



TP Nº 5

INFLUENCIA DE LA VISCOSIDAD

Mauro Blanco
2022

Ecuaciones y conceptos necesarios

- Número de Reynolds
- Radio / Diámetro Hidráulico
- Región de entrada
- Ecuación de Hagen Poiseuille
- Ecuación de Resistencia de Forma y Superficie

Número de Reynolds



$$R_e = \frac{\text{Fuerzas inerciales}}{\text{Fuerzas viscosas}}$$

v = Velocidad Promedio

D = Longitud característica

$$R_e = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{v \cdot \rho \cdot D}{\mu}$$

$Re \lesssim 2\,300$

flujo laminar

$2\,300 \lesssim Re \lesssim 4\,000$

flujo transicional

$Re \gtrsim 4\,000$

flujo turbulento

Radio / Diámetro Hidráulico

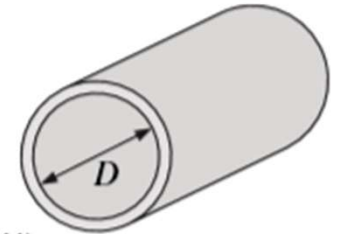
$$R_h = \frac{A}{p}$$

$$D_h = \frac{4 \cdot A}{p} (*)$$

A: Área transversal de la cañería
P:perimetro húmedo o mojado

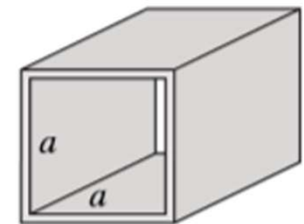
* Usar esta definición

Tubo circular:



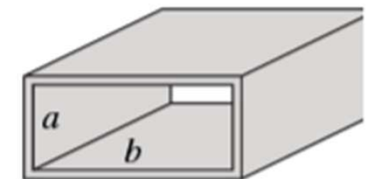
$$D_h = \frac{4(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$$

Ducto cuadrado:



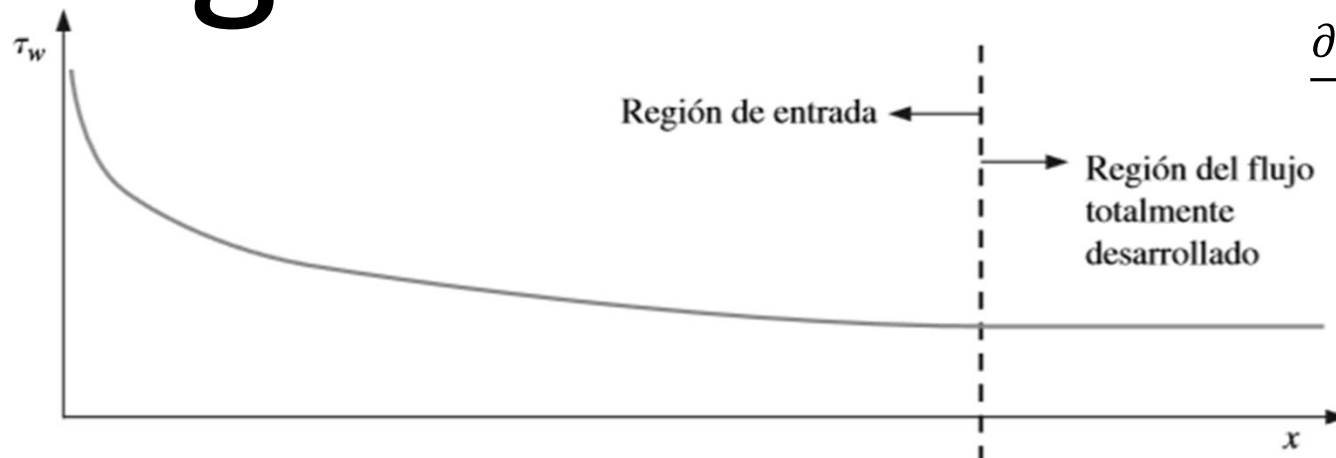
$$D_h = \frac{4a^2}{4a} = a$$

Ducto rectangular:



$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

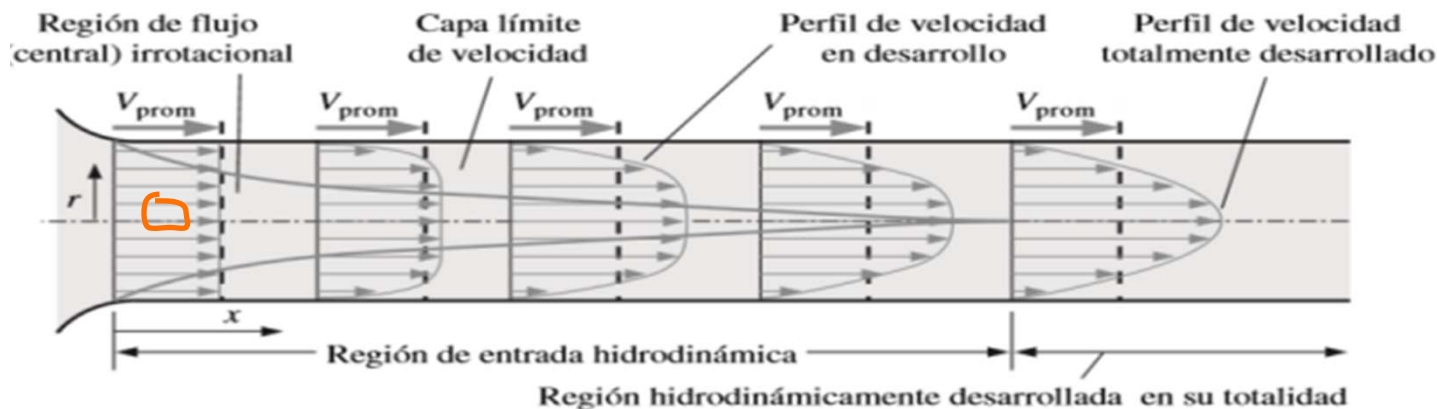
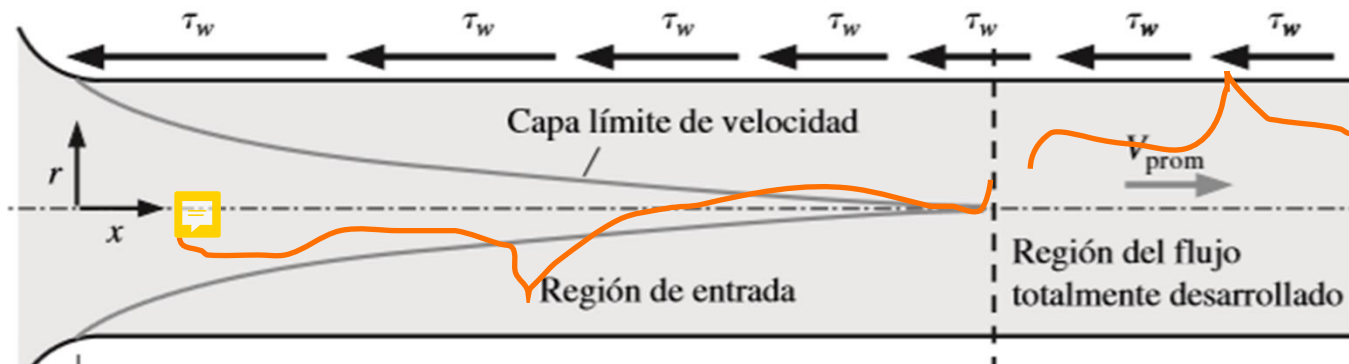
Región de entrada



$$\frac{\partial v(r, x)}{\partial x} = 0 \rightarrow v = v(r)$$

$$L_{h, \text{laminar}} \cong 0.05 \cdot Re \cdot D$$

$$L_{h, \text{turbulento}} \cong 1.359 \cdot Re^{1/4} \cdot D$$



Ecuación de Hagen Poiseuille

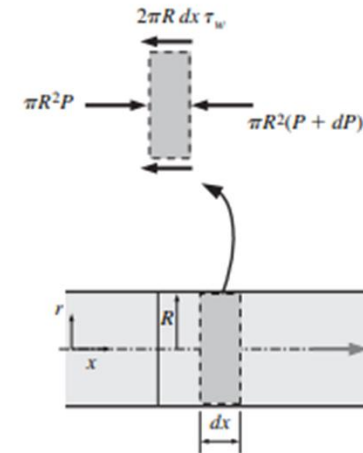
$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{8\mu LV_{\text{prom}}}{R^2} = \frac{32\mu LV_{\text{prom}}}{D^2}$$

