

Trabajo Práctico N°4

APLICACIÓN del MÉTODO de DIFERENCIAS FINITAS a la SOLUCIÓN DE EDO y EDP

Fecha de presentación	Completar observaciones	Práctico completo

Ejercicio Nro. 1

Para la siguiente ecuación diferencial:

$$EAu'' + px = 0$$

en el dominio $\Omega = \{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq 1\}$

$$\text{CB: } \begin{cases} u(0) = 0 \\ EAu'(1) = P \end{cases}$$

en

$$S_{\Omega} = \{x = 0 ; x = 1\}$$

1A - Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=0.25$. Aproximar la CB utilizando la fórmula hacia atrás para la derivada primera.

1B - Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=0.25$. Aproximar la CB utilizando la fórmula central para la derivada primera.

1C - Comparar los SEL obtenidos en los incisos anteriores y sus respectivas respuestas.

1D - Elaborar conclusiones.

Ejercicio Nro. 2

Para la siguiente ecuación diferencial:

$$ku'' + \lambda u = 0$$

en el dominio $\Omega = \{x \in \mathbb{R}: 0 \leq x \leq L\}$

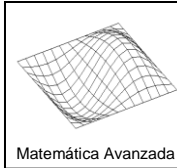
$$\text{CB: } \begin{cases} u(0) = 0 \\ u(L) = 0 \end{cases}$$

en

$$S_{\Omega} = \{x = 0 ; x = L\}$$

2A - Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=L/4$.

2B - Comparar con el valor exacto de la menor carga crítica dado por $\lambda_{ex} = \frac{\pi^2 k}{L^2}$



Ejercicio Nro. 3

Dada la siguiente ecuación diferencial parcial parabólica (ecuación del calor unidimensional), en el dominio detallado y bajo las condiciones de borde descriptas por la condición de extremos aislados.

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \varsigma^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}(x, t) = 0$$

en el dominio $\Omega = \{x \in \mathbf{R}: 0 \leq x \leq L\}$

$$\text{CF: } \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0 \end{cases} \quad \text{en} \quad S_{\Omega} = \{x = 0 ; x = L\}$$

$$\text{CI: } \{u(x, 0) = u_0(x) = 300x - 1300x^2 + 2100x^3 - 1100x^4\}$$

3A – Resolver la misma por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=L/4$. Representar gráficamente el perfil de temperaturas en 6 instantes diferentes incluida la configuración de temperaturas inicial.

Ejercicio Nro. 4

Para la siguiente ecuación diferencial de la onda:

$$T \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} + p(x)g(t) = \rho(x) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2}$$

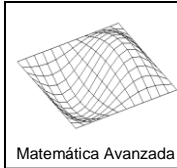
en el dominio $\Omega = \{x \in \mathbf{R}: 0 \leq x \leq L\}$

$$\text{CB: } \begin{cases} u(0, t) = 0 \\ u(L, t) = 0 \end{cases} \quad \text{en} \quad S_{\Omega} = \{x = 0 ; x = L\}$$

$$\text{CI: } \begin{cases} u(x, 0) = 0 \\ u'(x, 0) = 0 \end{cases} \quad \text{en} \quad \Omega = \{x \in \mathbf{R}: 0 \leq x \leq L\}$$

4A – Plantear en forma genérica por medio del método de diferencias finitas la solución de la ecuación diferencial dada, utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=L/4$.

4B – Resolver numéricamente la ecuación diferencial de la onda, a partir de la solución hallada en el inciso anterior, proponiendo funciones $p(x)$, $g(t)$, $\rho(x)$ y valores numéricos para los parámetros L y T del problema dado.



Ejercicio Nro. 5

Para la siguiente ecuación diferencial de Laplace, en la que $u(x,y)$ denota la temperatura en un punto (x,y) :

$$\nabla^2 u = 0$$

en el dominio $R = \{(x,y): 0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 4\}$

Los valores en la frontera son:

$$\begin{cases} u(x, 0) = 20 \\ u(x, 4) = 180 \end{cases} \text{ para } 0 < x < 4$$

$$\begin{cases} u(0, y) = 80 \\ u(4, y) = 0 \end{cases} \text{ para } 0 < y < 4$$

5A – Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=1$ en ambas direcciones.

Ejercicio Nro. 6

Para la siguiente ecuación diferencial de Laplace, en la que $\phi(x,y)$ denota la temperatura en un punto (x,y) :

$$\nabla^2 \phi = 0$$

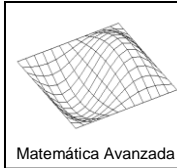
en el dominio $R = \{(x,y): 0 \leq x \leq 5; 0 \leq y \leq 5\}$

Los valores en la frontera son:

$$\begin{cases} u(x, 0) = 200 \\ u(x, 5) = 100 \end{cases} \text{ para } 0 < x < 5$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial n}(x, y) \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial \phi}{\partial n}(x, y) \right|_{x=5} = 0$$

6A – Resolver por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=1$ en ambas direcciones. Considere una placa de aluminio cuadrada de 5m de lado.



Ejercicio Nro. 7

Dada la siguiente ecuación diferencial parcial (ecuación del calor bidimensional), en el dominio detallado y bajo las condiciones de borde descriptas:

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, y, t) = k \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, y, t) + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, y, t) \right] = 0$$

en el dominio $\Omega = \{x \in \mathbf{R}: 0 \leq x \leq 4; y \in \mathbf{R}: 0 \leq y \leq 4\}$

$$\begin{cases} u(x, 0) = 300 \\ u(x, 4) = 80 \end{cases} \text{ para } 0 < x < 5$$

$$\begin{cases} u(0, y) = 50 \\ u(4, y) = 50 \end{cases} \text{ para } 0 < y < 5$$

7A – Resolver la misma por medio del método de diferencias finitas utilizando la discretización que surge de considerar el paso $h=L/4$. Representar gráficamente el perfil de temperaturas según dos direcciones perpendiculares entre sí, en tres instantes diferentes.

Ejercicio Nro. 8

Seleccione y resuelva 1 problema de su interés, tomado de alguno de los textos de la bibliografía citada en el programa de la asignatura, sobre la temática relacionada al presente trabajo práctico.