Finales de calculo

Realizar un programa OCTAVE/MATLAB que

- Obtenga una solución aproximada con el método de Runge-Kutta 2do Orden (Mejorado/Modificado), con Δt=0,005 en el intervalo [0; 10].
- Calcular la integral $I = \int_0^{10} \Phi \, dt$.
- Grafique Φ en función de la derivada 1° de Φ en el intervalo [0; 10].

$$15 \cdot \frac{d^2\Phi(t)}{dt^2} + 5 \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} + 15 \cdot \Phi(t) = 5 \cdot \sin(30 \cdot t), \qquad \Phi(0) = 10, \frac{d\Phi(0)}{dt} = 51$$

1) $\Phi(10)$:__________
2) 1° derivada $\Phi(10)$:__________
3) INTEGRAL:__________________________

archivo: practica_final.m carpeta:finales

Finales de calculo

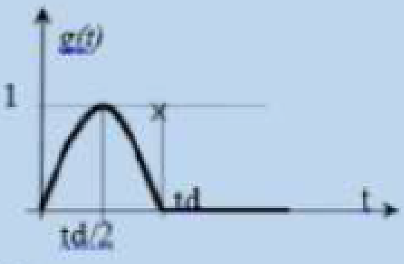
archivo: final_vila_corregido.m

Obtener una solución aproximada del siguiente sistema de EDO,

$$M\,\frac{d^2(\overrightarrow{z})}{dt^2} + K\,\vec{z} = \vec{b}\cdot g(t)$$

con valores iniciales nulos del vector inicial $\vec{z}$ y del vector $\frac{d\vec{z}}{dt}$, en t=0.

La función escalar $g(t)$, vale cero para todo t > td, y para todo t perteneciente al intervalo [0; td] se obtiene por interpolación con siguientes datos



t	0	td/2	td
g(t)	0	1	0

M=5*I5 $\quad K = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \vec{b} = \frac{50}{19}\begin{Bmatrix} 5 \\ 8 \\ 9 \\ 8 \\ 5 \end{Bmatrix}$

siendo I5 la matriz Identidad de 5x5

OBTENER el polinomio de interpolación para g(t) en el intervalo [0; td] con td=50

REALIZAR Y ENTREGAR un programa en OCTAVE/MATLAB que permita obtener una solución aproximada del sistema de EDO con valores iniciales, usando el **método de Diferencia Central**, guardando todos los vectores $\vec{z}(t)$ para todo t en el intervalo [0; tf], con tf=150 y Dt=1/10.

El programa debe:

ESCRIBIR el vector $\vec{z}$ en t=2*td (dos veces td)

GRAFICAR en el intervalo [0; tf] la función z3(t) (componente 3 del vector $\vec{z}$ en función del tiempo t).

CALCULAR y entregar el valor de $I = \int_0^{tf} z3(t)dt$

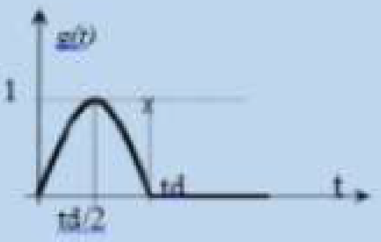
Finales de calculo

En la Parte anterior se REALIZÓ Y ENTREGÓ un programa en OCTAVE/MATLAB que permita obtener una solución aproximada del sistema de EDO con valores iniciales, usando el **método de Diferencia Central**, guardando todos los vectores $\vec{z}(t)$ para todo t en el intervalo [0; tf], con tf=150 y Dt=1/10.

$$M\,\frac{d^2(\vec{z})}{dt^2} + K\,\vec{z} = \vec{b}\cdot g(t)$$

con valores iniciales nulos del vector inicial $\vec{z}$ y del vector $\frac{d\vec{z}}{dt}$, en t=0.

La función escalar $g(t)$, vale cero para todo t > td, y para todo t perteneciente al intervalo [0; td] se obtiene por interpolación con siguientes datos



t	0	td/2	td
g(t)	0	1	0

M=5*I5 $\quad K = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \vec{b} = \frac{50}{19}\begin{Bmatrix} 5 \\ 8 \\ 9 \\ 8 \\ 5 \end{Bmatrix}$

siendo I5 la matriz Identidad de 5x5 td=50

Parte 2 (TEMA 1) Ampliar con programación

AMPLIAR el programa en OCTAVE/MATLAB desarrollado anteriormente para:

- **CALCULAR** en todo t, los vectores $\vec{v}(t)=d\vec{z}/dt$, considerando que las componentes de cada vector $\vec{z}(t)$ obtenidos con la solución del sistema EDO, son una función discreta en la variable t.
- **ENTREGAR** el vector $\vec{v}(t)$ en t=2*td (dos veces td)
- **GRAFICAR** v3 en función de z3, para todo valor del tiempo t en el intervalo [0; tf]. Siendo v3 la componente 3 del vector $\vec{v}(t)$; y z3 la componente 3 del vector $\vec{z}(t)$
- **CALCULAR** la cantidad de veces que la z3(t) pasa por cero para los valores de t > td. (Pista: Condición de inicialización de los métodos de raíces)

archivo: final_anterior.m carpeta:finales

Finales de calculo

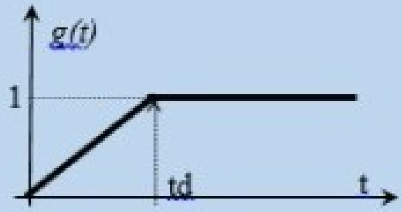
ENTREGAR un programa en OCTAVE/MATLAB que permita obtener una solución aproximada del siguiente sistema de EDO con valores iniciales, usando un método numérico que asegure un error de Orden 3

$$\frac{d(\overrightarrow{z})}{dt} = K\,\vec{z} + \vec{p}\cdot g(t)$$

Siendo nulo el vector inicial $\vec{z}$ para t=0. En el sistema EDO, K una matriz de dimensión (NxN); $\vec{z}$ y $\vec{p}$ son vectores de dimensión (Nx1), y $g(t)$ es una función escalar conocida que se representa en la figura. Utilizar los siguientes datos:

T=22,798E-05 p=300 Dx= 0,55/5

td=1000 tf=5000 **Dt=10**



$$K = \frac{T}{Dx^2}\begin{bmatrix} -2 & +1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 2/3 & -2/3 \end{bmatrix} \qquad \vec{p} = \frac{p\cdot T}{Dx^2}\begin{Bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

GRAFICAR las componentes z2, y z4 del vector $\vec{z}$ en función del tiempo t en el intervalo [0; tf]

ESCRIBIR el vector $\vec{z}$ en t=tg=3000

archivo: final_con_rampa,m carpeta: finales

Finales de calculo

Se busca *u(r)* solución de la siguiente ecuación diferencial

$$-T\left(\frac{d^2u(r)}{dr^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{du(r)}{dr}\right)=f(r) \qquad si\ r\,\varepsilon\,\Omega=\{r\,\varepsilon\,R:0\le r\le L\}$$

$$\frac{\partial u}{\partial r}(0)=0 \qquad\qquad u(L)=A \qquad\qquad (1)$$

para los siguientes datos: L=100; T=10000; p=10; *A*=0; $f(r)=p\cdot\cos(\frac{\pi\cdot r}{2L})$

Considerar *u(r)* discreta en 7 (siete) puntos equidistantes en total en todo el dominio de la variable *r*, usando reglas de derivada numérica con igual orden de error, y de tipo central toda vez que sea posible, para **transformar** el problema diferencial dado en el siguiente sistema,

$$K\cdot\vec{z}=\vec{b} \qquad (2)$$

ENTREGAR un archivo en **formato pdf** que **muestre justificadamente** las expresiones de la matriz K y del vector $\vec{b}$; que puedan ser utilizadas en MATLAB/OCTAVE para resolver el sistema de ecuaciones dado por las ecuaciones (2).

Elaborar un programa en MATLAB/OCTAVE para **usar un método numérico iterativo** y obtener **la solución** del sistema de ecuaciones dado por ecuación (2)

$$K\cdot\vec{z}=\vec{b} \qquad (2)$$

con las expresiones de la matriz K y del vector $\vec{b}$; obtenidas en el ejercicio anterior.

ENTREGAR un archivo en **formato MATLAB/OCTAVE** que como respuesta de interés debe:

- **Resolver correctamente** el sistema de ecuaciones **con un método numérico iterativo**
- **Armar, mostrar y graficar la solución aproximada de** *u(r)* entre *r=0* y *r=L*,
- **Calcular y mostrar** la solución aproximada de $\frac{du(r)}{dr}$ en función de *r* entre *r=0* y *r*=L, usando reglas de derivación de orden 2.

