TRABAJO PRÁCTICO N°2

MR _CINEMÁTICA_PARTÍCULA

BORQUEZ PEREZ, Juan Manuel - 13567

PROBLEMA N°1

Pregunta 1

La posición de A es un punto en la curva $\frac{x^2}{4}+y^2=1$. Luego su trayectoria está limitada a esta curva.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{x^2}{4}+y^2\right)=\frac{d}{dt}(1)$$

$$\frac{2x}{4}\,dx/dt+2y\frac{dy}{dt}=0. \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dt}=-\frac{x\,dx/dt}{4y}$$

Pero $\frac{dy}{dt}=v_y$ es la proyección de $\vec{v}_A$ respecto del eje y y $\frac{dx}{dt}=v_x$.

es la proyección de $\vec{v}_A$ sobre el eje x.

Luego: $\|\vec{v}_A\|=(v_x^2+v_y^2)^{1/2}$ y $v_y=-\frac{x v_x}{4y}$ (2)

$$\|v_A\|=\left(v_x^2+\frac{x^2v_x^2}{16y^2}\right)^{1/2}=v_x\left(1+\frac{x^2}{16y^2}\right)^{1/2}$$

Por otro lado de la ecuación de la curva se tiene: $y^2=1-\frac{x^2}{4}$

$$\|v_A\|=v_x\left(1+\frac{x^2}{4(4-x^2)}\right)^{1/2}=v_x\cdot\left[1+\frac{1}{4\left(\frac{4}{x^2}-1\right)}\right]^{1/2}$$

$$\|v_A\|=10\,\frac{m}{s}\left[1+\frac{1}{4\left(\frac{4}{(1)^2}-1\right)}\right]^{1/2}=\boxed{10{,}408\ \frac{m}{s}}$$ (cuando x = 1m).

Pregunta 2

(1): $\frac{x v_x}{4} + y v_y = 0$

derivando respecto a t obtenemos.

$$\frac{v_x^2}{4} + \cancel{\frac{x}{4}\frac{dv_x}{dt}}^{0} + v_y^2 + y\frac{dv_y}{dt} = 0$$

Luego $a = a_y = dv_y/dt$.

obtenemos: $a_y = -\left(\frac{v_x^2}{4} + v_y^2\right)\frac{1}{y}$

de (2) obtenemos: $a_y = -\left(\frac{v_x^2}{4} + \frac{x^2 v_x^2}{16 y^2}\right)\frac{1}{y} = -\frac{v_x^2}{4y}\left(1 + \frac{x^2}{4y^2}\right)$

$$a_y = -\frac{v_x^2}{4}\frac{\left(y^2 + \frac{x^2}{4}\right)}{y^3} = -\frac{v_x^2}{4y^3} = \frac{v_x^2}{4\left(1 - \frac{x^2}{4}\right)^{3/2}}$$

$$a_y = a = \frac{(10 m/s)^2}{4\left(1 - \frac{(1m)^2}{4}\right)^{3/2}} = \boxed{38{,}49\ m/s^2}$$

PROBLEMA 2: Cinemática de la Partícula.

Pregunta 3

$$a = \frac{dv}{dt} = -2v^3 \longrightarrow -\frac{dv}{v^3} = 2dt$$

Integramos: $\int -\frac{dv}{v^3} = 2\int dt + C$.

$\frac{1}{2v^2} = 2t + C \longrightarrow$ cuando $t = 0$, $v = v_0 = 8 m/s$.

Luego $C = \frac{1}{2v_0^2}$

Despejando v se obtiene: $v = \frac{1}{\sqrt{4t + 1/v_0^2}}$

$[t] = s$
$[v_0] = m/s$
$[v] = m/s$.

$$v(4s) = \frac{1}{\sqrt{4\times4 + 1/8^2}} = \boxed{0{,}250 m/s}$$

Pregunta 4

$$V = \frac{1}{(4t + 1/v_0^2)^{1/2}} = ds/dt$$

Integrando: $\frac{1}{4}\int \frac{4dt}{(4+1/v_0^2)^{1/2}} = \int ds + C$

$$\frac{1}{4}\frac{(4t+1/v_0^2)^{1/2}}{1/2} = s + C. \rightarrow \text{cuando } t=0$$

$S = S_0 = 10m.$

Luego $C = \frac{1}{2V_0} - S_0.$

$$S = S_0 + \frac{1}{2V_0}\left(\sqrt{4tv_0^2+1} - 1\right); \quad S_0 [m];\ t[s],\ V_0 [m/s].$$

$$S(4s) = 10 + \frac{1}{2\times 8}\left(\sqrt{4\times 4\times 8^2+1} - 1\right) = 11{,}9385\ m. = \boxed{1193{,}85\,cm}$$

Pregunta 5

Tomamos origen del sistema de referencia en el borde de la cinta transp.

$\vec{a} = (a_x, a_y) = (0, -g)$ (aceleración).

$\vec{v} = \int \vec{a}\,dt + \vec{C} = 0\hat{i} - gt\hat{j} + \vec{C}$

$\underbrace{v_y/v_x = -tg30°}$

cuando $t=0$ $\vec{v} = \vec{v}_0 = (v_x, v_y) = (v\cos 30°, -v\,sen\,30°)$; según se deduce del gráfico.

Luego $\vec{v} = v_x\hat{i} + j(v_y - gt).$

$\vec{r} = \int \vec{v}\,dt + \vec{C} = v_x t\,\hat{i} + j(v_y t - \frac{gt^2}{2}) + \vec{C}.$

Cuando $t=0$; $\vec{r} = \vec{r}_0 = (0,0).$

Luego: $\vec{r} = (x, y) = (v_x t,\ v_y t - \frac{gt^2}{2}).$

de la relación de las primeras componentes obtenemos: $t = \frac{x}{v_x}.$

Reemplazamos en la igualdad para las segundas componentes.

$$y = \frac{v_y}{v_x}x - \frac{gx^2}{2v_x^2} = -tg30°x - \frac{gx^2}{2v_x^2}$$

Cuando $y = -3m$ obtenemos $x = R_o$, que es la posición o el alcance en x de las cajas a 3m debajo de la cinta.

Luego:

$$-3 = -tg30° \cdot R_o - \frac{g R_o^2}{2 V_x^2} \rightarrow \frac{9{,}81}{2 \times (2\cos 30°)^2} R_o^2 + tg30° R_o - 3 = 0.$$

$\hookrightarrow R_o\,[m]$.

Resolviendo para R_o obtenemos:

$R_o = 1{,}189\ m = 118{,}9\ cm.$

Si R es la distancia mínima, entonces: $R = R_o - 1m = 118{,}9cm - 100cm.$

$\boxed{R = 18{,}9cm}$

PREGUNTA 6.

Si R es la distancia más grande, entonces $\boxed{R = R_o = 118{,}9cm}$.