidad sin perder par, es muy utilizado en servo-mecanismos.

Inversión de marcha: por cambio de polaridad en los bornes del inducido.

Motor Excitación Derivación

Bobinado de excitación en paralelo. Muchas vueltas de alambre fino.-

$$U = E + (R_i + R_c + R_A) \cdot I_i = (R_d + R_r) I_d ; I = I_i + I_d$$

Motor excitación independiente

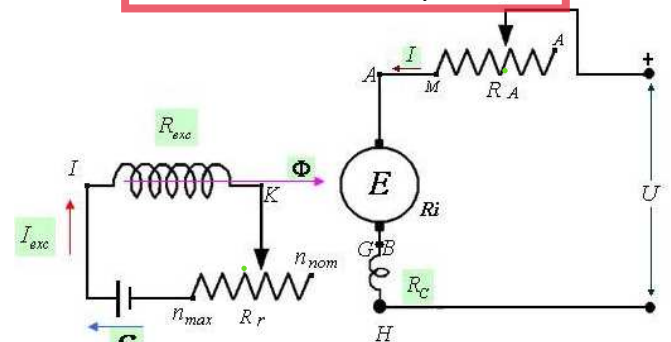


Figura 1

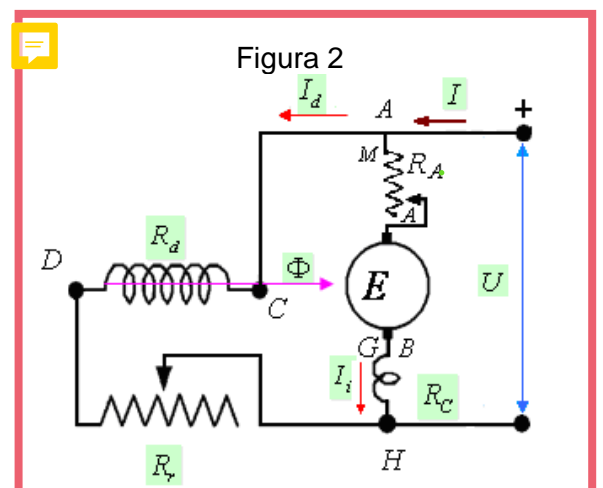


Figura 2

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Arranque: la resistencia de arranque debe colocarse en la rama del inducido y no en serie con la tensión de alimentación, como en el motor de excitación independiente, porque de ser así reduciría el Φ y por consiguiente el par de arranque. Las demás consideraciones similares al caso anterior.

Velocidad y Momento: las mismas consideraciones que en el caso anterior.

Inversión de marcha: por cambio de polaridad en los bornes del inducido, continua girando en igual sentido, lo cual le permite ser alimentado por corriente alterna también. Para **invertir** la marcha debe invertirse la polaridad de uno de los dos bobinados, excitación o inducido.

Los esquemas de conexiones para el arranque y regulación de velocidad de estos motores de C.C. son similares entre sí. En cualquier caso, durante la puesta en marcha, interesa que el flujo en el entrehierro posea su valor máximo; de esta forma el motor podrá desarrollar el par de arranque necesario con la corriente mínima posible en el inducido.

Curvas características: para deducir analíticamente las características $n = f(\tau)$ de estos motores supondremos inicialmente que trabajan en la zona lineal de la curva de magnetización.

De la ecuación de la velocidad (4) y del par mecánico desarrollado por la máquina (6), despejando la

corriente de inducido de la (6) $I_i = \frac{\tau}{K_\tau \cdot \Phi}$ (7) y sustituyendo en (4)

$$\tau = \frac{1}{K_E \cdot \Phi} \cdot U - \frac{R_i}{K_E \cdot K_\tau \cdot \Phi^2} \cdot \tau \quad (7)$$

Al estar funcionando el motor derivación con un par resistente determinado, al aumentar éste se producirá un frenado en la máquina, disminuyendo la velocidad del rotor: Como consecuencia de ello la f.c.e.m. $E = K_E \cdot \Phi \cdot n$ del motor se reducirá, por lo que según la (3) aumentará la corriente absorbida por el inducido y el par de la máquina $\tau = K_\tau \cdot \Phi \cdot I_i$ se elevará, igualándose con el nuevo par resistente ofrecido por la carga.

De acuerdo con la expresión (7), la curva par-velocidad $n = f(\tau)$ del motor derivación (y por extensión del motor excitación independiente) es una línea recta, como se muestra en la Figura 3.-

La ecuación de esta recta de pendiente negativa para los valores nominales de tensión aplicada, resistencia del inducido y resistencia del inductor (sin resistencia adicional de regulación en el circuito de campo) se denomina **característica natural de la máquina**.

La velocidad del motor en vacío (para $\tau = 0$) viene definida por la ordenada al origen de la recta de

ecuación (7)
$$n_0 = \frac{1}{K_E \cdot \Phi} \cdot U \quad (8)$$

Para altos pares de carga, aumenta la corriente del rotor y por ello se reduce el flujo resultante, a consecuencia de la reacción del inducido. De ahí que, en realidad la característica $n = f(\tau)$ de estos motores se desvíe ligeramente de la recta anterior. La caída de velocidad con el aumento del par en la curva de la figura 3 es muy pequeña, lo que indica que los motores en derivación presenta una característica de carga **dura o rígida** y por ello se utilizan en aquellas aplicaciones que requieran una velocidad casi constante: ventiladores, bombas centrífugas, cintas transportadoras, máquinas herramientas, etc.

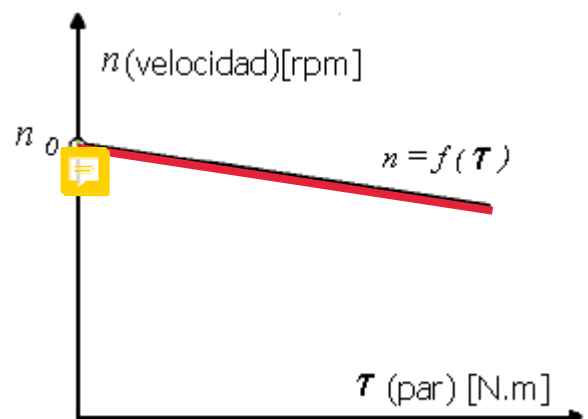


Figura 3 - Característica natural

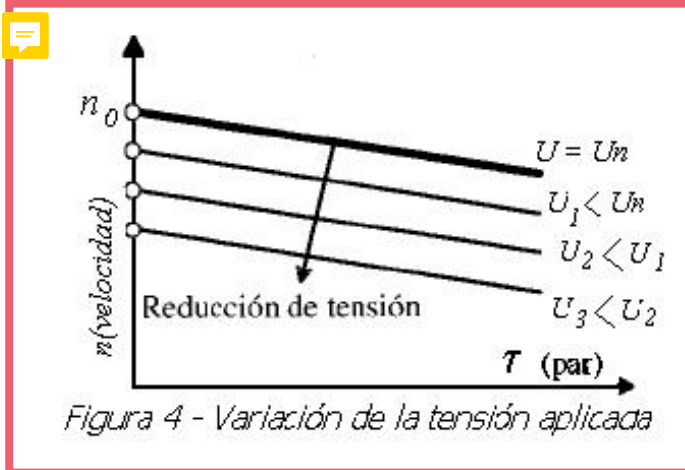
MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

