| | |
|---|---|
| **Comenzado el** | jueves, 17 de diciembre de 2020, 08:15 |
| **Estado** | Finalizado |
| **Finalizado en** | jueves, 17 de diciembre de 2020, 10:29 |
| **Tiempo empleado** | 2 horas 13 minutos |
| **Puntos** | 19,83/22,00 |
| **Calificación** | **90,15** de 100,00 |

Pregunta **1**

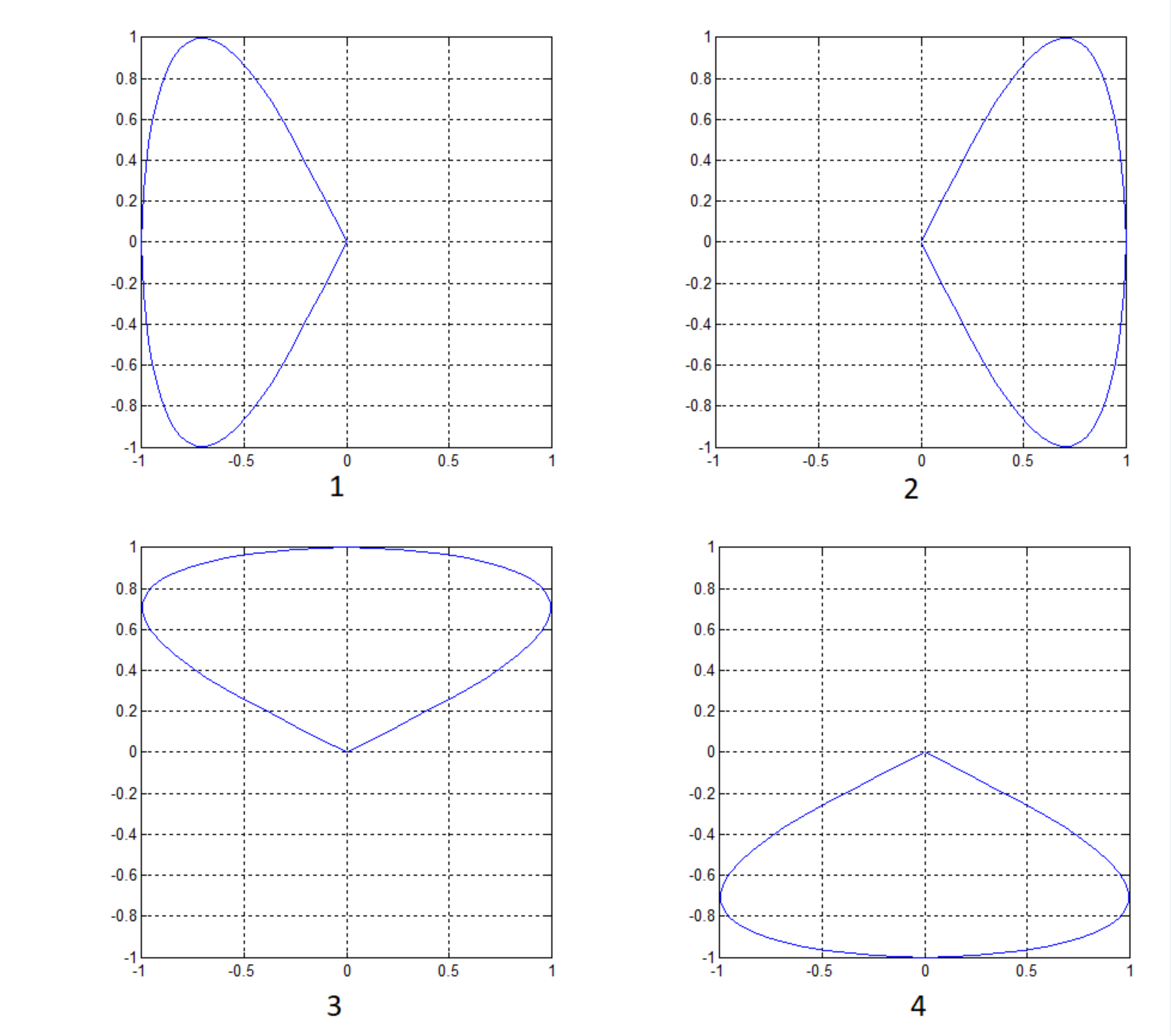
Correcta

Puntúa 2,00 sobre 2,00

Sea la curva dada por $\mathbf{r}(t) = (-\sin(2t), \cos(t)), \ -\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ Se busca los valores $\mathbf{r}\left(\frac{\pi}{4}\right)$, $\mathbf{r}'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ y $\mathbf{r}''\left(\frac{\pi}{4}\right)$, así como la curvatura en el punto correspondiente a $t = \frac{\pi}{4}$.

Para calcular esta última puede usar la fórmula para la curvatura de una curva dada paramétricamente, $\kappa = \frac{|\dot{x}\ddot{y}-\dot{y}\ddot{x}|}{(\dot{x}^2+\dot{y}^2)^{3/2}}$.

