[Unidad 1-Funciones vectoriales 5](#_Toc78708579)

[Definición funciones vectoriales 5](#_Toc78708580)

[Límite 5](#_Toc78708581)

[Continuidad 5](#_Toc78708582)

[Derivada 5](#_Toc78708583)

[Curva suave 5](#_Toc78708584)

[Anti-derivada e Integral definida 6](#_Toc78708585)

[Longitud de arco 6](#_Toc78708586)

[Función longitud de arco 6](#_Toc78708587)

[Vector tangente unitario 6](#_Toc78708588)

[Curvatura 7](#_Toc78708589)

[Vector normal unitario principal 7](#_Toc78708590)

[Vector Bi-normal y marco BTN 7](#_Toc78708591)

[Unidad 2-Campos escalares 8](#_Toc78708592)

[Definición 8](#_Toc78708593)

[Bola abierta y entorno de un punto en Rn 8](#_Toc78708594)

[Puntos interiores y frontera 8](#_Toc78708595)

[Tipos de regiones 8](#_Toc78708596)

[Conceptos gráficos 9](#_Toc78708597)

[Límite 9](#_Toc78708598)

[Propiedades de los límites 9](#_Toc78708599)

[Continuidad 10](#_Toc78708600)

[Derivada parcial 10](#_Toc78708601)

[Laplaciano de un campo escalar 10](#_Toc78708602)

[Diferenciabilidad 10](#_Toc78708603)

[Derivada direccional 11](#_Toc78708604)

[Gradiente 11](#_Toc78708605)

[Plano tangente y recta normal 11](#_Toc78708606)

[Linealización 11](#_Toc78708607)

[Diferenciales 11](#_Toc78708608)

[Fórmula de Taylor 12](#_Toc78708609)

[Extremos locales 12](#_Toc78708610)

[Puntos Característicos 12](#_Toc78708611)

[Unidad 3-Integrales dobles y triples 13](#_Toc78708612)

[Integral dobe 13](#_Toc78708613)

[Propiedades 13](#_Toc78708614)

[Área de una región plana 13](#_Toc78708615)

[Valor medio de una función de dos variables 13](#_Toc78708616)

[Integral triple 14](#_Toc78708617)

[Propiedades integrales triples 14](#_Toc78708618)

[Volumen de un sólido 14](#_Toc78708619)

[Valor medio de una función de 3 variables 15](#_Toc78708620)

[Masa, momentos de masa 15](#_Toc78708621)

[Jacobino 15](#_Toc78708622)

[Unidad 4-Campos vectoriales e integrales de Línea 16](#_Toc78708623)

[Definición 16](#_Toc78708624)

[Integral de línea de un campo escalar 16](#_Toc78708625)

[Integral de línea de un campo vectorial 16](#_Toc78708626)

[Tipos de integrales de Línea de campos vectoriales 17](#_Toc78708627)

[Fórmula para la integral de línea a través hacía afuera 17](#_Toc78708628)

[Integrales respecto de los ejes coordenados 17](#_Toc78708629)

[Campos conservativos 17](#_Toc78708630)

[Principio de conservación de energía mecánica 17](#_Toc78708631)

[Funciones potenciales 17](#_Toc78708632)

[Líneas de flujo de campos vectoriales 18](#_Toc78708633)

[Líneas de flujo y superficies equipotenciales (en general) 18](#_Toc78708634)

[Regiones conexas y simplemente conexas 18](#_Toc78708635)

[Divergencia 18](#_Toc78708636)

[Rotacional (Para R2 o R3) 18](#_Toc78708637)

[Expresiones 18](#_Toc78708638)

[Laplaciano de campos escalares y vectoriales 18](#_Toc78708639)

[Región tipo 1 18](#_Toc78708640)

[Región tipo 2 19](#_Toc78708641)

[Región simple 19](#_Toc78708642)

[Superficies 19](#_Toc78708643)

[Curvas reticulares 19](#_Toc78708644)

[Derivadas parciales de funciones vectoriales 19](#_Toc78708645)

[Superficies suaves 19](#_Toc78708646)

[Área de una superficie suave 20](#_Toc78708647)

[Superficies orientables 20](#_Toc78708648)

[Integral de superficie campo escalar 20](#_Toc78708649)

[Flujo de un campo vectorial 20](#_Toc78708650)

[Fórmula de cálculo flujo de un campo vectorial 21](#_Toc78708651)

[Teorema de Stokes en superficies con agujeros 21](#_Toc78708652)

[Teorema de Gauss en sólidos con agujeros 21](#_Toc78708653)

[Aplicación del teorema de Gauss y de Stokes a las ecuaciones de Maxwell 22](#_Toc78708654)

[Unidad 5 - Ecuaciones diferenciales 23](#_Toc78708655)

[Definición 23](#_Toc78708656)

[Clasificación 23](#_Toc78708657)

[EDOS Autónomas de primer orden 23](#_Toc78708658)

[Solución explícita y solución implícita 23](#_Toc78708659)

[Familia paramétrica, solución particular y solución general 24](#_Toc78708660)

[Campo direccional 24](#_Toc78708661)

[Forma normal de una EDO 24](#_Toc78708662)

[Problemas con valores iniciales 24](#_Toc78708663)

[Sistemas dinámicos 24](#_Toc78708664)

[Problema con valores de contorno 25](#_Toc78708665)

[Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden 25](#_Toc78708666)

[EDOS separables 25](#_Toc78708667)

[EDOS lineales 25](#_Toc78708668)

[EDOS exactas 27](#_Toc78708669)

[EDOS de Bernoulli 27](#_Toc78708670)

[Ecuación diferencial lineal homogénea 27](#_Toc78708671)

[Solución general de una EDO de orden n 28](#_Toc78708672)

[Dependencia e independencia lineal de funciones 28](#_Toc78708673)

[Wronskiano 28](#_Toc78708674)

[Conjunto fundamental 28](#_Toc78708675)

[Ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes 29](#_Toc78708676)

[Extensión del método a ecuaciones de orden superior 30](#_Toc78708677)

[Método de coeficientes indeterminados 30](#_Toc78708678)

[Método de variación de parámetros 31](#_Toc78708679)

[Ecuaciones de Euler 32](#_Toc78708680)

[Solución en Serie de Potencias 33](#_Toc78708681)

[Modelos matemáticos 33](#_Toc78708682)

[Unidad 6-Series de Fourier 34](#_Toc78708683)

[Disclaimer 34](#_Toc78708684)

[Conjunto de las funciones Integrales de Riemann en un intervalo cerrado 34](#_Toc78708685)

[Producto interno 35](#_Toc78708686)

[Ortogonalidad 35](#_Toc78708687)

[Conjunto o familia ortogonal de funciones 35](#_Toc78708688)

[Conjunto ortogonal completo 35](#_Toc78708689)

[Series de Fourier 36](#_Toc78708690)

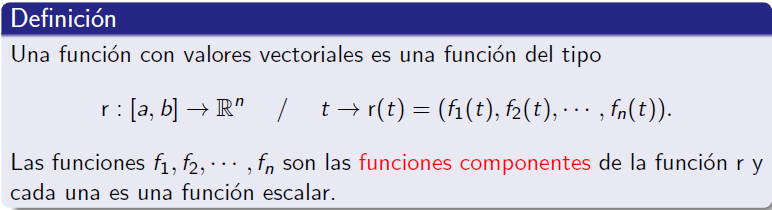
[Serie de Fourier para una función par 37](#_Toc78708691)

[Serie de Fourier para una función impar 37](#_Toc78708692)

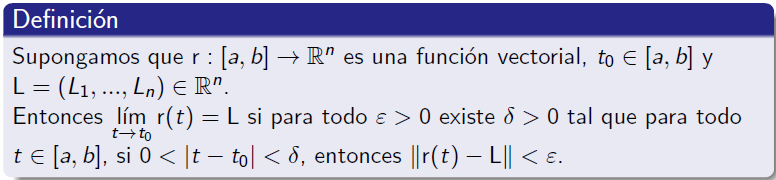
[Extensión par o impar 37](#_Toc78708693)