De acuerdo con la expresión (7), la regulación de velocidad de los motores derivación e independiente, como se señaló al inicio, en el análisis de la (4), se consigue de la forma siguiente:

(a) *Ajustando la tensión U del inducido;* (b) *variando la resistencia del circuito de inducido (aunque este procedimiento es poco práctico por las pérdidas que se producen, de ahí su bajo rendimiento);* (c) *cambiando la resistencia del circuito de excitación, que regula, a su vez, el flujo del motor.* Estudiemos a continuación cada uno de estos métodos-

a) Regulación de velocidad por cambio en la tensión aplicada al inducido:

Este sistema de control solo se puede aplicar al motor con excitación independiente, ya que es el que

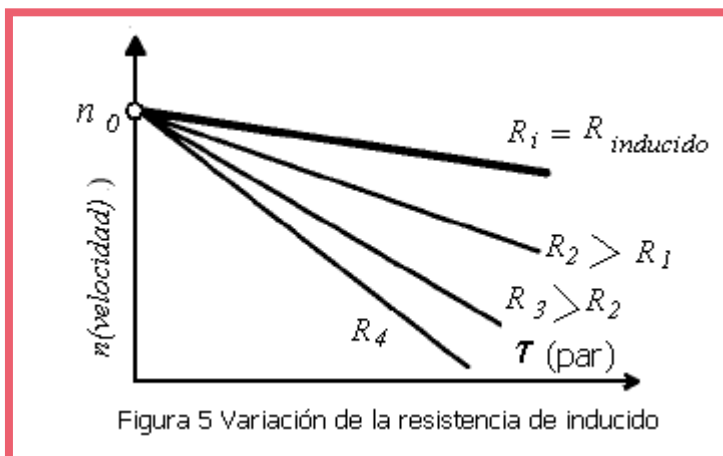


tiene *separados* los circuitos de *excitación* y de *inducido*. Al reducir la tensión de alimentación U , la corriente I_i disminuye de acuerdo a la (3), por lo que el par desarrollado por el motor se reduce y, al hacerse inferior al par resistente, se produce una disminución de la velocidad de la máquina. Al contrario, si aumenta la tensión aplicada se produce una elevación de la velocidad. En la Figura 4 se observa esta familia de rectas que corresponden a diferentes tensiones de alimentación cuando se quiere variar la velocidad por este procedimiento. Se observa que la velocidad en vacío

$$n_0 = \frac{1}{K_E \cdot \Phi} \cdot U \text{ va cambiando con este método}$$

ya que ésta es proporcional a la tensión aplicada, sin embargo, no se modifican las pendientes de las rectas respectivas (por no se altera ni el valor del flujo ni la resistencia de inducido), es decir resultan una familia de rectas paralelas a la característica natural de la máquina y que están por debajo de ésta, ya que la tensión aplicada se va disminuyendo por debajo de la tensión nominal (que es la máxima prevista para no dañar las aislaciones de la máquina).

b) Regulación de velocidad por cambio en la resistencia en serie con el inducido



Al introducir una resistencia adicional en el circuito de inducido, se produce un aumento muy fuerte en la pendiente de la característica par-velocidad de la máquina, lo que está justificado por la ecuación (7).

Este sistema es válido tanto para los motores de excitación independiente como para los motores en derivación. En la Figura 5 se muestra la evolución de las rectas correspondientes., las cuales tienen igual ordenada al origen. Como ya se ha indicado, este procedimiento de control de velocidad es bastante antieconómico, ya que al circular la elevada corriente de inducido por esta resistencia adicional

(reóstato), las pérdidas por efecto Joule son bastante elevadas y es por ello que solo se utiliza en motores de pequeña potencia. Observe que la familia de rectas que se obtienen que se denominan *características artificiales o reostáticas*, pasan por el punto correspondiente a la velocidad de vacío n_0 ya que esta velocidad solo depende de la tensión U y del flujo inductor Φ .-

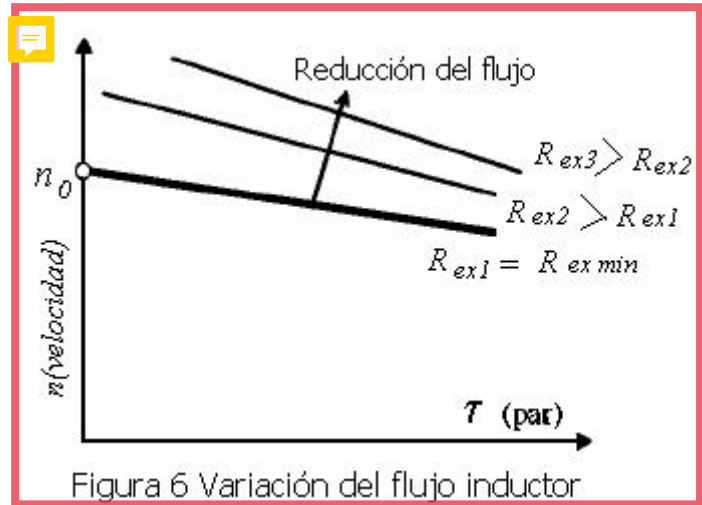
c) Regulación de velocidad por cambio de la resistencia en serie con el inductor

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Al introducir una resistencia adicional en el circuito de excitación se produce una reducción en el flujo inductor de la máquina, (tanto si es de excitación independiente, como si es en derivación), lo que se traduce en un aumento de la velocidad del motor. Para comprender la sucesión de fenómenos que resultan, recuerde que una reducción del flujo inductor reduce la f.c.e.m. del motor y aumenta la corriente de inducido absorbida por la máquina, el par motor aumenta ya que la disminución del flujo está compensada con creces por el aumento de la corriente del inducido. Como consecuencia del aumento del par motor se produce una elevación de la velocidad de la máquina.

La explicación analítica de lo anterior se justifica con la ayuda de la ecuación (7)

$$n = \frac{1}{K_E \cdot \Phi} \cdot U - \frac{R_i}{K_E \cdot K_\tau \cdot \Phi^2} \cdot \tau$$



Es evidente que al reducirse el flujo aumenta la velocidad de vacío $n_0 = \frac{1}{K_E \cdot \Phi} \cdot U$ que se deduce de la anterior, y un aumento sustancial de la pendiente negativa de las rectas correspondientes, que viene definida por el valor del coeficiente que multiplica al par en la ecuación (7) $-\frac{R_i}{K_E \cdot K_\tau \cdot \Phi^2}$

De modo que si se desprecia la reacción de inducido de la máquina, al variar la resistencia del inductor se obtiene un haz de rectas que están por encima de la característica natural del motor, tal como se muestra en la Figura 6

En Resumen:

- En la regulación de velocidad por ajuste de la tensión aplicada al inducido (caso de motores con excitación independiente), cuanto menor es la tensión aplicada, menor es la velocidad, y cuanto mayor es la tensión, mas elevada es la velocidad que alcanza el motor. Existe una velocidad máxima que puede alcanzar la máquina con este procedimiento, y corresponde al valor máximo de la tensión permitida (tensión nominal).
- La regulación por variación de la resistencia del inducido solamente se aplica a pequeñas máquinas en virtud de su bajo rendimiento. Cuanto mayor es la resistencia que se añade al circuito de inducido, tanto menor será la velocidad que adquiere la máquina. En definitiva, se produce una mayor caída de tensión en el circuito serie añadido, por lo que llegará una tensión menor al motor, esto es resulta una variante al caso anterior de control por tensión en el inducido.
- En la regulación por resistencia de excitación, cuanto mayor es la resistencia de este circuito menor es el flujo y mayor es la velocidad, y a la inversa, cuanto mayor es el flujo menor es la velocidad. Existe una velocidad mínima que puede adquirirse con este método y que se presenta cuando circula por el circuito de campo la máxima corriente permitida por los devanados.-

Cuando un motor de C.C. funciona con sus valores de tensión, corriente de excitación y potencia nominales se dice que gira a la **velocidad base (nominal)**. La regulación por control de la tensión aplicada al inducido se realiza para velocidades inferiores a la velocidad base, pero no para

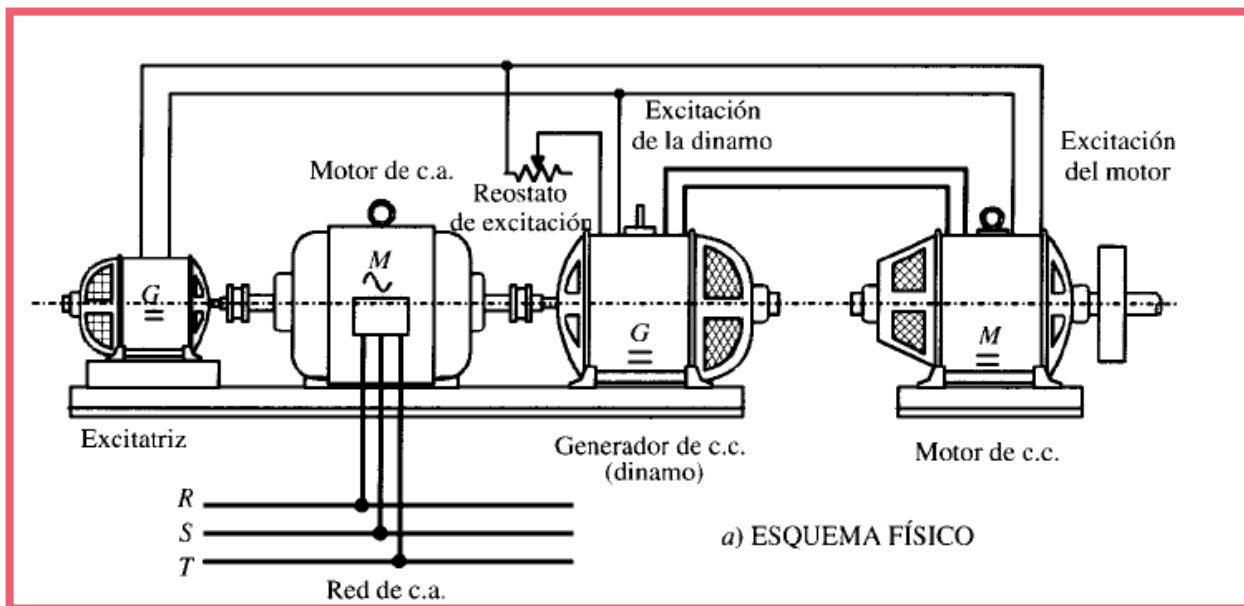
MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

velocidades superiores a ella, ya que requeriría una tensión mayor que la nominal, por lo que podría dañarse el inducido. La regulación por control de la corriente de excitación se emplea para velocidades superiores a la velocidad *base* o *nominal*.

Cuando se requiere un accionamiento eléctrico que tenga regulación de velocidad amplia (por ejemplo del orden de 30 a 1), el motor más adecuado es el de *excitación independiente*, en el que se controla tanto la tensión del inducido como la corriente de excitación de un modo independiente. Si la tensión en los bornes se puede regular suavemente desde cero hasta un valor máximo, es posible obtener una gama extensa de velocidades sin necesidad de emplear reóstatos de arranque, lo que hace que este sistema tenga un gran rendimiento.-

CONEXIÓN WARD-LEONARD:

Existen varios esquemas de regulación, pero el más conocido, aunque algo antiguo, se denomina Ward-Leonard.



Leonard. Consiste en un motor asíncrono trifásico que lleva acoplado mecánicamente un generador de C.C. de excitación separada, cuyo ajuste permite obtener diferentes tensiones de salida en escobillas. El generador alimenta posteriormente el inducido de un motor de C.C. excitación independiente, como se observa en la Figura 7. La tensión necesaria para la alimentación de los inductores se obtiene de un pequeño generador en derivación (excitatriz) acoplado al mismo eje mecánico del grupo motor de c.a.-generador de c.c. La polaridad del inductor del generador principal se puede invertir con el objeto de proceder al cambio del sentido de marcha del motor de c.c.

Durante la puesta en marcha se actúa sobre el reóstato del generador R_g para que la tensión de salida del generador sea reducida y evitar así fuertes corrientes de arranque. Para una determinada corriente I_i suministrada por el generador y absorbida por el motor, la variación de velocidad desde cero a un límite inferior n_i , que es la velocidad nominal se efectúa a flujo constante en el valor correspondiente a plena excitación (corriente de excitación nominal), aumentando progresivamente la tensión del generador U hasta alcanzar la tensión nominal del motor. En estas condiciones, el par desarrollado por el motor es: $\tau = K_r \cdot \Phi \cdot I_i = C_1 (cte) \Rightarrow \tau = C_1 (cte) \quad (9)$

Si se desprecia la caída de tensión en la resistencia del circuito de inducido, la velocidad del motor se

puede expresar por: $n = \frac{U}{K_E \cdot \Phi} = C_2 \cdot U \quad (10)$ con $C_2 = \text{constante}$

La potencia desarrollada por el motor en estas condiciones será:

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

$$P = \tau \cdot \omega = \tau \cdot \frac{2\pi n}{60} = C_1 \frac{2\pi}{60} \cdot C_2 \cdot U = A \cdot U \quad \text{con } A = \text{cte.}$$

