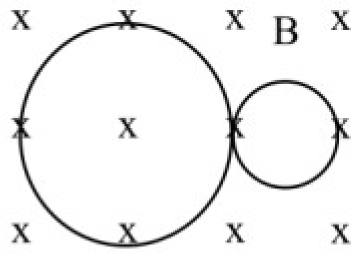
9.4- Una espira delgada y barnizada de cobre (ρ=1,72.10 –8 Ωm) con diámetro Φ= 1,00mm de sección se dobla de manera de tener, “tipo 8”, circunferencias de radios 60,0 cm y 30,0 cm; se lo coloca en una región con B entrante y cuyo modulo disminuye a razón de 140 μT/s. a) ¿qué corriente y en qué sentido circula en la espira “tipo 8”? b) ¿qué corriente y en qué sentido circula en la espira sin doblarla?



La longitud de la espira total será: $l_T = l_{60} + l_{30} = 2\pi 0{,}60\,m + 2\pi 0{,}30\,m = 5{,}655\,m$

y el radio de la espira sin doblar será: $r = l_T / 2\pi = 0{,}90\,cm$

Para la fem inducida sabemos que: $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$

Como las áreas A_{60} y A_{30} de las circunferencias no varían en el tiempo y el campo B es uniforme en esas áreas en cada instante, el flujo del campo en cada espira será:

$$\Phi_{B60} = \pi(0{,}6\,m)^2 B(t)\ y$$
$$\Phi_{B30} = \pi(0{,}3\,m)^2 B(t)$$

y las fem:

$$\varepsilon_{B60} = -\pi(0{,}6\,m)^2 \frac{dB(t)}{dt} = \pi(0{,}6\,m)^2 140\,\mu T/s$$
$$\varepsilon_{B30} = -\pi(0{,}3\,m)^2 \frac{dB(t)}{dt} = \pi(0{,}3\,m)^2 140\,\mu T/s$$

Por la regla de la mano derecha, la fem generada en cada espira intentaría hacer girar la corriente en el sentido de las agujas del reloj (menos la variación del campo, que es negativa, va en el sentido del campo, entrante en el “papel”), pero al estar cruzadas las espiras en la intersección del “8”, las fem están opuestas, la de la circunferencia de radio 60cm será 4 veces mas grande que la de 30cm por lo que la corriente girará en sentido horario en la de 60cm y antihorario en la de 30cm y su magnitud será:

$$I_\infty = \frac{(\varepsilon_{B60} - \varepsilon_{B30})}{\rho_{Cu} \, {}^{l_T}\!/\!_{S}} = 0{,}96\,mA$$

En el caso de la espira descruzada, será solo una circunferencia de radio 90cm y serán:

$$\varepsilon_{B90} = -\pi(0{,}9\,m)^2 \frac{dB(t)}{dt} = \pi(0{,}9\,m)^2 140\,\mu T/s; \qquad y \qquad I_o = \frac{(\varepsilon_{B90})}{\rho_{Cu} \, {}^{l_T}\!/\!_{S}} = 2{,}88\,mA$$

EJERCICIO 9.5

Para encontrar el valor de la fem inducida $\mathcal{E}$ en la espira utilizamos la ley de Faraday, y considerando el flujo magnético Φ_{M1} yΦ_{M2} (generados por la circulación de I_1 e I_2 respectivamente) tenemos:

$$\mathcal{E}\left(t\right) = -\frac{d\Phi_M}{dt} = -\frac{d\left(\Phi_{M1}+\Phi_{M2}\right)}{dt} = -\left(\frac{d\Phi_{M1}}{dt}+\frac{d\Phi_{M2}}{dt}\right) \tag{1}$$

Dado que I_1 es invariante en el tiempo, también lo serán el campo magnético y el flujo magnético originados por la circulación de esta corriente, por lo que $d\Phi_{M1}/dt = 0$. Es por esto que la fem inducida se debe únicamente a la variación en el tiempo del flujo magnético Φ_{M2}.

