23) **CIRCULOS DE MOHR Y LAND.** — La obtención de la *posición* de los ejes principales y el *valor* de los momentos principales de inercia, conocidos los momentos de 2º orden de un sistema dado respecto a 2 ejes normales baricéntricos, puede efectuarse gráficamente mediante las construcciones de los círculos de Mohr y Land.

Estas construcciones interpretan gráficamente las fórmulas obtenidas en párrafo 19 y permiten además obtener los valores de los momentos de 2º orden respecto a un par de ejes baricéntricos normales cualesquiera.

a) *Círculo de Mohr.* — Sea un sistema de masas $m_i$ y un par de ejes baricéntricos normales $x$, $y$, respecto al cual conocemos los valores $I_{xx}$ $I_{yy}$ $I_{xy}$.

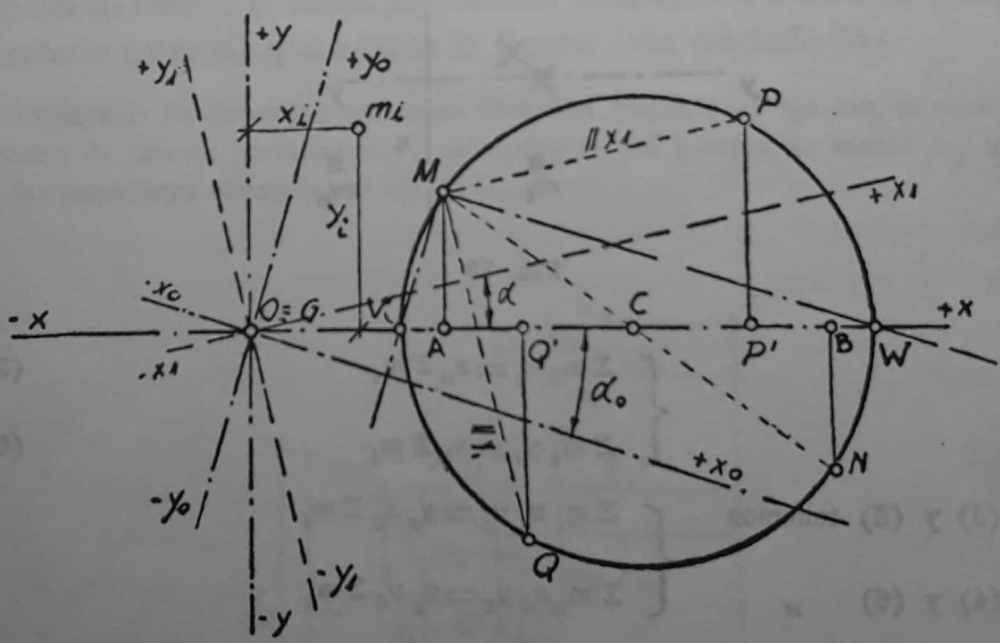


**Fig. 31**

A partir de 0 sobre el eje de mayor momento de inercia (suponemos sea el eje $x$) llevamos en una determinada escala de momentos de 2º orden, adoptada al efecto, los valores

$$\overline{OA} = I_{yy} \qquad \text{y} \qquad \overline{OB} = I_{xx}$$

A partir de $A$, normalmente a $x$ - $x$, llevamos el valor $\overline{AM} = I_{xy}$ hacia $+y$ si es positivo y a partir de $B$, $\overline{BN} = -I_{xy}$ (sentido contrario).

Uniendo $M$ con $N$ obtenemos $C$, centro del círculo de Mohr de diámetro $\overline{MN}$ que dibujamos.

Para un nuevo par de ejes $x_1x_1$ $y_1y_1$, trazando por $M$ paralelas a los mismos, se demuestra [1] que

$$\overline{OP'} = I_{x_1x_1}$$

$$\overline{OQ'} = I_{y_1y_1}$$

$$\overline{PP'} = -\overline{QQ'} = I_{x_1y_1}$$

en la escala de momentos de 2º orden adoptada.

*Ejes principales de inercia, $x_o$, $y_o$.* — Los obtenemos uniendo $M$ con $W$ y $V$ y trazando por $O \equiv G$ paralelas a las rectas así determinadas.

