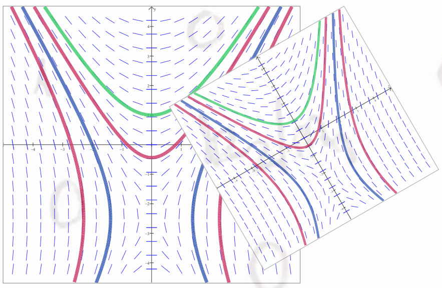
UNIVERSIDAD
NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERIA
en acción continua...

MATEMÁTICAS AVANZADAS



Silvia RAICHMAN – Anibal MIRASSO – Eduardo TOTTER

Transformada de Fourier

Ingeniería en Mecatrónica

FACULTAD DE INGENIERÍA
Universidad Nacional de Cuyo
Noviembre de 2020

TRANSFORMADA DE FOURIER

BREVE REFERENCIA HISTÓRICA

Hemos estudiado previamente que la idea básica del análisis de Fourier, es que cualquier función periódica con período T, puede ser expresada como una combinación lineal de funciones *seno* y *coseno* de igual período T.

Jean-Baptiste Joshep Fourier (1768-1830) presenta en 1807 en el *Institut de France*, un escrito titulado "*Mémoire sur la propagation de la chaleur dans les corps solides*", y en 1811 el trabajo "*Théorie du mouvement de la chaleur dans les corps solides*" con el cual gana el premio otorgado por el citado instituto en el año 1812.

En los mencionados trabajos Fourier realiza sus importantes contribuciones al problema del estudio del flujo de calor, los cuales derivan en la publicación en 1822 de su conocida "*Théorie analityque du la chaleur".* El autor realiza en estos escritos, serios esfuerzos por demostrar que cualquier función diferenciable se puede expandir en un desarrollo en series trigonométricas. *Johann Peter Dirichlet* establece en el año 1829 los criterios de convergencia para las series de Fourier, luego de algunos intentos previos erróneos por parte de otros investigadores.

Matemáticos de la talla de *Lebesgue*, *Littewood, Hardy* y *Frobenius* entre otros, realizaron aportes más recientes al análisis de *Fourier,* el cual involucra en la actualidad una innumerable cantidad de problemas, en los que se trabaja con funciones periódicas y no periódicas.

INTRODUCCIÓN

Una alternativa a la **forma trigonométrica** de la serie de Fourier para una función periódica $f(t)$ de período T, es la **forma compleja** o **exponencial**, que es fácil de manipular debido a las propiedades de la función exponencial y facilita el trabajo con los espectros de frecuencia compleja. La serie compleja de Fourier es muy usada en la práctica ingenieril, sobre todo en cuestiones relacionadas al análisis de señales.

A su vez, la serie compleja de Fourier de una función periódica $f(t)$ de período T, provee una transición de la consideración de la serie de Fourier para el tratamiento de funciones (señales) **periódicas**, a la consideración de la Transformada de Fourier para el tratamiento de funciones (señales) **no periódicas**.

FORMA COMPLEJA DE LA SERIE DE FOURIER

Consideramos la serie de Fourier de una función periódica $f(t)$ de período T:

$$\boxed{f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n sen\,(n\omega_0 t))} \tag{1}$$

Donde $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ y se denomina **frecuencia fundamental.**

Los coeficientes de Fourier están dados por:

$$\boxed{a_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cos(n\omega_0 t)\,dt \quad n = 0,1,2,3,\dots} \tag{1.a}$$

$$\boxed{b_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\,\mathrm{sen}(n\omega_0 t)\,dt \quad n = 1,2,3,\dots} \tag{1.b}$$

Los múltiplos constantes de la frecuencia fundamental, es decir, $2\omega_0$; $3\omega_0$; $4\omega_0$, etc., se denominan **armónicos**: $\omega_n = n\omega_0$

En (1) vemos que $f(t)$ queda expresada como una combinación lineal (C.L.) de funciones base: $\{1, \cos(\omega_0 t), \mathrm{sen}(\omega_0 t), \cos(2\omega_0 t), \mathrm{sen}(2\omega_0 t) \dots\}$. La teoría del desarrollo de las funciones en Series de Fourier se llama **análisis armónico.**

