4.2-

$$C = 4{,}9 \cdot \varepsilon_0 \; \frac{0{,}60 \cdot 480.10^{-4} m^2}{8 \cdot 10^{-3}} + \varepsilon_0 \cdot \frac{0{,}40 \cdot 480.10^{-4}}{8 \cdot 10^{-3}} = 177 pF$$

4.3- En un principio se tiene un capacitor de placas planas paralelas; el hecho de rellenar la mitad del área y todo el espesor hace que una parte del campo eléctrico vaya de media placa hasta la otra mitad atravesando vacío por un lado, y por otro lado el campo eléctrico atravesando un dieléctrico.

Entonces se tienen en paralelo dos capacitores de igual forma, con la misma separación entre placas, cada una con la mitad del área inicial y con distintos dieléctricos en el interior.

Como $C = \frac{Q}{V}$, entonces $Q = C.V$; debemos hallar C_{eq}:

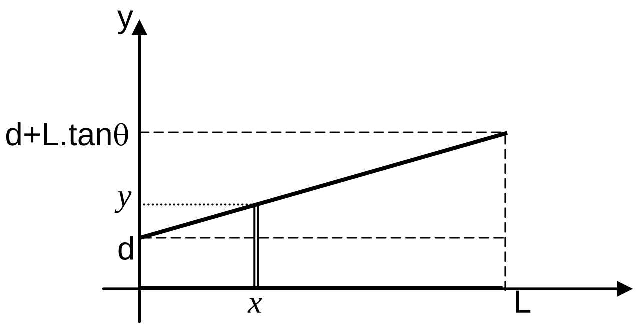
$$C_{eq} = C_1 + C_2 = K_d \epsilon_0 \frac{A/2}{d} + \epsilon_0 \frac{A/2}{d} = (\frac{K_d+1}{2}) \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Por lo tanto: $Q = \left(\frac{K_d+1}{2}\right) \epsilon_0 \frac{A}{d}.V_0$

4.4- En este caso y por la geometría podríamos usar la ecuación $C = \epsilon_0 \frac{A}{d}$; pero sucede que la separación entre placas no es constante. Deberíamos partir el capacitor en otros de manera de tener separación constante, y como la separación varía a lo ancho de esa vista frontal en la figura, es conveniente particionar infinitesimalmente todo el ancho en "nuevas" placas planas paralelas de separación "y" ($d \leq y \leq d+L.\tan\theta$) y valor de área $A = L.dx$ (L sería la profundidad en esa figura).

Al hacer esta partición tenemos varios capacitores en paralelo con capacitancia cada uno de $dC = \epsilon_0 \frac{Ldx}{y}$; la capacitancia del capacitor se hallará sumando las capacitancias individuales; es el caso infinitesimal sumar es integrar.

$$C = \int \epsilon_0 \frac{Ldx}{y} = \epsilon_0 L \int \frac{dx}{y}$$



$$y = m.x + b = tan\theta.x + d \cong \theta.x + d$$

$$0 \leq x \leq L$$

$$C = \epsilon_0 L \int_0^L \frac{dx}{\theta.x + d} = \cdots$$

Resuelva esta integral y use la consideración para el logaritmo natural para obtener la expresión de la capacitancia.

4.7- Al estar conectados en serie, la capacitancia equivalente será:

$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)^{-1} \cong 1\mu F$$

La carga en cada uno de esos tres capacitores será: $Q = C.V = 21\mu C$.

Luego de la separación y la reconexión entre ellos, más un cuarto elemento capacitor, todos en paralelo, tendremos:

$$Q_0^{'} = 63\mu C \qquad \text{y} \qquad C_{eq} = 12\mu F$$

Por lo tanto, todos y cada uno de ellos estarán al mismo nuevo potencial:

$$V_0^{'} = \frac{Q_0^{'}}{C_{eq}} = 5{,}25V$$

Use la ecuación $Q = C.V$ y la ecuación $U = \frac{1}{2}C.V^2$; para hallar las soluciones.

4.8-

$$C = \varepsilon_0 \, \frac{20.10^{-4} m^2}{4 \cdot 10^{-3}} = 4{,}43 pF$$

a) $$U = \frac{1}{2} \cdot C \cdot (250V)^2 = 138\, nJ$$

b) La capacidad con 1mm de distancia entre placas: $C = \varepsilon_0 \, \frac{20.10^{-4} m^2}{1 \cdot 10^{-3}} = 17{,}7\, pF$

$$W = +\Delta U = U_{final} - U_{inicial} = \frac{1}{2} \cdot (17{,}7.10^{-12} F) \cdot (250V)^2 - (138 nJ) = 415\, nJ$$

c) $$Q = (4{,}43F) \cdot (250V) = 1{,}11\, nC \quad \Rightarrow \quad U_{final} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1{,}11 nC)^2}{17{,}7\, pF} = 34{,}6\, nJ$$

$$W = +\Delta U = U_{final} - U_{inicial} = (34{,}6 nJ) - (138 nJ) = -103{,}4\, nJ$$

4.12-

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln \frac{r_b}{r_a}} = \frac{2\pi\varepsilon_0 0{,}012}{\ln \frac{5}{1}} = 0{,}415 pF$$

$$U = 4 nJ = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \quad \Rightarrow \quad Q = \sqrt{2 \cdot (4.10^{-9} J) \cdot (0{,}415.10^{-12} F)} = 57{,}6\, pC \;\rightarrow\; \lambda = \frac{57{,}6 pC}{12 mm} = 4{,}8 \frac{nC}{m}$$

$$E_{Máximo} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_a} = 86.281 \frac{N}{C} \quad \rightarrow \quad u_{Máximo} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \, E^2_{Máximo} = 33 \frac{mJ}{m^3}$$

$$E_{\min imo} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_b} = 17.256 \frac{N}{C} \quad \rightarrow \quad u_{\min imo} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \, E^2_{\min imo} = 1{,}32 \frac{mJ}{m^3}$$