Started on	Thursday, 11 February 2021, 8:23 AM
State	Finished
Completed on	Thursday, 11 February 2021, 10:23 AM
Time taken	2 hours
Marks	58.00/69.00
Grade	**84.06** out of 100.00

Question **1**
Correct
Mark 3.00 out of 3.00

Sea la curva dada por **r**(t)=(cos^3(t),sen^3(t)), 0<t<π/2. Complete cada afirmación de modo de obtener una proposición verdadera.

1) la curva dada [es suave] ✔ .

2) el vector **T** en el punto $\mathbf{r}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ tiene [la primera componente negativa y la segunda, positiva] ✔ .

3) la derivada segunda $\mathbf{r}''\left(\frac{\pi}{4}\right)$ es un vector que, aplicado en el punto $\mathbf{r}\left(\frac{\pi}{4}\right)$,
[apunta en dirección contraria al origen] ✔ .

Respuesta correcta

The correct answer is:
Sea la curva dada por **r**(t)=(cos^3(t),sen^3(t)), 0<t<π/2. Complete cada afirmación de modo de obtener una proposición verdadera.

1) la curva dada [es suave].

2) el vector **T** en el punto $\mathbf{r}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ tiene [la primera componente negativa y la segunda, positiva].

3) la derivada segunda $\mathbf{r}''\left(\frac{\pi}{4}\right)$ es un vector que, aplicado en el punto $\mathbf{r}\left(\frac{\pi}{4}\right)$, [apunta en dirección contraria al origen].

Question **2**
Correct
Mark 6.00 out of 6.00

Sea la curva dada por **r**(t)=(3cos^3(t),3sen^3(t)), 0≤t≤2π. Sabiendo que se trata de una curva simple, cerrada y suave por partes, indique cuál es el valor del área encerrada por dicha curva. Trabaje con tres decimales exactos.

Answer: 10.60 ✔

Usando el Teorema de Green para calcular el área encerrada por la curva, considerando el campo vectorial F(x,y)=(-y/2,x/2), se hace:

$$Área = \iint_D 1\,dA = \oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{2}\left(-3\sin^3(t), 3\cos^3(t)\right)\cdot\left(-33\cos^2(t)\sin(t), 33\sin^2(t)\cos(t)\right)\ dt$$

$$= \tfrac{3}{8}3^2\pi$$

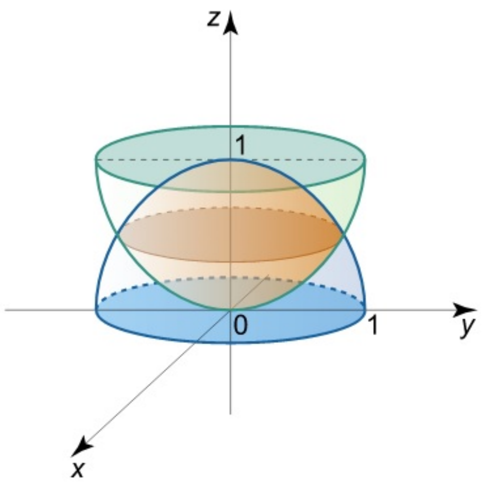
The correct answer is: 10.6029

Question **3**

Correct

Mark 10.00 out of 10.00

Se tiene un sólido encerrado por los paraboloides circulares que se muestran en la figura (región anaranjada):



Seleccione de la lista cuál integral calcula el volumen de la región anaranjada en coordenadas cilíndricas D

A-$\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_{r^2}^{1-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

B-$\int_0^{2\pi}\int_0^{3/4}\int_{r^2}^{-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

C-$\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_{r^2}^{-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

D-$\int_0^{2\pi}\int_0^{1/\sqrt{2}}\int_{r^2}^{1-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

E-$\int_0^{2\pi}\int_0^{1/2}\int_{r^2}^{1-r^2} r dz\, dr\, d\theta$

F-$\int_0^{2\pi}\int_0^{1/\sqrt{2}}\int_{r}^{\sqrt{1-r^2}} r dz\, dr\, d\theta$

G-$\int_0^{2\pi}\int_0^{3/4}\int_{r}^{-r} r dz\, dr\, d\theta$

H-Ninguna de las anteriores.

