## Unidad Temática 1 Estadística descriptiva y análisis de datos

## Ejercicios y Aplicaciones: Resolución Guiada

#### UT1. Ejercicio 1

Una de las propiedades del hormigón fresco es la *consistencia*. Con frecuencia, esta propiedad se mide mediante el ensayo de *asentamiento* del tronco del Cono de Abrams (norma IRAM 1536) y se utiliza para medir el grado de fluidez de la mezcla fresca. Los *ámbitos de consistencia* establecidos son los que muestra la Tabla 1. En la Tabla 2 se presenta el *asentamiento* observado en 32 pastones de hormigón elaborados con la misma dosificación.



Tabla 1: Asentamiento del tronco de cono. Métodos de compactación del hormigón recomendados. IRAM 1536.

Ámbito de consistencia	Aspecto del hormigón fresco	Gama de asentamiento (cm)	Método de compactación
A-1: Hormigón seco	Todavía suelto y sin cohesión	1,0 a 4,5	Vibración potente, apisonado enérgico en capas delgadas.
A-2: Hormigón plástico	Levemente cohesivo	5,0 a 9,5	Vibración normal, varillado y apisonado.
A-3: Hormigón blando	Levemente fluido	10,0 a 15,0	Vibrado leve, varillado.
A-4: Hormigón superfluidificado	Fluido	15,5 a 22,0	Muy leve y cuidadosa vibración, varillado.

Tabla 2. Asentamiento del tronco de cono de 32 pastones de hormigón, en centímetros.

4,0	4,0	4,5	4,5	4,5	5,0	5,0	5,5
5,5	5,5	6,0	6,0	6,0	6,0	7,5	7,5
7,5	7,5	7,5	8,0	10,0	10,0	12,0	13,5
13,5	13,5	14,0	14,0	14,5	15,0	16,0	16,5



- a) Clasifique la variable en estudio e indique la escala de medición.
- b) Complete la tabla de frecuencias.
- c) Observe con atención los gráficos construidos con Microsoft Excel y siga las instrucciones para construirlos usted mismo.
- d) Identifique la categoría modal.

Resolución paso a paso. UT1. Ejercicio 1



## Variable en estudio

Para responder, considere que la variable en estudio es el ámbito de consistencia del hormigón en estado fresco.



Escriba lo solicitado en cada caso; la idea es acompañarlo en las actividades necesarias para construir la respuesta del problema.

a) Clasifique la variable en esti	adio e indique la escala de me	dicion en que debe medirse.
La variable en estudio se debe escala	clasificar como	y debe medirse en la

b) Complete la información de la siguiente tabla de frecuencias.

Tabla 3. Distribución de frecuencias para el ámbito de consistencia de 32 pastones de hormigón fresco.

Ámbito de consistencia		Frecuencias Simples		Frecuencias Acumuladas	
Notación	Descripción	Absolutas	Relativas	Absolutas	Relativas
		fi	fri	Fi	Fri
A-1	Hormigón seco				
A-2	Hormigón plástico		0,46875	20	
A-3	Hormigón blando		0,31250		
A-4	Hormigón superfluidificado				1,0000
			0,31250		

Totales: 32



# Estadística con la Hoja de Cálculo

c) **Observe** con atención los siguientes gráficos construidos con Microsoft Excel y siga las instrucciones para construirlos usted mismo.



