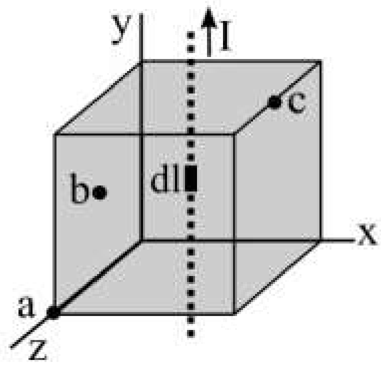
8.2- Un cubo de 36,0 cm de lado es atravesado por un conductor que pasa por los centros de dos caras opuestas y lleva una corriente de 120 A. Supóngase un tramo de 1,00 mm de este conductor (que puede ser asimilado a un elemento diferencial dl) ubicado justamente en el centro del cubo. Calcule el campo magnético que provoca este elemento de corriente en los puntos a (vértice); b (centro de cara) y c (centro de arista).



$dB=\mu_0/4\pi$ I dl sen $(\Phi)/r^2$ es el diferencial de campo B generado por la corriente al pasar por dl

a) Tenemos un triángulo rectángulo con vértices en el centro del cubo, el punto a y el centro de la base (donde está el ángulo recto). La distancia del centro del cubo al centro de la base es medio lado, la distancia del centro de la base al punto a es $\sqrt{2}$ por medio lado y la distancia del centro del cubo al punto a es $\sqrt{3}$ por medio lado.

r = $\sqrt{0{,}18^2+0{,}18^2+0{,}18^2}$ m = $\sqrt{3}$ * 0,18m ; Φ=arctg (0,18m/ $\sqrt{2}$ * 0,18m);
sen (Φ)=0,18m/ $\sqrt{0{,}18^2+0{,}18^2+0{,}18^2}$ m = 1/ $\sqrt{3}$;
sen $(\Phi)/r^2$=1/(($\sqrt{3}$ * 0,18m)^2 * $\sqrt{3}$) =1/(0,18m)^2 * ($\sqrt{3}$)^3= 1/((0,18m)^2 * 3 * $\sqrt{3}$)
<u>dB=71 nT</u>
Nota: r es $\sqrt{3}$ por medio lado y el valor de Φ por definición su seno es $\frac{1}{\sqrt{3}}$

b) La distancia del centro del cubo al punto b es directamente medio lado.

r = 0,18²m; Φ=0°
sen (Φ)=0,18m/0,18m=1); sen $(\Phi)/r^2$=1/(0,18m)^2
<u>dB=370 nT</u>

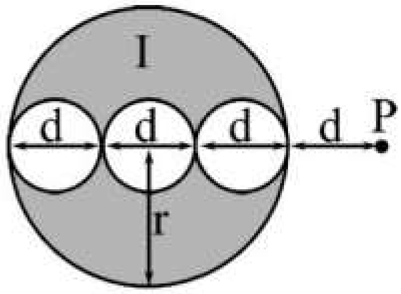
c) Tenemos un triángulo rectángulo con vértices en el centro del cubo, el punto c y el centro de la tapa (donde está el ángulo recto). La distancia del centro del cubo al centro de la tapa es medio lado, la distancia del centro de la tapa al punto c medio lado y la distancia del centro del cubo al punto c es $\sqrt{2}$ por medio lado.

r = $\sqrt{0{,}18^2+0{,}18^2}$ m; Φ=45°
sen (Φ)=0,18m/ $\sqrt{0{,}18^2+0{,}18^2}$ m = 1/ $\sqrt{2}$)
sen $(\Phi)/r^2$ = 1/(0,18m)^2*($\sqrt{2}$)^3 = 1/(0,18m)^2*2* $\sqrt{2}$
<u>dB = 131 nT</u>

	Mu0	4Pi	I	Δl	'sen(PHI)	r	ΔB [T]	[nT]
a	1,256637E-06	12,566370614	120	0,001	0,5773502692	0,3117691454	7,127781E-08	71
b	1,256637E-06	12,566370614	120	0,001	1	0,18	3,703704E-07	370
c	1,256637E-06	12,566370614	120	0,001	0,7071067812	0,2545584412	1,309457E-07	131

Analice: Para el punto b el dB va en el sentido de +z; en a y c, dB es normal al plano de los respectivos triángulos descriptos. Use la regla de la mano derecha para ver el sentido.

8.4- Un conductor cilíndrico largo de radio r = 6,00 mm lleva una corriente I = 60,0 A repartida uniformemente en su sección y tiene tres cavidades cilíndricas de diámetro d = 4,00 mm que se extienden en toda su longitud (figura). Halle la magnitud del campo magnético en un punto ubicado en la dirección de las tres cavidades, a una distancia d del borde del conductor.