Seleccione de la lista cuál integral calcula el volumen de la región anaranjada en coordenadas rectangulares M

I- $\int_{-1}^{1}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

J- $\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

K-$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{x^2+y^2}^{-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

L-$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\int_{1-x^2-y^2}^{x^2+y^2} dz\, dy\, dx.$

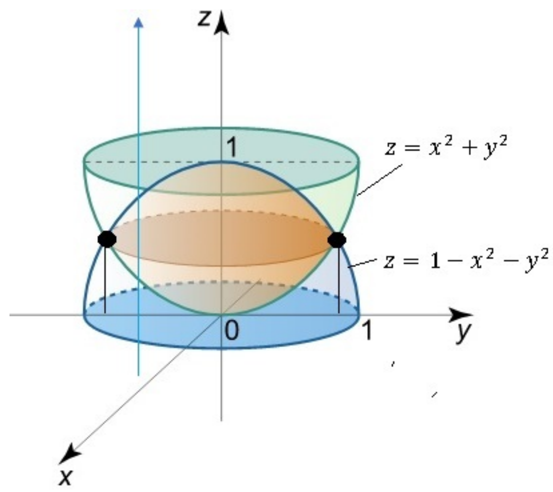
M-$\int_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}}\int_{-\sqrt{1/2-x^2}}^{\sqrt{1/2-x^2}}\int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

N-$\int_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}}\int_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}}\int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

O-$\int_{-3/4}^{3/4}\int_{-3/4}^{3/4}\int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} dz\, dy\, dx.$

P- Ninguna de las anteriores

Respuesta correcta



Por geometría sabemos que las ecuaciones de los paraboloides dados son $z = x^2 + y^2$ y $z = 1 - x^2 - y^2$

Interesa determinar la intersección:

$$x^2 + y^2 = 1 - x^2 - y^2$$

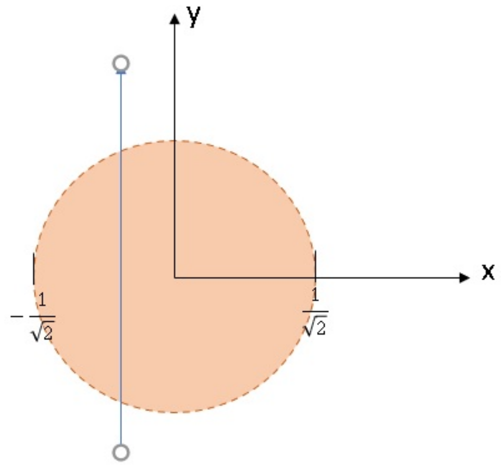
Pasando a coordenadas cilíndricas se tiene que:

$$r^2 = 1 - r^2$$

De lo que se obtiene: $r_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Así, $0 \le r \le \frac{1}{\sqrt{2}}$

Si imaginamos una recta vertical paralela al eje z y que atraviese la región en la dirección creciente de z, vemos que primero corta el paraboloide verde con ecuación $z = r^2$ y luego el azul con ecuación $z = 1 - r^2$. Por lo que, $r^2 \le z \le 1 - r^2$

Finalmente, $V = \int_0^{2\pi}\int_0^{1/\sqrt{2}}\int_{r^2}^{1-r^2} r\, d\,z\, dr\, d\theta$