Indique, además, cuál de los siguientes es el gráfico que corresponde a esta curva:



$\mathbf{r}\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (-1, sqrt(2)/2 )

$\mathbf{r}'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (0, -sqrt(2)/2 )

El gráfico que corresponde es el número 3

$\mathbf{r}''\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (4, -sqrt(2)/2 )

$\kappa(\pi/4)$ 2sqrt(2)

Respuesta correcta

La curva es la número 3. Basta ver una tabla de valores como por ejemplo

| $t$ | $-\operatorname{sen}(2t)$ | $\cos(t)$ |
|---|---|---|
| $-\pi/2$ | $0$ | $0$ |
| $-\pi/4$ | $1$ | $\sqrt(2)/2$ |
| $0$ | $0$ | $1$ |
| $\pi/4$ | $-1$ | $\sqrt(2)/2$ |
| $\pi/2$ | $0$ | $0$ |

Como $\mathbf{r}(t) = (-\operatorname{sen}(2t), \cos(t))$, se tiene que

$$\mathbf{r}'(t) = (-2\cos(2t), -\operatorname{sen}(t)) \text{ y } \mathbf{r}''(t) = (4\operatorname{sen}(2t), -\cos(t))$$

y

$$r(\pi/4) = (-1, \sqrt{2}/2),\ \mathbf{r}'(\pi/4) = (0, -\sqrt{2}/2) \text{ y } \mathbf{r}''(\pi/4) = (4, -\sqrt{2}/2).$$

La curvatura, según la fórmula presentada es

$$\kappa(t) = \frac{|2\cos(2t)\cos(t) + \operatorname{sen}(t)4\operatorname{sen}(2t)|}{(4\cos^2(2t) + \operatorname{sen}^2(t))^{3/2}}$$

$$\kappa(\pi/4) = 2\sqrt{2}$$

La respuesta correcta es:

$\mathbf{r}\left(\frac{\pi}{4}\right)$

→ (-1, sqrt(2)/2 ),

$\mathbf{r}'\left(\frac{\pi}{4}\right)$

→ (0, -sqrt(2)/2 ),

El gráfico que corresponde es el número → 3,

$\mathbf{r}''\left(\frac{\pi}{4}\right)$

→ (4, -sqrt(2)/2 ),

$\kappa(\pi/4)$

→ 2sqrt(2)

Pregunta **2**

Correcta

Puntúa 1,00 sobre 1,00

Dada la curva paramétrica $\mathbf{r}(t) = (-\sin(2t), \cos(t))$ , $-\frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{\pi}{2}$ calcule el área de la región encerrada por la curva. Exprese su respuesta con un número redondeado a dos decimales.

Sugerencia: puede usar el Teorema de Green.
Fórmulas trigonométricas que pueden ser de utilidad:
$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta))$
$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta))$

Respuesta: 1,33

Aplicando el Teorema de Green podemos calcular el área encerrada por la curva (si está positivamente orientada, que lo está) como

$$A = \iint_R dA = \oint_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$$

y, en este caso da lo mismo trabajar con $\mathbf{F} = \left(-\frac{y}{2}, \frac{x}{2}\right)$ o con $\mathbf{F} = (-y, 0)$, pero esta última hace el trabajo más corto. Entonces:

$$\begin{aligned} A &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} (-\cos(t), 0)\cdot(-2\cos(2t), -\operatorname{sen}(t))\,dt \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2\cos(t)\cos(2t)\,dt \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2\,\frac{\cos(3t)+\cos(t)}{2}\,dt \quad \text{(ver fórmula en el enunciado)} \\ &= \left(\frac{\operatorname{sen}(3t)}{t} + \operatorname{sen}(t)\right)\Bigg|_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{4}{3}. \end{aligned}$$

La respuesta correcta es: 1,3333

Pregunta **3**

Correcta

Puntúa 3,00 sobre 3,00

**Las superficies** $z = 2x^2 + y^2$ **y** $z = 4 - y^2$ **encierran un sólido de volumen** $V$**.**

**El sólido está delimitado por** B (seleccione de la lista que se da a continuación)

A- Un paraboloide elíptico y un cono.

B-Un cilindro parabólico y un paraboloide elíptico.

C-Dos paraboloides elípticos.

D-Un cilindro y una parábola en el plano yz.

E-Ninguna de las anteriores.

**El volumen del sólido puede calcularse mediante la integral** I (seleccione de la lista que se da a continuación)

F-$\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}}\int_{2x^2+y^2}^{y^2-4} dz\,dy\,dx.$

G-$\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\int_{2x^2+y^2}^{y^2-4} dz\,dy\,dx.$

H-$\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\sqrt{2}}\int_{2r^2}^{r^2\operatorname{sen}^2\theta-4} r\,dz\,dr\,d\theta.$

I-$\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\sqrt{2}}(4r-2r^3)\,dr\,d\theta.$

J-$\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{2}}(2r^2-4)\,dr\,d\theta$

K-$\int_0^{2\pi}\int_0^{2}\int_{2r^2}^{r^2 sen^2\theta-4} r dz\,dr\,d\theta.$

L-Ninguna de las anteriores.

**El volumen del sólido encerrado es** O ✔ (seleccione de la lista que se da a continuación)

M- $V=\pi$

N- $V=\pi/2$

O- $V=4\pi$

P- $V=2\pi$

Q- Ninguna de las anteriores

Respuesta correcta

**Las superficies $z = 2x^2 + y^2$ y $z = 4 - y^2$ encierran un sólido de volumen $V$.**

**El sólido está delimitado por** B (seleccione de la lista que se da a continuación)

B-Un cilindro parabólico y un paraboloide elíptico.

La superficie $z = 2x^2 + y^2$ representa un paraboloide elíptico con eje en el eje $z$; la superficie $z = 4 - y^2$ representa un cilindro parabólico (por Geometría reconocemos esas ecuaciones). Así que el sólido está delimitado pro un cilindro parabólico y por un paraboloide elíptico, ya que estas superficies de hecho delimitan un sólido (el paraboloide se abre hacia arriba, el cilindro se abre hacia abajo y encierran un sólido).

**El volumen del sólido puede calcularse mediante la integral** I

I-$\int_0^{2\pi}\int_0^{\sqrt{2}}(4r - 2r^3)\,dr\,d\theta$.