El campo y el flujo magnético originados por la circulación de I_2 tienen las siguientes expresiones:

$$B_2\left(x,t\right) = \frac{\mu_0 I_2(t)}{2\pi x} = \frac{\mu_0\left(I_2\cos(\omega t)\right)}{2\pi x} \tag{2}$$

$$\Phi_{M2}\left(t\right) = \int_A \overrightarrow{B_2}\cdot\overrightarrow{dA} = \int_A B_2\left(x,t\right)\ dA\ \cos\theta \tag{3}$$

Cabe mencionar que el campo magnético $\overrightarrow{B_2}$ es perpendicular al área de la espira ($\overrightarrow{B_2} \parallel \overrightarrow{dA}$), por lo que $\theta = 0$. Teniendo esto en cuenta y reemplazando 2 en 3, al integrar dentro del área de la espira tenemos:

$$\Phi_{M2}\left(t\right) = \int_r^{r+L}\int_r^{r+L}\left(\frac{\mu_0 I_2\cos(\omega t)}{2\pi x}\right)(dxdy) = \frac{\mu_0 I_2\cos(\omega t)}{2\pi}\int_r^{r+L}\frac{dx}{x}\int_r^{r+L}dy$$

$$\Phi_{M2}\left(t\right) = \frac{\mu_0 I_2\cos(\omega t)}{2\pi}\ln\left(\frac{r+L}{r}\right)L \tag{4}$$

Derivando la expresión 4 respecto del tiempo y reemplazando en 1 tenemos:

$$\mathcal{E}\left(t\right) = -\frac{\mu_0 I_2\left[-\omega\sin(\omega t)\right]}{2\pi}\ln\left(\frac{r+L}{r}\right)L$$

$$\boxed{\mathcal{E}_{max} = \frac{\mu_0 I_2\omega}{2\pi}\ln\left(\frac{r+L}{r}\right)L} \tag{5}$$

Reemplazando los valores dados por el problema en la expresión 5 tenemos:

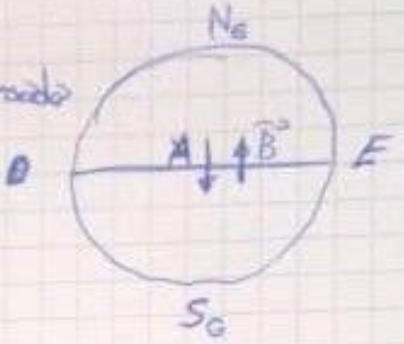
$$\mathcal{E}_{max} = \frac{\left(4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{Tm/A}\right)\left(10\,\mathrm{A}\right)\left(1000\,\mathrm{rad/s}\right)}{2\pi}\ln\left[\frac{(0.02\,\mathrm{m})+(0.04\,\mathrm{m})}{(0.02\,\mathrm{m})}\right](0.04\,\mathrm{m})$$

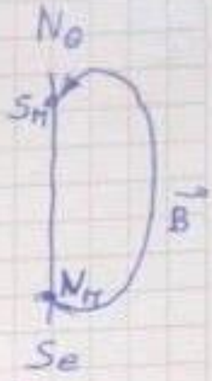
$$\boxed{\mathcal{E}_{max} = 8.79\times10^{-5}\,\mathrm{V}}$$

9-6

a)

× $\vec{B} = cte$ en la región abarcada por la hélice





Para simplificar consideremos que coinciden los polos geográficos con los magnéticos pero recordando que están invertidos

$$d\mathcal{E} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{dr} \qquad 0 \leq r \leq 1{,}80\,M$$

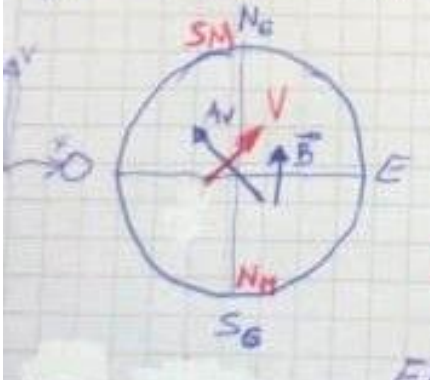
$$d\mathcal{E} = (v\, B \operatorname{sen} 90)(dr \cos 180°)$$

pero $v = \omega r = 2\pi f r$

$$\therefore d\mathcal{E} = -2\pi f r B\, dr \qquad \mathcal{E} = -\int_0^{1{,}80m} 2\pi f r B\, dr$$

(*) El extremo de la hélice tiene valor negativo de potencial

b) Si volase en sentido (SE - NO)



V: velocidad del extremo del aspa

$$\vec{v} \times \vec{B} = (v \cdot B \operatorname{sen} 135°)(-\hat{k})$$

$$\mathcal{E} = +\int_0^{1{,}80m} 2\pi f r B \operatorname{sen} 45°\, dr$$

El extremo tendría valor positivo de potencial

c) $\operatorname{dir} \vec{v} = \operatorname{dir} \vec{B} \Rightarrow \mathcal{E} = 0$