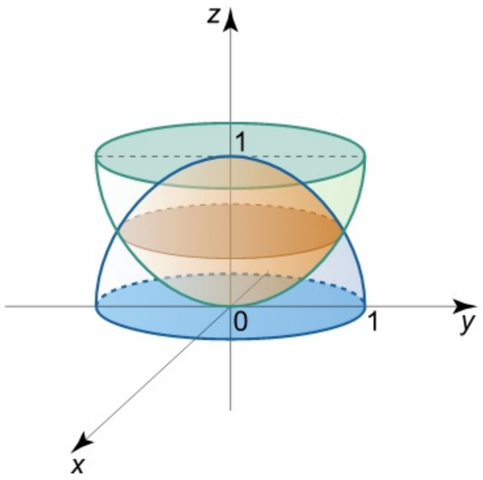


Si se traza la proyección de la región sobre el plano xy, se ve que es un círculo delimitado por la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = 1/2$. Al trazar una recta paralela al eje y, cuando y crece, la recta entra en la parte inferior del círculo de ecuación $y = -\sqrt{\frac{1}{2} - x^2}$ y sale por la posterior de ecuación $y = \sqrt{\frac{1}{2} - x^2}$. Así, mientras x se mueve entre $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ y $\frac{1}{\sqrt{2}}$, y se mueve entre $-\sqrt{\frac{1}{2} - x^2}$ y $\sqrt{\frac{1}{2} - x^2}$.

Finalmente, $V = \int_{-\frac{1}{\sqrt{2}}}^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \int_{-\sqrt{\frac{1}{2}-x^2}}^{\sqrt{\frac{1}{2}-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx$

The correct answer is:

Se tiene un sólido encerrado por los paraboloides circulares que se muestran en la figura (región anaranjada):



Seleccione de la lista cuál integral calcula el volumen de la región anaranjada en coordenadas cilíndricas [D]

A-$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{r^2}^{1-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

B-$\int_0^{2\pi} \int_0^{3/4} \int_{r^2}^{-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

C-$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \int_{r^2}^{-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

D-$\int_0^{2\pi} \int_0^{1/\sqrt{2}} \int_{r^2}^{1-r^2} r dz\, dr\, d\theta.$

E-$\int_0^{2\pi} \int_0^{1/2} \int_{r^2}^{1-r^2} r dz\, dr\, d\theta$

F-$\int_0^{2\pi} \int_0^{1/\sqrt{2}} \int_r^{\sqrt{1-r^2}} r dz\, dr\, d\theta$

G-$\int_0^{2\pi} \int_0^{3/4} \int_r^{-r} r dz\, dr\, d\theta$

H-Ninguna de las anteriores.

Seleccione de la lista cuál integral calcula el volumen de la región anaranjada en coordenadas rectangulares [M]

I- $\int_{-1}^{1} \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

J- $\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

K-$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{x^2+y^2}^{-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

L-$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{1-x^2-y^2}^{x^2+y^2} dz\, dy\, dx.$

M-$\int_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}} \int_{-\sqrt{1/2-x^2}}^{\sqrt{1/2-x^2}} \int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

N-$\int_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}} \int_{-1/\sqrt{2}}^{1/\sqrt{2}} \int_{x^2+y^2}^{1-x^2-y^2} dz\, dy\, dx.$

O-$\int_{-3/4}^{3/4} \int_{-3/4}^{3/4} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{1-x^2-y^2}} dz\, dy\, dx.$