# Unidad 1-Funciones vectoriales

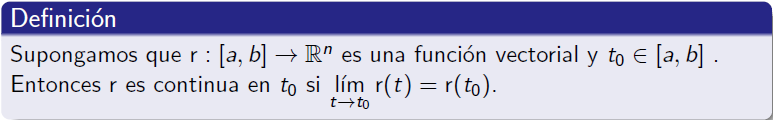
## Definición funciones vectoriales



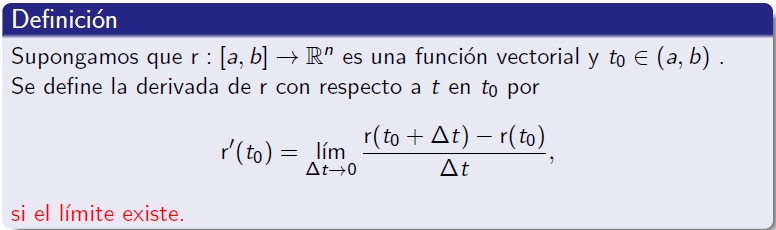
## Límite



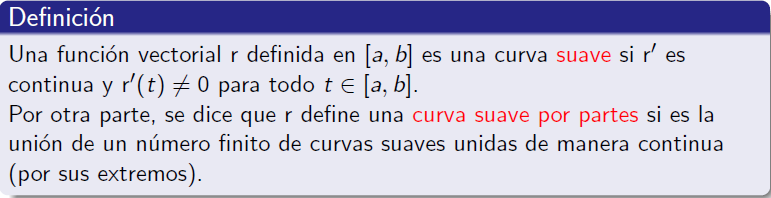
## Continuidad



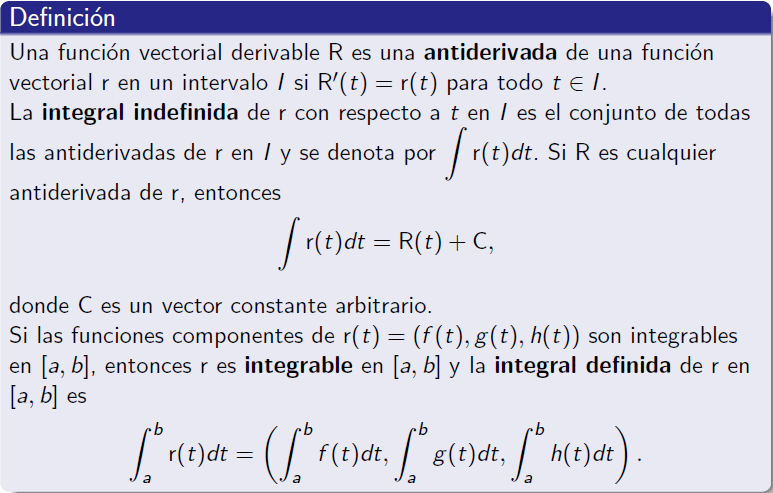
## Derivada



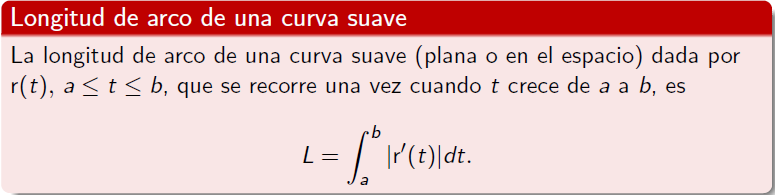
## Curva suave



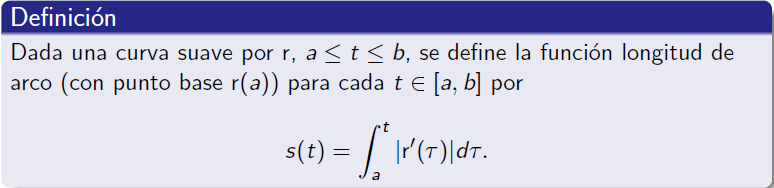
## Anti-derivada e Integral definida



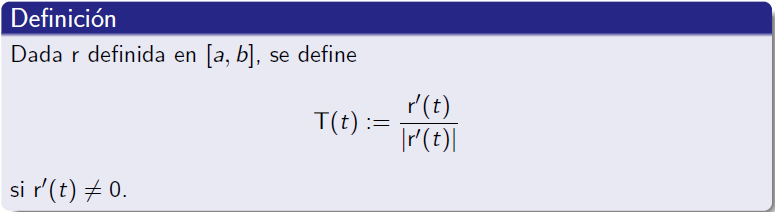
## Longitud de arco



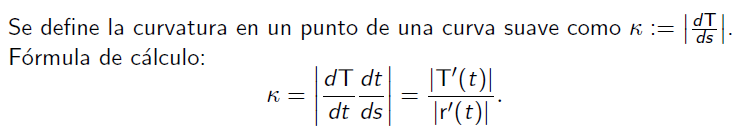
## Función longitud de arco



## Vector tangente unitario

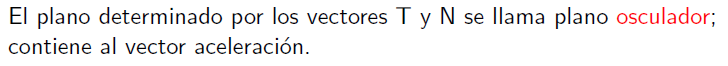


## Curvatura



## Vector normal unitario principal



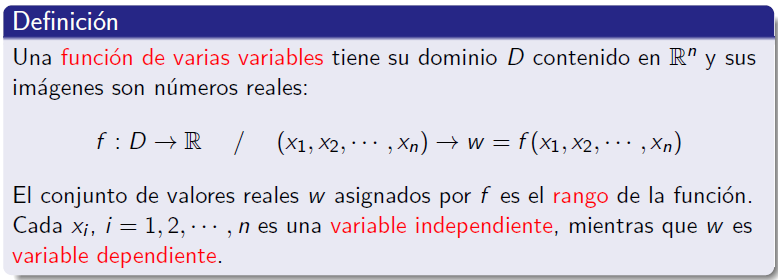


## Vector Bi-normal y marco BTN

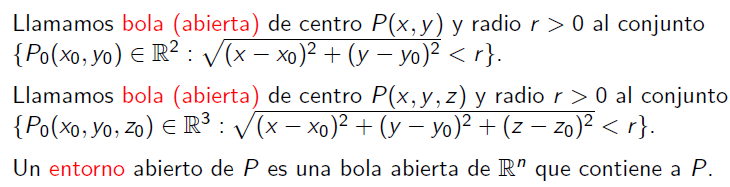


# Unidad 2-Campos escalares

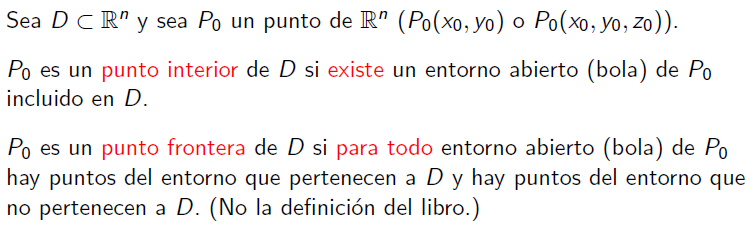
## Definición



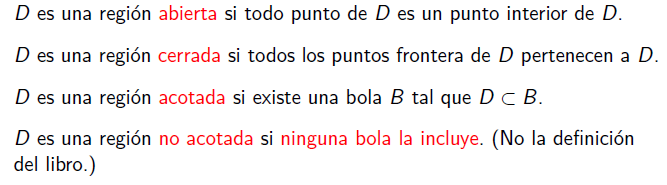
## Bola abierta y entorno de un punto en Rn