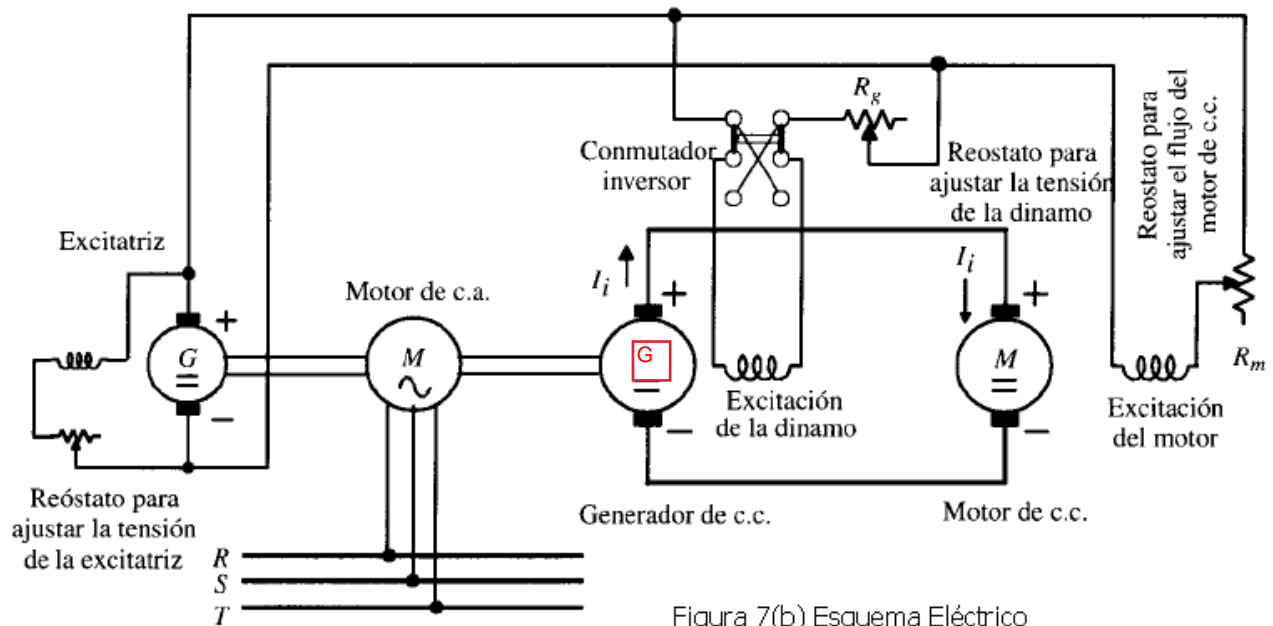


Figura 7(b) Esquema Eléctrico

De este modo, en esta fase, el par se mantiene constante y la potencia va aumentando linealmente con la velocidad, la cual, a su vez va elevándose conforme aumenta la tensión aplicada U . Este modo de funcionamiento está representado por la parte izquierda de las curvas de par y potencia mostradas en la Figura 7 (c)

A partir de la velocidad base o nominal n_1 , el control de la misma se lleva a cabo manteniendo constante la tensión aplicada (que en la etapa previa había alcanzado el valor nominal) y reduciendo el flujo del motor. De este modo se cumple:

$$P = U_n \cdot I = \text{cte.}; \tau = \frac{P}{2\pi \cdot \frac{n}{60}}; U = U_n = \text{cte.} = K_E \cdot \Phi \cdot n \quad (10)$$

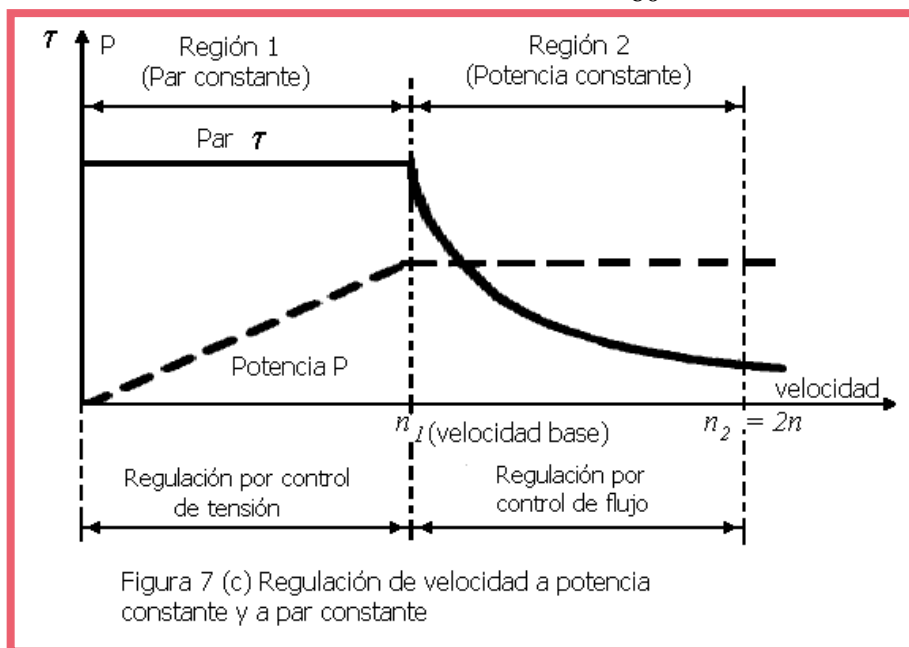


Figura 7 (c) Regulación de velocidad a potencia constante y a par constante

Lo que indica que en la segunda etapa la potencia se mantiene constante y que al mismo tiempo, siendo constante el producto del flujo por la velocidad (ecuación de la hipérbola), el par se va reduciendo de un modo hiperbólico a medida que aumenta la velocidad. Esta situación está representada en la parte derecha de la Figura 7 (c), donde la velocidad del motor va aumentando hasta llegar a su máximo valor, definido por n_2 .

El sistema Ward-Leonard se ha

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

empleado ampliamente en la industria para el accionamiento de los trenes de laminación (Siderurgia), en los ascensores de velocidad media y elevada en grandes edificios, para accionar máquinas de arrastre de papel, grúas, etc.

Hoy día existen grupos Ward-Leonard estáticos a base de convertidores electrónicos que suministran una tensión variable para alimentar tanto el inductor como el inducido del motor eliminando el sistema rotativo del motor de c.a.-dínamo, lo que mejora el rendimiento del grupo y reduce el nivel de ruido.

Motor serie:

Conexiones: Figura 8 (a)

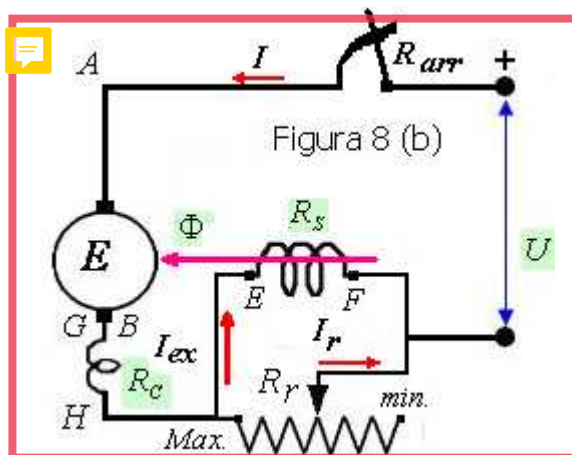
Arranque: En caso de necesitarse arranque con corriente reducida, la R_{arr} va en serie con el motor (tener en cuenta la reducción de par que trae aparejado).