Gráfico 1 ÁMBITO DE CONSISTENCIA DE 32 MUESTRAS DE HORMIGÓN FRESCO ENSAYADAS

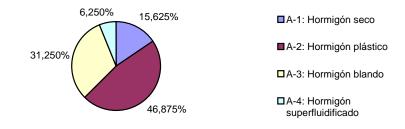
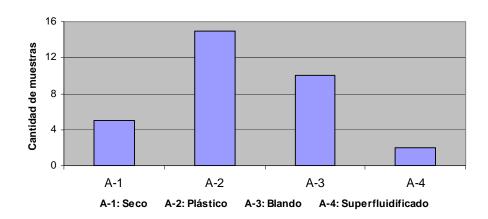


Gráfico 2

ÁMBITO DE CONSISTENCIA DE 32 MUESTRAS DE HORMIGÓN FRESCO



Una vez completada la Tabla 1:

- Cargue en la Hoja 1 de un Libro Excel los datos necesarios para construir el Gráficos 1 y el Gráfico 2.
- Construya en la misma Hoja 1 la gráfica circular para los datos de la Tabla 3, tal cual aparece en el Gráfico 1.
- Construya en la misma Hoja 1 la gráfica de barras para los datos de la Tabla 3, tal cual aparece en el Gráfico 2.

Cargar datos

Gráfica circular

Gráfica de barras

d) La **categoría modal** para el *ámbito de consistencia del hormigón fresco* es la identificada con la notación .



Pasemos al Ejercicio siguiente.



#### UT1. Ejercicio 2

### Aplicación al cálculo de la resistencia característica del hormigón

Las especificaciones del pliego de condiciones indican que el hormigón a utilizar en la estructura de un edificio debe tener una resistencia característica (σ'bk) de 21 MN/m².

El Reglamento CIRSOC  $201^1$  establece que cuando se dispone de más de 30 resultados de ensayos, aquella resistencia debe calcularse en función de la resistencia media del hormigón ( $\sigma$ 'bm) y de la desviación estándar (S), con la siguiente fórmula:

$$\sigma'bk = \sigma'bm - 1.65 \cdot S^{-2}$$
.

Se desea verificar el hormigón utilizado para el llenado de la losa y la estructura de techo de un edificio. Los resultados de ensayo (σ'bi) obtenidos de 41 pastones a partir de probetas cilíndricas ensayadas a compresión a la edad de 28 días, son los representados en el diagrama de tallos y hojas de la Tabla 3.





Tabla 3. Diagrama de tallos y hojas para la resistencia a compresión del hormigón a la edad de 28 días, en MPa: Unidad = 0,1 21 | 3 representa 21,3 MPa.

	LO	21,0
	21	5
4	22	56
9	23	00689
20	24	00123466789
(11)	25	00356678999
10	26	45578
5	27	0234
	HI	29,5

Los valores LO | 21,0 y HI | 29,5 son datos apartados.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> CIRSOC: Centro de Investigación de los Reglamentos Nacionales de Seguridad para las Obras Civiles.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> En la UT3 se demostrará la fórmula propuesta por el Reglamento.





# ¡A trabajar!



Para las siguientes consignas, considere que la variable en estudio es la *resistencia del hormigón a compresión, a la edad de 28 días.* 

a) **Reconstruya** en la Tabla 4 los datos correspondientes a los 41 resultados de ensayo del hormigón a compresión a la edad de 28 días. Para ello, utilice la información del diagrama de tallo y hojas.



¡Atención!

Coloque los resultados en las celdas, en orden creciente; el número 1 es el mínimo observado y el número 41 el máximo observado.

Tabla 4. Reconstrucción de datos de la resistencia del hormigón a compresión, a la edad de 28 días, en MPa.

1	8	15	22	29	36
2	9	16	23	30	37
3	10	17	24	31	38
4	11	18	25	32	39
5	12	19	26	33	40
6	13	20	27	34	41
7	14	21	28	35	

b) Clasifique la variable en estudio e indique la escala de medición.