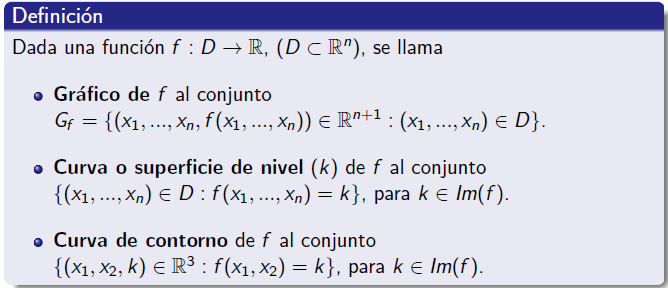
## Puntos interiores y frontera



## Tipos de regiones



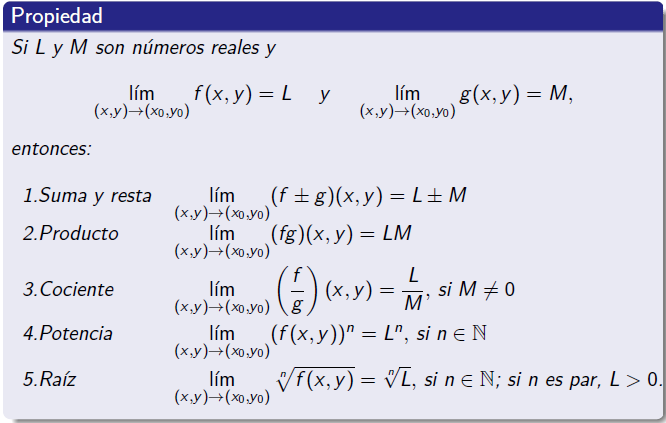
## Conceptos gráficos



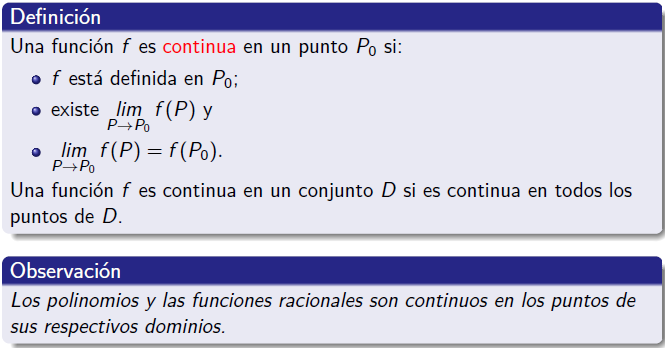
## Límite



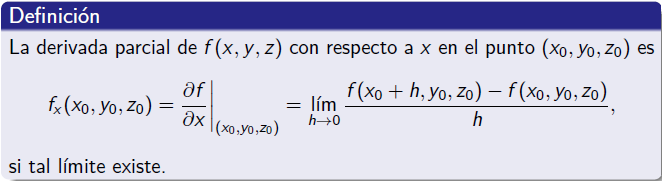
## Propiedades de los límites



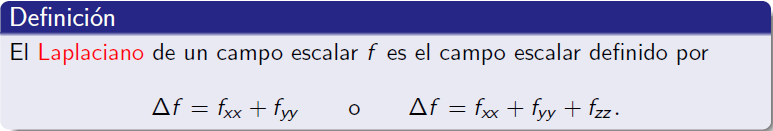
## Continuidad



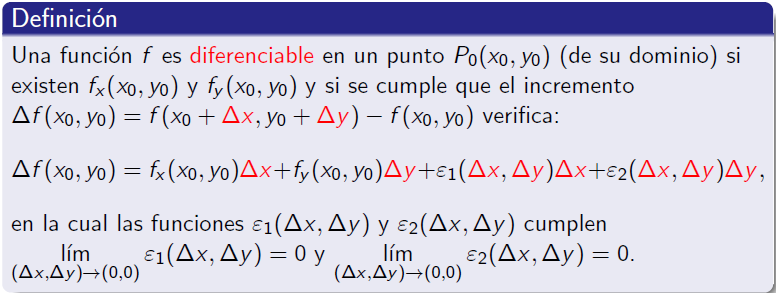
## Derivada parcial



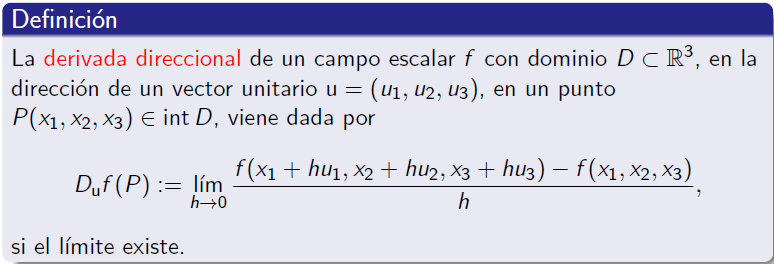
## Laplaciano de un campo escalar



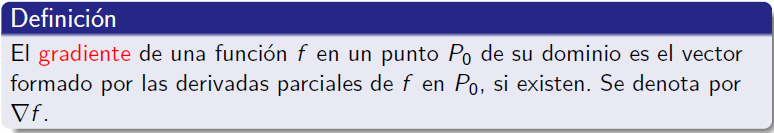
## Diferenciabilidad



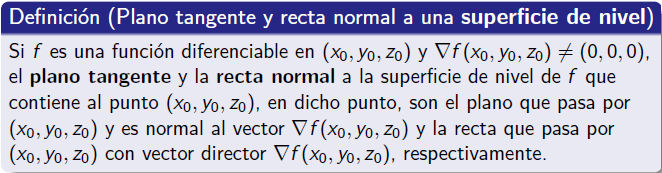
## Derivada direccional



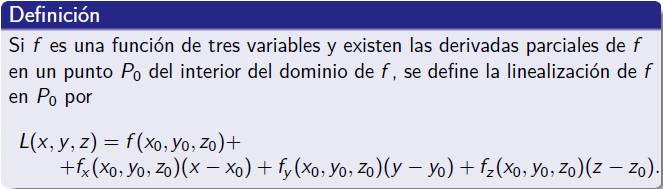
## Gradiente



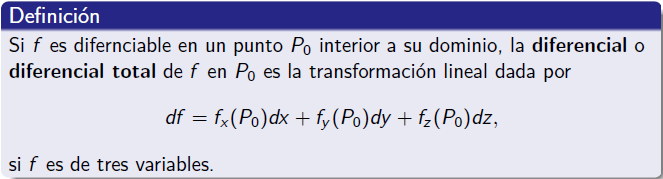
## Plano tangente y recta normal



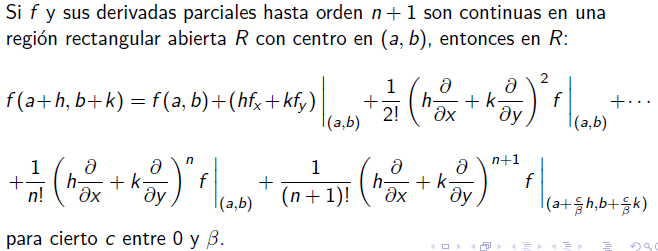
## Linealización



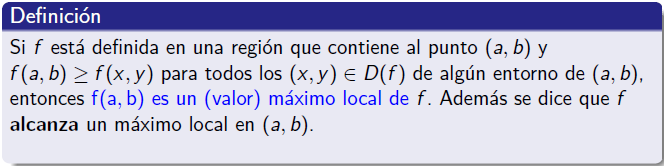
## Diferenciales



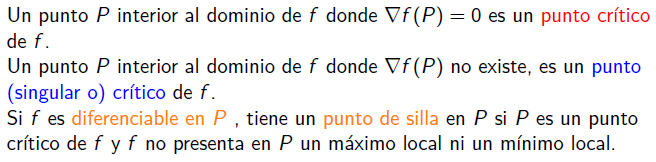
## Fórmula de Taylor



## Extremos locales

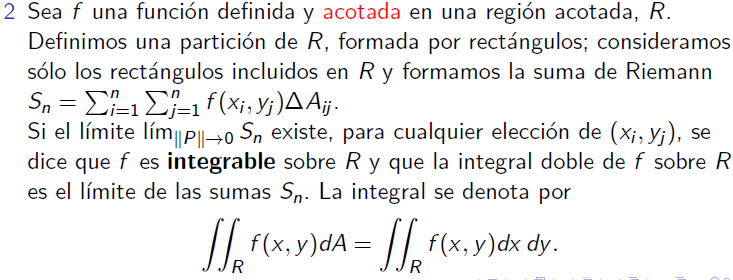


## Puntos Característicos

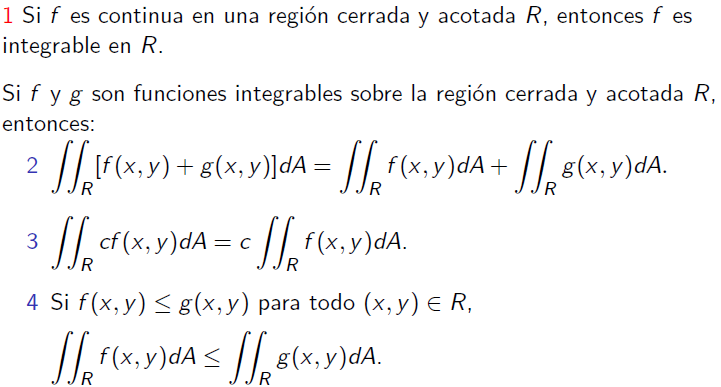


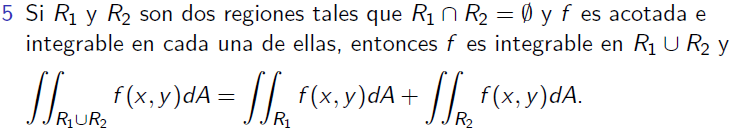
# Unidad 3-Integrales dobles y triples

## Integral dobe



## Propiedades

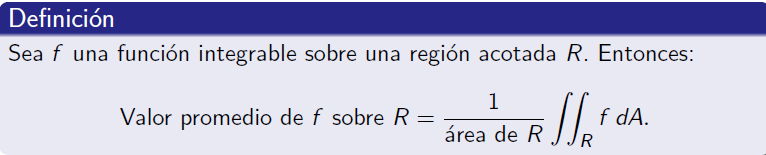




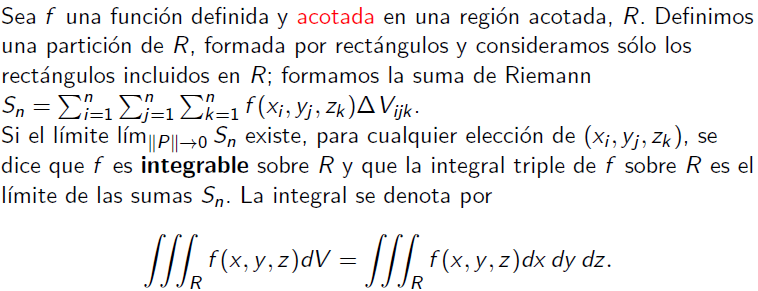
## Área de una región plana



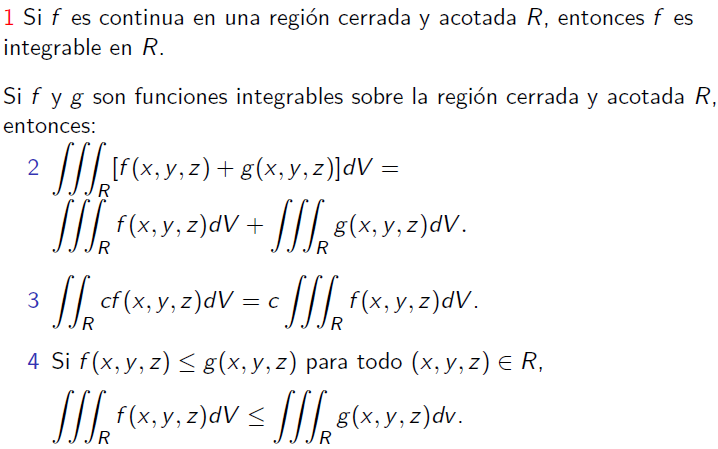
## Valor medio de una función de dos variables