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2 \cdot \tau_w}{R}$$

Esfuerzo cortante en la pared

$$\tau_w = \frac{8 \cdot \mu \cdot v}{d}$$

FLUJO EN TUBERÍAS



que indica que, en fl
fuerzas viscosas y de
 $2\pi r dx$ y se reordena

Cuando se toma el lín

Cuando se sustituye
ecuación deseada:

Equilibrio de fuerza:

$$R^2P - \pi R^2(P + dP) - 2\pi R dx \tau_w = 0$$

Simplificado:

$$\frac{dP}{dx} = -\frac{2\tau_w}{R}$$

FIGURA 8-12

Diagrama de cuerpo libre de un ele-

La cantidad du/dr es
para obtener valores p
lado izquierdo de la e
de x . La igualdad se c
de la forma $f(r) = g(x)$
les a la misma constan
se puede verificar cua
de volumen de radio r

Ecuación de Resistencia de Forma y Superficie

Coeficiente de arrastre:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

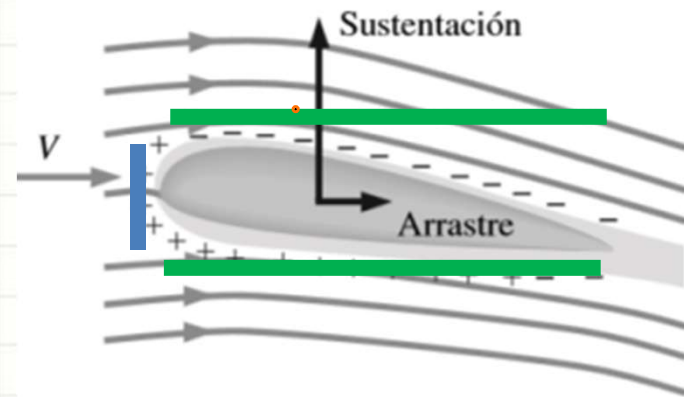
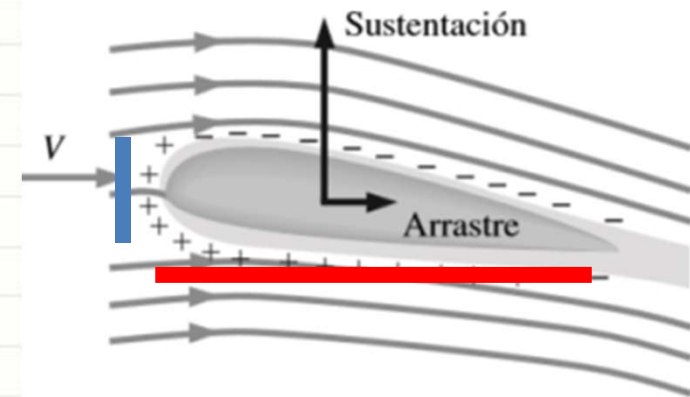
Coeficiente de sustentación:

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

$$F_D = F_{D, \text{fricción}} + F_{D, \text{presión}}$$

$$C_{D, \text{fricción}} = \frac{F_{D, \text{fricción}}}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$