La variable en estudio se debe clasificar como	y se mide en la escala
·	

- c) Complete las siguientes consignas:
- 1. El tamaño de la muestra de observaciones disponibles es: n =
- 2. Para comenzar la exploración de los datos, Sturges sugiere agruparlos en k clases, donde k puede obtenerse con la siguiente fórmula:  $k = 1 + 3,3 \log n =$
- 3. Si para estimar el número de clases se sigue el criterio de obtenerlo como la raíz cuadrada del tamaño de la información, el número de clases será:  $k = \sqrt{n}$

-	Aula Virtual de Estadística

d)	Marque con una	X TODAS	las afirmaciones o	que considere CORRECTAS:
----	----------------	---------	--------------------	--------------------------

1.	El número de clases que se adopte para agrupar los datos en una distribución de frecuencias, debe coincidir con el obtenido usando la fórmula de Sturges.
2.	Los valores de $k$ obtenidos a partir de las fórmulas de Sturges y $\sqrt{n}$ , conducen siempre a adoptar el mismo número de clases.
3.	El número de clases obtenido a partir de las fórmulas propuestas por distintos investigadores, constituyen sólo un punto de partida para la exploración de los datos. Habrá que ver qué valor de <i>k</i> permite la mejor visualización del patrón de comportamiento de los datos.

#### e) **Complete** la siguiente tabla de frecuencias (Tabla 5).

Tabla 5. Distribución de frecuencias para la resistencia del hormigón a compresión a la edad de 28 días, en MPa.

	(	Clases		Frecuencia	as Simples	Frecuencias	Acumuladas
Nº	Límite Inferior	Límite Superior	Marca de clase o Punto Medio	Absolutas	Relativas	Absolutas	Relativas
				fi	fri	Fi	Fri
1	20,0000						
2	21,4286						
3	22,8571						
4	24,2857	25,7143					
5							
6	27,1429						
7	28,5714	30,0000					
			Totales:				

*Nota:* En este caso los datos son expresados con un decimal y los límites de clase tienen cuatro decimales. Por tal motivo, no hay lugar a confusión al momento de contabilizar la frecuencia de cualquiera de los datos. Por la misma razón, no es necesario indicar si los extremos de los límites de clase son abiertos o cerrados.



#### ¡Atención!

Asegúrese de saber interpretar los valores numéricos de las tablas de distribuciones de frecuencias. Para ello, recomendamos acompañar esta actividad resolviendo los ítems 58 a 67 de la Autoevaluación de la UT1.

f) Cargue los datos en una Hoja de Cálculo de Microsoft Excel.





# Estadística con la Hoja de Cálculo

Puede introducir una función en una celda del mismo modo en que introduciría cualquier fórmula: escribiéndola directamente en la celda o en la Barra de fórmulas. El botón "Insertar función" ofrece una tercera opción.

- Cargar los datos de la Tabla 4 en una Hoja de Cálculo.
- Ir al menú *Insertar* y seleccionar *Función*.
- En la ventana izquierda del cuadro de diálogo denominado "Pegar función", elegir la categoría de función Estadísticas.
- En la ventana derecha del cuadro de diálogo denominado "Pegar función", seleccionar el Nombre de la función correspondiente.
- Para calcular la *medida* deseada, inserte la *sintaxis* de la fórmula en la celda donde quiere que aparezca el valor numérico correspondiente.
- En el cuadro siguiente se proporciona la sintaxis de algunas medidas estadísticas.

Fila	Sintaxis de la función estadística en Excel	Valor que se obtiene para el rango de datos seleccionados. Para el ejemplo: (A1:A41)
1	= CONTAR(A1:A41)	Cantidad de Datos
2	=MIN(A1:A41)	Valor Mínimo
3	=MAX(A1:A41)	Valor Máximo
4	=PROMEDIO(A1:A41)	Media Aritmética o Media
5	=MEDIANA(A1:A41)	Mediana
6	=MODA(A1:A41)	Moda
7	=VAR(A1:A41)	Varianza Muestral
8	=DESVEST(A1:A41)	Desviación Estándar Muestral
9	=CUARTIL(A1:A41;1)	Cuartil Inferior o Primer Cuartil
10	=CUARTIL(A1:A41;3)	Cuartil Superior o Tercer Cuartil
11	=PERCENTIL(A1:A41;0,05)	Percentil 5
12	=PERCENTIL(A1:A41;0,70)	Percentil 70