Existen numerosas aplicaciones de las series de Fourier, para las cuales es conveniente expresar las mismas en términos de **exponenciales complejos**. Para esto escribimos las expresiones de las funciones seno y coseno en términos de los mencionados exponenciales, a partir de la identidad de Euler:

$$\cos(n\omega_0 t) = \frac{1}{2}\left(e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t}\right) \tag{2}$$

$$sen(n\omega_0 t) = \frac{1}{2i}\left(e^{in\omega_0 t} - e^{-in\omega_0 t}\right) \tag{3}$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1), obtenemos:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \frac{1}{2}\left(e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t}\right) + b_n \frac{1}{2i}\left(e^{in\omega_0 t} - e^{-in\omega_0 t}\right)\right) \tag{4}$$

En la ecuación (4) sacamos factor común $e^{in\omega_0 t}$ y $e^{-in\omega_0 t}$ y resulta:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}(a_n - ib_n)e^{in\omega_0 t} + \frac{1}{2}(a_n + ib_n)e^{-in\omega_0 t}\right) \tag{5}$$

Designamos los coeficientes de la ecuación (5) de la siguiente manera:

$$c_0 = \frac{a_0}{2} \quad ; \qquad c_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n)\,; \qquad c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + ib_n) \tag{6}$$

La última de las expresiones dada en (6), se debe a que por las propiedades de las funciones seno y coseno, resulta:

$$a_n = a_{-n}; \;\; b_n = -b_{-n}$$

Por lo tanto:

$$\frac{1}{2}(a_n + ib_n) = \frac{1}{2}(a_{-n} - ib_{-n}) = c_{-n}$$

A partir de las expresiones indicadas en (6), la Ecuación (5) queda:

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(c_n e^{in\omega_0 t} + c_{-n} e^{-in\omega_0 t}\right) \tag{7}$$

Para simplificar aún más, la sumatoria aplicada al segundo término se extiende de *n*=-1 a *n*=-∞, obteniendo de este modo la siguiente expresión:

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t} + \sum_{n=-1}^{-\infty} c_n e^{in\omega_0 t} \tag{8}$$

Resulta:

$$\boxed{f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{in\omega_0 t}} \tag{9}$$

La ecuación (9) constituye la denominada **forma compleja de la Serie de Fourier** de la función $f(t)$ de período T. Cabe observar que la sumatoria indicada en (9), incluye un término para n=0.

Los coeficientes c_n de la forma compleja, se pueden evaluar en términos de a_n y b_n (expresiones (1.a) y (1.b)

$$c_0 = \frac{1}{2}a_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt \tag{10}$$

$$\begin{aligned} c_n &= \frac{1}{2}(a_n - ib_n) = \\ &= \frac{1}{T}\left[\int_{-T/2}^{T/2} f(t)cos(n\omega_0 t)dt - i\int_{-T/2}^{T/2} f(t)sen(n\omega_0 t)dt\right] \end{aligned} \tag{11}$$

$$c_n = \frac{1}{T}\left\{\int_{-T/2}^{T/2} f(t)[cos(n\omega_0 t) - isen(n\omega_0 t)]dt\right\} \tag{12}$$

Sustituyendo las ecuaciones (2) y (3) en (12), se obtienen las ecuaciones (13) y (14):

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-in\omega_0 t}dt \tag{13}$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + ib_n) = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{in\omega_0 t}dt \tag{14}$$

Combinando las ecuaciones (10), (13) y (14) obtenemos la siguiente expresión unificada para el coeficiente c_n :

$$\boxed{c_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)e^{-in\omega_0 t}dt\,;} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{15}$$

Es decir, la forma compleja de la Serie de Fourier de la función $f(t)$ de período T está dada por la expresión (9), junto con el coeficiente c_n indicado en (15).

Considerando que:

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - ib_n) \tag{16}$$

es un número complejo, excepto para n=0, entonces puede escribirse en la **forma polar**:

$$c_n = |\,c_n|e^{i\emptyset_n} = \frac{1}{2}\sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2}\;\; e^{i\emptyset_n} \tag{17}$$

donde $|\,c_n|$ es el **módulo** y $\emptyset_n$ el **ángulo de fase**

$$tg\emptyset_n = \left(-\frac{b_n}{a_n}\right) \tag{18}$$

Esto se cumple para todos los valores de n, excepto para n=0, ya que en este caso c_0 es real y está dado por:

$$c_0 = \frac{1}{2}a_0 \tag{19}$$

ORTOGONALIDAD DE LAS FUNCIONES COMPLEJAS DE LA SERIE DE FOURIER

En el caso de funciones que toman valores complejos, los criterios de ortogonalidad presentan algunas modificaciones que se presentan a continuación.