## Integral triple

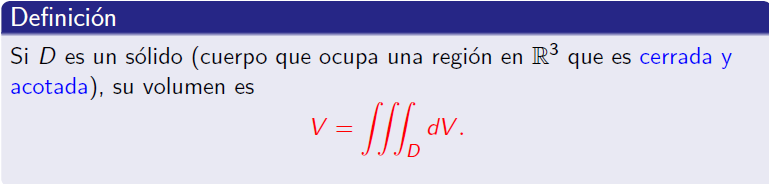


## Propiedades integrales triples

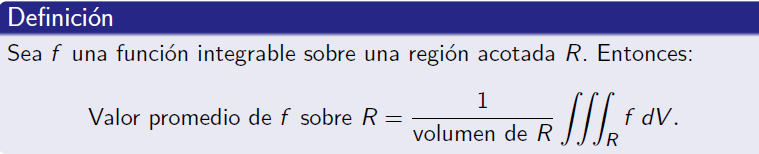




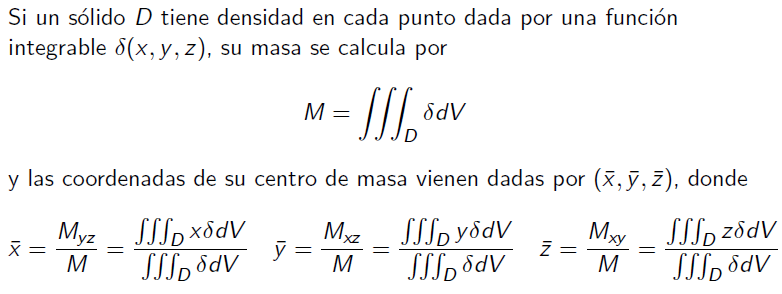
## Volumen de un sólido



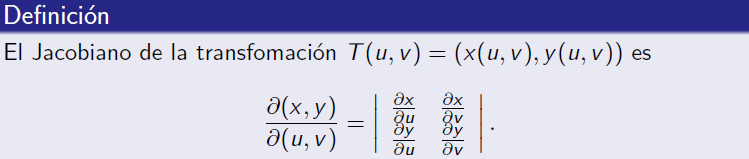
## Valor medio de una función de 3 variables



## Masa, momentos de masa

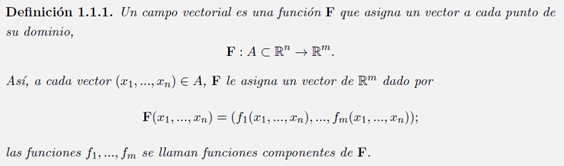


## Jacobino

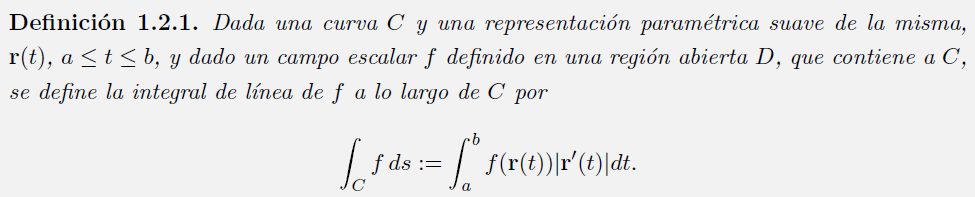


# Unidad 4-Campos vectoriales e integrales de Línea

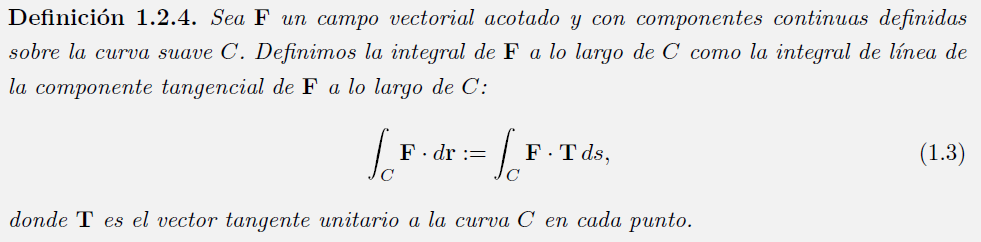
## Definición

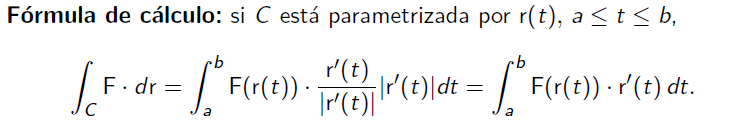


## Integral de línea de un campo escalar

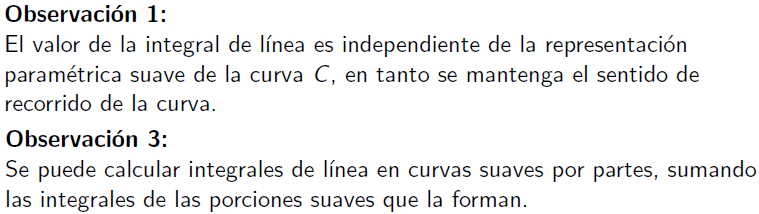


## Integral de línea de un campo vectorial



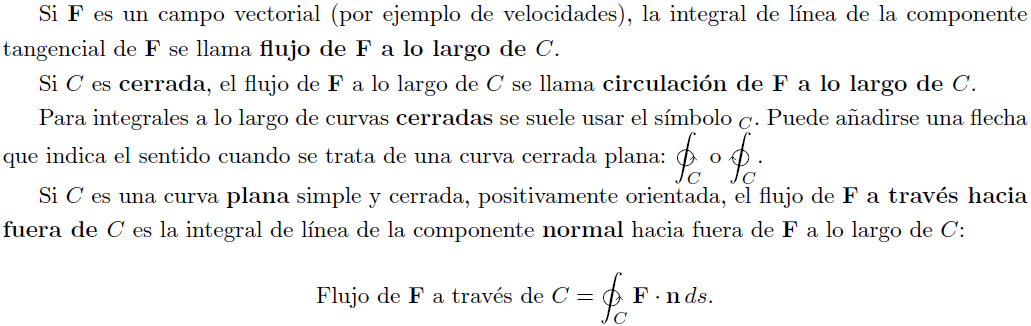


Observaciones

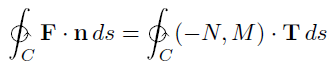




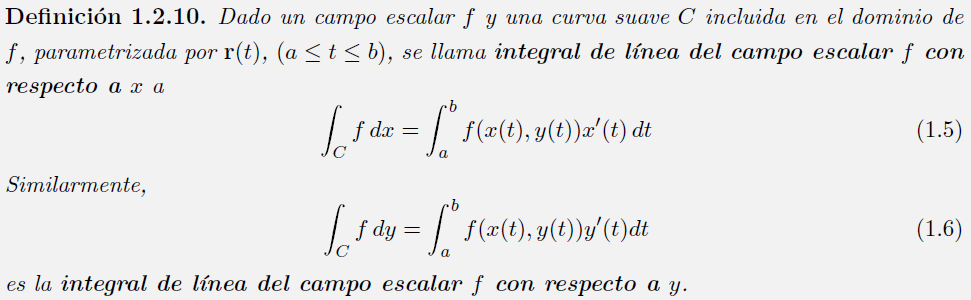
## Tipos de integrales de Línea de campos vectoriales



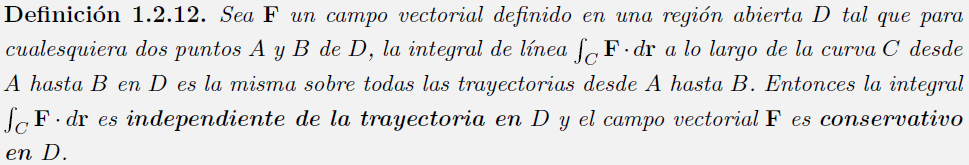
## Fórmula para la integral de línea a través hacía afuera



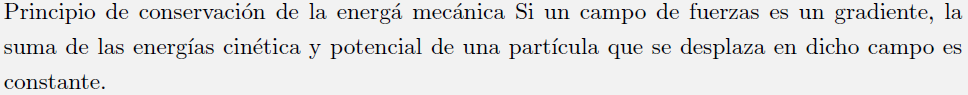
## Integrales respecto de los ejes coordenados