Para más detalles, consulte el tutorial de Microsoft Excel o pida ayuda a su tutor.



g) Calcule e interprete las estadísticas solicitadas. Utilice Microsoft Excel.

del hormigón a compresión (Tabla 4), debe completar la información que se pide a

Después de calcular las estadísticas correspondientes a las 41 observaciones de la resistencia

# Δ

## ¡Atención!

# ¡Practique el uso en modo estadístico de su calculadora de bolsillo!

Se espera que usted sepa utilizar su calculadora de bolsillo para obtener las estadísticas de un conjunto de datos pequeño, digamos, no más de 30 números. En la EVALUACIÓN PRESENCIAL, se le pedirá que las calcule.

NO OLVIDE SU CALCULADORA el día de la evaluación presencial. Asegúrese de saber usar su calculadora de bolsillo en modo estadístico. Fundamentalmente, nos referimos al cálculo de la media y desviación estándar de un pequeño conjunto de datos. ¡Tenga en cuenta la diferencia entre desviación estándar muestral y poblacional!

En el Aula Virtual dispone de un documento que ilustra el procedimiento para obtener las estadísticas con las calculadoras CASIO fx 82 y CASIO fx 95 MS1. Si usted tiene otra marca o modelo, consulte su manual.





2.

encima de los

## Interpretación de gráficas

h) **Observe** la representación del *gráfico de caja* y luego responda las consignas propuestas.

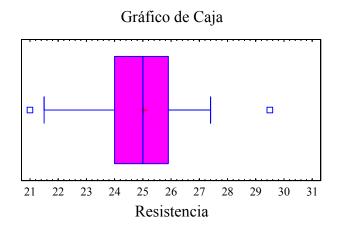


Gráfico de caja para la resistencia del hormigón a compresión, a la edad de 28 días, en MPa.

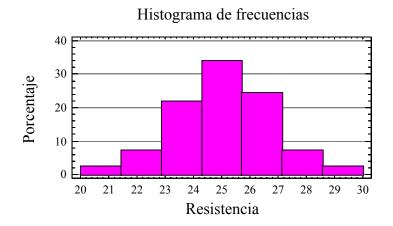
i) Marque con una X TODAS las afirmaciones que considere CORRECTAS, teniendo en cuenta el gráfico de caja.
 1. Se observa que la media cae fuera de la caja.
 2. Hay datos apartados que pueden ser considerados como anómalos.
 3. En el gráfico se puede leer, de manera aproximada, el valor máximo observado, el percentil 75 y también el valor del segundo cuartil.
 j) Complete las siguientes oraciones, teniendo en cuenta las reglas para construir el gráfico de caja.
 1. Los valores de la resistencia a compresión en la muestra que se encuentren por debajo de los MPa, deben ser considerados datos apartados.

Los valores de la resistencia a compresión en la muestra que se encuentren por

MPa, deben ser considerados datos anómalos.



k) **Observe** la representación del *histograma de frecuencias* y luego responda las consignas propuestas.

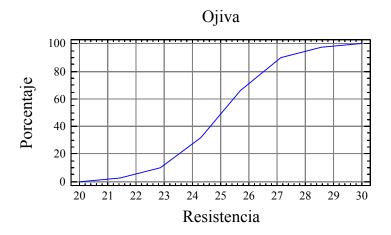


Histograma de frecuencias para la resistencia del hormigón a compresión, a la edad de 28 días, en MPa.