Para calcular el volumen del sólido debemos primero decidir cómo plantearemos la integral. Parece conveniente trabajar con coordenadas rectangulares o cilíndricas, tomando la integral con respecto a $z$ como la integral más interna, haciendo que $z$ vaya "de superficie a superficie". Para esto, debemos conocer cuál es la región en el plano $z = 0$ sobre la cual se proyecta este sólido; la hallamos igualando

$$\begin{gathered}
z = 2x^2 + y^2 \qquad \text{y} \qquad z = 4 - y^2 \\
2x^2 + y^2 = 4 - y^2 \\
2x^2 + 2y^2 = 4 \\
x^2 + y^2 = 2,
\end{gathered}$$

ecuación de una circunferencia en el plano $z = 0$, con centro en el origen de coordenadas y radio $\sqrt{2}$. El volumen puede hallarse planteando integrales en coordenadas rectangulares, como por ejemplo

$$V = \int_{-\sqrt{2}}^{+\sqrt{2}}\int_{-\sqrt{2-x^2}}^{+\sqrt{2-x^2}}\int_{2x^2+y^2}^{4-y^2} dz\,dy\,dx$$

o en coordenadas cilíndricas, como por ejemplo

$$V = \int_0^{2\pi}\int_0^{+\sqrt{2}}\int_{2r^2\cos^2\theta + r^2\operatorname{sen}^2\theta}^{4-r^2\operatorname{sen}^2\theta} r\,dz\,dr\,d\theta;$$

también se puede plantear la integral sobre la región en el plano $z = 0$ de la diferencia de funciones, usando, por ejemplo, coordenadas polares:

$$\begin{aligned}
V &= \int_0^{2\pi}\int_0^{+\sqrt{2}} r(4 - r^2\operatorname{sen}^2\theta - 2r^2\cos^2\theta - r^2\operatorname{sen}^2\theta)\,dr\,d\theta \\
&= \int_0^{2\pi}\int_0^{+\sqrt{2}} (4r - 2r^3)\,dr\,d\theta.
\end{aligned}$$

**El volumen del sólido encerrado es** O

O- $V = 4\pi$

Completando el cálculo anterior, hallamos el volumen

$$V = 4\pi.$$

La respuesta correcta es:
**Las superficies $z = 2x^2 + y^2$ y $z = 4 - y^2$ encierran un sólido de volumen $V$.**

**El sólido está delimitado por [B]** (seleccione de la lista que se da a continuación)

A- Un paraboloide elíptico y un cono.

B-Un cilindro parabólico y un paraboloide elíptico.

C-Dos paraboloides elípticos.

D-Un cilindro y una parábola en el plano yz.

E-Ninguna de las anteriores.

**El volumen del sólido puede calcularse mediante la integral [I]** (seleccione de la lista que se da a continuación)

F-$\int_{-2}^{2}\int_{-\sqrt{2-x^2}}^{\sqrt{2-x^2}}\int_{2x^2+y^2}^{y^2-4} dz\,dy\,dx$.

G- $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \int_{2x^2+y^2}^{y^2-4} dz\, dy\, dx.$

H- $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} \int_{2r^2}^{r^2 sen^2\theta - 4} r dz\, dr\, d\theta.$

I- $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (4r - 2r^3)\, dr\, d\theta.$

J- $\int_0^{2\pi} \int_0^{\sqrt{2}} (2r^2 - 4)\, dr\, d\theta$

K- $\int_0^{2\pi} \int_0^{2} \int_{2r^2}^{r^2 sen^2\theta - 4} r dz\, dr\, d\theta.$

L-Ninguna de las anteriores.

**El volumen del sólido encerrado es [O]** (seleccione de la lista que se da a continuación)

M- $V = \pi$

N- $V = \pi/2$

O- $V = 4\pi$

P- $V = 2\pi$

Q- Ninguna de las anteriores

Pregunta **4**

Correcta

Puntúa 2,00 sobre 2,00

Aproxime el valor de $f(x, y) = e^x ln(1 + y)$en $P(0.9, 0.2)$ utilizando polinomio de Taylor de segundo orden desarrollado en $Q(1, 0)$ (a cinco cifras significativas).

- a. 0.43492 ✔
- b. 0.44844
- c. Ninguna de las restantes respuestas es correcta
- d. 0.38056
- e. 0.32619

Respuesta correcta

La respuesta correcta es:
0.43492

Pregunta **5**

Correcta

Puntúa 2,00 sobre 2,00

Sea el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y) = (M, N)$. Sea la región
$R : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$y sea C la curva frontera de la región R, orientada positivamente.

Utilice el Teorema de Green (en sus formas normal y tangencial) para calcular las integrales de línea indicadas en cada caso. Elija la respuesta correcta.

Si $M(x, y) = x + y$ y $N(x, y) = x - y$,entonces

$\oint_C F \cdot T ds =$ 0 ✔

Si $M(x, y) = y - x$ y $N(x, y) = x - y$,entonces

$\oint_C F \cdot N ds =$ -2 ✔

Si $M(x, y) = x + y$ y $N(x, y) = x + y$,entonces

$$\oint_C F \cdot T ds + \oint_C F \cdot N ds =$$

2 ✓

Si $M(x, y) = y - x$ y $N(x, y) = y - 2x$,entonces

$$\oint_C F \cdot T ds =$$

-3 ✓

Respuesta correcta

Notemos que en este caso el área de la región $R$ vale 1: área de $R = 1$. Además, todas las combinaciones de campos escalares $M$ y $N$ presentados satisfacen las hipótesis del Teorema de Green. Recordemos que éste afirma en sus formas tangencial y normal respectivamente que

$$\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds = \iint_R (N_x - M_y) dA; \quad \int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, ds = \iint_R (M_x + N_y) dA.$$

1) $N_x - M_y = 1 - 1 = 0$; $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds = \iint_R (N_x - M_y) dA = \iint_R 0\, dA = 0$.

