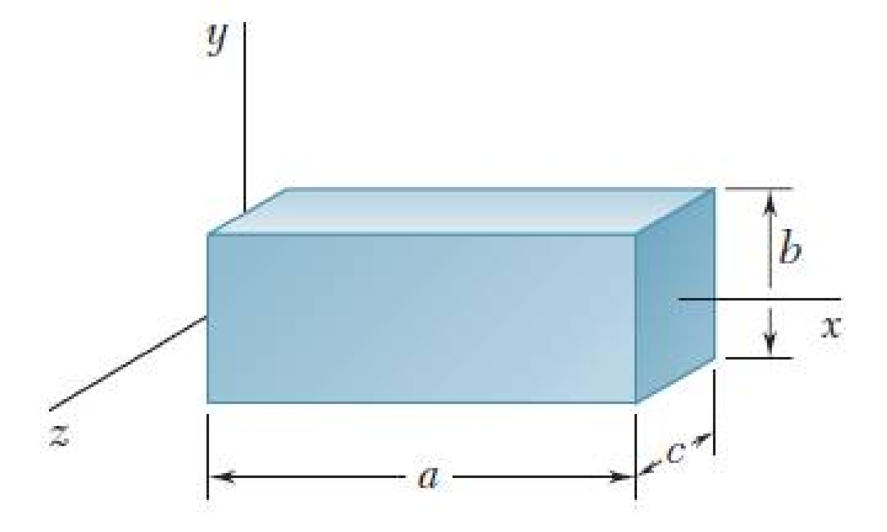
FACULTAD DE INGENIERÍA

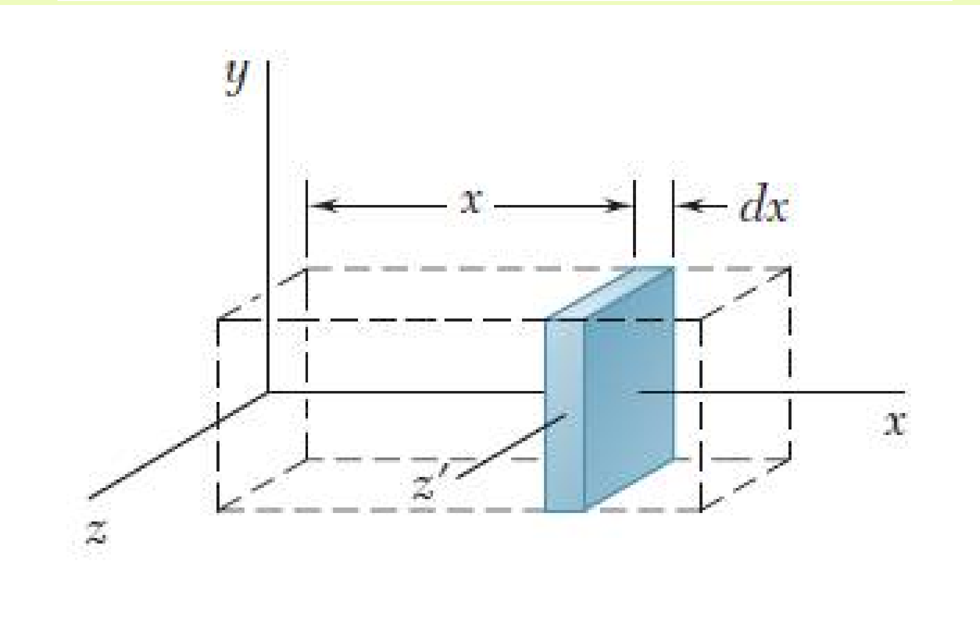
MECÁNICA APLICADA

MECÁNICA Y MECANISMOS

GEOMETRÍA DE MASAS

Ing. Carlos Barrera-2021





Ejerc. Nº 1) Calcular el momento de inercia con respecto al eje z en el prisma rectangular homogéneo.