Velocidad

1.-Variando tensión de bornes

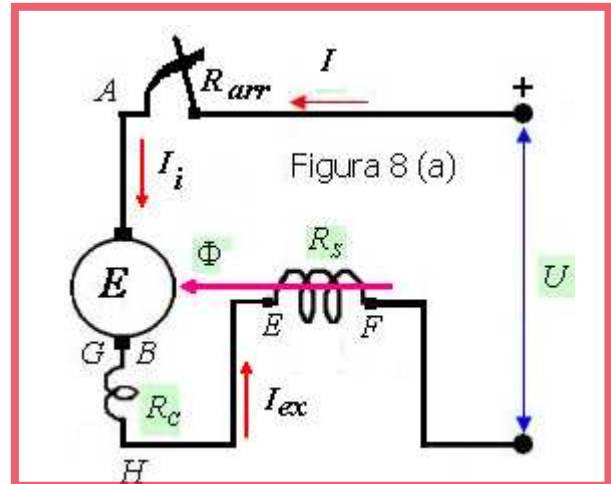
2.-Variando el flujo de excitación

a) Con R_r en paralelo con la excitación
Figura 8(b)

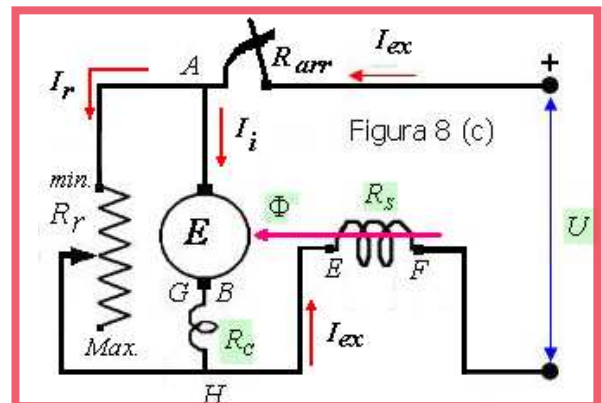


Considerar que se puede embalar cuando se cortocircuita el campo, pues se quedaría sin flujo

$$I_{ex} = I_i + I_r \text{ y al variar } I_r \text{ varía } I_{ex}.$$



b) Con R_r en paralelo con el inducido Fig. 8 (c)



Este sistema se usa en tracción eléctrica.
Tiene la ventaja de no embalsarse

El esquema de conexiones es el indicado en la Figura 8 (a). El flujo de la máquina depende de la corriente de inducido $I = I_i = I_{ex}$ por lo cual depende de la carga. Si no hay saturación en el circuito magnético, el flujo es directamente proporcional a la corriente única del circuito equivalente de la figura 8 (a), y la característica de carga par-velocidad se puede obtener de las ecuaciones básicas, ya vistas, siguientes: $\tau = K_\tau \cdot \Phi \cdot I_i$ (6); $U = E + R_i \cdot I_i$ (2); $E = K_E \cdot \Phi \cdot n$ (1); que en el supuesto de que se cumpla la proporcionalidad $\Phi = K_1 \cdot I_i$ resulta:

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

$$\tau = K_\tau K_I I_i^2 \Rightarrow I_i = \sqrt{\frac{\tau}{K_I \cdot K_\tau}} \quad (11)$$

Lo que conduce a una característica del par,

teniendo en cuenta la (4) $n = \frac{U - R_i \cdot I_i}{K_E \cdot \Phi}$

$$n = \frac{U - R_i \cdot I_i}{K_E \cdot K_I \cdot I_i} = \frac{1}{K_E \cdot K_I \cdot I_i} \cdot U - \frac{R_i}{K_E \cdot K_I} =$$

$$\Rightarrow \frac{1}{K_E} \cdot \sqrt{\frac{K_\tau}{K_I}} \cdot \frac{U}{\sqrt{\tau}} - \frac{R_i}{K_\tau \cdot K_I} \quad (12)$$

$$\Rightarrow n = a \cdot \frac{U}{\sqrt{\tau}} - b \quad (13);$$

donde:

$$a = \frac{1}{K_E} \sqrt{\frac{K_\tau}{K_I}} \quad ; \quad b = \frac{R_i}{K_E \cdot K_I} \quad (14)$$

La curva $n = f(\tau)$ tiene forma hiperbólica y se aparta tanto mas de ella cuanto más se satura la máquina. En la Figura 9 se muestra la representación de esta característica (el par de arranque es el que tiene la máquina para $n = 0$, y que de acuerdo con (12) vale $\tau_{arr} = b^2/a^2 \cdot U^2$)

Si se desprecia la reacción de inducido y la saturación magnética, se puede considerar que al duplicarse el par aplicado al eje del motor, es decir, $\tau'_{res} = 2\tau_{res}$ la corriente consumida por el mismo aumenta de acuerdo a la (11) solo un 140% del valor original y el número de revoluciones, si se tiene en cuenta la (13), cae un 70% del valor primitivo, caerá un 70%.

En un motor derivación, esta misma sobrecarga no altera prácticamente la velocidad, pero, en cambio, la máquina consumiría una corriente doble que la inicial.

El motor serie puede, por tanto, soportar elevadas sobrecargas, aumentando por ello, solo moderadamente la corriente. Esto constituye su más valiosa propiedad. Al disminuir el par resistente, el motor reduce lentamente su consumo de corriente, aunque su velocidad se eleva rápidamente y, para cargas inferiores al 25% de la nominal, esta velocidad adquiere valores peligrosos para la integridad del motor. Por esta razón, el motor serie **no debe ser arrancado en vacío o con una carga pequeña.** -

Las propiedades tan valiosas de este motor lo hacen apropiado para la tracción eléctrica: trenes, tranvías, trolebuses y también grúas donde son necesarios altos pares a bajas velocidades y viceversa. La regulación de la velocidad de estos motores, a diferencia del motor derivación, se realiza solamente por control de la tensión aplicada al motor. Este procedimiento puede realizarse de manera económica si se dispone por lo menos de dos motores (pueden ser también cuatro o seis), como sucede en los ferrocarriles urbanos o interurbanos. Cada coche motor va equipado con dos motores serie, uno acoplado al boggy delantero que impulsa las ruedas motrices delanteras y otro acoplado al boggy trasero impulsando sus respectivas ruedas traseras (Figura 10).-

Excitación Serie

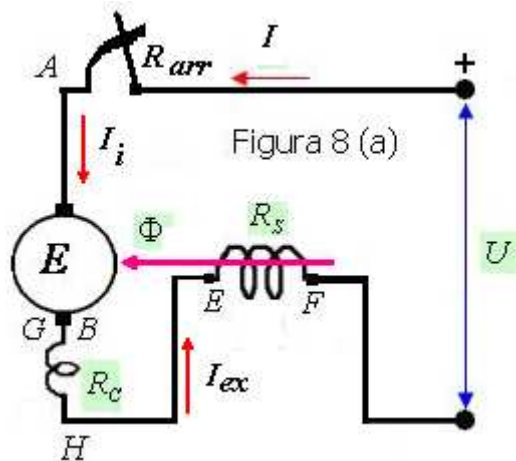


Figura 8

Bobinado de campo alambre grueso y pocas vueltas.