	_	con una X TODAS las afirmaciones que considere CORRECTAS, teniendo en istograma de frecuencias.			
	1.	La distribución de frecuencias es marcadamente sesgada a la izquierda.			
	2.	Se observa una clase modal.			
	3.	En el histograma, es posible identificar tanto el valor máximo como el mínimo observado.			
,	•	ete las siguientes oraciones, teniendo en cuenta el histograma de frecuencias.			
1.		número de clases utilizado para construir el histograma es igual a			
2.	En este caso particular se ha adoptado clases de ancho En casos especiales podría construirse adoptando clases de ancho, situación que es mucho menos frecuente.  (Nota: ver en Aula Virtual → Documentos de apoyo → Histogramas con anchos de clase				
3.	_	roximadamente, el% de los valores de la resistencia observados, se uentran comprendidos entre los 25,71 MPa y los 27,14 MPa.			



n) **Observe** la representación gráfica de la *ojiva* y luego responda las consignas propuestas.



Ojiva o curva de frecuencias acumuladas, para la resistencia del hormigón a compresión a la edad de 28 días, en MPa.

o) <b>Ma</b> cuenta	-	e con una X TODAS las afirmaciones que considere CORRECTAS, teniendo en <i>ijiva</i> .								
	1.	La ojiva es una representación gráfica a partir de la cual es muy fácil interpretar la simetría o sesgo de la distribución de frecuencias.								
	2.	La ojiva permite determinar gráficamente el valor de los deciles.								
	3.	De la lectura de la ojiva, se puede estimar que el valor del percentil 90 es 27 MPa.								
		ete las siguientes oraciones, teniendo en cuenta la <i>ojiva</i> .								
1.		re los 20 y 23 MPa la <i>ojiva</i> presenta una pendiente que la pendiente ervada entre los 23 y 27 MPa.								
2.	E1 4	40% de los valores de la resistencia son iguales o inferiores a MPa.								
3.	_	% de los valores observados de la resistencia del hormigón, están por ima de los 26,5 MPa.								
4.	_	roximadamente, el% de los valores de la resistencia observados, se uentran comprendidos entre los 23,5 MPa y los 26,5 MPa.								



q) **Marque** con una X la única afirmación CORRECTA, teniendo en cuenta el concepto de *valor Z o puntuación Z*.

Si a uno de los resultados de ensayo del conjunto de datos estudiados en el Ejercicio 2 le corresponde un valor z = -0,25, debe interpretarse que:
1. La resistencia es igual a: (25,024 MPa - 0,25 MPa) = 24,774 MPa
2. El ensayo ha dado lugar a un dato apartado, por ser negativo el valor de z.
3. La resistencia correspondiente al ensayo es menor que la resistencia media del conjunto de los 41 resultados de ensayos estudiados.
4. Ninguna de las anteriores.



## ¡Atención!



## ¡Practique resolver y dibujar a mano!

En la EVALUACIÓN PRESENCIAL, podríamos pedirle que:

- a) Dibuje a mano las siguientes representaciones:
  - Diagrama de puntos
  - Histograma
  - Polígono de frecuencias
  - Ojiva
  - Gráfico de caja
- b) Calcule algunas estadísticas con la calculadora de bolsillo.

Por tal motivo, sugerimos que practique en casa dibujar a mano las funciones mencionadas y calcular las estadísticas solicitadas.



Pasemos al Ejercicio siguiente.





# Para pensar ...

Las actividades que le propondremos ahora, más que llevarlo a realizar cálculos, intentarán movilizar el pensamiento y el razonamiento estadístico. No debe utilizar calculadora para responder; si lo hace, perderá sentido el ejercicio. El objetivo en este momento no es evaluarlo y nadie controlará si usted hace trampas o no para responder.



# Para realizar la actividad que le proponemos a continuación, no debe usar calculadora.

### UT1. Ejercicio 3

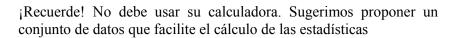
Se sabe que 9 personas fueron invitadas a una reunión; dos de ellas no pudieron dejar a sus hijos en casa y los llevaron a la reunión, con lo cual el total de asistentes fue de 11 personas.