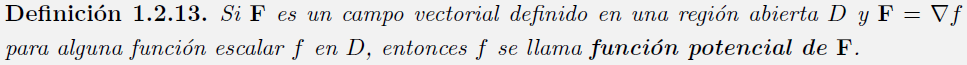
## Campos conservativos



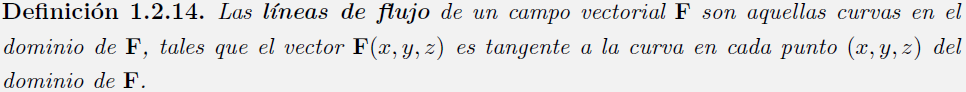
## Principio de conservación de energía mecánica



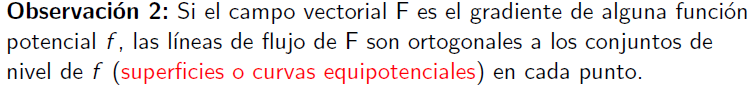
## Funciones potenciales



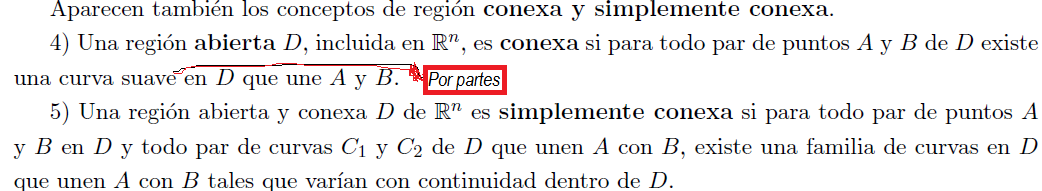
## Líneas de flujo de campos vectoriales



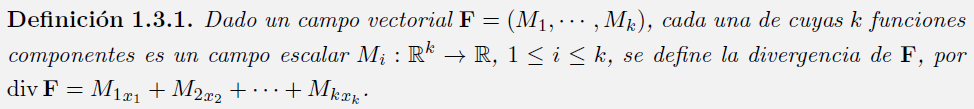
## Líneas de flujo y superficies equipotenciales (en general)



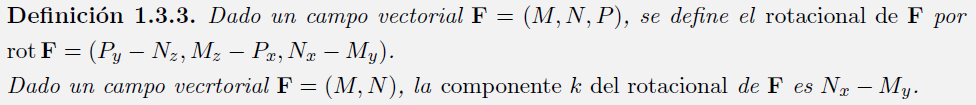
## Regiones conexas y simplemente conexas



## Divergencia



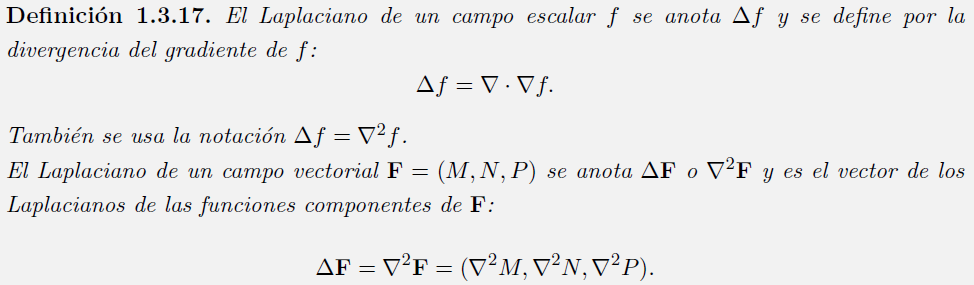
## Rotacional (Para R2 o R3)



## Expresiones



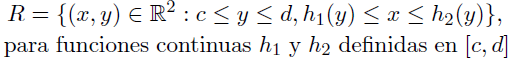
## Laplaciano de campos escalares y vectoriales



## Región tipo 1



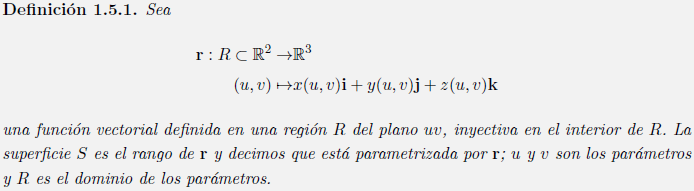
## Región tipo 2



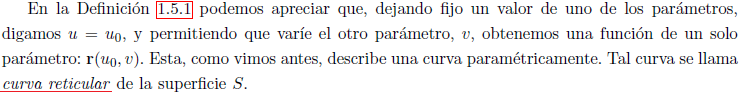
## Región simple

Una región que es de tipo 1 y de tipo 2

## Superficies



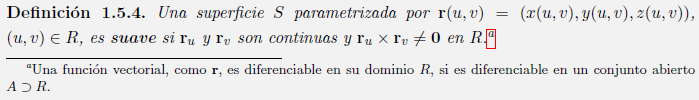
## Curvas reticulares



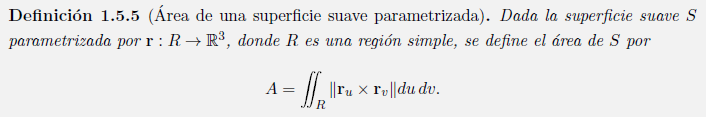
## Derivadas parciales de funciones vectoriales



## Superficies suaves

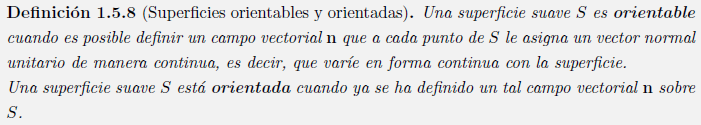


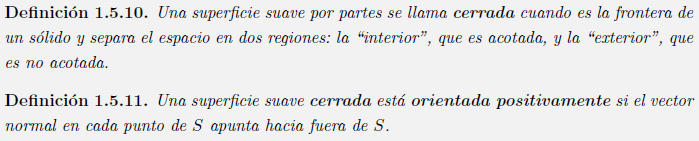
## Área de una superficie suave



NOTA: Es independiente de la parametrización.

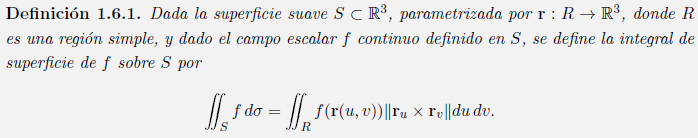
## Superficies orientables



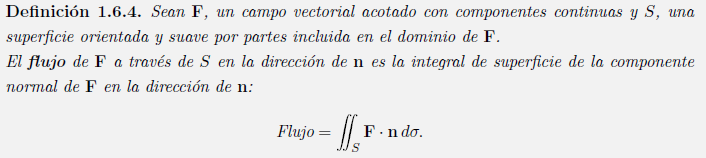


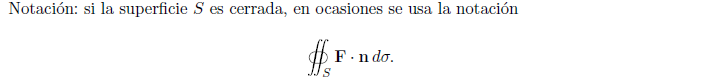
NOTA: La idea se extiende también a superficies suaves por partes

## Integral de superficie campo escalar

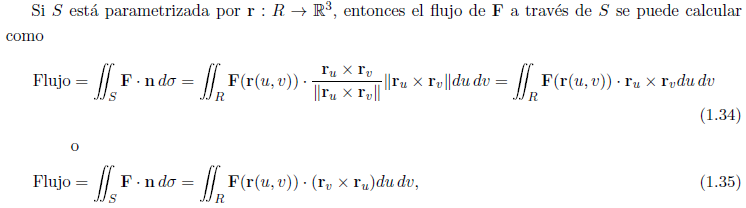


## Flujo de un campo vectorial

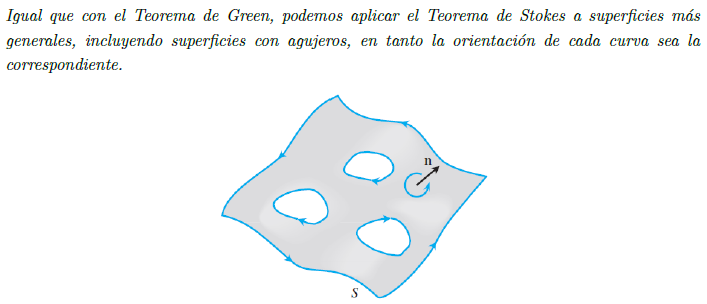




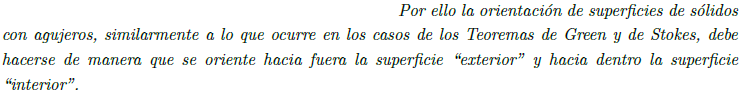
## Fórmula de cálculo flujo de un campo vectorial