$$U = E + (R_i + R_c + R_s) \cdot I$$

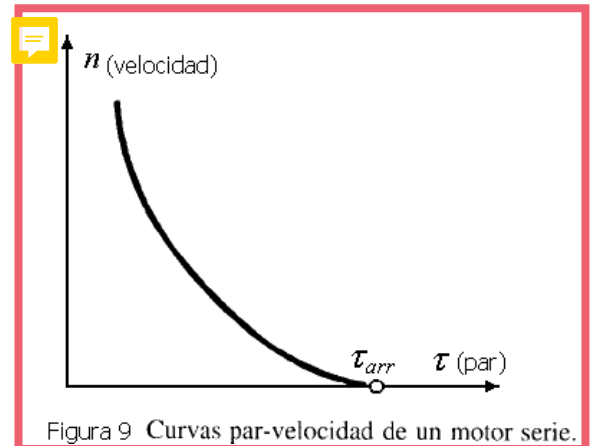
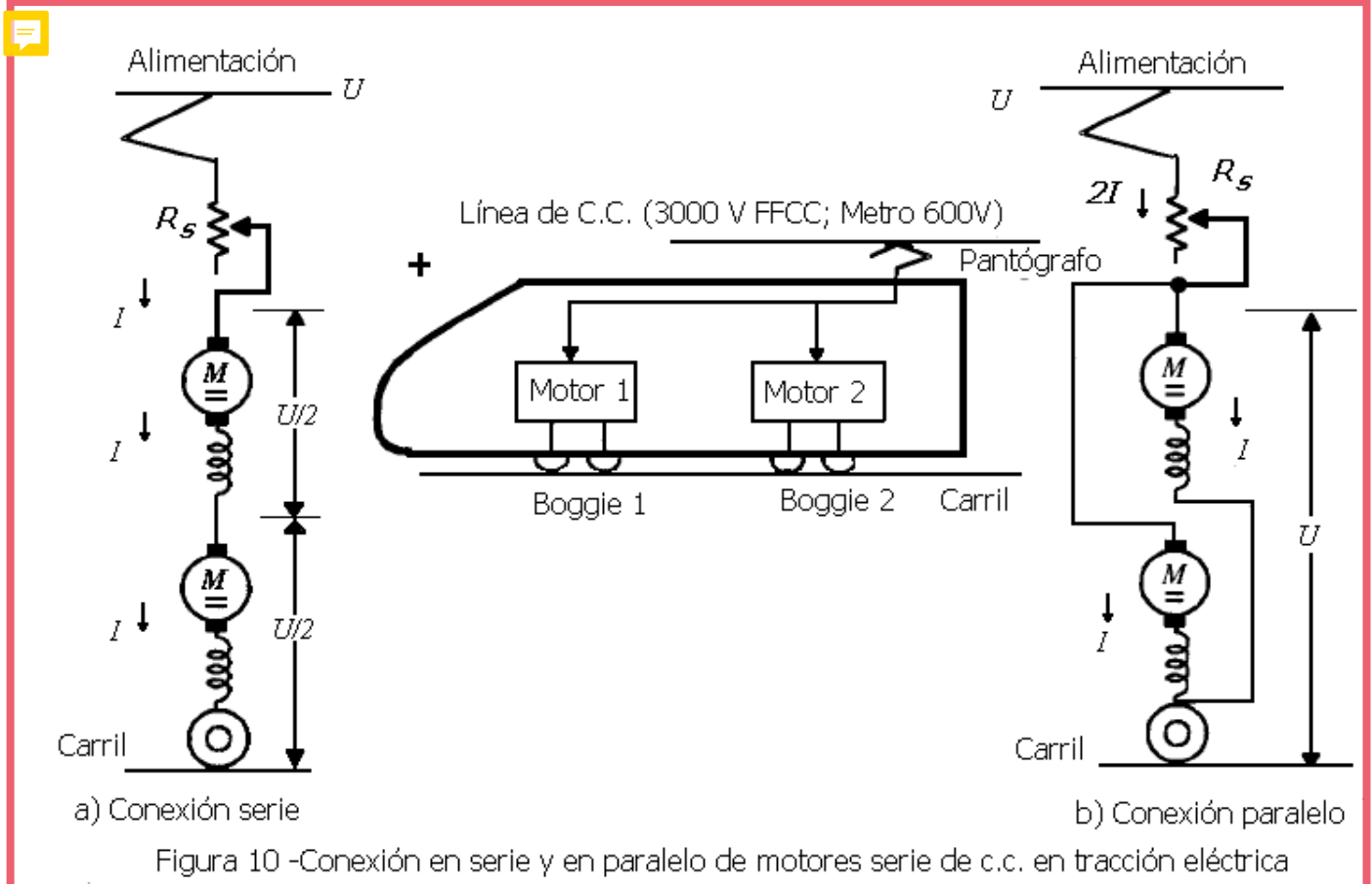


Figura 9 Curvas par-velocidad de un motor serie.

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Las velocidades de ambos motores son iguales en todo momento. La variación de velocidad se consigue con la conexión serie-paralelo de ambos motores, de esta forma pueden obtenerse dos velocidades básicas de trabajo con un buen rendimiento energético. Inicialmente los motores están conectados en serie a través de una resistencia variable que se va eliminando gradualmente, hasta que se obtiene una tensión en bornes de cada motor, mitad de la de línea. Con ello se obtiene la primera posición de marcha. En este momento, al no existir ninguna resistencia externa en el circuito, se obtiene un buen rendimiento del conjunto. Cuando se desea aumentar la velocidad del vehículo se cambia la conexión en serie de los motores y se pasa a paralelo insertando al mismo tiempo entre ellos y la línea una resistencia variable exterior. Esta resistencia se va eliminando poco a poco hasta que los motores funcionan a plena tensión de línea, obteniendo la segunda posición estable de funcionamiento.



Para comparar ambos tipos de conexiones se van a suponer despreciables las resistencias de los circuitos de ambos motores y se va a admitir que el circuito magnético no está saturado. De esta forma las ecuaciones generales del par y la velocidad en cada máquina son:

$$n = \frac{U_i - R_i \cdot I_i}{K_E \cdot \Phi} \approx \frac{U_i}{K_E \cdot \Phi} = \frac{U_i}{K_E \cdot K_f \cdot I_i} = C_1 \cdot \frac{U_i}{I_i} \quad (15); \quad \tau = K_t \cdot \Phi \cdot I_i = K_t \cdot K_f \cdot I_i^2 = C_2 \cdot I_i^2 \quad (16)$$

Donde C_1 y C_2 son constantes, K_f expresa la proporcionalidad entre el flujo y la corriente y U_i indica la tensión en bornes de cada motor. Si se considera una carga que ofrece un par resistente constante, de acuerdo con (16) las corrientes en cada tipo de acoplamiento son idénticas, resultando el reparto de intensidades que se muestra en la Figura 10 y se cumple:

(a) **Conexión serie:** $U_i = U/2$; $I_i = I$; $n_s = C_1 \cdot \frac{U/2}{I}$; $\tau_s = C_2 \cdot I^2$

(b) **Conexión paralelo:** $U_i = U$; $I_i = I$; $n_p = C_1 \cdot \frac{U}{I} = 2 \cdot n_s$; $\tau_p = C_2 \cdot I^2 = \tau_s$

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

Es decir, a igualdad de par, con la conexión en paralelo puede obtenerse una velocidad doble que con acoplamiento serie.