Proponga un conjunto de datos con las **edades de los asistentes a la reunión**, con niños incluidos, colocándolas en los campos de la tabla correspondiente. Las edades que proponga en cada tabla deben cumplir las consignas de cada caso.



## ¡Tiempo limitado!

El tiempo total que tiene para responder las consignas es de 20 minutos.



Usted debe autoevaluarse y controlar su tiempo. Si tiene dificultades en resolver las consignas, no dude en consultarnos.







# ¡A trabajar!

		,	a	<ul> <li>a) La edad <i>promedio</i> de los asistentes es <b>menor</b> que la edad <i>mediana</i> y ésta última, <b>menor</b> que la <i>moda</i> de la edad de los asistentes.</li> </ul>							
Tabla 1 Asistente Edad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	_		de los as edad de l			<b>nor</b> que	el <i>cuari</i>	til super	<i>ior</i> y ést	e, <b>igual</b> a	al
Tabla 2 Asistente Edad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
		e la edac a derech		asistent	es es <b>ig</b>	ual a 25	y la dis	tribució	n de frec	cuencias	es
Tabla 3 Asistente Edad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
d) <b>Ma</b> r	<b>que</b> to	das las a	afirmaci	ones qu	ie consi	dere cor	rectas:				
1.			tades en	-		_	ĺ				
2			tades en tades en	-		_	· f				
4.			cultades	-		_	· 1				
5.			der las c	•	•		C				
6.		-		_		_		las cons	signas.		

Pasemos al Ejercicio siguiente.



#### UT1. Ejercicio 4

# Diagramas de puntos y azar



Un dado se lanza 11 veces y se registra el resultado. Represente mediante un diagrama de puntos, un conjunto de resultados posibles para el que se cumpla la consigna propuesta en cada caso.

Marque con una X el resultado propuesto sobre raya, en correspondencia con el valor numérico obtenido al realizar el lanzamiento.

#### **Ejemplo:**

Un dado se lanza 11 veces y se registra el resultado obtenido en cada lanzamiento. Proponga un conjunto de resultados del dado par el que se cumpla que la moda sea igual a 3 e igual a la mediana.

#### Solución:

Un conjunto de resultados posibles es el siguiente: { 5; 3; 3; 1; 3; 3; 2; 3; 6; 2; 2 }

Presentado en una secuencia de orden creciente: { 1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 3; 3; 5; 6 }

El diagrama de puntos correspondientes es el siguiente:



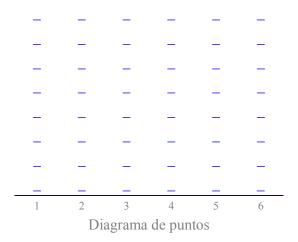


Ahora le toca a usted

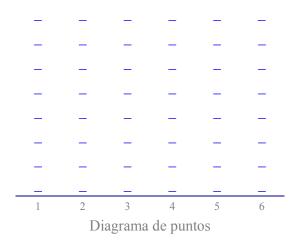




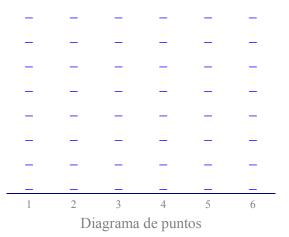
La media es menor que la edad mediana y ésta última, menor que el cuartil superior.



a) La desviación estándar es **menor** que la media.



b) El rango es **menor** que 3 y la media **mayor** que la mediana.





e) Ti	lde todas las afirmaciones que considere correctas:
	1. Tuve dificultades en responder la consigna a).
	2. Tuve dificultades en responder la consigna b).
	3. Tuve dificultades en responder la consigna c).
	4. No tuve dificultades para responder las consignas.
▲	¡Atención! Le advertimos que no es suficiente resolver sólo las actividades propuestas en los ejercicios y aplicaciones con resolución guiada. Debe realizar todas las actividades propuestas para cada unidad temática. Por ejemplo, en este documento se ha tratado muy poco la aplicación del valor Z (ver ítems 126 a 131 de la Autoevaluación).
E	Sugerencias
	anos su sugerencia para mejorar los documentos elaborados para el AVE. Se lo ceremos.
	Notas personales

¡Hemos terminado!