$$C_{D, \text{presión}} = \frac{F_{D, \text{presión}}}{\frac{1}{2}\rho V^2 A}$$



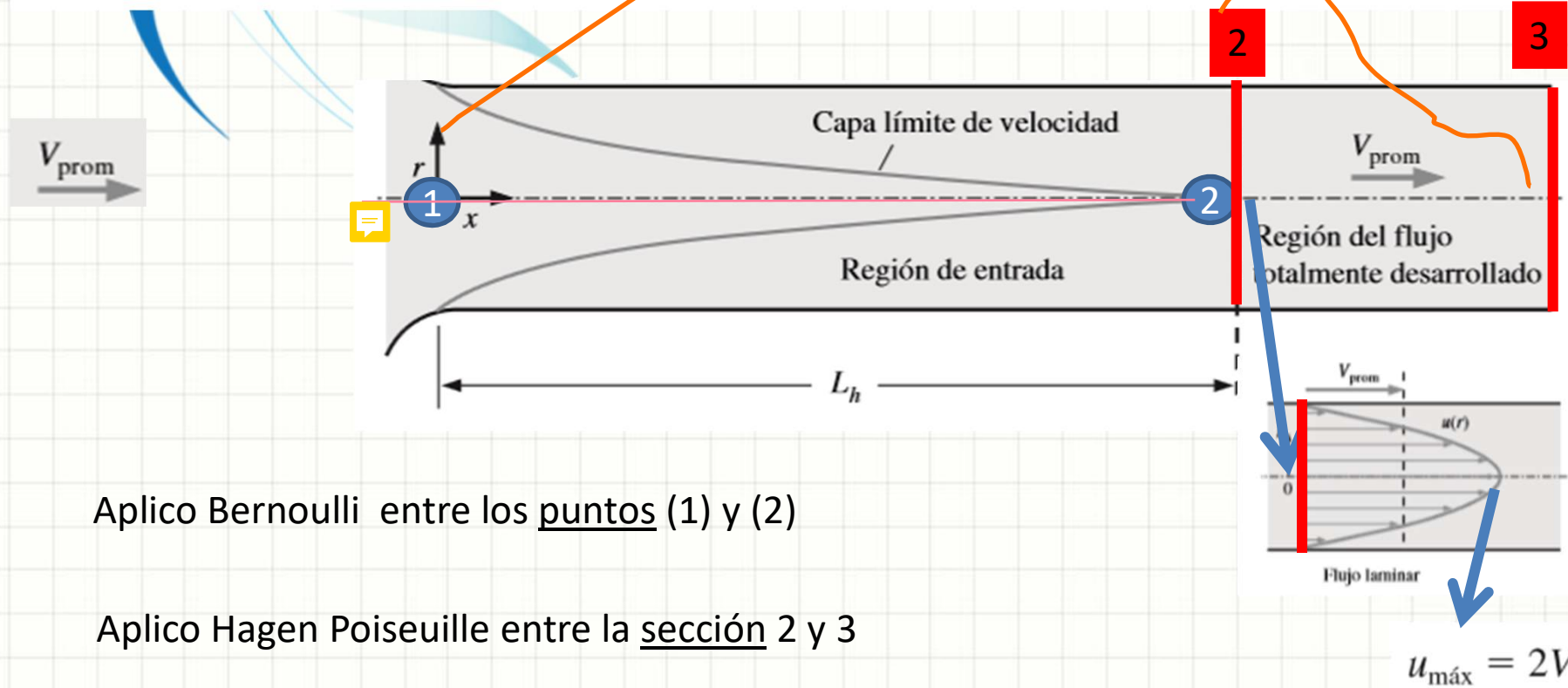
Problema N°1

Aire a 20°C y a 1 kgf/cm² de presión está en un tubo D= 1.5", con velocidad uniforme y un número de Reynolds, Re= 1200.

Determinar el descenso de presión entre la entrada a la tubería y un punto ubicado a 3 m de dicha embocadura. La viscosidad cinemática del aire a la temperatura indicada es de $1,62 \cdot 10^{-5}$ m²/s y su densidad es de 0,126 UTM/m³.

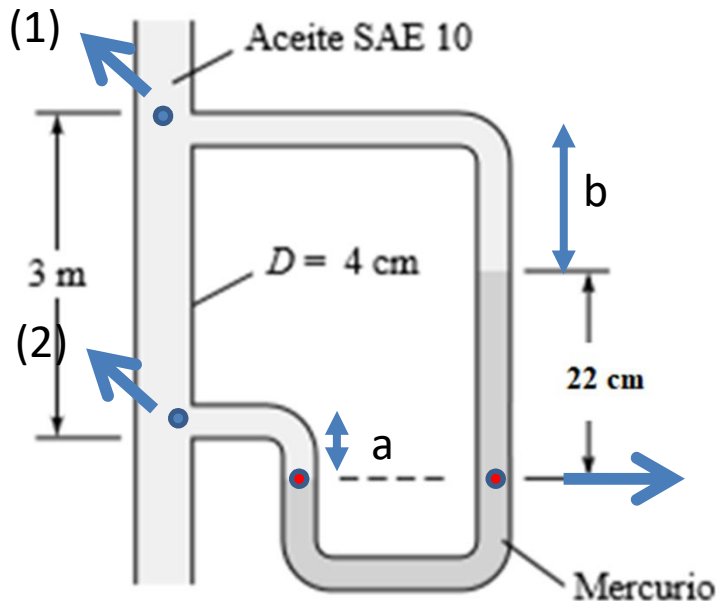
Considerar:

$$L_{h,laminar} \cong 0.05 \cdot Re \cdot D$$
$$L_{h,turbulento} \cong 1.359 \cdot Re^{1/4}$$