Dado un conjunto de funciones complejas $f(t)$, las mismas son ortogonales en un intervalo $a<t<b$ si:

$$\int_a^b f_n(t)\, {f_m}^*(t)dt = \begin{cases} 0 & \text{para } m \neq n \\ r_n & \text{para } m = n \end{cases} \tag{20}$$

Siendo ${f_m}^*(t)$ el conjugado complejo de $f_m(t)$.

Es posible demostrar que el conjunto de las funciones complejas de la serie de Fourier $\{e^{in\omega_0 t}\}$, n=0, n=1, n=-1, n=2, n=-2, … cumple la condición de ortogonalidad para $m \neq n$, en el intervalo (-$T/2$,$T/2$) siendo $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$.

Ejemplo de aplicación.

Determine la serie compleja de Fourier para la función diente de sierra definida por:

$f(t) = \frac{A}{T}\, t$ para $0 < t < T$, y $f(t+T) = f(t)$ para todo t

Ver Anexo pág 4

DOMINIO DEL TIEMPO Y DOMINIO DE LA FRECUENCIA

El análisis de una función en el dominio de la frecuencia brinda una perspectiva diferente para definir el comportamiento de funciones oscilantes. Al expresar una función periódica $f(t)$ mediante su expansión en Serie de Fourier, estamos descomponiendo a la función en sus componentes armónicos o de frecuencia. Si $f(t)$

tiene período T, entonces tiene componentes de frecuencia a las frecuencias $\omega_n = n\omega_0 = n\frac{2\pi}{T}$. Por lo tanto, una Serie de Fourier puede ser interpretada como el **espectro de frecuencias** de la función periódica $f(t)$ y proporciona una representación alternativa de la función en su forma de onda en el dominio del tiempo. Este espectro de frecuencia se representa dibujando las gráficas de las amplitudes y las fases de las diversas componentes armónicas en función de la frecuencia angular ω_n La gráfica de la amplitud en función de ω_n se llama **espectro de amplitud**, en tanto que la gráfica de la fase en función de ω_n se denomina **espectro de fase**. Teniendo en cuenta que las componentes armónicas sólo aparecen en frecuencias discretas ω_n, dichos espectros se denominan **espectros de frecuencias discretas** o **espectros de línea**. La representación de señales por sus correspondientes espectros es un método muy utilizado en Ingeniería.

Si la expansión en Serie de Fourier de una función $f(t)$ de período T, se obtuvo en la forma trigonométrica

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n sen\,(n\omega_0 t))$$

Entonces se puede expresar en términos de sus componentes armónicos como

$$f(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t + \emptyset_n)$$

donde

$$A_0 = \frac{a_0}{2}\ ;\ A_n = \sqrt{{a_n}^2 + {b_n}^2}$$

$$tg\emptyset_n = \left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

Las gráficas de A_n en función de ω_n, y de $\emptyset_n$ en función de ω_n, constituyen los espectros de amplitud y de fase respectivamente. Pero primero hay que determinar A_n y $\emptyset_n$ en función de a_n y b_n que son los coeficientes de la serie de Fourier trigonométrica.

En la *Figura 1* podemos observar la representación gráfica de una función en el dominio del tiempo y los correspondientes espectros de amplitud y fase de la misma en el dominio de la frecuencia.

$$f(t) = 2.0\cos\left(\frac{\pi}{4}\,t + \frac{\pi}{2}\right);\quad T=8;\quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{8}$$