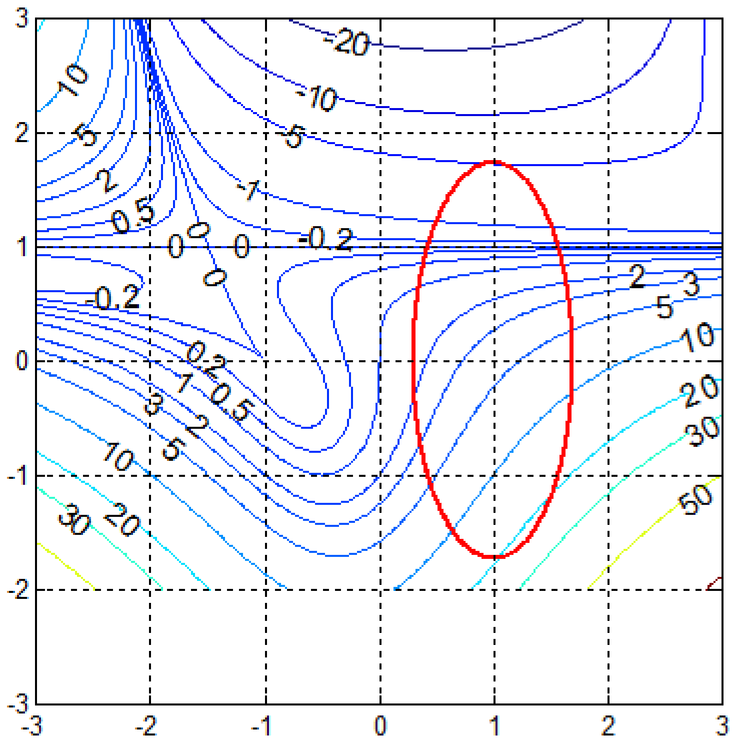
P- Ninguna de las anteriores

Question **4**

Partially correct

Mark 9.00 out of 10.00

La función diferenciable f viene dada en el siguiente gráfico de curvas de nivel; se sabe de f que su gradiente se anula en más de un punto de la región presentada en el gráfico; en el mismo gráfico aparece otra curva en rojo, que es la curva g(x,y)=0, siendo g otra función diferenciable.



Complete cada afirmación de manera que se forme una proposición verdadera.

1) A partir del gráfico parece que la función f presenta al menos 1 ✔ puntos críticos.

2) Según se aprecia en este gráfico, la función f parece no tener mínimo absoluto ni máximo absoluto ✔ .

3) Aparentemente f presenta un punto de silla ✔ en (-1.5; 1) ✔ y el valor de f en ese punto es 0 ✔ .

4) Para encontrar los puntos críticos de f restringida a g(x,y)=0, se hace un planteo de la forma (elija una): b ✔ .

$a)\nabla f(x,y) = \lambda \nabla g(x,y)$

$b)\begin{cases} \nabla f(x,y) = \lambda \nabla g(x,y) \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$

$c)\nabla f(x,y) = (0,0)$

5) El máximo de f restringida a g(x,y)=0 es menor que 0 ✖ .

6) La derivada direccional de f en el punto (0,0) en la dirección del vector (-1,1) es negativa ✔ ; la derivada parcial $f_x(0,0)$ es positiva ✔ .

7) El gradiente de f en (1,0) tiene la primera componente positiva y la segunda, negativa ✔ .

Respuesta parcialmente correcta.

You have correctly selected 9.

1) A partir del gráfico parece que la función f presenta al menos 1 puntos críticos.

2) Según se aprecia en este gráfico, la función f parece no tener mínimo absoluto ni máximo absoluto .

3) Aparentemente f presenta un punto de silla en (-1.5; 1) y el valor de f en ese punto es 0

4) Para encontrar los puntos críticos de f restringida a g(x,y)=0, se hace un planteo de la forma (elija una): b .

$a)\nabla f(x,y) = \lambda \nabla g(x,y)$

$b)\begin{cases} \nabla f(x,y) = \lambda \nabla g(x,y) \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$

$c)\nabla f(x,y) = (0,0)$

5) El máximo de f restringida a g(x,y)=0 es mayor que 20 .

6) La derivada direccional de f en el punto (0,0) en la dirección del vector (-1,1) es negativa ; la derivada parcial $f_x(0,0)$ es positiva .

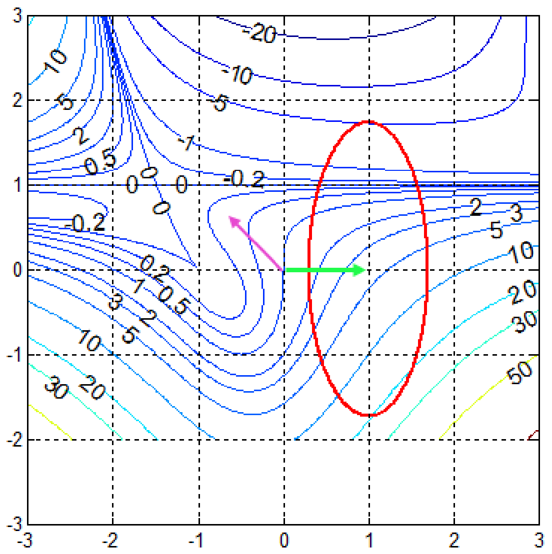
7) El gradiente de f en (1,0) tiene la primera componente positiva y la segunda, negativa .

1) los puntos (-1.5;1) y (-1,0) son puntos críticos de f; es evidente que (-1.5;1) lo es.