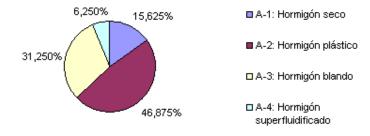
# Es hora de descansar



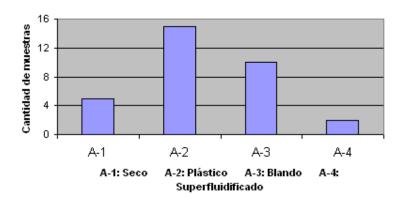
#### Respuestas

UT1										
Ejercicio 1										
Tabla 3. Distribución de frecuencias para el ámbito de consistencia de 32 pastones de hormigón fresco.										
		Frecuencias	Simples	Frecuencias Acumuladas						
Etiqueta	Descripción	Absolutas	Relativas	Absolutas	Relativas					
		fi	fri	Fi	Fri					
A-1	A-1: Hormigón seco	5	0,15625	5	0,15625					
A-2	A-2: Hormigón plástico	15	0,46875	20	0,62500					
A-3	A-3: Hormigón blando	10	0,31250	30	0,93750					
A-4	A-4: Hormigón superfluidificado	2	0,06250	32	1,00000					
	Totales:	32		•	•					

# ÁMBITO DE CONSISTENCIA DE 32 MUESTRAS DE HORMIGÓN FRESCO ENSAYADAS



# ÁMBITO DE CONSISTENCIA DE 32 MUESTRAS DE HORMIGÓN FRESCO



UT1								
Ejercicio 2								
	cálculo de la resistencia	característic	ca del hormic	ión.				
Datos	n =	41		,				
21	MÍNIMO =	21	MPa					
21,5	MÁXIMO =	29,5	MPa					
22,5	RANGO =	8,5	MPa					
22,6								
23	MEDIANA =	25	MPa					
23	MEDIA =	25,02439024	MPa					
23,6	DESV. EST. =	1,695255215	MPa					
23,8	Resistencia Carácterística =	22,22721914	Según fórmula	del Reglam	ento			
23,9	Percentil 5 =	22,5	Percentil 5					
24								
24	Cuartil Inferior =	24	MPa					
24,1	Cuartil Superior =	25,9	MPa					
24,2	Rango Intercuartil =	1,9	MPa					
24,3								
24,4	REF 1 =	18,3	MPa					
24,6	REF 2 =	21,15	MPa					
24,6	REF 3 =	28,75	MPa					
24,7	REF 4 =	31,6	MPa					
24,8								
24,9								
25	k (según Sturges) =	6,322186727						
25	k (según raíz de n) =	6,403124237						
25,3	k (adoptado) =	7						
25,5								
25,6								
25,6	AMPLITUD CLASE =	1,214285714						
25,7	AMPLITUD CLASE =	1,42857	Adoptado					
25,8								
25,9								
25,9			oución de frecuer					
25,9	Clase	Límite	Límite	Punto	fi	fri	Fi	Fri
26,4		Inferior	Superior	Medio				
26,5	1	20	21,4286	20,7143	1	0,0244	1	0,0244
26,5	2	21,4286	22,8571	22,1429	3	0,0732	4	0,0976
26,7	3	22,8571	24,2857	23,5714	9	0,2195	13	0,3171
26,8	4	24,2857	25,7143	25,0000	14	0,3415	27	0,6585
27	5	25,7143	27,1429	26,4286	10	0,2439	37	0,9024
27,2	6	27,1429	28,5714	27,8571	3	0,0732	40	0,9756
27,3	7	28,5714	30,0000	29,2857	1	0,0244	41	1,0000
27,4				Suma =	41	1		
29,5								