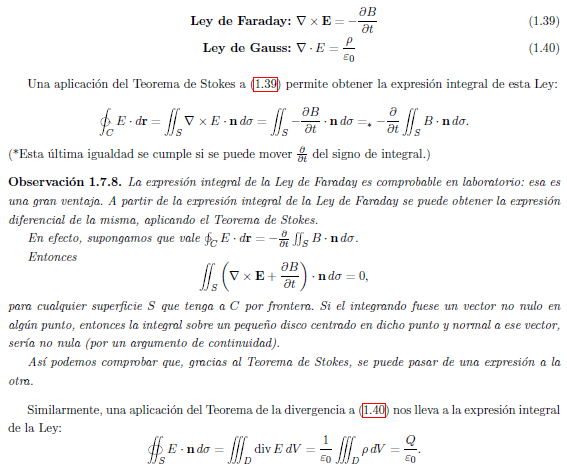
## Teorema de Stokes en superficies con agujeros



## Teorema de Gauss en sólidos con agujeros

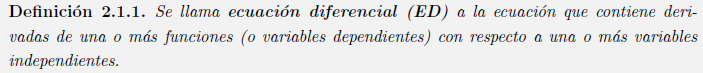


## Aplicación del teorema de Gauss y de Stokes a las ecuaciones de Maxwell

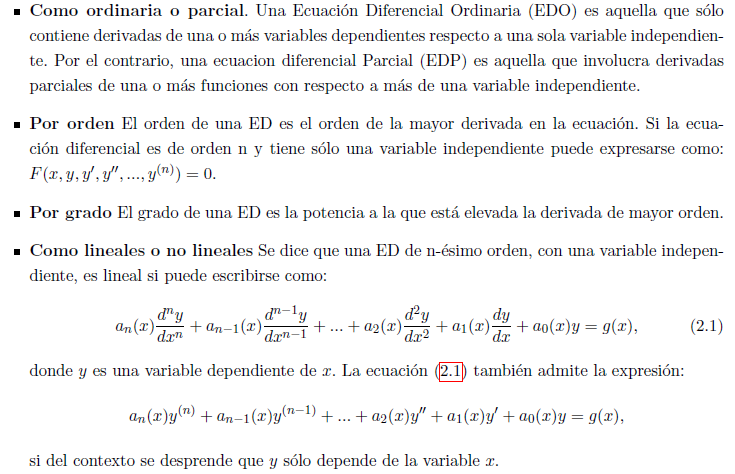
****

# Unidad 5 - Ecuaciones diferenciales

## Definición



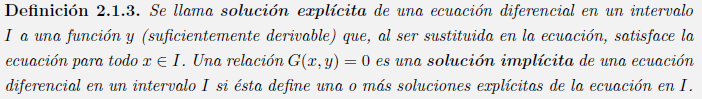
## Clasificación



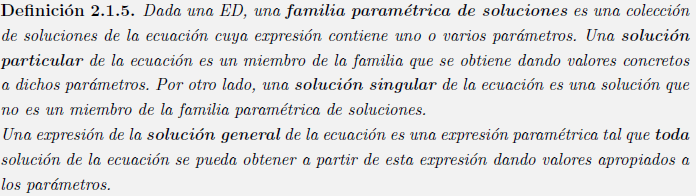
## EDOS Autónomas de primer orden

Son ecuaciones diferenciales ordinarias en la que la variable independiente no aparece explícitamente en la ecuación. Un ejemplo es la ecuación diferencial correspondiente a la Ley de Enfriamiento de Newton, en la que la variable temporal no aparece explícitamente en la EDO.

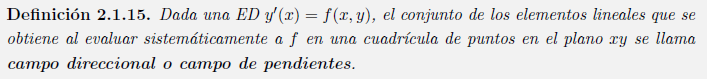
## Solución explícita y solución implícita



## Familia paramétrica, solución particular y solución general



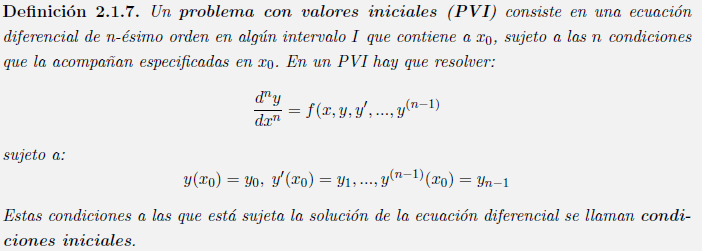
## Campo direccional



## Forma normal de una EDO

**NOTA**: Se considera que la función es una función continua en cierto intervalo. Cuando la EDO es de primer orden, a la función se la denomina función razón o función pendiente ya que da la pendiente de los elementos lineales del campo direccional.

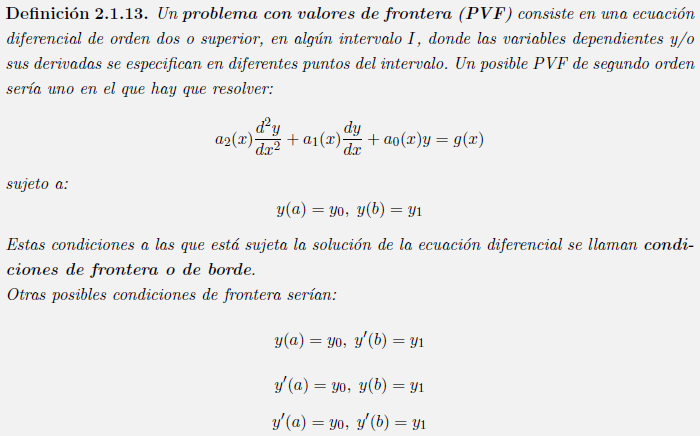
## Problemas con valores iniciales



## Sistemas dinámicos

Se dice que un sistema dinámico es un sistema que cambia con el tiempo. Aunque más precisamente se dice que un sistema dinámico es un conjunto de variables dependientes del tiempo junto con una regla que determina sin ambigüedad el estado del sistema, el cual está suscripto en un instante de tiempo t0. Las variables del sistema se denominan variables de estado, y el conjunto de sus valores en un instante de tiempo dado son el estado del sistema en ese instante. El sistema puede ser de **tiempos discretos o de tiempos continuos.**

## Problema con valores de contorno



NOTA: Notar que debe ser una ecuación diferencial de orden al menos 2

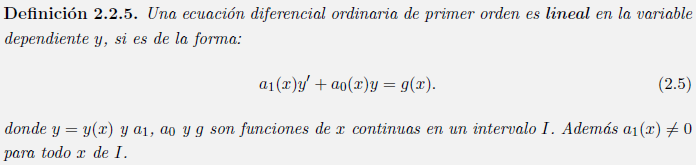
## Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden

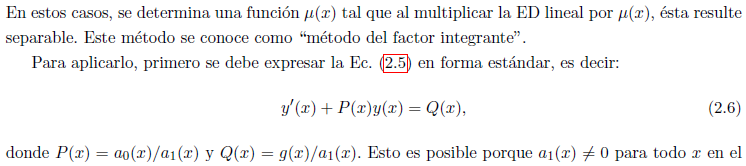
NOTA: La clasificación de EDOS de primer orden que utilizamos no es exhaustiva y no es mutuamente excluyente.