2) $M_x + N_y = -1 - 1 = -2$; $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, ds = \iint_R (M_x + N_y) dA = \iint_R (-2)\, dA = -2\text{área R} = -2$.

3) $N_x - M_y = 0$; $M_x + N_y = 2$; $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds + \int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{n}\, ds = \iint_R (0 + 2)\, dA = 2$.

4) $N_x - M_y = -3$; $\int_C \mathbf{F} \cdot \mathbf{T}\, ds = \iint_R (N_x - M_y) dA = \iint_R (-)3\, dA = -3$.

La respuesta correcta es: Si $M(x, y) = x + y$ y $N(x, y) = x - y$,entonces

$$\oint_C F \cdot T ds =$$

→ 0,
Si $M(x, y) = y - x$ y $N(x, y) = x - y$,entonces

$$\oint_C F \cdot N ds =$$

→ -2, Si $M(x, y) = x + y$ y $N(x, y) = x + y$,entonces

$$\oint_C F \cdot T ds + \oint_C F \cdot N ds =$$

→ 2, Si $M(x, y) = y - x$ y $N(x, y) = y - 2x$,entonces

$$\oint_C F \cdot T ds =$$

→ -3

Pregunta **6**

Correcta

Puntúa 2,00 sobre 2,00

Sea la EDO lineal, no homogénea dada por $y^{III}-2y^{II}+y^{I}= x+xe^{x}$, para resolverla por el método de coeficientes indeterminados proponemos una solución particular de la forma:

Seleccione una:

- a. $y_p= Ax+B + (Cx+D)e^{x}+Ee^{-x}$
- b. Ninguna de las otras respuestas propuestas es correcta.
- c. $y_p= (Ax+B)x + (Cx+D)xe^{x}+Ee^{-x}$
- d. $y_p= (Ax+B)x + (Cx+D)e^{x}+Ee^{-x}$
- e. $y_p=Ax^2+Bx+Cx^3e^x+Dx^2e^x$ ✔

Respuesta correcta

Sea la ecuación $y''' - 2y'' + y' = x + xe^x$. Buscamos su solución complementaria, trabajando con la ecuación auxiliar:

$$r^3 - 2r^2 + r = 0 \Leftrightarrow r_1 = 0,\ r_2 = r_3 = 1,$$

de donde $y_c = c_1 + c_2e^x + c_3xe^x$. La función propuesta A PRIORI podría ser $y_p = (Ax+B)+(Cx+D)e^x$, pero debemos evitar conicidir con soluciones de la ecuación homogénea. Podemos ver que la expresión constante $B$ es una solución de la ecuación homogénea, como también lo son $De^x$ y $Cxe^x$. Debemos multiplicar por factores $x$ para evitar esos problemas.
Entonces la función propuesta debe ser $y_p = (Ax + B)x + (Cx + D)x^2e^x$.

La respuesta correcta es: $y_p=Ax^2+Bx+Cx^3e^x+Dx^2e^x$

Pregunta **7**

Correcta

Puntúa 2,00 sobre 2,00

La ecuación ydy=xdx cumple:

Seleccione una o más de una:

- [ ] a. es lineal , exacta y a variables separables
- [ ] b. no es a variables separables
- [x] c. es exacta y a variables separables. ✔
- [x] d. no es lineal ✔
- [ ] e. ninguna de las restantes respuestas es correcta.

Respuesta correcta

La ecuación diferencial $ydy = xdx$

- es a variables separables ya que tiene la forma $h(y)dy = g(x)dx$ o $h(y)\frac{dy}{dx} = g(x)$.

- **no** es lineal ya que no se puede poner en la forma

$$P(x)y'(x) + Q(x)y(x) = R(x),$$

  debido a que aparecen $y$ y $dy$ multiplicándose.

- es exacta ya que de la expresión $-xdx + ydy = 0$, si llamamos $M = -x$ y $N = y$, podemos ver que $N_x - M_y = 0$, que es la condición para que sea exacta una ecuación diferencial de primer orden.

Luego, son correctas las afirmaciones:
* es exacta y a variables separables;
* no es lineal.

Las respuestas correctas son: es exacta y a variables separables., no es lineal

Pregunta **8**

Correcta

Puntúa 2,00 sobre 2,00

Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & \text{si } 0 \le x < 3, \\ 0, & \text{si } 3 \le x < 6. \end{cases}$$

y sabiendo que los coeficientes de Fourier de f son

$a_0 = \frac{15}{2}$

$a_n = \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\,,\ n = 1, 2, \ldots$

$b_n = \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1},\ n = 1, 2, \ldots,$

indique cuál de las siguientes representa la Serie de Fourier generada por f: d ✔

a) $F(x) = \frac{15}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\right)$

b) $F(x) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\right)$

c) $F(x) = \frac{15}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{3}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{3}\right)\right)$

d) $F(x) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{3}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{3}\right)\right)$

e) $F(x) = \frac{15}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{6}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{6}\right)\right)$

$f)\ F(x) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{6}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{6}\right)\right)$

g) Ninguna de las restantes opciones es correcta.

La serie de cosenos generada por f, evaluada en -3/2, vale 15/2 ; y la serie de senos generada por f, evaluada en -3/2, vale -15/2 .