Motor de C.C. Excitación

Compuesta: el esquema de conexiones de este motor es el indicado en la Figura 11 (a). El devanado de excitación serie puede conectarse de forma que refuerce el campo derivación (aditivo) o que se oponga al mismo (diferencial). No se usa el motor compuesto diferencial porque al disminuir el flujo le quita par. La corriente del devanado derivación es constante, mientras que la intensidad del arrollamiento serie aumenta con la carga; de esta forma se obtienen un flujo por polo que aumenta también con la carga, pero no tan rápidamente como el motor serie.

La característica mecánica de estos motores es la mostrada en la Figura 11 (b) y es intermedia entre las curvas del motor derivación y serie. Este motor no se embala porque al tener arrollamiento derivación las curvas siempre cortan el eje de ordenadas.

Métodos de Frenado: cuando se utilizan los motores de c.c. en los accionamientos eléctricos no solamente se necesita arrancar y regular la velocidad con suavidad y precisión, sino que también se requiere detener el motor rápidamente. Este régimen de funcionamiento se denomina frenado, y se puede realizar por procedimientos mecánicos o eléctricos. En el primer caso se utiliza la fuerza de rozamiento entre una llanta rotórica acoplada al accionamiento y unas zapatas que la aprisionan con mayor o menor fuerza para conseguir la parada de la máquina en el momento requerido; en el segundo caso se produce el frenado eléctrico haciendo funcionar el motor de c.c. como generador accionado por la energía cinética de todas las masas giratorias acopladas al rotor.

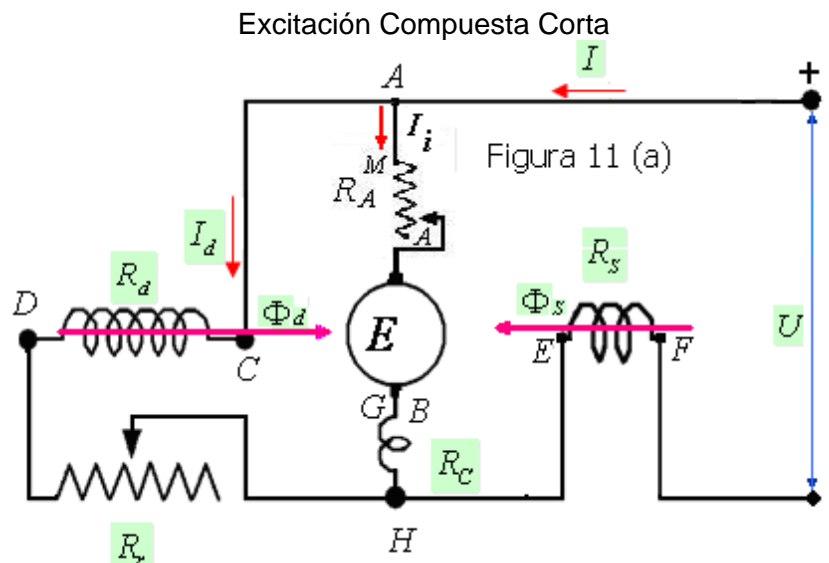
Una particularidad del frenado eléctrico es que su acción desaparece cuando la máquina se detiene, por lo que deben utilizarse en combinación con frenos mecánicos para lograr detener el motor y la carga accionada por él en reposo o paro total.

El frenado eléctrico que se explicará se aplica normalmente en tracción eléctrica y en los aparatos de elevación y transporte, como es el caso de ascensores, montacargas, grúas y otros.

Existen tres métodos de frenado eléctrico, a saber: (a) **regenerativo** o por recuperación de energía: (b) **dinámico** o **reostático** y (c) **a contracorriente**.

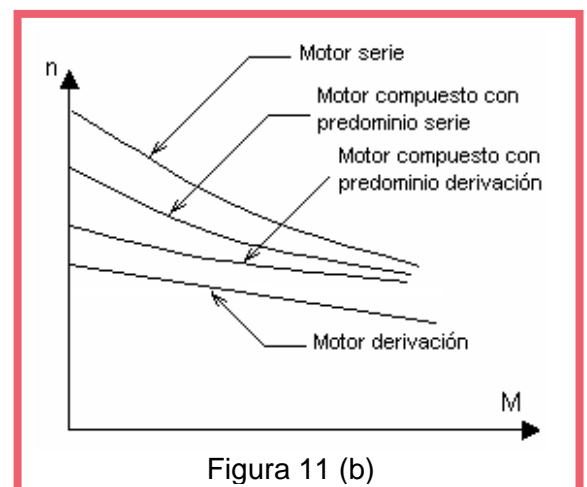
a) Frenado regenerativo o por recuperación de energía

Este régimen de frenado solamente es posible si la máquina de c.c. que funciona en régimen motor se mueve por el mecanismo accionado con una velocidad superior a su marcha en vacío n_0 . Considere, por ejemplo, un motor de c.c. con excitación independiente (o también derivación) como se muestra en la Figura 12 (a). Si se denomina R_i a la resistencia total del circuito del inducido, el



$$U = E + (R_i + R_c + R_A) \cdot I_i + R_s \cdot I$$

$$I = I_i + I_d ; \quad U - R_s \cdot I = I_d (R_d + R_r)$$



MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

valor de la corriente absorbida por la máquina en las condiciones de funcionamiento como motor es:

$$I_i = \frac{U - E}{R_i} = \frac{U - K_E \cdot \Phi \cdot n}{R_i} \quad (17) \quad \text{En la cual } E \text{ es la f.c.e.m. del motor, de menor valor que la tensión}$$

aplicada U , por lo que la corriente absorbida I_i tiene el sentido mostrado en la Figura 12(a). De acuerdo a la ecuación (7) la característica par-velocidad de la máquina en régimen motor viene

definida por: (7)
$$n = \frac{1}{K_E \cdot \Phi} \cdot U - \frac{R_i}{K_E \cdot K_\tau \cdot \Phi^2} \cdot \tau$$
 que es la ecuación de una recta en el sistema de

coordenadas n, τ cuya pendiente es proporcional a toda la resistencia del circuito del rotor. Si la resistencia adicional de arranque es cero, la resistencia del inducido es

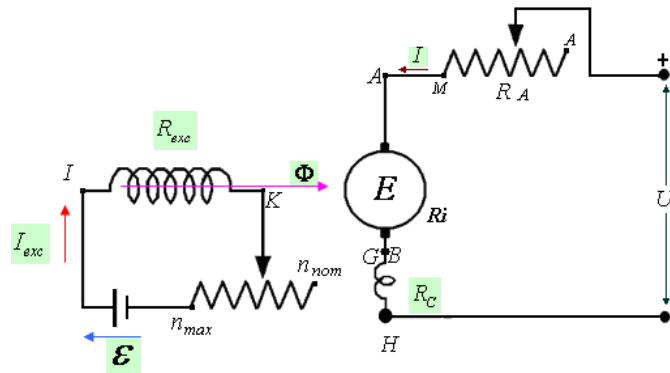


Figura 12 (a)

$R_{i1} = R_i$ y la recta correspondiente es la CBAD señalada en la figura 12 (b), que se denomina **característica mecánica natural** del motor. En la misma figura se muestran otras dos rectas con mayor resistencia en el circuito de inducido R_{i2} y R_{i3} . Si se considera un régimen permanente en el que el inducido no tiene resistencia adicional en serie alguna y se denomina con τ_r al par resistente de la carga en el eje del motor, el punto correspondiente de funcionamiento se encuentra en el primer cuadrante del sistema de coordenadas de la característica de velocidad

$n = f(\tau)$ y es el señalado por A en el

diagrama de la Figura 12 (b).

