

CIRCUITOS MAGNÉTICOS

1.1 ELEMENTOS FUNDAMENTALES

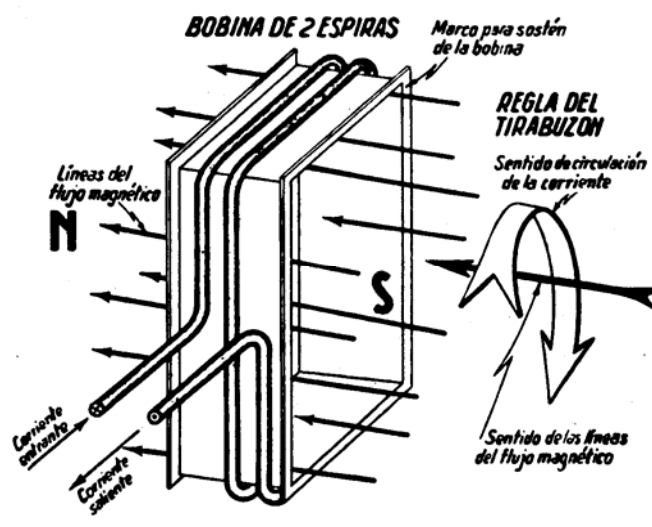


fig. 1

Enviando una corriente continua a una bobina como se ve en la figura 1, en el interior de la misma se produce un *campo magnético*, cuyas *líneas de campo* o *líneas de inducción* tienen el sentido allí indicado, fácilmente obtenible con ayuda de la regla de tirabuzón que se ilustra a la derecha de esa misma figura. Pero el campo magnético existe también en el exterior de la bobina aún cuando sus efectos son mucho más débiles, de lo que se deduce que es necesaria otra magnitud para dejarlo completamente determinado en todos los puntos del espacio en donde aparece. Esta magnitud es la *inducción magnética* o *densidad de flujo*, o *densidad de líneas*, que se indica con la letra **B** y se mide en Wb/m^2 . En definitiva, un campo magnético tiene, en cada punto del espacio en donde existe, una dirección, un sentido, y un valor determinado. La dirección y el sentido se determinan con el sentido de la corriente que lo provoca, y es también la dirección de la línea de campo que pasa por él, y el valor lo mide la inducción magnética en una cierta escala relativa que se ha fijado como referencia. En algunos casos, en vez de emplear la inducción se emplea el *flujo magnético* o *flujo de inducción* para señalar la acción magnética total en una superficie dada, que se indica con la letra Φ y se mide en Weber [Wb]. La relación es:

$$\Phi = B \cdot S \quad (1.1)$$

donde: Φ = *flujo magnético* [Wb]; **B** = *Inducción* en $[\text{Wb/m}^2]$

S = *sección recta por donde pasa el flujo* en $[\text{m}^2]$

La fórmula (1.1) es válida si la inducción es constante en cualquier parte de la sección S. La figura 2 nos muestra el llamado “anillo de Rowland”, consistente en un anillo de sección circular, sobre el cual están arrolladas en forma perfectamente uniforme y compacta *N* espiras, por las que circula una corriente de *i* Amperes que se denomina *magnetizante*. Por métodos experimentales o analíticos se puede establecer que la inducción en el anillo vale:

$$B = \mu_o \cdot \frac{N \cdot i}{l} \quad (1.2)$$

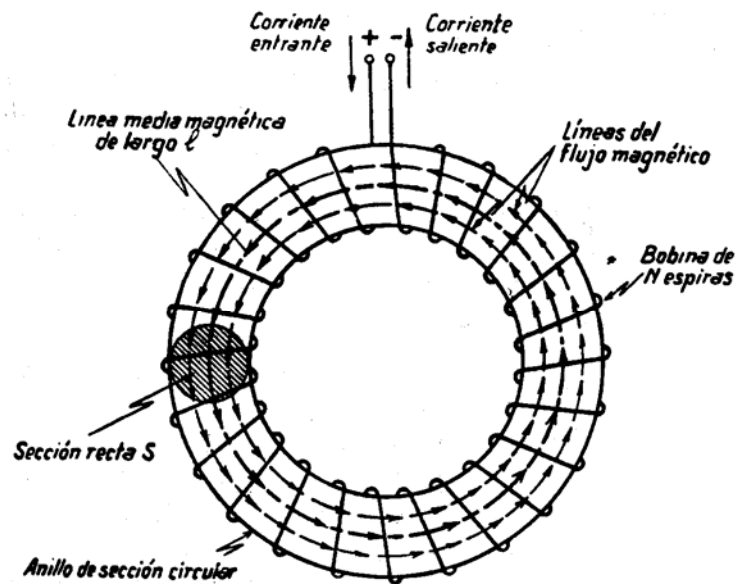


fig. 2

El valor B es la inducción magnética en $[Wb/m^2]$, y si el anillo está arrollado en el vacío (físicamente no existe la "forma" del anillo), el valor μ_0 se denomina *permeabilidad del vacío* y las mediciones físicas más ajustadas han dado:

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} = 1,2566 \times 10^{-6} [H/m]$$

Y además N es el número de espiras del anillo, i la corriente que circula en amperes, y l el largo de la *línea media magnética* (línea promedio de todas las líneas de inducción existentes). En particular, al valor:

$$H = \frac{N.i}{l} \quad (1.3)$$

se lo llama *intensidad de campo ó excitación magnética*, y midiendo i en amperes y l en metros, H se mide en $< \text{ampere vuelta por metro} > [A/m]$.

Si en vez del anillo de Rowland tomamos una bobina común en el vacío como ilustra la figura 3, se cumple con bastante aproximación la fórmula (1.2), y podemos calcular la inducción en el interior de la misma, conociendo el número de espiras, la intensidad y el largo, o sea, para ese tipo de bobina:

$$H \cong \frac{N.i}{l} \quad (1.3a)$$

tanto más cierta cuanto mayor es l con respecto al diámetro de la sección S .

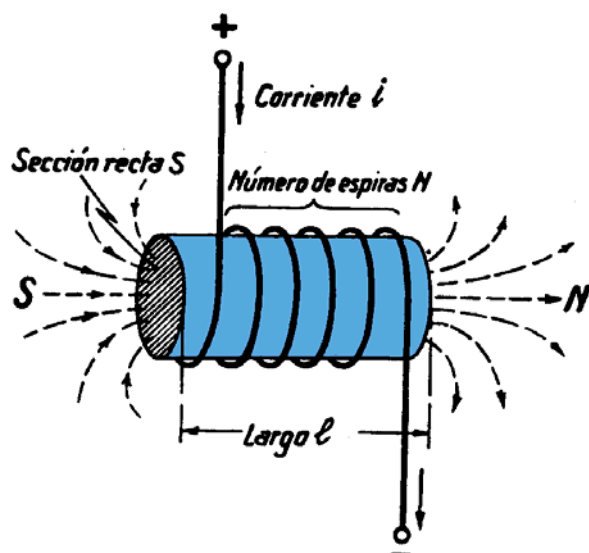


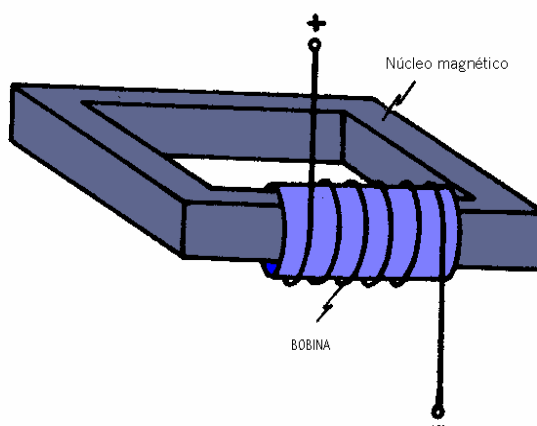
fig. 3

Pero si a la bobina de la figura 3 le colocamos un núcleo magnético como muestra la figura 4, las líneas de campo se encauzan por él, y las experiencias revelan que su valor cambia, y la expresión (1.2) se transforma en la siguiente:

$$B = \mu_o \cdot \frac{\mu_r \cdot N \cdot i}{l} \quad (1.4)$$

El número μ_r no es más que un coeficiente que indica la relación entre la permeabilidad del vacío y la permeabilidad de la sustancia colocada en el campo magnético, y se denomina *permeabilidad relativa*. Reuniendo ahora las expresiones (1.3) con (1.4) nos resulta: $\mathbf{B} = \mu_o \mu_r \mathbf{H}$ (1.5)

Fig. 4



en donde H se expresa en $[A \cdot v/m]$ y B en $[Wb/m^2]$. En la técnica de la electricidad se emplean, para los circuitos magnéticos, el hierro y algunas de sus aleaciones, y en la figura 5 vemos las curvas de imantación $B = f(H)$ con las cuales se trabaja normalmente en el cálculo de los circuitos magnéticos.