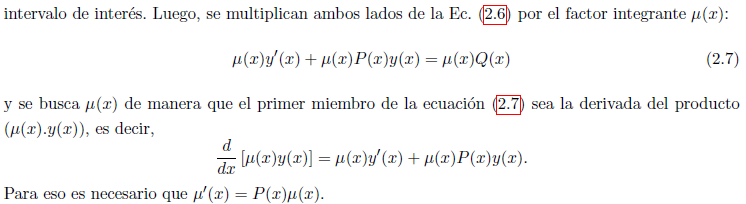
## EDOS separables

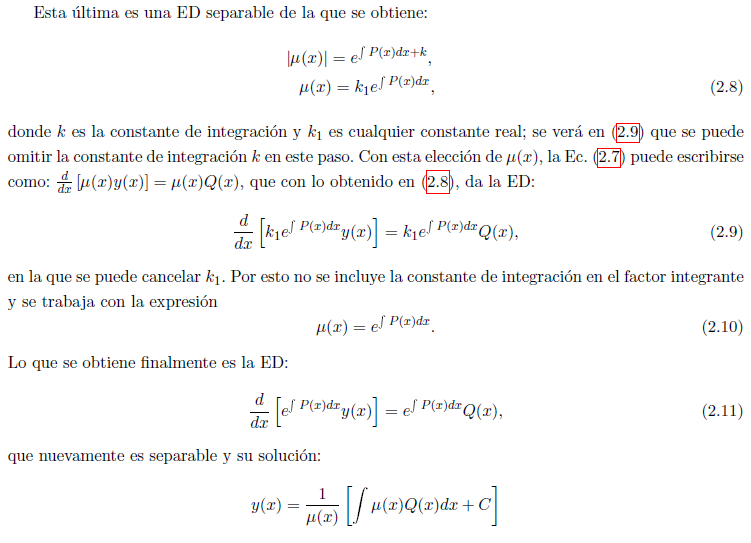


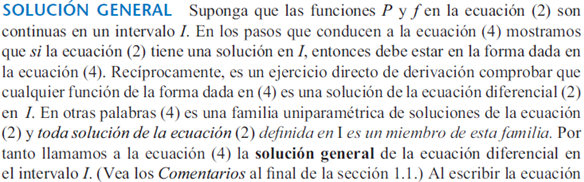
## EDOS lineales



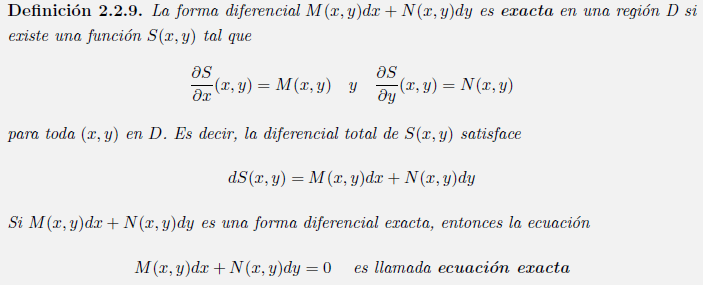




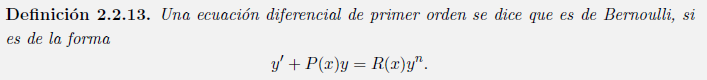


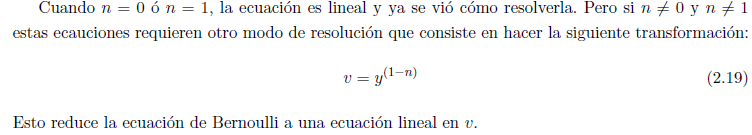


## EDOS exactas



## EDOS de Bernoulli



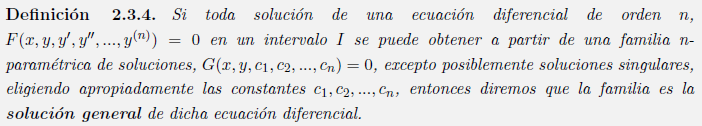


NOTA: Estudiaremos solo algunos tipos de ecuaciones diferenciales de orden superior.

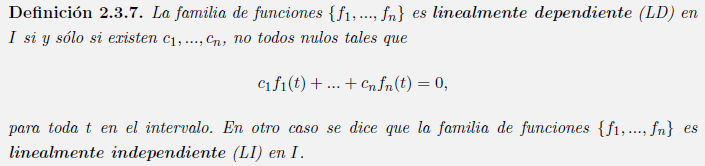
## Ecuación diferencial lineal homogénea

Es una ecuación lineal en la que la función de término independiente es la función constante nula.

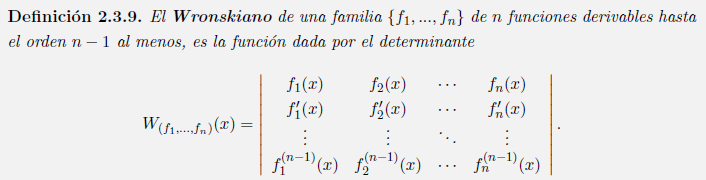
## Solución general de una EDO de orden n

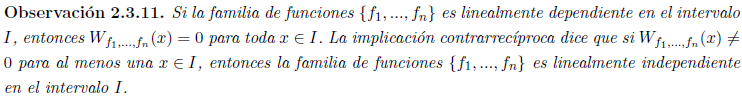


## Dependencia e independencia lineal de funciones

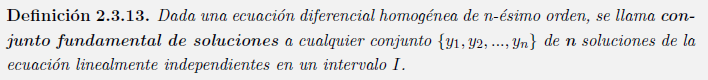


## Wronskiano

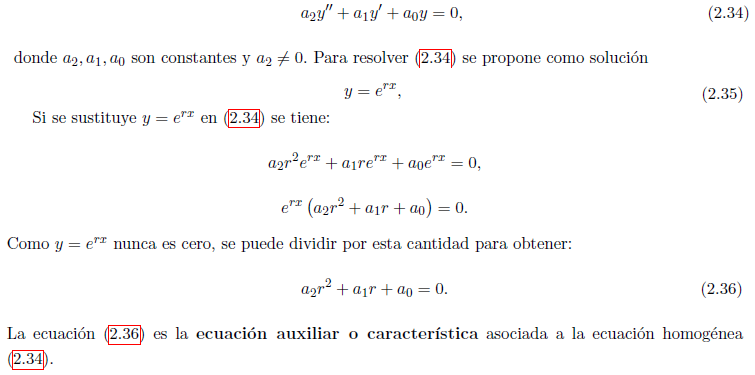




## Conjunto fundamental



## Ecuaciones diferenciales de segundo orden con coeficientes constantes



* Raíces reales y distintas



* Raíces dobles



* Raíces complejas conjugadas









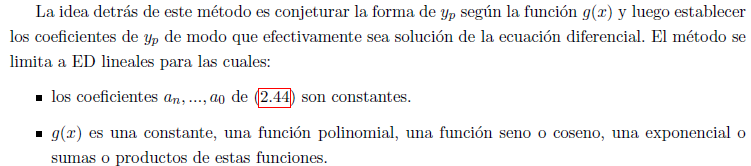


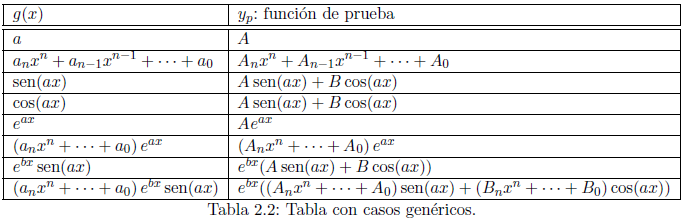


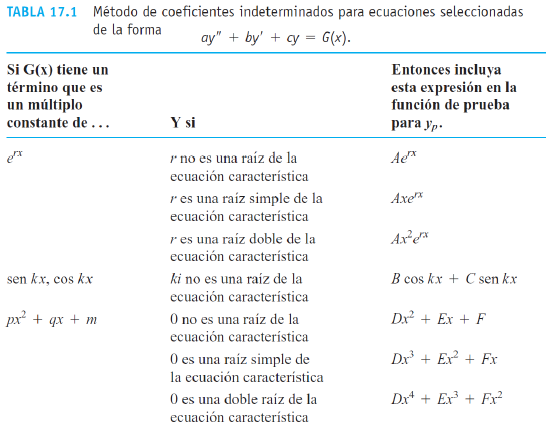
## Extensión del método a ecuaciones de orden superior



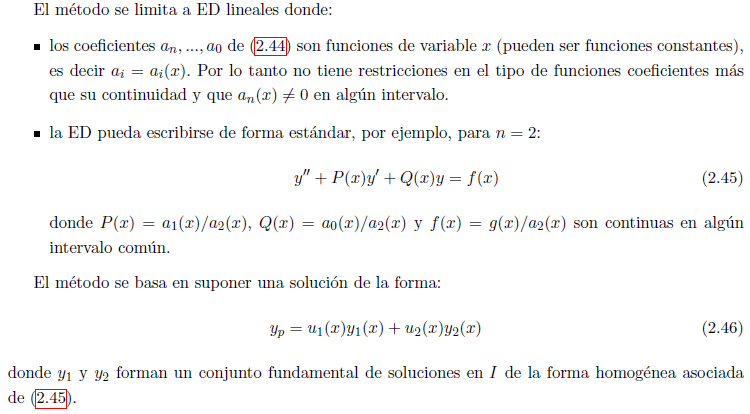
## Método de coeficientes indeterminados



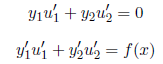




## Método de variación de parámetros



Se obtiene por reemplazando en le ecuación diferencial



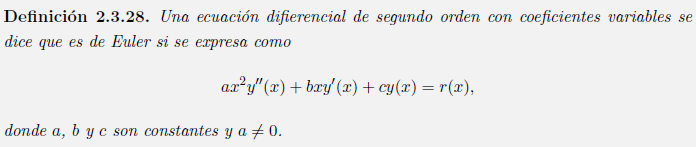
Luego

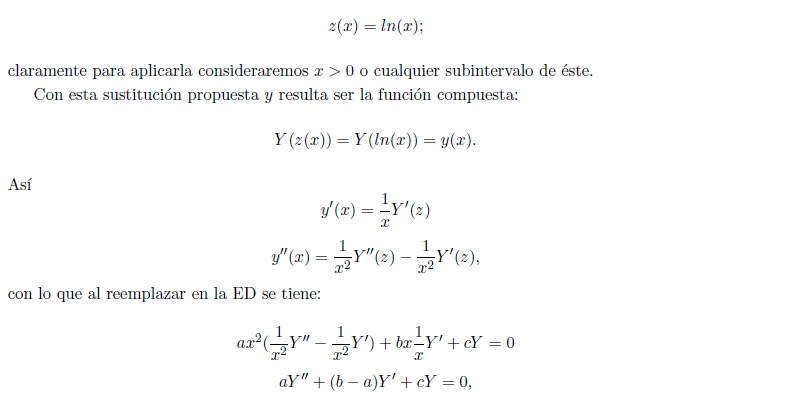




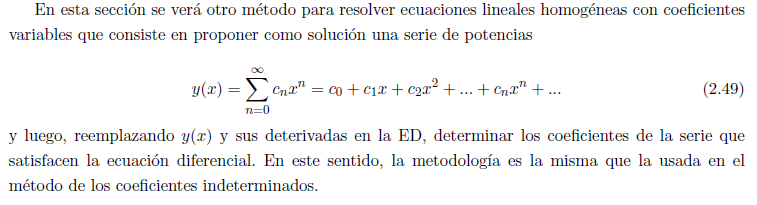
Dado que se trata de funciones del conjunto fundamental, el wronskiano es no nulo.