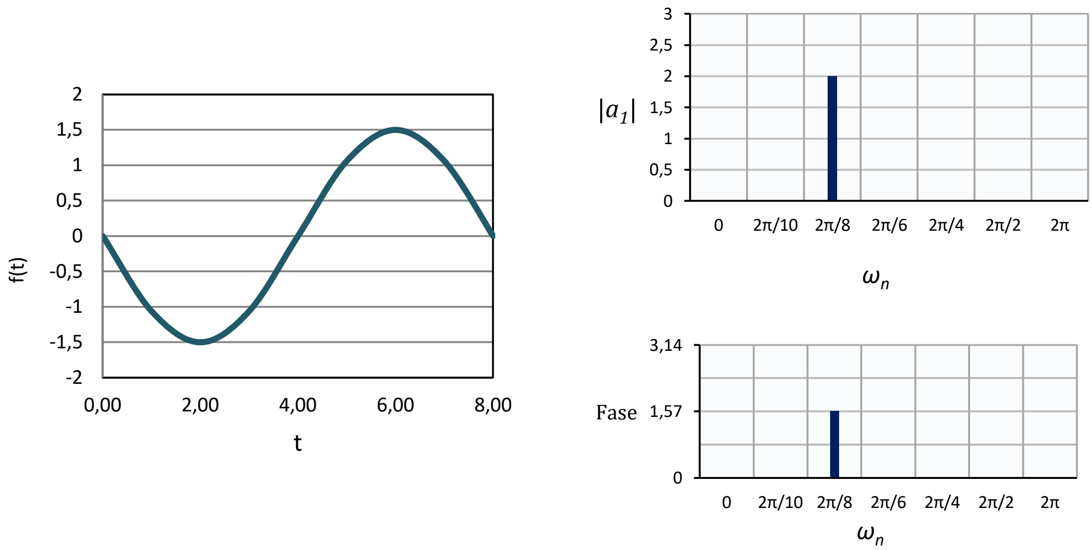


Figura 1. Espectros de amplitud y de fase en la forma trigonométrica de la función *f*(*t*).

Observamos que para una curva simple (función seno o coseno), estas líneas no son muy interesantes. Su poder y su valor se revelan cuando se aplican a una situación más complicada, es decir, a una Serie de Fourier. Es posible obtener espectros para la forma trigonométrica o compleja de la Serie de Fourier. Si son evaluados a partir de la forma compleja de la Serie de Fourier se denominan **espectros de frecuencia compleja**.

En análisis de señales es más común utilizar directamente la forma compleja de la serie de Fourier. La Ecuación (9), que es la forma compleja de la Serie de Fourier de $f(t)$ de período T, resulta una combinación lineal de funciones $e^{in\omega_0 t}$ con sus respectivos coeficientes c_n. Dichos coeficientes los podemos expresar en la forma polar:

$$c_n = |\,c_n|e^{i\emptyset_n}, \text{ con n=0, +1,-1,+2,-2, ...}$$

El **espectro de amplitud** lo constituye la representación gráfica de $|\,c_n|$ en función de $\omega_n = n\omega_0$. En tanto que el **espectro de fase** lo consituye la representación gráfica de $\emptyset_n$ en función de ω_n. A partir de estos dos espectros queda representada la función $f(t)$. Teniendo en cuenta que $|\ c_n| = |\ c_{-n}|$ el espectro de amplitud será simétrico con respecto al eje vertical.

Observamos que en la forma compleja del espectro de frecuencia discreta, tenemos componentes de frecuencias discretas 0, + $\omega_0, -\omega_0, 2\omega_0, -2\omega_0$, ..., es decir que están involucradas ambas frecuencias discretas positivas y negativas. Obviamente las señales con frecuencias negativas no son viables físicamente y han sido introducidas por razones matemáticas. En la frecuencia $n\omega_0$ tenemos la componente $e^{in\omega_0 t}$ que ella misma no es una señal física; para obtener una señal física debemos considerar ésta junto con la componente correspondiente $e^{-in\omega_0 t}$ a la frecuencia $-n\omega_0$, ya que entonces tenemos: $e^{in\omega_0 t} + e^{-in\omega_0 t} = 2cos(n\omega_0 t)$

La serie compleja de Fourier constituye una herramienta útil para estudiar el espectro de una función periódica. Permite convertir una función periódica en el dominio del tiempo a magnitudes de frecuencias discretas en el dominio de la frecuencia. Constituye así una **representación alternativa de la función periódica** $f(t)$.

En la *Figura 2* podemos observar la gráfica de la función $f(t) = \frac{3t}{4}$ para $0 \le t < 8$, y $f(t+8) = f(t)$ para todo t. En la misma se muestra además la representación del espectro de amplitud de la función dada, a partir de la serie compleja de Fourier.

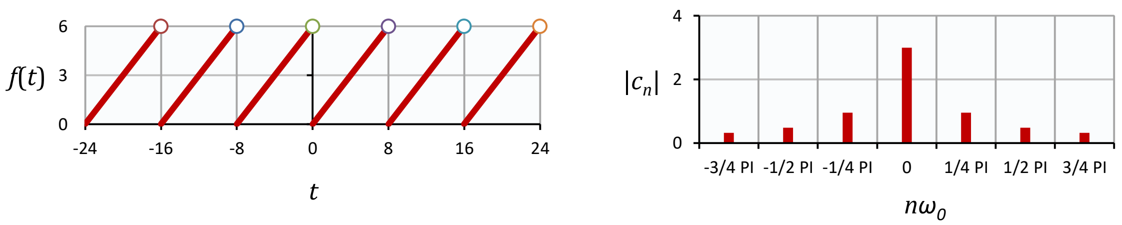


Figura 2. Espectro de amplitud compleja de la función $f(t)$.