9.10
El cubo de la figura, de 1,00 m de lado está en un campo magnético uniforme de 0,300 T, dirigido a lo largo del eje positivo. Los cables A, C y D se mueven en la dirección indicada, a 0,750 m/s ¿Cuál es la ddp entre los extremos del cable? ver dibujo

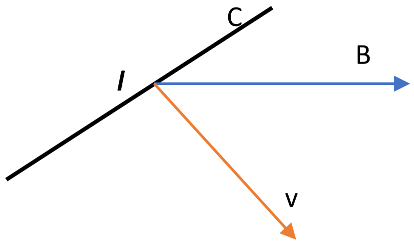
Datos:

l = 1m
B = 0,300T***j***
V= 0,75 m/s
A***i***, C***i***,

Incógnita:

Ddp?

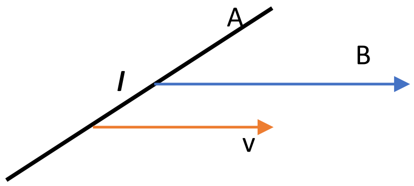
a)



$$\varepsilon = \left(\vec{v}x\vec{B}\right).\vec{l} = [(0, vcos45°, vsen45°)x(0, B, 0)].(l, 0,0) =$$

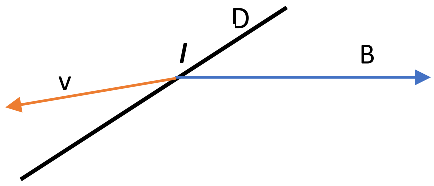
$$\varepsilon = vsen45°. B\vec{\imath}. l = 159mV$$

b)



$$\varepsilon = \left(\vec{v}x\vec{B}\right).\vec{l} = 0.(l) = 0$$

c)



$$\varepsilon = \left(\vec{v}x\vec{B}\right).\vec{l} = [(v, 0,0)x(0, B, 0)].(l, 0, l) = \varepsilon_D = v. B\hat{k}. l = 225mV$$

GUÍA DE EJERCICIOS PROPUESTOS

9.11- Un solenoide largo y delgado tiene 800 vueltas por metro y un radio de 2,00 cm. La corriente en el solenoide aumenta a una razón uniforme de 50,0 A/s. Diga cuál es la magnitud del campo eléctrico inducido en un punto cercano al centro del solenoide y: a) a 1,40 cm de su eje; b) a 2,80 cm de su eje.

Introducción

El campo magnético en el interior del bobinado, con densidad de espiras "n", lo suponemos constante en módulo porque es largo y delgado (solenoide precisamente), la expresión para el módulo es: $B = uo\, n\, I$. En general $\vec{B}$ es uniforme.

El ejercicio plantea un aumento de corriente, es decir, la variación de I con respecto al tiempo es distinta de cero, positiva precisamente.

SOLUCION

Datos del Problema.

Solenoide: 800 vueltas por metro de longitud.
Radio del Solenoide: 2,00 cm = 0,02 m (que es donde varía el modulo de B)
Corriente (I): aumenta 50 A/s

1. Se pide la magnitud del campo eléctrico inducido cercano al solenoide
   a) 1,40 cm del eje= 0,014 m (dentro del solenoide)
   b) 2,80 cm del eje= 0,028 m (fuera del solenoide)

B= u_o n I , resolviendo B = $(4 \times pi \times 10^{-7})\ \frac{Tm}{A} \times \frac{800}{m} \times I \cong (1{,}0053 \times 10^{-3}\ T / A) \times I$

Se plantea entonces.

$$\oint E\,.dl = \frac{d(B.A)}{dt}$$

no olvide que A es el valor de área donde varía el flujo !