## Ecuaciones de Euler





## Solución en Serie de Potencias

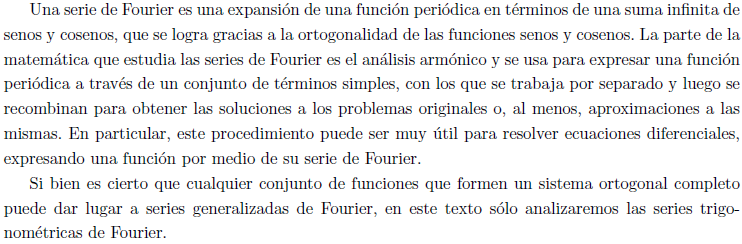


## Modelos matemáticos

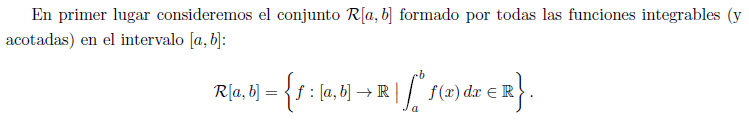
* Se identifican las variables que repercuten en el sistema. Se tienen en cuenta en principio algunas de ellas y esto es lo que determina la resolución del modelo (por ejemplo, el modelo matemático que describe la caída “libre” de un objeto masivo desde una altura cercana a la superficie de la tierra desprecia el rozamiento con el aire que sin embargo es una variable que repercute en el comportamiento del sistema de fenómenos).
* Se establecen hipótesis razonables acerca del comportamiento del sistema y en este paso se incluyen las leyes empíricas que son aplicables al sistema de fenómenos (por ejemplo se aplica la ley de newton al modelo de la caída de un objeto).
* Finalmente se dice que el modelo matemático es razonable si las consecuencias observacionales son consistentes con las predichas por el modelo.

# Unidad 6-Series de Fourier

## Disclaimer



## Conjunto de las funciones Integrales de Riemann en un intervalo cerrado

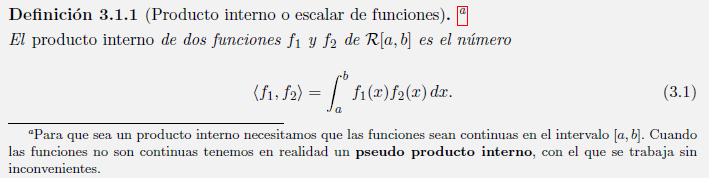


NOTA: Observar que en el conjunto de las funciones integrables definidas en el intervalo cerrado no necesariamente todas son continuas, pueden haber funciones que tengan un conjunto finito de discontinuidades de salto finito en el intervalo y aún son integrables, o incluso pueden ser funciones con discontinuidades esenciales para las cuales existen las integrales impropias en el intervalo. Como ejemplo de esto puede ser la función

Esta función presenta una discontinuidad esencial en el cero ya que el límite lateral no está definido en ese punto. La función está definida en todo el intervalo, y de hecho la función es integrable en todo el intervalo ya que la integral impropia existe.

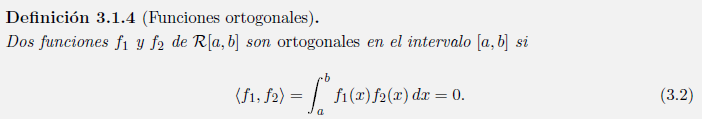
Este tipo de funciones pueden llegar a causar algunos problemas así que las excluimos diciendo que al espacio solo perteneces las funciones que además de ser integrables sean acotadas en el intervalo.

## Producto interno

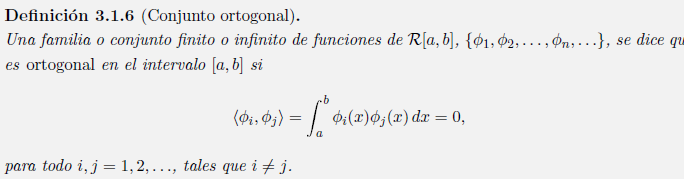


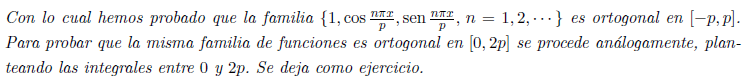
NOTA: Recordar que los axiomas del producto interior son 4. Axioma de simetría, de aditividad, de homogeneidad, y positividad. Bueno, el problema se presenta para las algunas funciones no continuas que tienen una cantidad finita de discontinuidades de salto en el intervalo para las cuales el producto interno por si mismas da el vector nulo, aunque las funciones no sean el vector nulo.

## Ortogonalidad

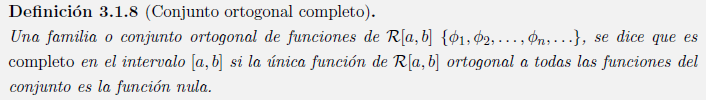


## Conjunto o familia ortogonal de funciones

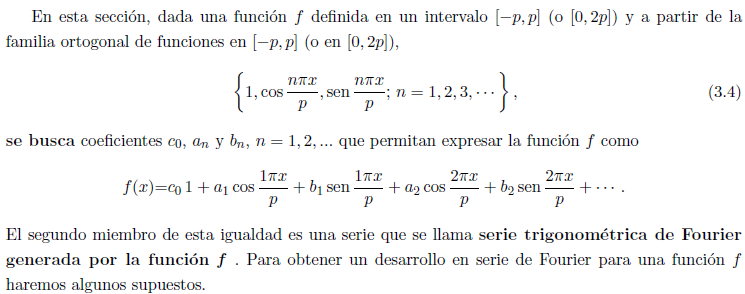




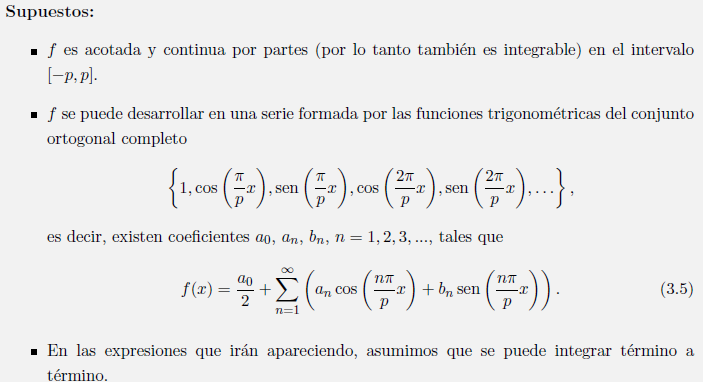
## Conjunto ortogonal completo

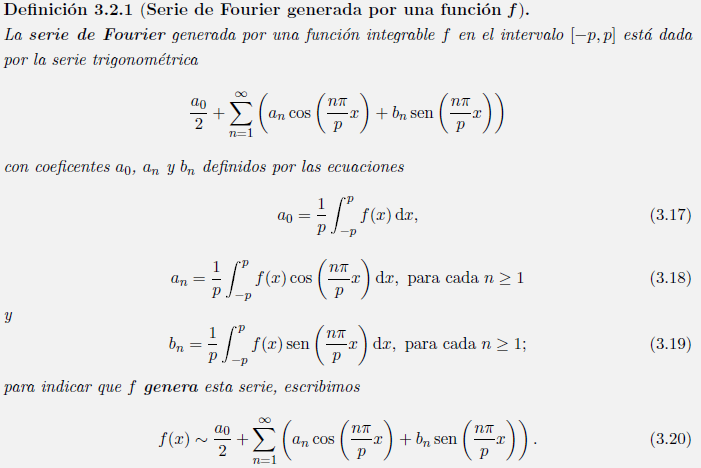


## Series de Fourier



NOTA: El período fundamental de esta familia ortogonal es 2p

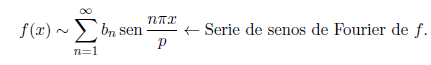




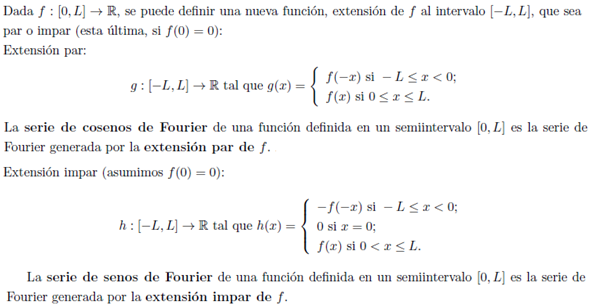
## Serie de Fourier para una función par



## Serie de Fourier para una función impar



## Extensión par o impar



EJEMPLO