Finales de calculo

Ampliar el programa en MATLAB/OCTAVE realizado anteriormente, de modo que permita

Calcular y mostrar el valor de “$Beta$ “ despejando de la siguiente igualdad

$$I1 = Beta \cdot T \cdot 2\pi \cdot L \cdot DL + I2$$

con

$$I1 = \int_0^L \left\{ T \cdot 2\pi \cdot r \cdot \left(\frac{du}{dr}\right)^2 \cdot dr \right\}$$

$$I2 = \int_0^L \{ f(r) \cdot 2\pi \cdot r \cdot (u(r))^2 \cdot dr \}$$

$$DL = \left.\frac{du}{dr}\right|_{r=L}$$

ENTREGAR el “programa ampliado” en **formato MATLAB/OCTAVE**

Calcular y mostrar el valor de las Integrales I1 e I2

Mostrar el valor de la Derivada DL

Calcular y mostrar el valor de Beta

$$K = \frac{-T}{\Delta r^2} \begin{bmatrix} -4/3 & 4/3 & & & \\ 3/4 & -2 & 5/4 & & \\ 0 & 5/6 & -2 & 7/6 & \\ 0 & 0 & 7/8 & -2 & 9/8 \\ 0 & 0 & 0 & 9/10 & -2 \end{bmatrix} \qquad f = p \begin{Bmatrix} \cos(\frac{pi\Delta r}{2L}) \\ \cos(\frac{2pi\Delta r}{2L}) \\ \cos(\frac{3pi\Delta r}{2L}) \\ \cos(\frac{4pi\Delta r}{2L}) \\ \cos(\frac{5pi\Delta r}{2L}) \end{Bmatrix} + \frac{T}{\Delta r^2} \cdot A \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 11/10 \end{Bmatrix}$$

archivo: final_tomy_ampliado.m carpeta : practica

Finales de calculo

Para buscar *u(x,t)* solución de la siguiente ecuación diferencial

$$-EA\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+\rho A\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=p\cdot g(t)\quad en\quad \Omega=\{x\varepsilon\, R: 0\le x\le L\}\qquad (1)$$

con las siguientes condiciones de borde válidas para todo instante de tiempo t

$$u(0,t)=0\qquad en\ x=0\qquad (2)$$

$$EA\frac{\partial u(x,t)}{\partial x}=-M_L\cdot\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}\qquad en\ x=L\qquad (3)$$

y los siguientes Valores Iniciales $\forall x$ $\quad en\ t=0\ ,\quad u(x,0)=0\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial t}\right|_{(x,0)}=0$

Con los siguientes datos:
L=50000; EA=21E4; ρA=8E-9; M_L= 1,02E-2; p=1/1000 y con g(t) una función cuya expresión es conocida.
Si se considera *u(x,t)* discreta en **6 (seis) puntos** equidistantes en total **en todo el dominio** de la variable x, usando reglas de derivada numérica con igual orden de error, y de tipo central toda vez que sea posible, **se puede transformar** el problema diferencial dado en el siguiente sistema de EDO,

$$M\cdot\ddot{\vec{y}}+K\cdot\vec{y}=\vec{f}\cdot g(t)\qquad (4)$$

Con $K=\frac{EA}{\Delta x^2}\begin{bmatrix}2&-1&&&\\-1&2&-1&&\\0&-1&2&-1&\\0&0&-1&2&-1\\0&0&1&-4&3\end{bmatrix}$ $M=\begin{bmatrix}\rho A&0&&&\\0&\rho A&0&&\\0&0&\rho A&0&\\0&0&0&\rho A&0\\0&0&0&0&\frac{2M_L}{\Delta x}\end{bmatrix}$ $\vec{b}=\begin{Bmatrix}p_1\\p_2\\p_3\\p_4\\0\end{Bmatrix}\cdot g(t)$

ENTREGAR un archivo en **formato MATLAB/OCTAVE** para **encontrar la solución numérica** del sistema EDO dado por ecuación (4), **entre t=0 y tf=4**, usando un **Dt=1/1000,**

con g(t) una rampa lineal entre cero y td=1; y luego la función mantiene el valor constante igual a 1, tal como se muestra en la gráfica adjunta.

Se debe: → **Aplicar correctamente el método numérico**

Expresar la solución aproximada obtenida de $u(x,tf)$ entre x=0 y x=L.

Graficar $u(L,t)$ entre t=0 y tf.

Finales de calculo

TEST 10 (RK CON REDUCCION, DIFERENCIA CENTRAL Y DISCRETIZACION)

Se busca $u(x,t)$ solución de

$$-12\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}+x^2\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2}=0 \quad en\ \ \Omega=\{x\,\varepsilon\,R:0\le x\le 1\}$$

$$u(0,t)=0 \qquad\qquad u(x,0)=\sin(\pi\cdot x)$$

$$u(1,t)=0 \qquad\qquad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0)=3$$

Realice un algoritmo en Octave o Matlab para resolver la EDO, utilizando el método Diferencia Central y el método Runge Kutta (genérico/mejorado o modificado). Utilice 5 puntos en todo el dominio. Elija un **delta t** tal que la diferencia entre los método no supere +-0.003.