Ejemplo de aplicación.

Represente los espectros de amplitud y de fase, a partir de la serie compleja de Fourier para la función diente de sierra definida por:

$f(t) = \frac{A}{T}\ t$ para $0 < t < T$, y $f(t+T) = f(t)$ para todo t

Ver Anexo pág 5

INTEGRAL DE FOURIER - ESPECTROS CONTINUOS

Una gran cantidad de problemas prácticos de frecuente aparición en las ciencias, tratan con funciones **no periódicas**. Por otro lado y teniendo en cuenta que las Series de Fourier constituyen una herramienta de gran poder en problemas que involucran funciones periódicas, es deseable desarrollar métodos de análisis de Fourier para problemas asociados a funciones no periódicas. Por ejemplo, ocurre un relámpago y pasa un cierto tiempo hasta que vuelva aocurrir otro (si es que ocurre) pero causará interferencia en receptores que operan en un amplio rango de frecuencias. Se trata de una forma de onda no periódica. La alternativa a la serie de Fourier para analizar formas de onda no periódicas es la **integral de Fourier**, que se obtiene a partir de la forma exponencial de la Serie de Fourier (ec.(9)).

Una función $f(t)$ periódica de período T, deja de serlo si hacemos tender el período $T \to \infty$. Conforme el período T se vuelve infinito, la función nuca se repite y se vuelve no periódica. Para hallar la representación de Fourier de esta función ***no periódica*** pero definida para todo t, consideremos en primer lugar la forma exponencial vista de las series de Fourier y sustituimos la Ecuación (15) en (9) para obtener:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) e^{-in\omega_0 \tau} d\tau \right] e^{in\omega_0 t} \tag{21}$$

Como

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \tag{22}$$

Entonces:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) e^{-in\omega_0 \tau} d\tau \right] \omega_0 e^{in\omega_0 t} \tag{23}$$

Por (22) si hacemos tender $T \to \infty$, entonces $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, $\omega_0 \to 0$, por lo cual para representar el proceso reemplazamos ω_0 por $\Delta\omega$ en (23) obteniendo:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-T/2}^{T/2} f(\tau) e^{-in\Delta\omega \tau} d\tau \right] \Delta\omega e^{in\Delta\omega t} \tag{24}$$

En el límite, cuando $T \to \infty$, $\Delta\omega \to d\omega$, $n\Delta\omega \to \omega$ y la sumatoria se convierte en una integral para la variable ω:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau\right]e^{i\omega t}d\omega \qquad (25)$$

Definimos $(t = \tau)$:

$$\boxed{c_\omega = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt} \qquad (26)$$

Entonces:

$$\boxed{f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} c_\omega\, e^{i\omega t}d\omega} \qquad (27)$$

La expresión (27) constituye la representación de Fourier compleja de una función $f(t)$ no periódica y se denomina **integral de Fourier compleja**. La estructura básica de esta integral recuerda a la correspondiente a la expresión (9) para la representación en series complejas de Fourier de una función periódica.

El paso de una función periódica a una no periódica se realiza permitiendo que el período tienda a infinito. Es decir, cuando el período tiende a infinito la función no se repite y es así que se vuelve no periódica. La serie de Fourier se reduce entonces a la expresión dada en (27), con c_ω definido en la ecuación (26). Los coeficientes pasan a ser una función continua de la variable de frecuencia ω.

TRANSFORMADA DE FOURIER

Una transformada integral es una transformación que a partir de una funcion dada, produce otra función que depende de una variable diferente y aparece en la forma de una integral. Estas transformaciones tienen gran utilidad como herramientas en la resolución de problemas que involucran ecuaciones diferenciales ordinarias, ecuaciones diferenciales parciales y en el estudio y análisis de funciones especiales.

Ejemplos de transformadas integrales, son la transformada de Laplace y la transformada de Fourier.

Las expresiones (26) y (27) de la forma compleja de la integral de Fourier proveen una plataforma natural a partir de la cual se desarrolla la **Transformada de Fourier**.

Para una función $f(t)$, se define como transformada de Fourier de $f(t)$ a la siguiente función:

$$\boxed{\Im[f](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt} \qquad (28)$$

Del análisis de la misma se desprende que la transformada de Fourier de la función $f(t)$ es el coeficiente c_ω de la representación integral compleja de Fourier de una función $f(t)$.