2) los valores mostrados en las curvas de nivel parecen seguir creciendo más allá de 50 y parecen decrecer más allá de -20.

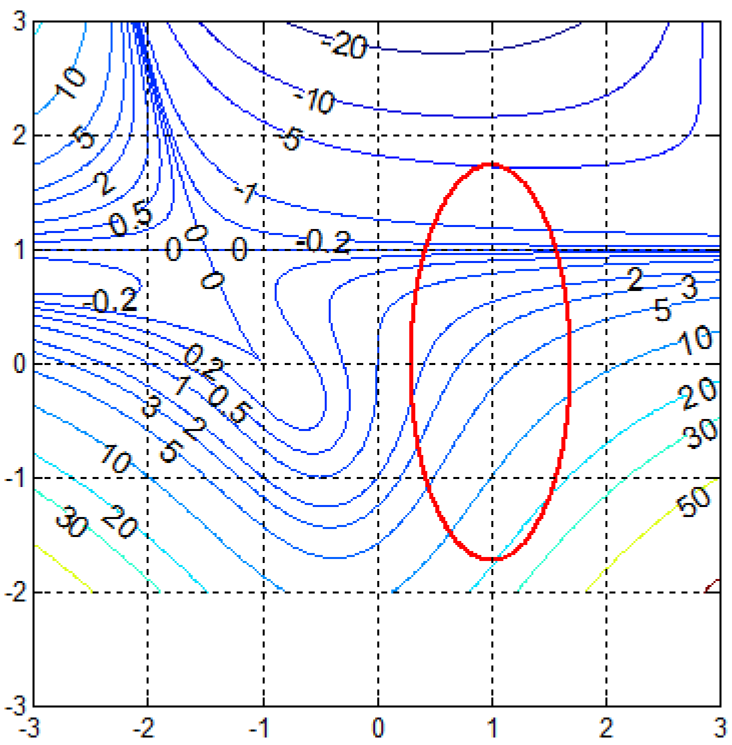
3) en (-1.5;1) hay un punto de silla ya que en la dirección (1,1) los valores de f decrecen mientras que en la dirección (-1,1), crecen. Mientras que en el punto (-2.5; 0.75) podría haber un mínimo, pero no parece haber un máximo local, ya que los valores de f van decreciendo cuando nos acercamos hacia ese punto.

6) en el gráfico se indican las dos direcciones de derivación, que justifican los signos:



7) el gradiente de f en (1,0) se busca haciendo cada derivada parcial. En el gráfico anterior se aprecia que la derivada parcial de f con respecto a x en (1,0) será positiva, mientras que la derivada parcial $f_y(1,0)$ será negativa.

The correct answer is:
La función diferenciable f viene dada en el siguiente gráfico de curvas de nivel; se sabe de f que su gradiente se anula en más de un punto de la región presentada en el gráfico; en el mismo gráfico aparece otra curva en rojo, que es la curva g(x,y)=0, siendo g otra función diferenciable.



Complete cada afirmación de manera que se forme una proposición verdadera.

1) A partir del gráfico parece que la función f presenta [al menos 1] puntos críticos.
2) Según se aprecia en este gráfico, la función f parece [no tener mínimo absoluto ni máximo absoluto].
3) Aparentemente f presenta un [punto de silla] en [(-1.5; 1)] y el valor de f en ese punto es [0].
4) Para encontrar los puntos críticos de f restringida a g(x,y)=0, se hace un planteo de la forma (elija una): [b].

$a)\nabla f(x,y) = \lambda \nabla g(x,y)$

$b)\begin{cases} \nabla f(x,y) = \lambda \nabla g(x,y) \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$

$c)\nabla f(x,y) = (0,0)$

5) El máximo de f restringida a g(x,y)=0 es [mayor que 20].
6) La derivada direccional de f en el punto (0,0) en la dirección del vector (-1,1) es [negativa]; la derivada parcial $f_x(0,0)$ es [positiva].
7) El gradiente de f en (1,0) tiene [la primera componente positiva y la segunda, negativa].