Graficar:

Para el método de Runge Kutta

Figura (1) u(0.5,t) en función del tiempo en el intervalo [0 ; 1]

Figura (2) $\dot{u}$(0.5,t) en función u(0.5,t)

Para el método de diferencia central

Figura (3) u(0.5,t) en función del tiempo en el intervalo [0 ; 1]

Comparar métodos

Figura (4) uRK(0.5,t)- uDC(0.5,t) en función del tiempo en el intervalo [0 ; 1]

---

archivo : act10.m carpeta:finales

Finales de calculo

TEST 8 (RK CON REDUCCION SISTEMA)

EDO: actividad nº8

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS
Realizar un programa MATLAB/OCTAVE que

- Obtenga una solución aproximada con el método de Runge-Kutta 2do Orden (Mejorado/Modificado), con Δt=0,001 en el intervalo [0; 10].
- Figure(1) Grafique Φ_1 calculado con RK (rojo), Φ_1 exacta (azul),la diferencia de los valores de Φ_1 (Φ_1RK- $\Phi_1$exacta) (verde) en función de t en el intervalo [0; 5]
- Figure(2) Grafique Φ_2 calculado con RK (rojo), Φ_2 exacta (azul),la diferencia de los valores de Φ_2 (Φ_2RK- $\Phi_2$exacta) (verde) en función de t en el intervalo [2.5; 7.5]
- Figure(3) Grafique Φ_3 calculado con RK (rojo), Φ_3 exacta (azul),la diferencia de los valores de Φ_3 (Φ_3RK- $\Phi_3$exacta) (verde) en función de t en el intervalo [0; 10]

$$M \cdot \frac{d^2\Phi(t)}{dt^2} + C \cdot \frac{d\Phi(t)}{dt} + K \cdot \Phi(t) = R(t), \qquad \Phi(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \frac{d\Phi(0)}{dt} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}; K = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}; R(t) = \begin{bmatrix} 5e^t + 8e^{2t} + \cos(t) \\ -8e^{2t} + 4e^t \\ -\cos(t) - 3\sin(t) + e^t \end{bmatrix}$$

Solución exacta de: $\Phi exacta(t) = \begin{bmatrix} e^t \\ 2e^{2t} \\ \cos(t) \end{bmatrix}$

archivo: prac_blanco.m

Finales de calculo

integración

trapecios simple (metodo exacto para polinomios de grado hasta 1) tiene un error = 0 h^3

$$I=(h/2)*(Y_i+Y_{i+1})$$

trapecios compuesto error = 0 h^2
(disminuye la precicion)

$$I=h*(Y_0/2 + \Sigma y_i + Y_f/2)$$

simpson simple (regla de orden 3, integra en forma exacta hasta polinomios de grado 3)

$$I=h*(Y_0/3 + 4/3*Y_1 +Y_2 /3)$$

tiene un error de $0h^5$

simpson compuesta
tiene un error del orden $0h^4$
$I=(h/3)*(Y_0 + 4*\Sigma Y_{impares} + 2*\Sigma Y_{pares} +Y_f)$
rooberg
puede ir disminuyendo el error o aumentando el orden de error con la cantidad de puntos que se tenga

derivación

derivadas primeras	nombre	orden de error
$f'_s=(1/h)* (f_{s+1} -f_s)$	hacia delante	0h
$f'_{s-1}=(1/h)* (f_s -f_{s-1})$	hacia atrás	”
$f'_s=(1/2*h)* (f_{s+1} - f_{s-1})$	central	$0h^2$

Finales de calculo

1° derivada asimetrica orden de error

$f'_s=(-3/2)*f_s + (2/h)*f_{s+1} -(1/2*h)*f_{s+2}$ $0h^2$

derivada segunda orden de erorr

$f''_s=(1/h^2)*(f_{s+1} - 2*f_s + f_{s-1})$ $0h^2$

SI EL ERROR LOCAL DE TRUNCAMIENTO ES PROPORCIONAL A h^{n+1}, ENTONCES DECIMOS QUE EL METODO ES DE ORDEN “n”

resolucion de edos

runje kuta

$Y_{m+1}=Y_m+h*\{(1-w)*f(X_m,Y_m) +...$
$..+w*f[(X_m+h/2w),(Y_m+(h/2w)*f(X_m,Y_m))]$

w= 1 ó 0.5

orden de error = $0h^3$

serie de taylor:

$F_{s-1}=F_s - h*F'_s +1/2*h^2F''_s$