Para realizar este ejercicio usamos el principio de superposición entendiendo a las cavidades cuya corriente es cero como la superposición de dos conductores con corrientes iguales, i, y de sentido contrario. Esta corriente será de magnitud tal que la densidad de corriente sea igual que la del conductor real, I. De esta forma, el conductor real mas las corrientes que circulan en el mismo sentido conformarán un conductor cilíndrico sin cavidades con una corriente I +3 i, centrado a 5/2 d del punto P y los otras 3 corrientes -i, se entenderán como 3 conductores cilíndricos con sus centros ubicados a 3/2 d; 5/2 d y 7/2 d.

El radio de las cavidades es d/2=2mm, su área será $\pi * (2mm)^2$. Considerando que r=6mm=3* d/2; el área del conductor grande sin las cavidades es $\pi * (3 *2mm)^2=9 * \pi * (2mm)^2$; al restarle el área de las 3 cavidades queda $9 * \pi * (2mm)^2 - 3 * (\pi * (2mm)^2)= 6 * \pi * (2mm)^2$, o sea que las áreas del conductor con y sin cavidades están en una relación 6 a 9, para tener la misma densidad de corriente la del conductor sin cavidades debiera ser de 90 A = 9/6*60A y la de los conductores de sentido contrario de las cavidades -10A cada uno.

Para estos 4 conductores, el grande sin cavidades (90A) y los 3 chicos de sentido contrario por las cavidades (-10A) planteamos la ley de Ampère para un círculo centrado en cada conductor que pase por P. Por simetría el B generado por cada conductor es de magnitud constante sobre cada círculo y la circulación de cada B sobre su respectivo circulo es B_{90A} * 2 pi 10mm = μ_0 * 90A; $B_{10A,6mm}$ * 2 pi 6mm = μ_0 * - 10A; $B_{10A,10mm}$ * 2 pi 10mm = - μ_0 * 10A y $B_{10A,14mm}$ * 2 pi 14mm = - μ_0 * 10A

EJERCICIO 8.5

Dada la bobina toroidal de la Figura 1, y con el objetivo de conocer el campo magnético contenido en su núcleo de aire, empleamos la siguiente expresión general de la ley de Ampère:

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 I_{enc}$$
$$\oint_C B dl \cos\phi = \mu_0 I_{enc} \tag{1}$$

Dado que existe simetría de revolución alrededor del eje del toroide, el campo magnético $\vec{B}$ contenido en el núcleo de la bobina tiene dirección tangencial y el sentido mostrado en la Figura 1 de acuerdo con el sentido de circulación de la corriente. Consideramos también que el campo magnético es invariante en la dirección paralela al eje de revolución del toroide. La integral de contorno se realiza sobre una circunferencia C de radio ρ y concéntrica con el toroide. Debido a esto el campo magnético tiene un módulo constante en todo el contorno de integración y es paralelo al diferencial de contorno $\vec{dl}$, por lo que el ángulo ϕ entre ambos es 0 . La corriente encerrada en el contorno seleccionado es igual a la corriente que circula por cada espira I, multiplicada por el número de espiras N. Para obtener una expresión de la magnitud del campo mágnetico en función de la distancia al centro del toroide utilizamos todas las consideraciones mencionadas en la expresión 1, de modo tal que:

$$B \int_0^{2\pi} (\rho d\theta) = \mu_0 (NI)$$
$$B(\rho) = \frac{\mu_0 NI}{2\pi\rho} \tag{2}$$

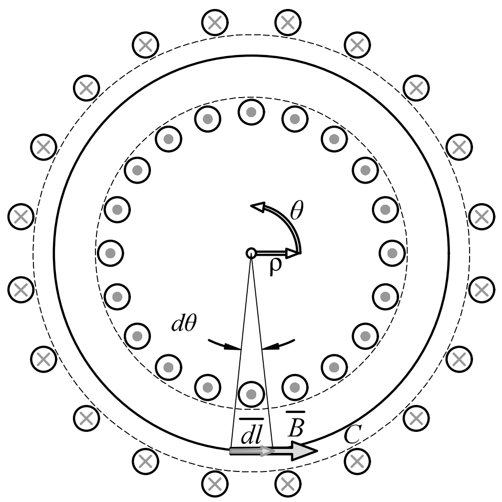


Figura 1: Sección media de la bobina toroidal.