Question **5**

Correct

Mark 10.00 out of 10.00

Una máquina agrícola armada en una línea de montaje requiere de una plaqueta rectangular de circuito con 18 cm^2 de superficie utilizable y, por la ubicación dentro de la máquina, 2 cm libres de cada lado en una dirección y 1 cm libre de cada lado en la otra. Como el costo de la plaqueta es proporcional a su área, determine, utilizando Multiplicadores de Lagrange, las dimensiones de la misma de tal manera que el costo sea mínimo. Como parte de la respuesta se pide que halle también el valor del multiplicador de Lagrange, λ.

Select one:

- a. Ninguna de las restantes respuestas es correcta ✔
- b. $x = 6, y = 3, \lambda = 5/3$
- c. $x = 10, y = 5, \lambda = 4/5$
- d. $x = 5, y = 10, \lambda = 1/3$
- e. $x = 3, y = 6, \lambda = 1/5$

Respuesta correcta

The correct answer is:
Ninguna de las restantes respuestas es correcta

Question **6**

Correct

Mark 10.00 out of 10.00

Sobre el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = \left(\frac{x^3}{3}, \frac{y^3}{3}, \frac{z^3}{3}\right)$ se puede afirmar que:

Select one or more:

- a. El campo **F** es solenoidal.
- b. El rotacional de **F** es el vector nulo (0,0,0). ✔
- c. El campo **F** está definido en una región abierta, conexa y simplemente conexa. ✔
- d. Las superficies de nivel de la función $w(x, y, z) = div\mathbf{F}$ son esferas. ✔
- e. El campo **F** no es conservativo.
- f. Existe una función potencial asociada al campo **F**, dada por $f(x, y, z) = \frac{x^4}{12} + \frac{y^4}{12} + \frac{z^4}{12}$. ✔
- g. El flujo de **F** a través y hacia afuera de una superficie S cerrada, suave por partes y orientada positivamente, será un número MENOR que cero.

Respuesta correcta

a. Afirmación incorrecta. El campo no es solenoidal, ya que $div\mathbf{F} = x^2 + y^2 + z^2$.

b. Afirmación correcta.

c. Afirmación correcta. El campo **F** está definido en $\mathbb{R}^3$.

d. Afirmación correcta. Las superficies de nivel de $w(x, y, z) = div\mathbf{F}$ se pueden expresar como $w(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 = k$.

e. Afirmación incorrecta. El campo F es conservativo ya que está definido en $\mathbb{R}^3$ y $rot\mathbf{F} = (0, 0, 0)$.

f. Afirmación correcta ya que $\mathbf{F} = \nabla f$

g. Afirmación incorrecta. Aplicando el Teorema de la divergencia $\iint_S \mathbf{F} \cdot n \, d\sigma$=$\iiint_D (x^2 + y^2 + z^2)dV$

se puede observar que la integral triple será mayor que cero.

The correct answers are: El rotacional de **F** es el vector nulo (0,0,0)., El campo **F** está definido en una región abierta, conexa y simplemente conexa., Las superficies de nivel de la función $w(x, y, z) = div\mathbf{F}$ son esferas.
, Existe una función potencial asociada al campo **F**, dada por $f(x, y, z) = \frac{x^4}{12} + \frac{y^4}{12} + \frac{z^4}{12}$.