$$dm = \rho bc\,dx$$

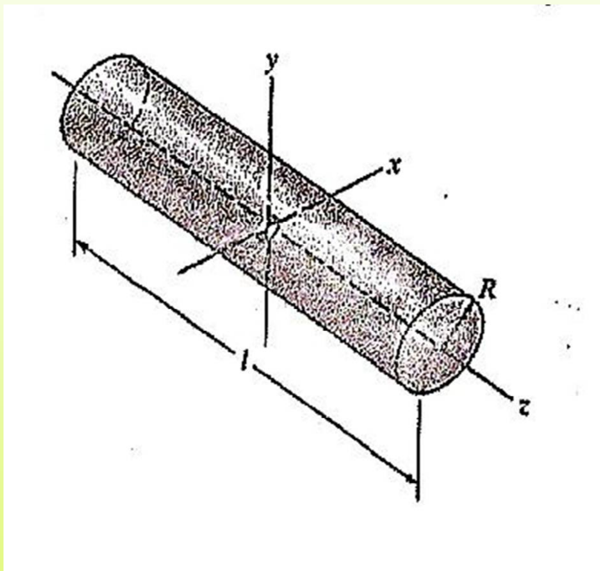
$$dI_{z'} = \tfrac{1}{12}b^2\,dm$$

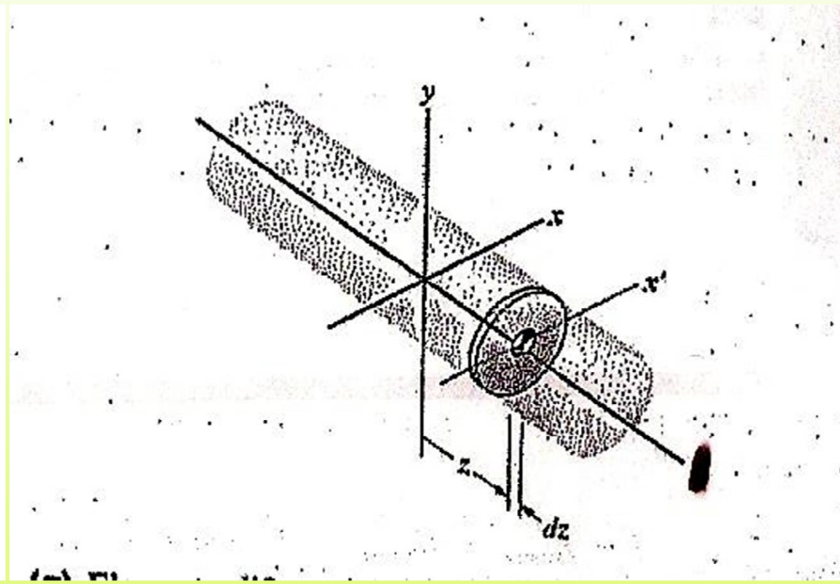
$$dI_z = dI_{z'} + x^2\,dm = \tfrac{1}{12}b^2\,dm + x^2\,dm = (\tfrac{1}{12}b^2 + x^2)\,\rho bc\,dx$$

$$I_z = \int dI_z = \int_0^a (\tfrac{1}{12}b^2 + x^2)\,\rho bc\,dx = \rho abc(\tfrac{1}{12}b^2 + \tfrac{1}{3}a^2)$$

$$I_z = m(\tfrac{1}{12}b^2 + \tfrac{1}{3}a^2) \qquad I_z = \tfrac{1}{12}m(4a^2 + b^2)$$

Ejerc. Nº 2) El cilindro homogéneo tiene masa m, longitud l y radio R. Determine sus momentos de inercia de masa respecto a los ejes x,y,z





$$dI_{eje\ z} = \frac{1}{2} dm\, R^2 = \frac{1}{2}(\rho \pi R^2 dz) R^2$$

$$I_{eje\ z} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{1}{2}\rho\pi R^4 dz = \frac{1}{2}\rho\pi R^4 l$$

En función de la masa del cilindro.

$$I_{eje\ z} = \frac{1}{2} m R^2$$

El momento de inercia de masa del elemento de disco respecto al eje x'

$$dI_{eje\ x'} = \frac{1}{4} dm\, R^2 = \frac{1}{4}(\rho\pi R^2 dz) R^2$$

Usamos el teorema de los ejes paralelos para determinar el momento de inercia de masa del elemento respecto al eje x

$$dI_{eje\ x} = dI_{eje\ x'} + z^2 dm = \frac{1}{4}(\rho\pi R^2 dz)R^2 + z^2(\rho\pi R^2 dz)$$

Integrando obtenemos el momento de inercia de masa del cilindro respecto al eje x

$$I_{eje\ x} = \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \left(\frac{1}{4}\rho\pi R^4 + \rho\pi R^2 z^2\right) dz = \frac{1}{4}\rho\pi R^4 l + \frac{1}{12}\rho\pi R^2 l^3$$