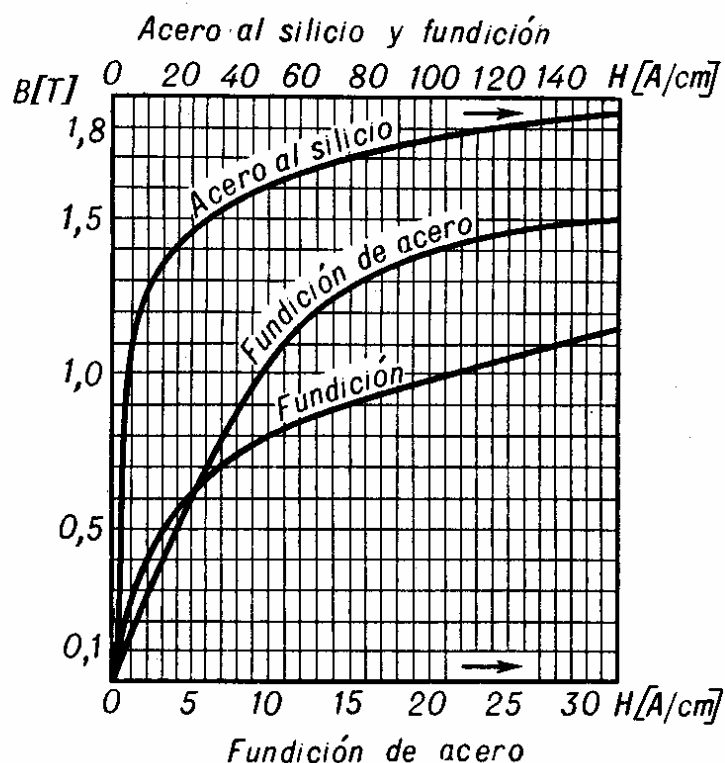


Fig.5

El producto $\mu_0 \cdot \mu_r$ se denomina con frecuencia *permeabilidad absoluta* μ del material, la cual es función de la intensidad de campo magnético.

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0 = B/H$$

Gráficamente μ representa la pendiente de la recta secante entre el origen y el punto correspondiente a la excitación magnética del circuito.

Todos los conceptos recién expuestos se estudian en Física o en Electrotecnia Básica con más detalle, y apoyándonos en ellos continuaremos un repaso general de las leyes que se utilizan para resolver problemas. Tomando la (1.1) reemplazamos B por la (1.4).

$$\phi = B \cdot S = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r N \cdot i}{l} \cdot S \quad (1.6)$$

reordenamos:
$$\phi = \frac{N \cdot i}{\frac{l}{\mu_0 \mu_r S}} \quad (1.7)$$

Al valor $N i$ se lo llama *fuerza magnetomotriz*, se la mide en amperes y la señalaremos con \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = N \cdot i \quad (1.8)$$

Y al valor $l / \mu_r \mu_0 S$ se lo llama *reluctancia*, se lo mide en $[H^{-1}]$ y lo indicaremos con \mathbf{R} .

$$R = l / \mu_0 \cdot \mu_r S \quad (1.9)$$

Obsérvese que la reluctancia de un circuito magnético depende en forma directa del largo e inversamente de la sección, y de un coeficiente ($\mu_0 \cdot \mu_r$) del material, que nos hace recordar a la fórmula de la resistencia $R = \frac{\rho \cdot l}{S}$ y la (1.7) nos queda:

$$\Phi = F / R \quad (1.10)$$

que nos indica que el valor del flujo magnético Φ es función de la fuerza magnetomotriz y de la reluctancia. Esta ley, por su extraordinario parecido con la de los circuitos eléctricos, se llama < ley de Ohm para los circuitos magnéticos > o también **ley de Hopkinson**. Con ella se resuelven los casos del magnetismo siguiendo los mismos razonamientos de los circuitos eléctricos, como se verá en los problemas resueltos.

Aún cuando la ley de Hopkinson es válida, según la demostración anterior, para el anillo de la figura 2 se ha comprobado que su aplicación es completamente general. En el anillo citado, y según la 1.3 tenemos:

$$H \cdot l = N \cdot i = F \quad (1.11)$$

Al valor $H \cdot l$ se lo llama *tensión magnética* que como vemos es igual a la fuerza magnetomotriz (fmm.), y que resulta del producto de la longitud de la *línea media magnética* l por la intensidad de campo constante H . Pero si dicha intensidad no es constante, la expresión (1.11) solo es válida para pequeños tramos en los cuales así pueda considerarse. Por ejemplo, en la figura 6 vemos en corte la bobina de la figura 3, y apreciamos que afuera de la misma, las líneas se expanden y la inducción disminuye. Estando la inducción vinculada a la intensidad de campo por medio de la (1.5), es lógico suponer que H es variable a lo largo del recorrido de una línea de inducción. Tomemos una de ellas en la figura 6, y dividámosla en pequeños trozos de longitudes $l_1 \ l_2 \ l_3 \dots l_n$ dentro de las cuales admitimos que la intensidad de campo tiene valores $H_1 \ H_2 \ H_3 \dots H_n$ también constantes. Para cada tramo será necesaria una fuerza magnetomotriz:

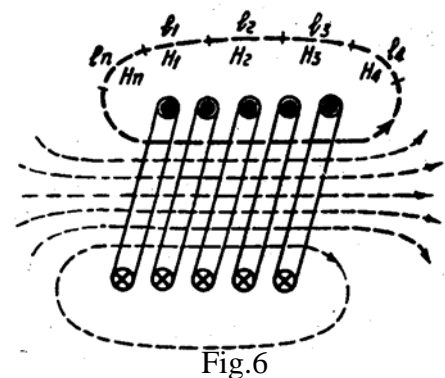


Fig.6

y para el conjunto, lógicamente la suma, es decir:

$$(N \cdot i)_1; (N \cdot i)_2; \dots (N \cdot i)_n$$

y para el conjunto, lógicamente la suma, es decir:

$$H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + H_3 \cdot l_3 + \dots H_n \cdot l_n = (N \cdot i)_1 + (N \cdot i)_2 + \dots + (N \cdot i)_n \quad (1.12)$$

$$\sum H \cdot l = N \cdot i \quad (1.13)$$

A esta expresión se la llama “ley de la circuitación” y puede estudiarse en forma más rigurosa, como integración a lo largo de una línea cerrada.

1.2 LOS CIRCUITOS MAGNÉTICOS.

Un circuito magnético es una sucesión de piezas metálicas ensambladas o vinculadas, de manera de contener y encauzar las líneas de flujo hacia un lugar deseado. Por lo

tanto, la función de un circuito magnético es asegurar un flujo útil Φ en un determinado lugar de una máquina o aparato eléctrico, transformadores, aparatos de medida, etc.

Los circuitos magnéticos están en la mayor parte de los casos compuestos por diversas partes, las que pueden ser de materiales distintos. Muchos son los aparatos y máquinas que se valen de Circuitos magnéticos y en las figuras que siguen ilustramos algunos.

En figura 7 se ve un transformador monofásico del tipo "a ventana". El circuito magnético está afectado por dos bobinas, y en el dibujo se han señalado con líneas de trazos algunas de las líneas del flujo magnético. Se aprecia que hay un solo camino para las mismas.

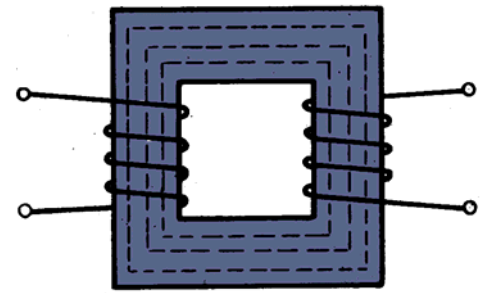


Fig. 7

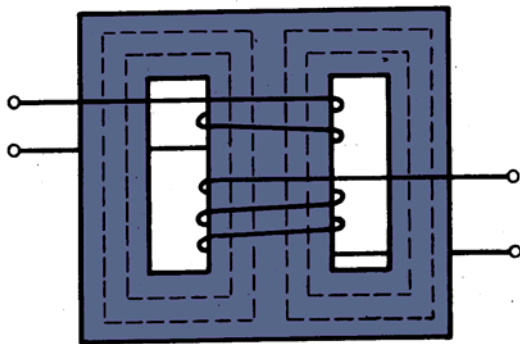


Fig.8

En la figura 9 puede verse el dibujo esquemático de un relevador (vulgarmente llamado "relé" o "relay"). Se trata de un circuito magnético con una parte algo separada, de tal manera que cuando se establece la corriente en la bobina, se forman en las partes metálicas que se enfrentan, polaridades magnéticas, y la parte separada es atraída procurando unirse al resto. Este movimiento se aprovecha para accionar un pequeño interruptor, el que a su vez, comanda otro circuito más importante. En este caso también las líneas del flujo que se forman en el brazo central se reparten luego entre los dos brazos laterales, pero pasando por un tramo de aire que se llama "entrehierro".