Para calcular el flujo mágnetico Φ_M a través de una área A utilizamos la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}\Phi_M &= \int_A \overrightarrow{B} \cdot \overrightarrow{dA} \\ \Phi_M &= \int_A BdA\cos\phi \qquad (3)\end{aligned}$$

El flujo magnético se obtendrá de manera exacta y de manera aproximada. En la primera se tendrá en cuenta la variación de la magnitud del campo magnético con la distancia ρ al centro del toroide, considerada entre el radio interior a y exterior b, (Figura 2-a)). En la segunda, la magnitud del campo magnético se considerará constante e igual al valor del radio medio r del toroide (Figura 2-b)).

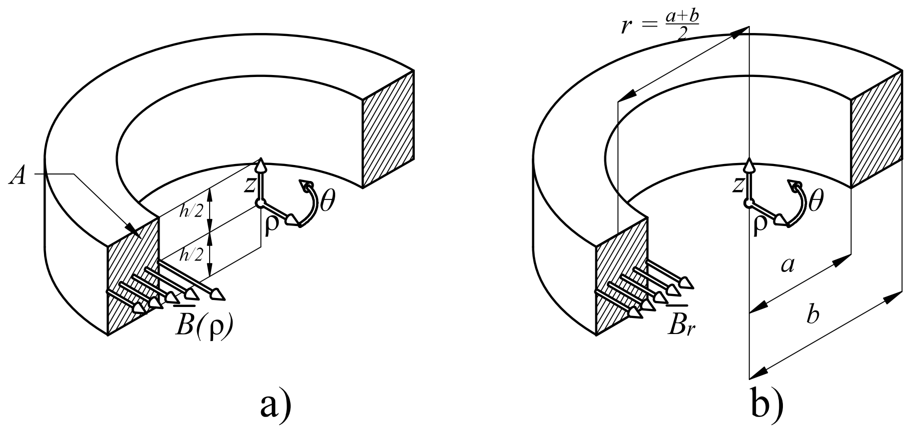


Figura 2: Cálculo del flujo magnético: a)exacto, b) aproximado.

Dado que el área en la cuál se cálcula el flujo es perpendicular al campo magnético, el ángulo ϕ entre el diferencial de área $\overrightarrow{dA}$ y el campo magnético $\overrightarrow{B}$ es 0. Considerando este hecho y la variación de B en función de ρ (expresión 2), para calcular el flujo magnético de manera exacta la expresión 3 queda:

$$\begin{aligned}\Phi_{Mexacto} &= \int_{-h/2}^{h/2}\int_a^b \left(\frac{\mu_0 NI}{2\pi\rho}\right)(d\rho dz) \\ \Phi_{Mexacto} &= \frac{\mu_0 NI}{2\pi}\int_{-h/2}^{h/2} dz \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} \\ \Phi_{Mexacto} &= \frac{\mu_0 NI}{2\pi} hln\frac{b}{a} \qquad (4)\end{aligned}$$

Para obtener la expresión aproximada del flujo magnético, evaluamos la expresión 2 en el radio medio y reemplazamos en 3:

$$\begin{aligned}
\Phi_{Maprox} &= \int_{-h/2}^{h/2}\int_{a}^{b}\left(\frac{\mu_0 NI}{2\pi\frac{a+b}{2}}\right)(d\rho dz)\\
\Phi_{Maprox} &= \frac{\mu_0 NI}{2\pi\frac{a+b}{2}}\int_{-h/2}^{h/2}dz\int_{a}^{b}dr\\
\Phi_{Maprox} &= \frac{\mu_0 NI}{2\pi\frac{a+b}{2}}h\left(b-a\right) \qquad (5)
\end{aligned}$$

El error relativo ϵ_r cometido al utilizar la manera aproximada de cálculo del flujo magnético tiene la siguiente expresión.

$$\begin{aligned}
\epsilon_r &= \frac{\Phi_{Maprox}-\Phi_{Mexacto}}{\Phi_{Mexacto}}\\
\epsilon_r &= \frac{\Phi_{Maprox}}{\Phi_{Mexacto}}-1 \qquad (6)
\end{aligned}$$

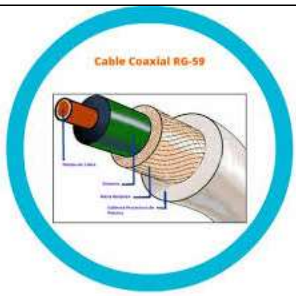
Reemplazando 4 y 5 en 6, finalmente obtenemos:

$$\begin{aligned}
\epsilon_r &= \frac{\left(\frac{\mu_0 NI}{2\pi\frac{a+b}{2}}h\left(b-a\right)\right)}{\left(\frac{\mu_0 NI}{2\pi}hln\frac{b}{a}\right)}-1\\
&\boxed{\epsilon_r = \frac{b-a}{\frac{a+b}{2}ln\frac{b}{a}}-1}
\end{aligned}$$