Problema N°3

Por la tubería vertical de 4 cm de diámetro representada en la figura, fluye aceite SAE 10 a 20°C ($\rho = 870 \frac{kg}{m^3}$ y $\mu = 0.104 kg/(m \cdot s)$). La lectura del manómetro de mercurio es $h=22cm$. A) Calcule el caudal $Q [m^3/h]$ B) Indique la dirección del flujo



Aplico Bernoulli entre (1) y (2)

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2}$$

Igualo presiones

$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot v}{d^2}$$

$$h_p = \frac{128 \cdot \mu \cdot L \cdot Q}{\pi \cdot \rho \cdot g \cdot d^4}$$

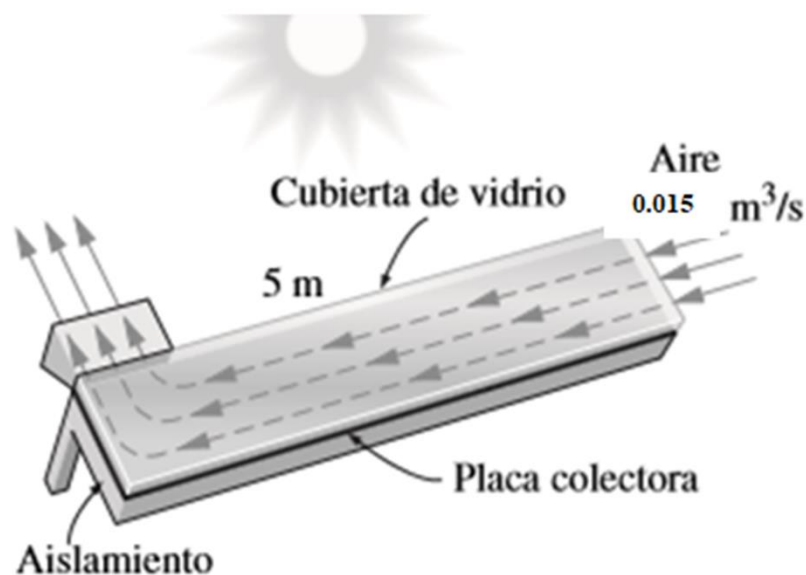
Considerar:

$$3 m + a = b + 22 cm$$

Verificar $Re < 2000$

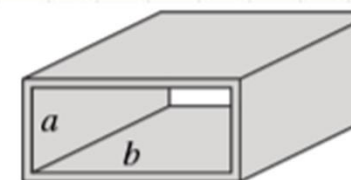
Problema N°6

Considere un colector solar de aire que tiene 1 m de ancho y 5 m de largo y espaciamiento constante de 3 cm entre la cubierta de vidrio y la placa del colector. El aire fluye a una temperatura promedio de 45°C a una razón de 0.015 m³/s a través del lado de 1m de ancho del colector a lo largo del pasaje de 5 m de largo ($\rho = 1.11 \frac{kg}{m^3}$ y $\nu = 1.75 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$). Sin considerar los efectos de entrada y rugosidad. Determine la caída de presión en el colector.



$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot V}{d^2}$$
$$\Delta P = \frac{32 \cdot \nu \cdot \rho \cdot L \cdot V}{d^2}$$

Ducto rectangular:



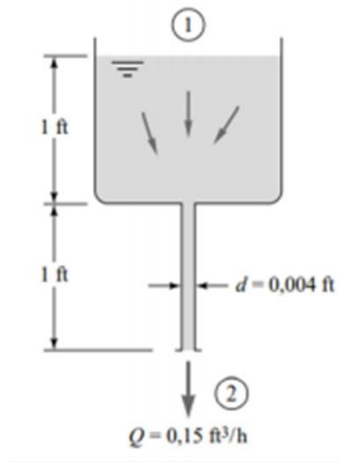
$$D_h = \frac{4ab}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$$

Verificar $Re < 2000$

Problema N°7

Un líquido de peso específico $\gamma = 58 \text{ lbf/ft}^3$ fluye por gravedad desde un depósito de 1 ft a través de un capilar de 1 ft de longitud con un caudal de $0,15 \text{ ft}^3/\text{h}$, como se muestra en la figura. Las secciones 1 y 2 están a la presión atmosférica. Despreciando los efectos de la entrada.