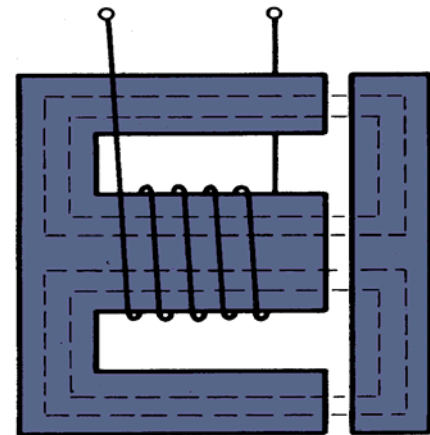


Fig. 9

Finalmente, en figura 10 tenemos el corte por un plano normal al eje de giro, de una máquina de corriente continua de cuatro polos. Este circuito consta de cuatro bobinas arrolladas sobre los cuatro polos, que generan el flujo que se reparte por mitades en las partes exteriores, y penetra en el rotor para completar su recorrido.

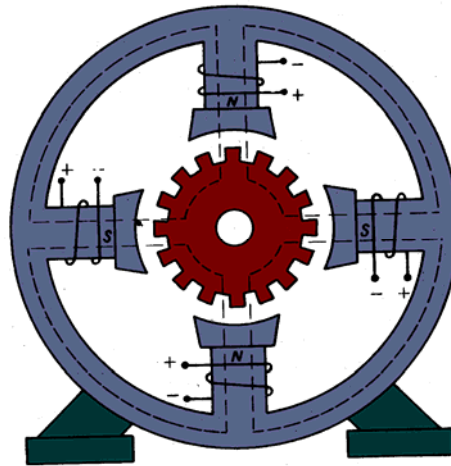


Fig. 10

En todos estos ejemplos observamos que el flujo magnético es producido por adecuadas bobinas que se llaman *bobinas excitadoras* o *bobinas de excitación*, o *bobinas excitatrices*.

A la corriente que circula por la o las bobinas de excitación, que estudiaremos más adelante, se la llama *corriente de excitación*, y es la encargada de producir el flujo magnético.

Es muy natural que los circuitos magnéticos presenten imperfecciones derivadas, muchas veces, de la imposibilidad material de lograr adecuadas disposiciones constructivas. Las principales son la dispersión, y el debilitamiento de la inducción en los entrehierros que pasaremos a estudiar seguidamente.

1.3 LA DISPERSIÓN

En la figura 11 vemos en planta el circuito magnético de la figura 4, en el que se dibujaron las líneas de inducción que se establecen en el núcleo, y cuyo conjunto forma el *flujo útil* Φ . Pero por razones constructivas, ese flujo es un poco menor que el total que produce la bobina, ya que algunas líneas de inducción se cierran por el aire cercano, en razón de encontrar por ese camino una menor reluctancia. Al flujo magnético que no se concatena completamente con el circuito principal se lo llama *flujo disperso* o simplemente *dispersión* Φ_d . El flujo total que debe generar la bobina vale:

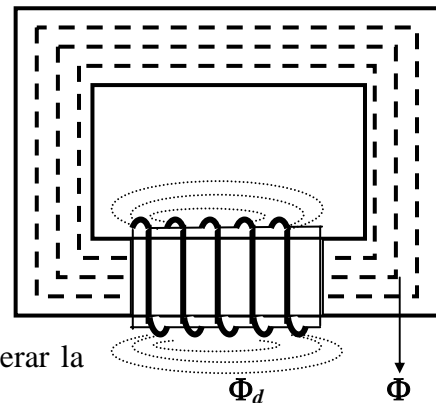


Fig. 11

$$\Phi_t = \Phi + \Phi_d \quad (1.14)$$

Llamaremos *coeficiente de dispersión* a la relación:

$$\sigma = \Phi_d / \Phi_t \quad (1.15)$$

Comúnmente expresado en forma porcentual. Usualmente el coeficiente de dispersión tiene valores que oscilan entre el 1 % y el 3 % como máximo.

1.4. LOS ENTREHIERROS.

En la mayor parte de los circuitos magnéticos que utiliza la técnica existen “entrehierros” que son tramos en los cuales el flujo magnético se establece por el aire. La figura 12 es un ejemplo en el que hay un tramo de aire, y por diversas vías experimentales se