Respuestas a algunos problemas **Física II Ciclo 2020**

8.7

Los conductores coaxiales de la figura llevan corrientes $\boldsymbol{I_1}$ e $\boldsymbol{I_2}$, en direcciones opuestas. El campo magnético a 18,0 mm del eje es de 12,0 µT, y a 6,00 cm del eje es 8,40 µT. Si a=3,00 cm, b= 5,00 cm y c= 7,00 cm, ¿Qué magnitud tienen las corrientes $\boldsymbol{I_1}$ e $\boldsymbol{I_2}$?

<u>Datos</u>:	**<u>Incógnita</u>**:
r_1 = 0,018 m r_2 = 0,06 m	$\boldsymbol{I_1}$ e $\boldsymbol{I_2}$
B_1 = 12,0 µT B_2 = 8,4 µT a=0,03 m, b=0,05 m y c=0,07 m	

Este problema es una aplicación directa de la Ley de Ampere

$$\oint \vec{B}.d\vec{A} = \mu_0.I_{enc.}$$

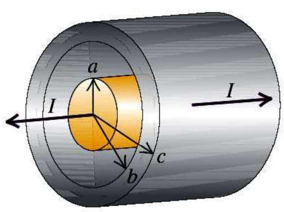
Busco primero la intensidad dentro del cable coaxial

$$-\boldsymbol{B_1} = \frac{\mu_{0.}\ I_1}{2\pi r_1}.\frac{r_1^2 - a^2}{b^2 - a^2} \rightarrow \boldsymbol{I_1 = 3\ A}$$

$$entonces: B_1' = \frac{\mu_0.I_1}{2\pi r_2} = 10\mu T$$

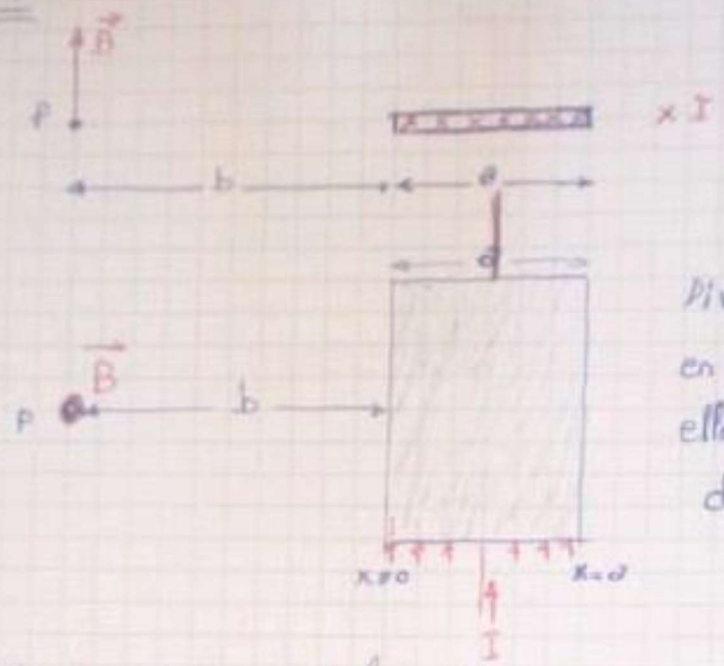
Luego

$$\boldsymbol{B_2 - B_1'} = \frac{\mu_{0.}\ I_2}{2\pi r_2}.\frac{r_2^2 - b^2}{c^2 - b^2} \rightarrow \boldsymbol{I_2 = 1,05\ A}$$



8-9

a)



Dividimos a la lámina en filamentos, c/u de ellos transporta una corriente

$$di = \frac{I}{a}\, dx$$

Cada uno de esos filamentos genera en P un campo dB

$$dB = \frac{\mu_0\, di}{2\pi(b+x)} = \frac{\mu_0 \frac{I}{a}\, dx}{2\pi(b+x)}$$

$$\therefore\ B = \int_{x=0}^{x=a} \frac{\mu_0 I}{2\pi(b+x)a}\, dx = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int_{x=0}^{x=a} \frac{1}{b+x}\, dx$$

---

b) en $B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi a} \displaystyle\int_{x=0}^{x=a} \frac{1}{(b+x)}\, dx$