$\Im$ "transforma" una función $f(t)$ en una función diferente $\Im[f]$, la cual depende de la variable ω. Es decir, para cada valor de ω, tendremos un valor de $\Im[f](\omega)$ evaluado por intermedio de la expresión (28).

Teniendo en cuenta (27) y (28) podemos escribir:

$$\boxed{f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \Im[f](\omega)\, e^{i\omega t}d\omega} \qquad (29)$$

Esta expresión nos permite "recuperar" la función original $f(t)$ a partir de su transformada de Fourier $\Im[f](\omega)$, por lo cual se denomina a la misma, **transformada inversa de Fourier** y presenta una gran importancia en la recuperación de las funciones originales que fueron transformadas a los efectos de simplificar un problema determinado. Las expresiones (28) y (29) por las cuales "transformamos" una función $f(t)$ y "recuperamos" la misma a partir de su transformada, se denominan **par de transformadas de Fourier**. Es así que el par de transformadas de Fourier nos permite transformar entre el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia para una función (señal) no periódica.

Ver Anexo pág 8

TRANSFORMADA DE FOURIER de la DERIVADA de la función f(t)

La utilización de Transformadas de Fourier en la solución de problemas que implican la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias o ecuaciones diferenciales parciales, implica la necesidad de encontrar expresiones que relacionen la transformada de Fourier de la derivada de una función $f'(t)$ con la transformada de la función $f(t)$. La relación para derivadas de cualquier orden se denomina **regla operacional** y se demuestra de la siguiente manera:

Para n entero positivo. Si $f^{(n-1)}$ es continua y $f^{(n)}$ es continua por tramos en cada intervalo [-L, L] y suponiendo que $\int_{-\infty}^{\infty}\left|f^{(n-1)}(t)\right|dt$ converge, tendremos:

$$\lim_{t\to\infty} f^{(k)}(t) = \lim_{t\to-\infty} f^{(k)}(t) = 0 \quad \text{para } k=0, 1, 2,\dots (n\text{-}1) \tag{30}$$

Entonces:

$$\boxed{\Im\left[f^{(n)}(t)\right](\omega) = (i\omega)^n\, \Im[f](\omega)} \tag{31}$$

Demostración: Comenzando el proceso por la derivada primera e integrando por partes obtenemos:

$$\Im[f'](\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f'(t)e^{-i\omega t}dt \tag{32}$$

$$\Im[f'](\omega) = \left[f(t)e^{-i\omega t}\right]_{-\infty}^{\infty} - \int_{-\infty}^{\infty} f(t)(-i\omega)e^{-i\omega t}dt \tag{33}$$

$$e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i\, sen(\omega t) \quad \text{tiene magnitud 1} \tag{34}$$

Además por (30):

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{t\to-\infty} f(t) = 0 \tag{35}$$

Es decir:

$$\Im[f'](\omega) = i\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt = i\omega\, \Im[f](\omega) \tag{36}$$

Por inducción sobre n y debido a que $f^{(n)}(t) = \frac{d}{dt}f^{(n-1)}(t)$, se concluye que para derivadas de orden superior se cumple la expresión (31).

Diferencias entre la Serie de Fourier y la Transformada de Fourier

✓ **La Serie de Fourier y la Transformada de Fourier se aplican a un tipo diferente de funciones**: las Series de Fourier se aplican a formas de onda *periódicas*, en tanto que la Transformada de Fourier a las formas de onda *no periódicas*.

✓ **La Serie de Fourier y la Transformada de Fourier difieren en los cambios del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia**: la Serie de Fourier convierte una función *continua* y *periódica* en el dominio del tiempo a magnitudes de frecuencias *discretas* en el dominio de la frecuencia. La Transformada de Fourier convierte una función *continua* y *no periódica* en el dominio del tiempo en una función *continua* en el dominio de la frecuencia.

BIBLIOGRAFÍA

1. *Análisis de Fourier*, H. Hsu, Fondo Educativo Interamericano, Bogotá, 1974.
2. *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*, E. Kreyszig, Limusa-Wiley, S.A., 2006.
3. *Métodos Numéricos para Ingenieros*, S. Chapra, R. Canale, J.C.del Valle Sotelo, Mc Graw Hill Interamericana, México, 2007.
4. *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería*, G. James, Pearson Educación, México 2002.