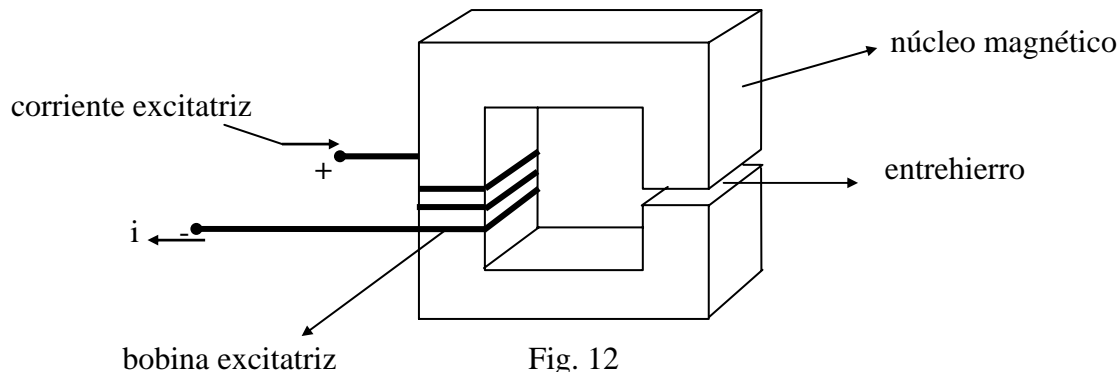


Fig. 12

comprueba que las líneas de inducción “se expanden” como se muestra en la figura 13 para tres valores distintos del entrehierro δ .

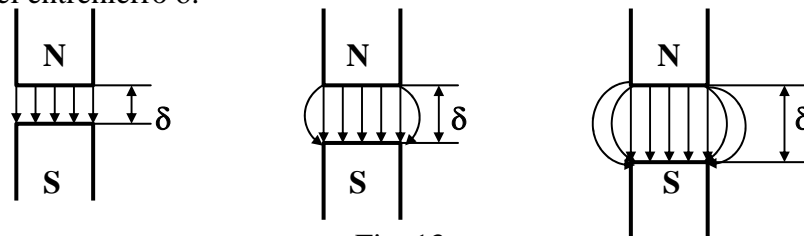


Fig. 13

Siendo así, la sección recta de pasaje del flujo es de valor incierto. Y cómo la sección es un elemento importante en los cálculos, se han desarrollado fórmulas experimentales para su cálculo, una de las cuales es la siguiente:

$$S_{\delta} = (a + \delta)(b + \delta) \quad (1.16)$$

en donde a y b son los lados de la sección de hierro, según figura 14 y δ el valor de la longitud del entrehierro. Como se podrá apreciar en los problemas resueltos, el entrehierro es un factor desfavorable en un circuito magnético.

En muchos casos, el entrehierro tiene el aspecto que se vé en la figura 12. Se trata de tramos de aire previstos para una función determinada cuya longitud suele ser de milímetros. Solamente los entrehierros existentes entre las partes móviles y las partes fijas de las máquinas rotantes, pueden tener dimensiones mayores: Pero en otros casos, el entrehierro aparece por el inevitable encuentro de dos piezas constituyentes un circuito magnético. Estos últimos son de un valor tan reducido como tecnológicamente sea posible. Para los cálculos, se suele tomar 0,05 milímetro por cada junta de este tipo que aparece en el circuito magnético.

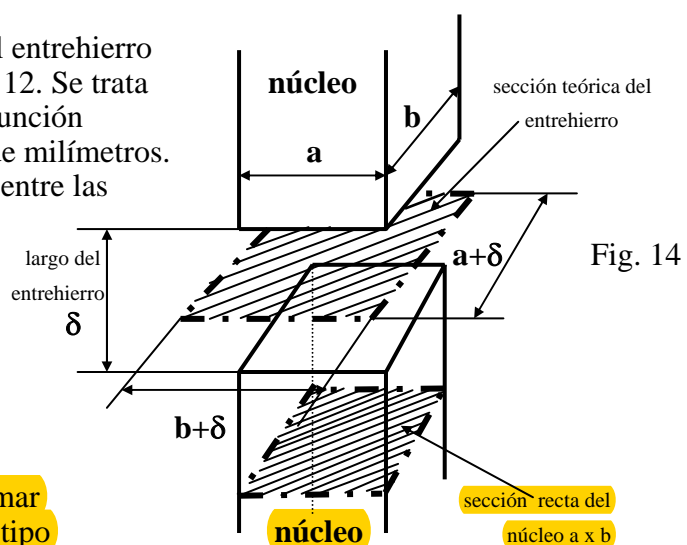


Fig. 14

En algunos casos, la técnica constructiva aconseja armar el circuito magnético apilando chapas delgadas, en estratos, con disposición alternada, dando origen en los encuentros, a entrehierros muy particulares que se pueden apreciar en la figura 15.

En dicha figura, las distancias entre chapas son exageradas, de tal manera que el aspecto del ángulo es más parecido a la figura 16. Para los cálculos, este tipo de entrehierro (junta), se estima en 0,035 milímetros.