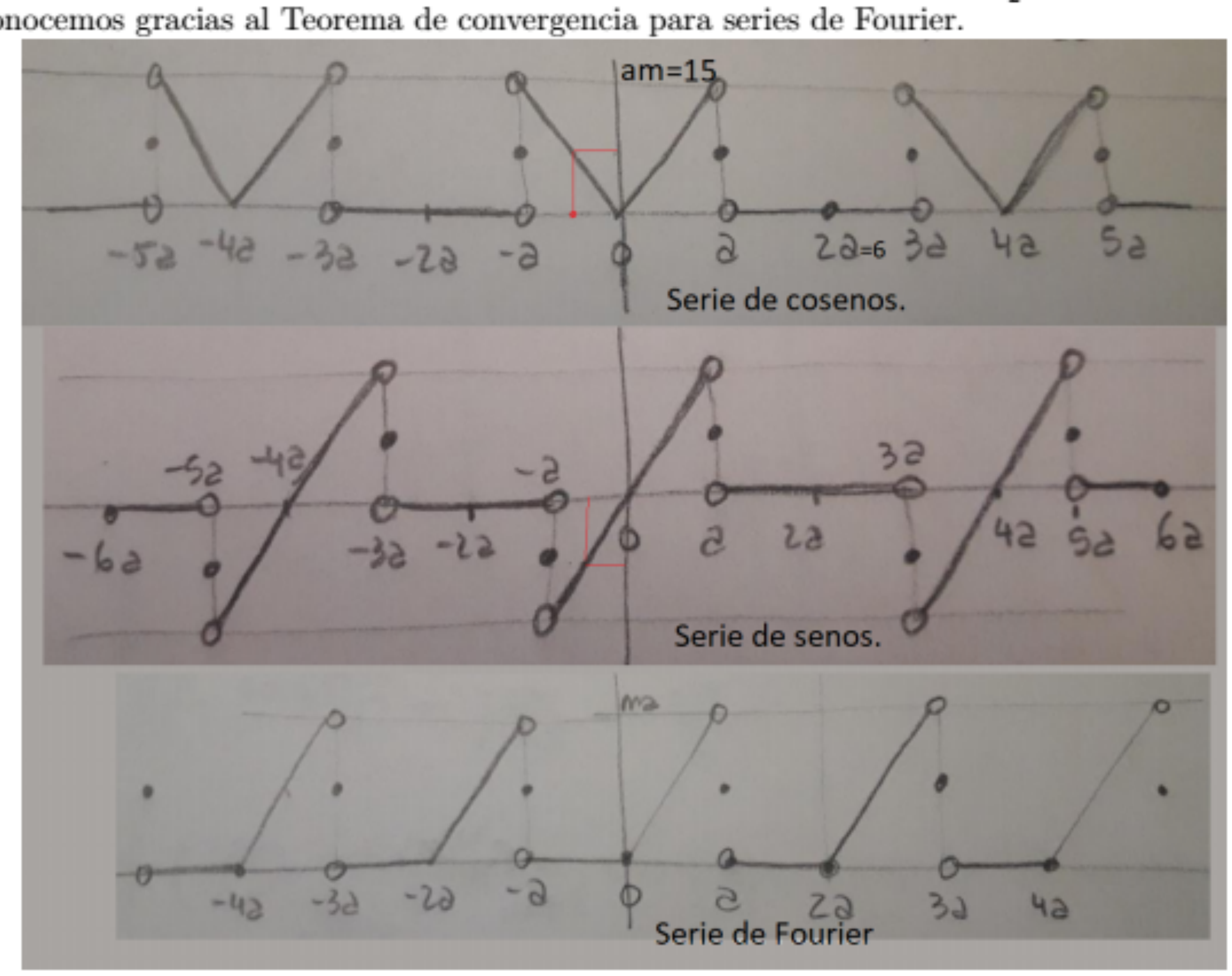
La serie ninguna de las restantes generada por f es continua en el intervalo (6,12).

Respuesta correcta

La serie de Fourier generada por una función tiene la forma

$$F(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{p} + b_n \operatorname{sen}\frac{n\pi x}{p}\right),$$

donde $p$ es la semilongitud del intervalo; en este caso $p = 3$. Luego la opción correcta es la $d$. Para conocer los valores de las series de cosenos y de senos de Fourier en el punto $x = -\frac{3}{2}$, conviene recurrir a los gráficos, que conocemos gracias al Teorema de convergencia para series de Fourier.




En este gráfico $a = 3$ y $m = 5$.

Podemos ver que la serie de cosenos en $-3/2$ vale $15/2$; y la serie de senos en $-3/2$ vale $-15/2$. Ninguna de las tres funciones será continua en el intervalo $(6, 12)$ ya que son periódicas y ninguna lo es en el intervalo $(0, 6)$.

La respuesta correcta es:
Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} 5x, & \text{si } 0 \leq x < 3, \\ 0, & \text{si } 3 \leq x < 6. \end{cases}$$

y sabiendo que los coeficientes de Fourier de f son

$a_0 = \frac{15}{2}$

$a_n = \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1),\ n = 1, 2, \ldots$

$b_n = \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1},\ n = 1, 2, \ldots,$

indique cuál de las siguientes representa la Serie de Fourier generada por f: [d]

$a)\ F(x) = \frac{15}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\right)$

$b)\ F(x) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\right)$

$c)\ F(x) = \frac{15}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{3}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{3}\right)\right)$

$d)\ F(x) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{3}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{3}\right)\right)$

$e)\ F(x) = \frac{15}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{6}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{6}\right)\right)$

$f)\ F(x) = \frac{15}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{15}{n^2\pi^2}((-1)^n - 1)\cos\left(\frac{n\pi x}{6}\right) + \frac{15}{n\pi}(-1)^{n+1}\sin\left(\frac{n\pi x}{6}\right)\right)$

g) Ninguna de las restantes opciones es correcta.