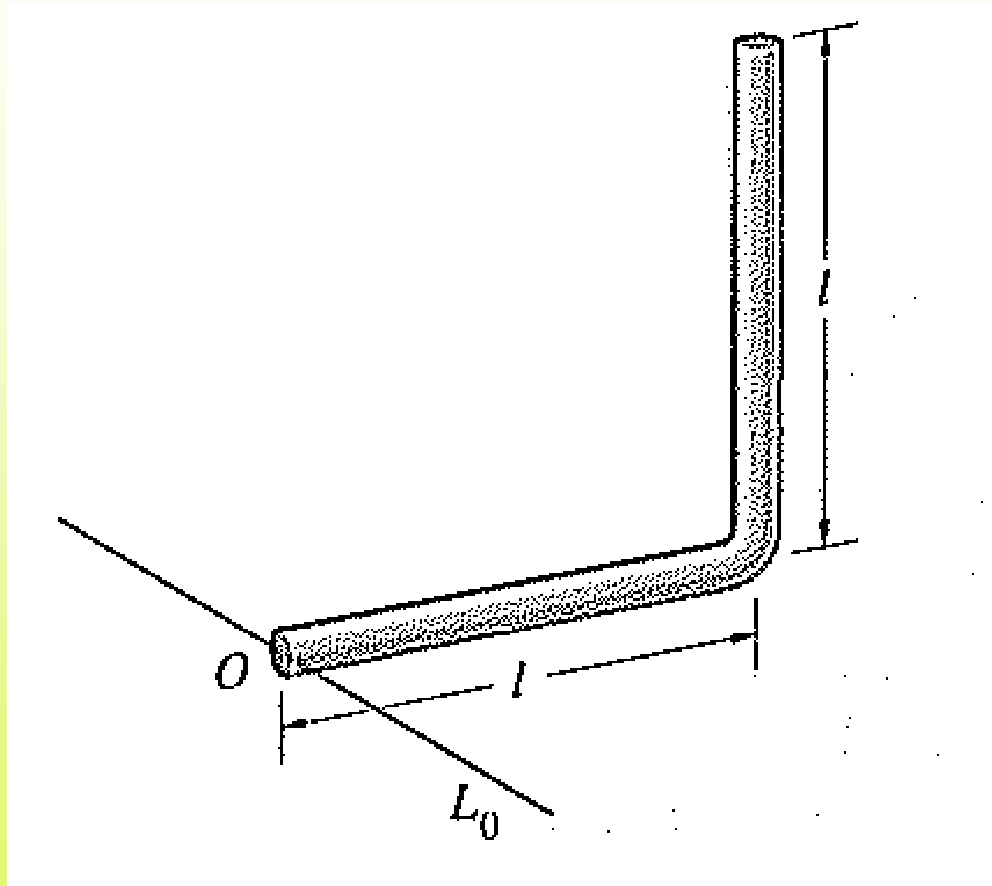
En función de la masa del cilindro

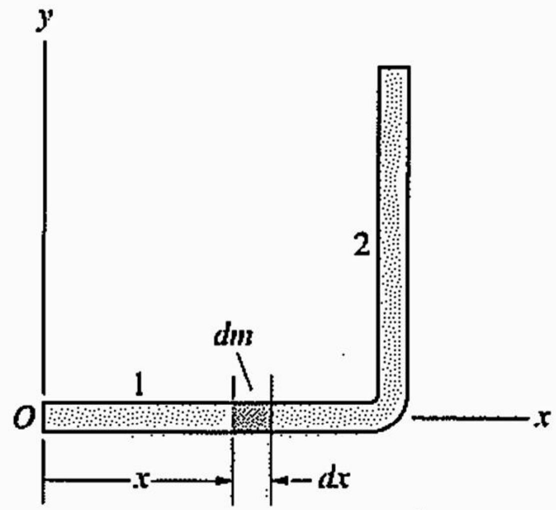
$$I_{eje\ x} = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}ml^2$$

Por la simetría del cilindro

$$I_{eje\ y} = I_{eje\ x}$$

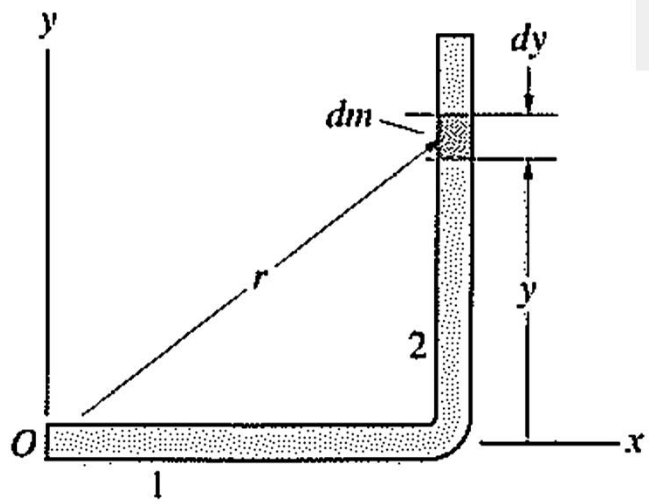
Ejerc. Nº 3) Dos barras esbeltas homogéneas, cada una de longitud l, masa m y área de sección transversal A, están soldadas formando un cuerpo en forma de L. Calcular el momento de inercia de masa del cuerpo respecto al eje L0 que pasa por O.





$$(I_0)_1 = \int_m r^2\, dm = \int_0^l \rho A x^2\, dx = \frac{1}{3}\rho A l^3.$$

$$(I_0)_1 = \frac{1}{3} m l^2.$$



$$(I_0)_2 = \int_m r^2\, dm = \int_0^l \rho A (l^2 + y^2)\, dy = \frac{4}{3}\rho A l^3.$$

$$(I_0)_2 = \frac{4}{3} m l^2.$$

$$I_0 = (I_0)_1 + (I_0)_2 = \frac{1}{3} m l^2 + \frac{4}{3} m l^2 = \frac{5}{3} m l^2.$$