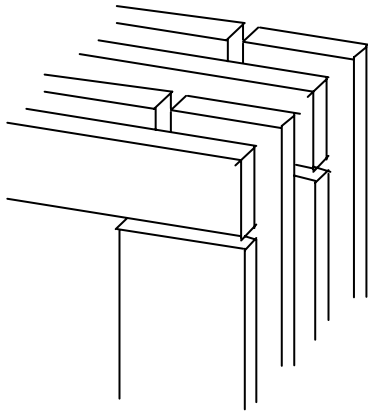


Fig. 15

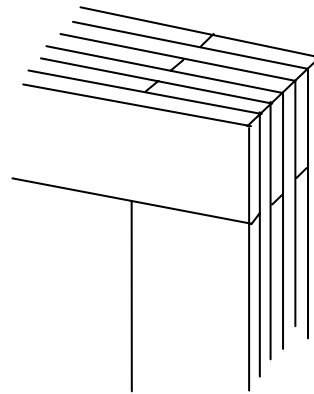


Fig. 16

1.5. LAS PÉRDIDAS MAGNÉTICAS.

Si por la bobina de la figura 4 hacemos circular una corriente alternada, el flujo originado en el núcleo será igualmente alternado, y un hecho perfectamente conocido es que en el núcleo aumenta la temperatura debido al desarrollo de calor. Dos son las causas que dan lugar a esta transformación de energía: las *pérdidas por histerésis* y las *pérdidas por corrientes parásitas* o de Foucault, que se suponen conocidas por el alumno.

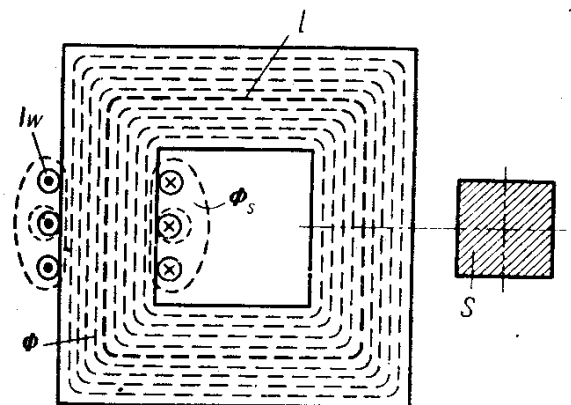
CÁLCULO DE CIRCUITOS MAGNÉTICOS

CIRCUITO MAGNÉTICO HOMOGÉNEO NO RAMIFICADO:

En un circuito de este tipo el flujo magnético Φ es el mismo en todas partes.

Problema directo:

Para un flujo magnético dado, hay que determinar la fuerza magnetizante necesaria para crear este flujo.



- 1- Por el flujo magnético prefijado y conocida la sección S del núcleo hallamos la inducción magnética: $B = \Phi / S$
- 2- Se determina la intensidad de campo H en el núcleo (con tablas y/o curvas de imantación del respectivo material)
- 3- Se halla la fuerza magnetomotriz: $F = I \cdot N = H \cdot l$ donde l es la longitud de la línea media del circuito magnético.

Ejemplo 1) En un núcleo de forma anular de acero al silicio hay que obtener el flujo magnético $\phi = 2 \cdot 10^{-3}$ Wb. Determinar:

- la corriente en el devanado, que tiene $N = 100$ espiras
- la permeabilidad magnética del acero dado el flujo en el núcleo

La sección del núcleo es $S = \pi D^2 / 4 = 12,56 \text{ cm}^2$

Considerando constante la inducción magnética por la sección del núcleo, hallamos su valor:

$$B = \phi / S = 1,6 \text{ T}$$

Por la curva de imanación determinamos H.

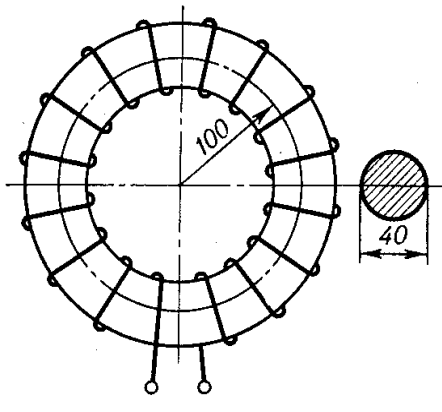
$$H = 50 \text{ A/cm} = 5000 \text{ A/m}$$

La fuerza magnetomotriz necesaria para crear el flujo dado $F =$

$$H \cdot l = 3140 \text{ A}$$

La corriente en el devanado es $I = F/N = 31,4 \text{ A}$

La permeabilidad del material es $\mu = B/H = 3,2 \cdot 10^{-4} \text{ H/m}$



Problema recíproco:

Dada la fmm (F) hay que hallar el flujo magnético en el circuito (ϕ)

- Se determina la intensidad de campo en el núcleo: $H = I \cdot N / l$
- Con la curva de imantación del material dado, se halla la inducción magnética B:
- Se determina el flujo: $\phi = B \cdot S$

Ejemplo 2)

Determinar flujo magnético y reluctancia del núcleo la figura (dimensiones en mm).