Question **7**

Correct

Mark 3.00 out of 3.00

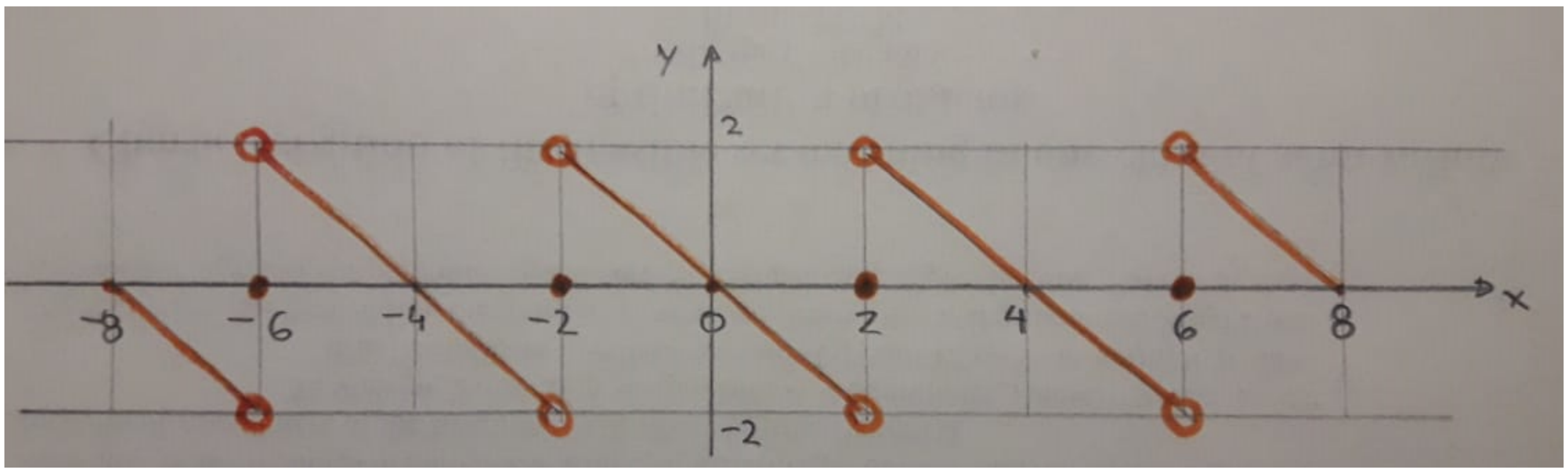
Considere la **serie de senos de Fourier** generada por la función dada por f(x)=-x, 0≤x≤2. Dicha serie en **x=**-8 es

1. continua
2. discontinua

(Coloque el número correspondiente a la respuesta correcta en el casillero vacío).

Answer: 1

En el punto **x=**-8, la serie es continua. Basta tener en mente el gráfico de la mencionada serie, que podemos realizar basándonos en el Teorema de Convergencia para series de Fourier (recordar que se extiende periódicamente):