Para un determinado flujo inductor Φ , existe

Una velocidad para la cual la f.c.e.m. E del motor es igual a la tensión de red U y cuyo valor es la velocidad de vacío n_0 , de tal modo que según (17) se cumple:

$$U = E = K_E \cdot n \cdot \Phi \Rightarrow n_0 = \frac{U}{K_E \cdot \Phi}$$

La máquina funciona entonces en el punto de trabajo B, límite entre el 1º y 2º cuadrante de la curva par-velocidad de la Figura 12 (b). En este punto y de acuerdo con (17), la corriente del inducido I_i es igual a cero, por lo que el motor no puede desarrollar par electromagnético alguno en el eje (ya que $\tau = K_\tau \cdot \Phi \cdot I_i$).

Ahora bien, si por cualquier procedimiento se hace girar la máquina a una velocidad n superior a la de vacío n_0 , es evidente que la f.c.e.m. del motor E será superior a

la tensión aplicada U , de tal modo que la corriente I_i del inducido cambiará de signo respecto al mostrado en la figura 12 (a). En esta situación la máquina de c.c. trabajará como generador y la red actuará como un receptor de energía, frenando a la máquina y regulando así su velocidad.

La ecuación característica par-velocidad vendrá definida por la ecuación (7) (pero en la zona negativa de los pares), que es en definitiva la continuación de la característica mecánica en régimen motor que se extiende al 2º cuadrante del sistema de coordenadas. Es por ello que en régimen de

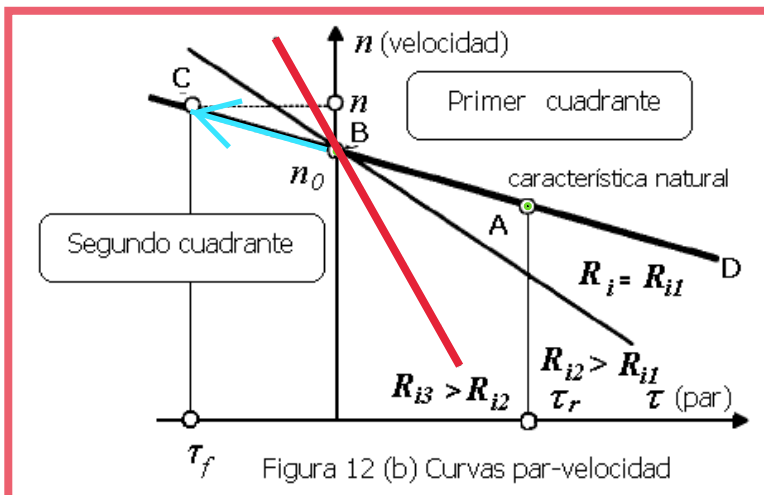


Figura 12 (b) Curvas par-velocidad

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA

frenado regenerativo, el punto de trabajo en la curva par-velocidad se traslada al 2º cuadrante y se ha señalado con C en la Figura 12 (b). La máquina funcionará como generador en el tramo BC de la característica. Es de notar también que cuanto mayor sea la resistencia R_i del circuito de inducido, tanto mayor será la velocidad de rotación en régimen generador para un mismo par de frenado, como se puede comprobar en la Figura 12 (b) para diversos valores de la resistencia de inducido.

Este tipo de frenado se utiliza en tracción eléctrica cuando un tren baja por una pendiente elevada. Al superar la velocidad de vacío n_0 , se devuelve energía a la red y ésta es aprovechada por otros ferrocarriles que estén circulando por la misma vía alimentados por la misma catenaria del tren considerado. También este tipo de frenado (regulación de velocidad, en realidad) es posible en los accionamientos de máquinas de elevación y transporte durante el descenso de las cargas, limitando así la velocidad de caída de las mismas.

El frenado regenerativo de un motor serie es algo mas complicado. Téngase en cuenta que las curvas par-velocidad de un motor serie están limitadas al primer cuadrante y observe en la Figura 9, que en este tipo de motores, cuando el par tiende a cero, la velocidad tiende a un valor muy elevado. Esto significa que este motor no puede pasar por sí mismo del régimen motor al régimen de frenado regenerativo aumentando simplemente la velocidad, Esto se debe a que al aumentar la velocidad se produce, según indica la ecuación (13), una reducción del par, lo que se traduce según señala (11), en una reducción de la corriente del inducido, que es la misma que atraviesa los polos inductores del motor y de este modo el flujo inductor disminuye, por lo que la f.c.e.m. del motor E se acerca mas al valor de la tensión de red U , pero sin conseguir sobrepasarla. Es por ello que para producir el frenado regenerativo de un motor serie debe desconectarse el bobinado de excitación de su unión con el inducido y se debe conectar a un pequeño generador externo, que puede ser incluso, la propia red, aunque en este caso, teniendo en cuenta que en un motor serie el devanado inductor tiene poca resistencia eléctrica, debe limitarse la corriente que circula a su través, introduciendo una resistencia externa en serie con este devanado; de este modo el comportamiento del motor serie (que así, ya no es serie) en régimen de frenado regenerativo es similar al del motor con excitación independiente visto anteriormente.

b) Frenado reostático, dinámico o por disipación de energía

El frenado dinámico hace uso del comportamiento de un motor como generador. Si se desconecta el inducido de un motor de la red de alimentación *mientras permanece conectado la excitación*, la máquina no producirá par motor (ya que $I_i = 0$) y debido a la acción del par resistente se acabará parando al cabo de un cierto tiempo que dependerá de la energía cinética almacenada en el sistema en rotación. Pero si al separar el inducido de la red se carga inmediatamente con una resistencia de carga, *manteniendo en todo momento la excitación del inductor*; la acción de frenado aumentará enormemente.

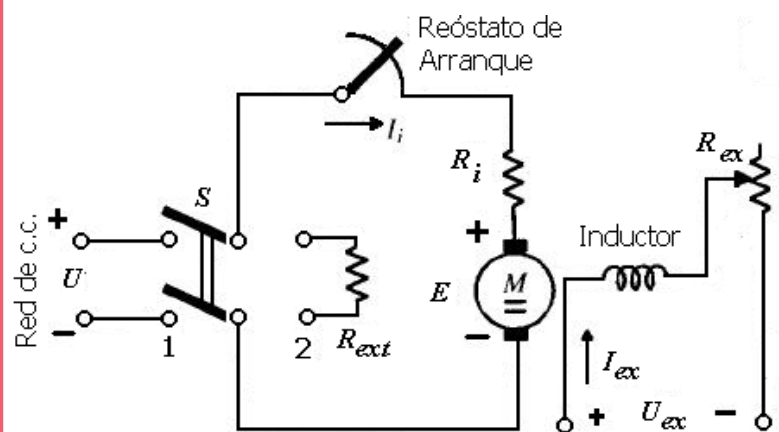


Figura 13 (a) Motor excitación independiente