$N = 200$ espiras

$I = 6 \text{ A}$

Material: acero al silicio (el 10% de su sección lo ocupa el aislamiento entre chapas, o lo que es lo mismo su factor de laminado es de $f_{dl} = 0,90$)

$$F = I \cdot N = 1200 \text{ A}$$

$$H = F/l = 1200 \text{ A} / 80 \text{ cm} = 15 \text{ A/cm} = 1500 \text{ A/m}$$

La inducción magnética por la curva de imantación $B = 1,42 \text{ T}$

$$S' = 25 \text{ cm}^2$$

$$S = S' \cdot f_{dl} = 25 \text{ cm}^2 \cdot 0,90 = 22,5 \text{ cm}^2$$

$$\phi = B \cdot S = 1,42 \text{ T} \cdot 22,5 \text{ cm}^2 = 32 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

$$\mu = B/H = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ H/m}$$

Entonces la reluctancia es:

$$R = l / \mu \cdot S = 3,74 \cdot 10^5 \text{ H}^{-1}$$

CIRCUITO MAGNÉTICO HETEROGÉNEO NO RAMIFICADO:

Es un circuito magnético que se compone de varias partes, que en general se distinguen en longitud, sección y material. Frecuentemente, además de las partes de material ferromagnético tienen entrehierro.

Problema Directo:

Se conocen las dimensiones y los materiales de las distintas partes del circuito, el flujo es dado. Hay que determinar la Fmm.

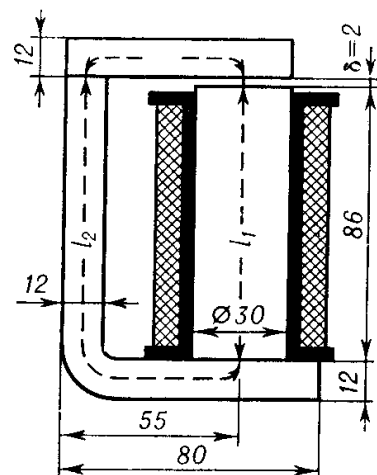
La resolución es análoga a la del circuito homogéneo, pero B y H se determinan para cada parte.

Para la k-ésima parte : $B_k = \phi / S_k$

Con todos los B_k se determinan las H_k : para materiales ferromagnéticos, con las curvas de imantación.

Para entrehierros y otras partes no ferromagnéticas por la fórmula: $H_0 = B_0 / \mu_0$

Luego: $F = I \cdot N = \sum H_k \cdot l_k = H_1 \cdot l_1 + H_2 \cdot l_2 + \dots + H_0 \cdot \delta$



Problema Recíproco:

Determinación del flujo a partir de la Fmm.

El problema se puede resolver por iteración. Cuando en el circuito hay un entrehierro el primer valor del flujo magnético se puede tomar considerando la reluctancia del entrehierro igual a la reluctancia de todo el circuito magnético. Esto se basa en que la reluctancia magnética del entrehierro es bastante mayor que toda la parte restante del circuito, producida de materiales ferromagnéticos.

Como primera aproximación:

$$\phi^{(0)} = I \cdot N / (\delta / \mu_0 \cdot S)$$

Con este valor, calculamos la inducción magnética del resto de las partes ferromagnéticas, con ésta, la permeabilidad y por último la reluctancia de cada una.

Una segunda aproximación sería:

$$\phi^{(1)} = I \cdot N / \sum R_i = \frac{I \cdot N}{(\delta / \mu_0 S_0) + (l_1 / \mu_1 S_1) + (l_2 / \mu_2 S_2) + \dots}$$

Se repite el procedimiento anterior hasta que el error $\frac{\phi^{(n)} - \phi^{(n-1)}}{\phi^{(n)}} \cdot 100$ sea menor que el requerido.

CIRCUITO MAGNÉTICO RAMIFICADO:

En esta clase de circuitos **los flujos magnéticos son distintos en las diferentes ramas**. Para resolverlos podemos valernos de ecuaciones de nudo y contorno, similares a las leyes de Kirchhoff utilizadas para resolver circuitos eléctricos.

En el circuito de la figura x la condición que deben cumplir los nudos (a y d) es: $\sum \phi = 0$
 Teniendo en cuenta los sentidos de los flujos. Positivo para aquellos que entran al nudo y negativo para los que salen.

El equivalente magnético a la ley de las mallas es: $\sum H.l = 0$ para una malla o camino cerrado.

En base a lo expuesto puede resolverse el circuito magnético con las mismas técnicas empleadas para la resolución de un circuito eléctrico.

..—oo0oo--..

|