La serie de cosenos generada por f, evaluada en -3/2, vale [15/2]; y la serie de senos generada por f, evaluada en -3/2, vale [-15/2].

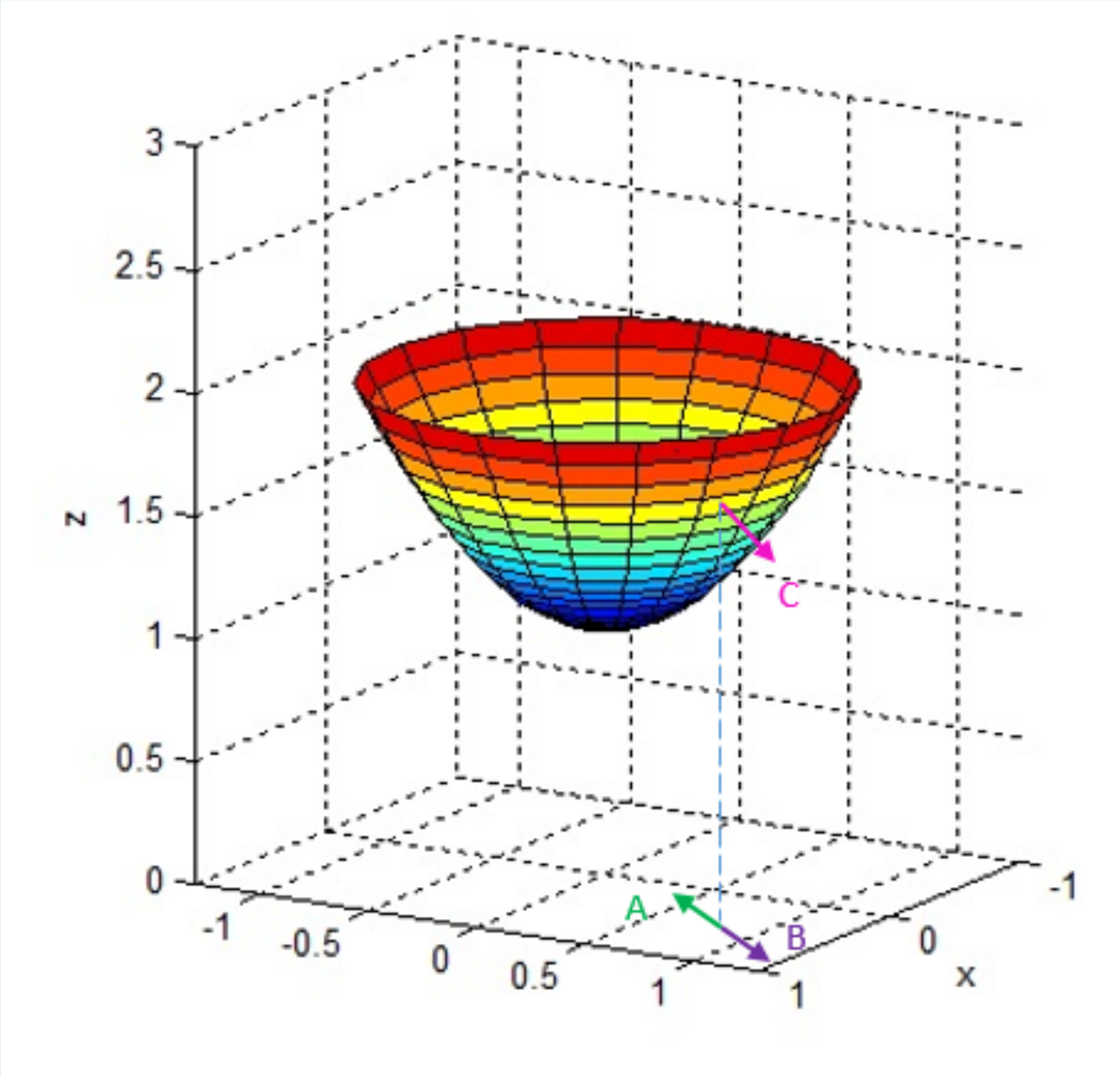
La serie [ninguna de las restantes] generada por f es continua en el intervalo (6,12).

Pregunta **9**

Parcialmente correcta

Puntúa 1,50 sobre 2,00

Sea f una función de tres variables independientes, sea S una superficie de nivel de f y sea $P_0(x_0,y_0,z_0) \in S$. El gráfico muestra la superficie de nivel de f, S.




a) De los vectores presentados en el gráfico, el $\nabla f(P_0)$ podría ser el C .

b) La derivada direccional de f en $P_0$ en la dirección del vector $\mathbf{u} = (1,1,1)$ se puede hallar haciendo: (elija de la siguiente lista) 2

1. $\nabla f(P_0) \cdot \mathbf{u}$
2. $\lim\limits_{h \to 0} \frac{f(P_0+h\mathbf{u})-f(P_0)}{h}$
3. otra cosa

c) La ecuación del plano tangente a S por $P_0$ es: 4

4. $f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)+f_z(P_0)(z-z_0)=0$
5. $f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)-(z-z_0)=0$
6. otra cosa