En efecto, para esa posición tenemos que se cumple la condición de máximo o mínimo: momento centrífugo nulo.

Tenemos

$$\overline{OW} \times \text{escala} = I_{x_0x_0} = I_{\text{máx.}}$$

$$\overline{OV} \times \text{escala} = I_{y_0y_0} = I_{\text{mín.}}$$

b) *Círculo de Land* [2]. — Para un caso análogo al anterior. A partir de $0 \equiv G$ y sobre el eje $x$ en este caso (la construcción puede efectuarse igualmente sobre el eje $y$) llevamos el valor $I_{xx}$ en una cierta escala de momentos de 2º orden adoptada al efecto y a continuación el $I_{yy}$ trazando luego el círculo de diámetro $I_{xx} + I_{yy}$. Normalmente por $K$ llevamos el valor $I_{xy}$ con su signo dirigido al semieje de signo contrario.

(1) Ver nuestro Curso Medio de Estática Gráfica (pág. 217).

(2) *Nota:* Para más detalles y demostraciones véase nuestro Curso Medio de Estática Gráfica (pág. 220 y siguientes).

Denominamos a $M$ punto principal de Land.

Para un nuevo par de ejes $x_1y_1$, tenemos, trazando el diámetro $EF$ y una normal al mismo por $M$

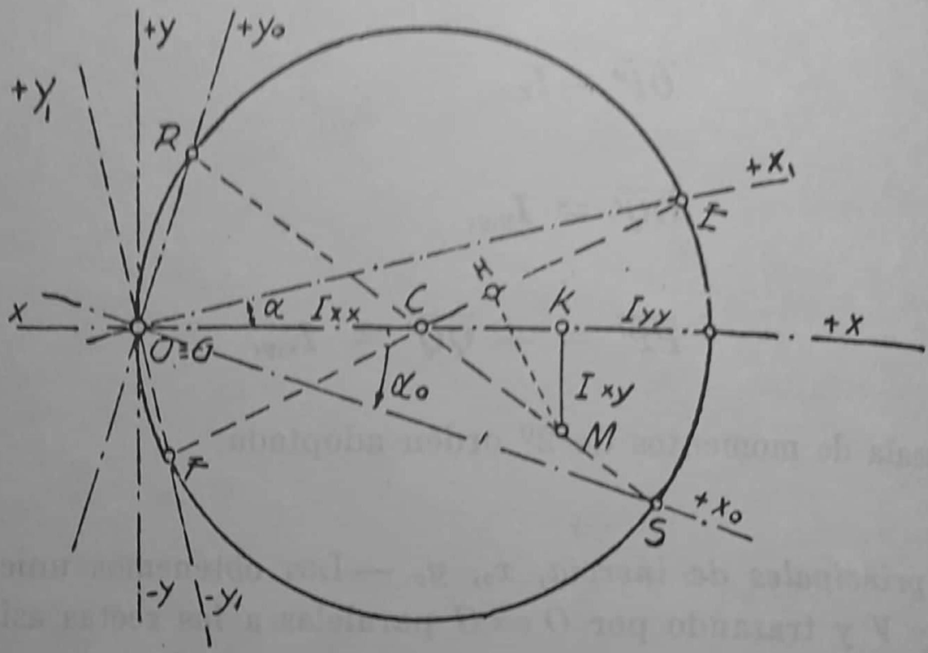


FIG. 32

$$\left.\begin{array}{l}\overline{FH} = I_{x_1x_1}\\ \overline{HE} = I_{y_1y_1}\\ \overline{MH} = I_{x_1y_1}\end{array}\right\}\text{ En la escala de momentos de 2º orden adoptada.}$$

*Ejes y momentos principales de inercia.* — Trazamos el diámetro $CM$. Obtenemos $R$ y $S$ sobre la circunferencia y la dirección de los ejes principales, rectas $OR = y_0y_0$ $\quad OS = x_0x_0$.

$$\overline{RM} \times \text{escala} = I_{x_0x_0} = I_{\text{máx.}}$$

$$\overline{MS} \times \text{escala} = I_{y_0y_0} = I_{\text{mín.}}$$

Como se observa, en la construcción efectuada resulta $I_{x_0y_0} = 0$.

24) **RADIO DE GIRO** ... y un