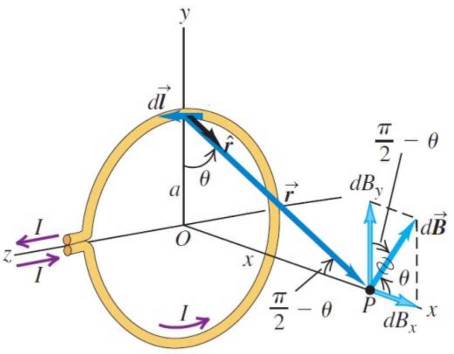
B es dato ($B = 25\ \mu T$), $\underbrace{\text{despeje } I}_{\text{hágalo}}$

GUÍA DE EJERCICIOS PROPUESTOS

8.12- Una carga Q se halla repartida sobre un disco delgado de radio R que gira n veces por segundo alrededor de un eje que pasa por su centro y es normal a su superficie. Determine el campo magnético en el centro del disco. (Sugerencia: divida al disco en anillos concéntricos de ancho infinitesimal)

Introducción

Este ejercicio plantea el campo magnético que provoca una carga con una distribución de corriente sobre un disco. Con la sugerencia propuesta deberíamos calcular las contribuciones infinitesimales de campo magnético debida a espiras con corriente, en puntos sobre el eje del anillo (en este caso todos concéntricos)



En la sección 28.5 del texto guía está desarrollada la expresión para el cálculo del modulo del campo neto debido a un anillo con corriente, usando la ley de Biot–Savart:

$$B_x = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}} \quad \text{(sobre el eje de una espira circular)}$$

Entonces en el centro del anillo:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{2a} \quad \text{(en el centro de una espira circular)}$$

No olvide esta expresión pues se usa en la experiencia 8.3 del laboratorio experimental para el cálculo del modulo de la componente horizontal del campo magnético terrestre.

En nuestro caso, como el radio es variable, vamos a anotar la expresión del modulo de B como sigue: $B = \frac{\mu_0 I}{2r}$ Para un punto en el centro de un anillo, vector campo sobre el eje.

Según los datos del ejercicio se puede calcular el valor de la corriente I (carga por unidad de tiempo) considerando la velocidad angular del disco.

SOLUCION

Datos del Problema.

Carga Q
Disco de radio R
Disco gira a n veces por segundo (rev/ seg)

a) **Se pide determinar el campo magnético en el centro del disco.**
Para resolver el ejercicio se sugiere dividir el disco en anillos circulares de ancho infinitesimal.

Considerando que el disco gira con a una frecuencia “n”, el periodo T será 1/n.

(**Nota.** *Recuerde que para el caso de RPM, significa que 1 rev/minuto es igual a 1/60 revoluciones por segundo. Para 1RPM = (2 pi/60) rad/segundo. En el ejercicio ya se tiene las revoluciones por segundo, por esa razón no es necesario dividir por 60)*

Continuando con la Solución:

La corriente I es, I = Q/t , es decir la carga Q por unidad de tiempo es la corriente en el disco que gira. Entonces $\boxed{I = Q/T = Q \cdot n}$

Esta corriente se puede considerar repartida en el disco de modo tal que si consideramos discos infinitesimales de área dA, y radio “r” desde cero hasta llegar al radio R, entonces, para calcular la corriente dentro de la trayectoria se usa la densidad de corriente J (I por unidad de área). Siendo $J = I/(\text{pi}.R^2)$
Por lo tanto, aplicando:

$$dI = J \cdot dA = \frac{I}{\text{pi} \cdot R^2} \cdot 2\,\text{pi} \cdot r \cdot dr$$

$$dI = \frac{I}{R^2} \cdot 2 \cdot r \cdot dr \quad ; \quad \text{considerando que} \quad I = Q \cdot n$$

reemplazando, $\boxed{dI = \frac{Q \cdot n}{R^2} \cdot 2 \cdot r \cdot dr}$

Se ha obtenido el diferencial de corriente. Esto se puede relacionar con el diferencial campo magnético B que genera; aplicando la ley de Biot–Savart.

$$dB = \frac{u_0 \cdot dI}{2.r}$$; reemplazando la expresión del elemento de corriente:

$$dB = \frac{u_0}{2.r} \cdot \frac{Q \cdot n \cdot 2 \cdot r}{R^2} \cdot dr$$, simplificando, la expresión queda :

$$dB = \frac{u_0 \cdot Q \cdot n}{R^2} \, dr$$

Teniendo esta expresión diferencial solo nos queda integrar para el disco, el que se considero subdividido en anillos infinitesimales, cuyo radio evoluciona desde 0 hasta R

$$B = \int \frac{u_0 \cdot Q \cdot n}{R^2} \, dr$$

$$\boxed{B = \frac{u_0 \cdot Q \cdot n}{R}}$$ **Solución .**