d) La linealización de f en $P_0$ es: 7

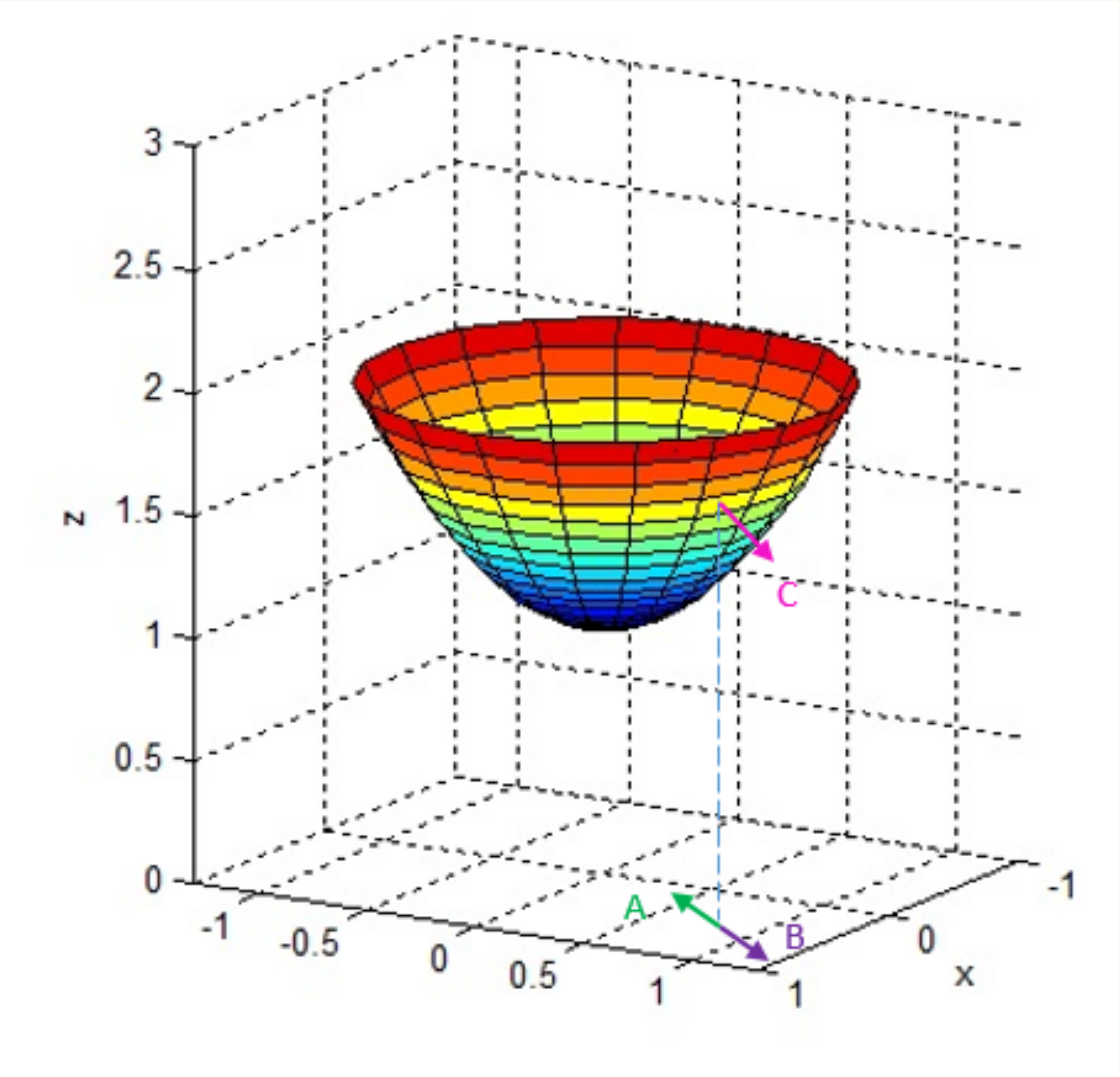
7. $L(x,y,z)=f(P_0)+f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)+f_z(P_0)(z-z_0)$
8. $L(x,y)=f(P_0)+f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)$
9. otra cosa

Respuesta parcialmente correcta.

Ha seleccionado correctamente 3.

Este ejercicio se sigue inmediatamente de las definiciones pedidas en cada caso, recordando que se trata de una función de tres variables y que la superficie mostrada NO ES EL GRÁFICO de la función sino que es una superficie de nivel de la misma.
El gradiente es un vector que es normal a la superficie de nivel en cada punto.
La derivada direccional se busca usando la definición, en la dirección de un vector **unitario u**.

La respuesta correcta es:
Sea f una función de tres variables independientes, sea S una superficie de nivel de f y sea $P_0(x_0,y_0,z_0) \in S$. El gráfico muestra la superficie de nivel de f, S.




a) De los vectores presentados en el gráfico, el $\nabla f(P_0)$ podría ser el [C].

b) La derivada direccional de f en $P_0$ en la dirección del vector $\mathbf{u} = (1,1,1)$ se puede hallar haciendo: (elija de la siguiente lista) [3]

1. $\nabla f(P_0) \cdot \mathbf{u}$
2. $\lim_{h \to 0} \frac{f(P_0+h\mathbf{u})-f(P_0)}{h}$
3. otra cosa

c) La ecuación del plano tangente a S por $P_0$ es: [4]

4. $f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)+f_z(P_0)(z-z_0)=0$
5. $f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)-(z-z_0)=0$
6. otra cosa

d) La linealización de f en $P_0$ es: [7]

7. $L(x,y,z)=f(P_0)+f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)+f_z(P_0)(z-z_0)$
8. $L(x,y)=f(P_0)+f_x(P_0)(x-x_0)+f_y(P_0)(y-y_0)$
9. otra cosa

Pregunta **10**

Parcialmente correcta

Puntúa 1,33 sobre 2,00

Según el Teorema de Fubini, dada una función f [continua] ✔ en una región $D \subset \mathbb{R}^2$, se tiene que

1) si D= [a,b]x[c,d], la integral $\iint_D f\,dA$, [a] ✔ (elija una opción de la lista a continuación).

a) equivale a la integral iterada $\int_c^d \int_a^b f\,dx\,dy$.

b) no se puede calcular como un límite, sino que es una integral iterada, de la forma $\int_c^d \int_a^b f\,dy\,dx$.

c) equivale a cualquiera de las integrales iteradas $\int_a^b \int_c^d f\,dx\,dy$ y $\int_c^d \int_a^b f\,dx\,dy$, que son equivalentes.