The correct answer is: 1

Question **8**

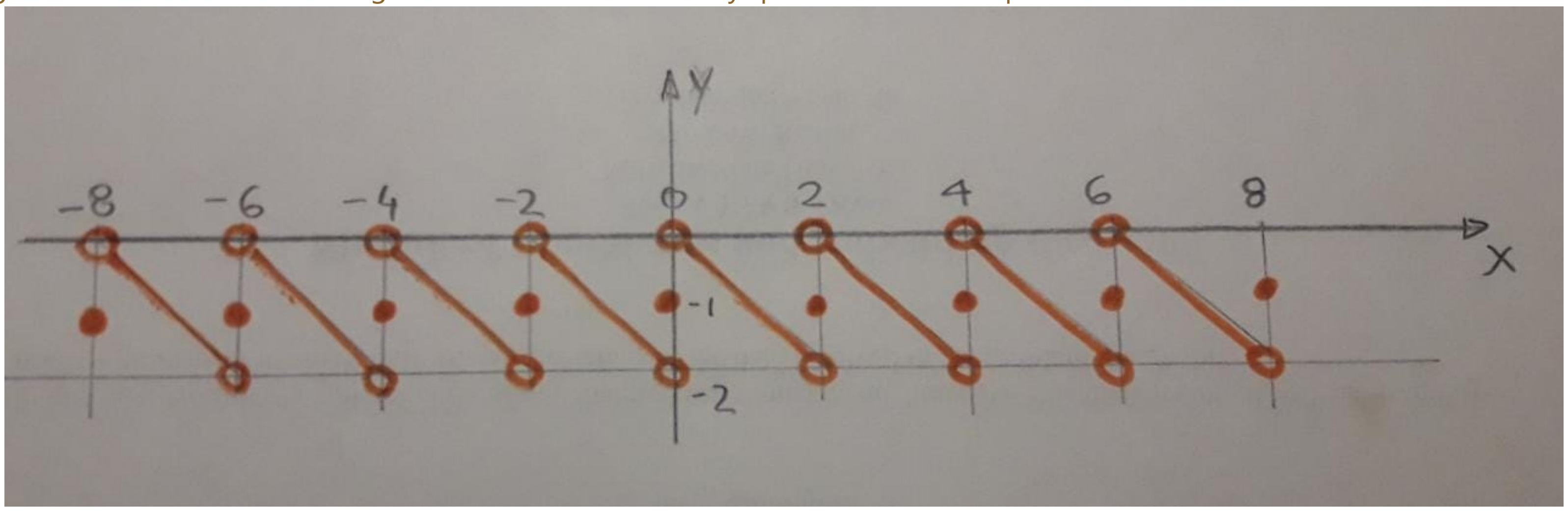
Correct

Mark 3.00 out of 3.00

¿Cuánto vale la serie de Fourier generada por la función dada por f(x)=-x, 0≤x≤2, en x=-4?

Answer: -1

Si F es la serie de Fourier generada por f, entonces F(-4)=-1. Basta ver el gráfico de la función F, que sabemos hacer gracias al Teorema de Convergencia de Series de Fourier y que recordamos es periódica:



The correct answer is: -1

Question **9**

Partially correct

Mark 4.00 out of 6.00

Dada $f(x) = -x \quad \text{si } 0 \leq x \leq 2.$

Arrastre la respuesta correcta a cada casillero:

1) el valor del coeficiente a_0 que tiene la **serie de cosenos** generada por f: $a_0 =$ -2

2) el valor del coeficiente a_3 que tiene la **serie de cosenos** generada por f: $a_3 =$ 4/(3 pi)

3) el valor del coeficiente b_3 que tiene la **serie de cosenos** generada por f: $b_3 =$ 0

-2	4/(9 pi^2)	4/(3 pi)	-1	-4/ (3 pi)	0	8/(9 pi^2)

Respuesta parcialmente correcta.

You have correctly selected 2.

Los coeficientes pedidos se calculan según las fórmulas, recordando que se trata de una serie de cosenos de Fourier:

$a_0 = \frac{2}{2}\int_0^2 (-x)\, dx = -2.$

$a_n = \frac{2}{2}\int_0^2 (-x)\cos\left(\frac{n\pi x}{2}\right) dx = \frac{8}{9\pi^2}.$

$b_n = 0.$

The correct answer is:

Dada $f(x) = -x \quad \text{si } 0 \leq x \leq 2.$

Arrastre la respuesta correcta a cada casillero:

1) el valor del coeficiente a_0 que tiene la **serie de cosenos** generada por f: $a_0 =$ [-2]

2) el valor del coeficiente a_3 que tiene la **serie de cosenos** generada por f: $a_3 =$ [8/(9 pi^2)]

3) el valor del coeficiente b_3 que tiene la **serie de cosenos** generada por f: $b_3 =$ [0]

Question **10**

Incorrect

Mark 0.00 out of 8.00

Dada la ecuación diferencial $y^{III} + 3y^{II} + 3y^{I} + y = xe^{-x} + e^{x} + x^3$, siendo la ecuación característica de su ecuación homogénea asociada: $(r+1)^3=0$, entonces la forma correcta de y_p es:

a. $y_p=(Ax^3)e^{-x}+Be^x+Cx^3+Dx^2+Ex+F$

b. $y_p=(Ax^3+Bx^2)e^{-x}+Ce^x+Dx^3+Ex^2+Fx+G$

c. $y_p=(Ax^4+Bx^3)e^{-x}+Ce^x+Dx^3+Ex^2+Fx+G$

d. ninguna de las restantes respuestas es correcta.

e. $y_p=(Ax^2)e^{-x}+Be^x+Cx^3+Dx^2+Ex+F$

Respuesta incorrecta.

Proponemos como y_p, en función del término independiente, un polinomio de grado 1 multiplicado por e^{-x} , más un término formado por una constante multiplicada por la exponencial e^x , más un polinomio completo de grado 3. Pero al haber dependencia lineal de los primeros términos propuestos con la solución de la homogénea asociada, es necesario multiplicar por x^3 al polinomio que multiplica a e^{-x}.

The correct answer is:
$y_p=(Ax^4+Bx^3)e^{-x}+Ce^x+Dx^3+Ex^2+Fx+G$

◄ TEXTO AM2 2020

Jump to...