En las consignas a) y en b) son constantes el área A donde varía el flujo, respectivamente:

a) A es menor que el área transversal del solenoide.
b) A es del mismo valor que el del área transversal del solenoide. $A = 4pi\ .\ 10^{-4}\ m^2$

$$E\ .\ 2\,\pi\, r = A\ .\ \frac{dB}{dt} = A\ .\ (1{,}0053 \times 10^{-3}\ T/A) \times \frac{dI}{dt} = A\ .\ (1{,}0053 \times 10^{-3}\ T/A) \times 50\ A/s = A\ .\ 0{,}050265\ T/s$$

$$\boxed{E = \frac{A\ .\ 0.050265}{2\,\pi\ r}\ T/s} \qquad (1)$$

Aplicando (1) a los dos casos:

a) r_i= 0.014 m , $E = \frac{pi\ .(r_i)^2 \times (0.050265)}{2\ .\ pi \times (r_i)}\ T/s = 0.02513\ (r_i)\ T/s = 3{,}52\ .\ 10^{-4}\ V/m$

b) r= 0.028 m ; $E = \frac{(4pi.10^{-4}\ m^2)\ .\ 0.050265}{2pi \times 0.028m}\ T/s = \frac{(1.0053.10^{-5})}{0.028m}\ T.m^2/s = 3{,}59.10^{-4}\ V/m$

EJERCICIO 9.12

a) Para encontrar la magnitud del campo magnético $\vec{B}$ sobre el contorno C (circunferencia de radio r) ubicado entre las placas del capacitor, utilizamos la siguiente expresión de la ley de Ampère:

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint_C B dl \cos\theta = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \tag{1}$$

Debido a la geometría del problema, el campo magnético $\vec{B}$ será tangente al contorno C ($\theta = 0$) y tendrá magnitud constante en todo el contorno de integración. Debido a esto la ecuación 3 queda:

$$\begin{aligned} B \oint_C dl &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \\ B(2\pi r) &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \end{aligned} \tag{2}$$

Para poder conocer la magnitud del campo magnético $\vec{B}$ es necesario conocer la variación temporal del flujo eléctrico dentro del contorno C. Debido a esto determinamos en primer lugar la magnitud del campo eléctrico $\vec{E}$ originado en el interior del capacitor mediante la siguiente expresión:

$$E(t) = \frac{\sigma(t)}{\epsilon_0} = \frac{(q(t)/A_{placa})}{\epsilon_0} = \frac{q(t)/(\pi R^2)}{\epsilon_0} \tag{3}$$

Por otro lado, el flujo eléctrico Φ_E dentro del área contenida por C tiene la siguiente expresión:

$$\Phi_E(t) = \int_A \vec{E}(t) \cdot \vec{dA} = \int_A E(t) dA \cos\theta' \tag{4}$$

Teniendo en cuenta que el campo eléctrico $\vec{E}$ es uniforme y perpendicular al área contenida en C ($\vec{E} \parallel \vec{dA} \implies \theta' = 0$), y reemplazando 3 en 4, tenemos:

$$\Phi_E(t) = E(t) \int_A dA = \left(\frac{q(t)}{\epsilon_0 \pi R^2}\right) \left(\pi r^2\right) = \frac{q(t) r^2}{\epsilon_0 R^2} \tag{5}$$

Reemplazando 5 en 2 tenemos:

$$\begin{aligned} B 2\pi r &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(\frac{q(t) r^2}{\epsilon_0 R^2}\right) \\ B 2\pi r &= \frac{\mu_0 I r^2}{R^2} \\ &\boxed{B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}} \end{aligned} \tag{6}$$

Utilizando los valores dados por el problema en la expresión 6 obtenemos:

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{Tm/A})(0.28\,\mathrm{A})(2 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})}{2\pi(4 \times 10^{-2}\,\mathrm{m})^2}$$
$$\boxed{B = 7 \times 10^{-7}\,\mathrm{T}}$$

b) La corriente de desplazamiento i_D puede expresarse de la siguiente forma:

$$i_D = K_d \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \tag{7}$$

Utilizando los valores y expresiones dados por el problema en la ecuacion 7, tenemos:

$$(50 \times 10^{-6}\,\mathrm{A}) = (4)(8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m})\frac{d}{dt}\left[(1.13 \times 10^4\,\mathrm{Am/Fs})t^2\right]$$
$$(50 \times 10^{-6}\,\mathrm{A}) = (4)(8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m})\left[1.13 \times 10^4\,\mathrm{Am/Fs})2t\right] \tag{8}$$

Utilizando la expresión 8 podemos obtener el tiempo en el cual se alcanza la corriente i_D del siguiente modo:

$$t = \frac{(50 \times 10^{-6}\,\mathrm{A})}{(4)(8.85 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m})(1.13 \times 10^4\,\mathrm{Am/Fs})2}$$
$$\boxed{t = 62.5\,\mathrm{s}}$$