2) si D es una región de tipo 1, de la forma $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : a \le x \le b, g_1(x) \le y \le g_2(x)\}$ donde $g_1$ y $g_2$ son funciones continuas en [a,b], entonces [f] ✘

d) $\int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \int_a^b f(x,y)dx\,dy = \iint_D f(x,y)\,dA$

e) $\int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,y)dy\,dx = \iint_D f(x,y)\,dA$

f) $\int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,y)dy\,dx = \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \int_a^b f(x,y)dx\,dy$

Respuesta parcialmente correcta.

Ha seleccionado correctamente 2.

b) es falsa porque sí se puede calcular la integral como un límite.
c) es falsa porque cambia el orden de los límites de integración pero no los $dx$ y $dy$.
La integral más externa no puede tener límites de integración con variables con respecto a las cuales estamos integrando. Esto explica la última respuesta.

La respuesta correcta es:
Según el Teorema de Fubini, dada una función f [continua] en una región $D \subset \mathbb{R}^2$, se tiene que

1) si D= [a,b]x[c,d], la integral $\iint_D f\,dA$, [a] (elija una opción de la lista a continuación).

a) equivale a la integral iterada $\int_c^d \int_a^b f\,dx\,dy$.

b) no se puede calcular como un límite, sino que es una integral iterada, de la forma $\int_c^d \int_a^b f\,dy\,dx$.

c) equivale a cualquiera de las integrales iteradas $\int_a^b \int_c^d f\,dx\,dy$ y $\int_c^d \int_a^b f\,dx\,dy$, que son equivalentes.

2) si D es una región de tipo 1, de la forma $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : a \le x \le b, g_1(x) \le y \le g_2(x)\}$ donde $g_1$ y $g_2$ son funciones continuas en [a,b], entonces [e]

d) $\int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \int_a^b f(x,y)dx\,dy = \iint_D f(x,y)\,dA$

e) $\int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,y)dy\,dx = \iint_D f(x,y)\,dA$

f) $\int_a^b \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} f(x,y)dy\,dx = \int_{g_1(x)}^{g_2(x)} \int_a^b f(x,y)dx\,dy$

Pregunta **11**

Parcialmente correcta

Puntúa 1,00 sobre 2,00

El Teorema de existencia y unicidad de solución para PVI de primer orden dice: (complete observando las opciones listadas abajo)

Sea R una región rectangular en el plano xy, definida por a ≤ x ≤ b, c ≤ y ≤ d, y sea ($x_0$,$y_0$) un punto [3] ✔ . Si [6] ✔ son continuas en R, entonces existe un intervalo I=($x_0$-h,$x_0$+h), h>0, contenido en [a,b], y existe una única función $y$ definida en I que es solución del problema con valores iniciales

$\begin{cases} A, \\ B. \end{cases}$, donde A= [11] ✖ y B= [13] ✖ .

| | |
|---|---|
| 1) del plano $\mathbb{R}^2$ | 9) $y'(x) = y(x)$ |
| 2) en una región abierta que contiene a R | 10) $y(x) = f(x, y)$ |
| 3) interior a R | 11) $y'(x) = f(x, y)$ |
| 4) $\frac{\partial f}{\partial y}$ y $\frac{\partial y}{\partial x}$ | 12) $f(x, y) = 0$ |
| 5) $f$ y $\frac{\partial f}{\partial x}$ | 13) $y(x_0) = y_0$ |
| 6) $f$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ | 14) $f(x_0) = y_0$ |
| 7) $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ | 15) $y'(x_0) = f(x_0)$ |
| 8) otra cosa | 16) $y'(x_0) = y_0$ |

Respuesta parcialmente correcta.

Ha seleccionado correctamente 2.
Revisar el enunciado del Teorema en la teoría o en el texto de la materia.

La respuesta correcta es:

El Teorema de existencia y unicidad de solución para PVI de primer orden dice: (complete observando las opciones listadas abajo)
Sea R una región rectangular en el plano xy, definida por a ≤ x ≤ b, c ≤ y ≤ d, y sea ($x_0$,$y_0$) un punto [3]. Si [6] son continuas en R, entonces existe un intervalo I=($x_0$-h,$x_0$+h), h>0, contenido en [a,b], y existe una única función $y$ definida en I que es solución del problema con valores iniciales

$\begin{cases} A, \\ B. \end{cases}$, donde A=[10] y B=[16].

| | |
|---|---|
| 1) del plano $\mathbb{R}^2$ | 9) $y'(x) = y(x)$ |
| 2) en una región abierta que contiene a R | 10) $y(x) = f(x, y)$ |
| 3) interior a R | 11) $y'(x) = f(x, y)$ |
| 4) $\frac{\partial f}{\partial y}$ y $\frac{\partial y}{\partial x}$ | 12) $f(x, y) = 0$ |
| 5) $f$ y $\frac{\partial f}{\partial x}$ | 13) $y(x_0) = y_0$ |
| 6) $f$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ | 14) $f(x_0) = y_0$ |
| 7) $\frac{\partial f}{\partial x}$ y $\frac{\partial f}{\partial y}$ | 15) $y'(x_0) = f(x_0)$ |
| 8) otra cosa | 16) $y'(x_0) = y_0$ |

◀ TEXTO AM2 2020

Ir a...