Calcule la viscosidad del líquido



$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot V}{d^2}$$

Aplico Bernoulli entre (1) y (2)

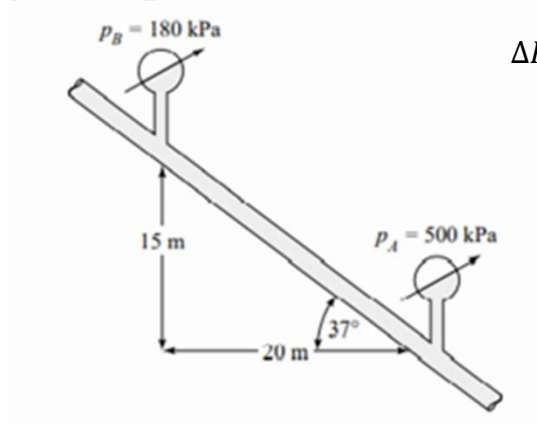
$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2}$$

$$R_e = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{v \cdot \rho \cdot D}{\mu}$$

Problema N°13

Por el tubo de la Figura fluye aceite SAE 30 a 20 °C. La inclinación del tubo es de 37°. Para las medidas de presión indicadas, determine (a) si el flujo es ascendente o descendente y (b) el caudal en m³ /h.

Asumir: $\rho = 891 \text{ kg/m}^3$ $\mu = 0.29 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$



$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot V}{d^2}$$

Aplico Bernoulli entre (1) y (2)

$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2 + \frac{v_2^2}{2g} + h_{1-2}$$

$$Re = \frac{v \cdot D}{\nu} = \frac{v \cdot \rho \cdot D}{\mu}$$

Problema N°2

Por una tubería horizontal de 1 m de longitud circula aceite con $\rho = 890 \frac{kg}{m^3}$ y $\mu = 0.07 \text{ kg}/(m \cdot s)$. La potencia necesaria para mantener el caudal es 1hp. A) ¿Cuál es el diámetro si el flujo está en el punto de transición laminar? B) En estas condiciones, ¿Cuáles son el caudal $Q [m^3/h]$ y el esfuerzo de corte en la pared $\tau_w [kPa]$?

$$R_e = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu}$$

Potencia = $Q \cdot \Delta P$

} SEL

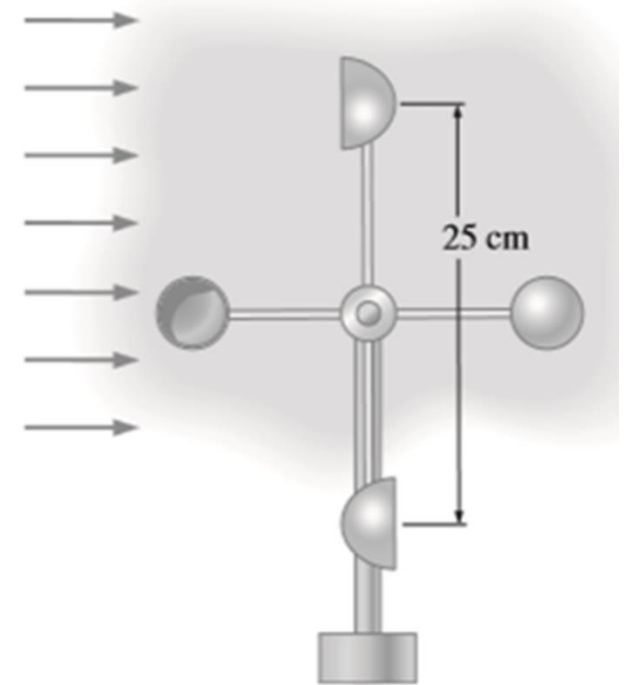
$$\frac{dP}{dx} = - \frac{2 \cdot \tau_w}{R}$$

$$\Delta P = \frac{32 \cdot \mu \cdot L \cdot v}{d^2}$$

$$\tau_w = \frac{8 \cdot \mu \cdot v}{d}$$

Problema N°4

Para medir la velocidad del viento, por lo general se usa una turbina (veleta) con dos o cuatro copas hemisféricas huecas conectadas a un pivote. Considere una turbina de viento con dos copas de 8 cm de diámetro con una distancia de centro a centro de cm, como se muestra en la figura. El pivote está pegado como resultado de algún mal funcionamiento y las copas dejan de rotar. Para una velocidad de viento de 15 m/s y densidad de aire de 1.25 Kg/m³. Determine el torque máximo que esta turbina aplica sobre el pivote.



$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2}$$

$$\tau = F_1 \cdot L - F_2 \cdot L$$

Un hemisferio en dos orientaciones diferentes para $Re > 10^4$

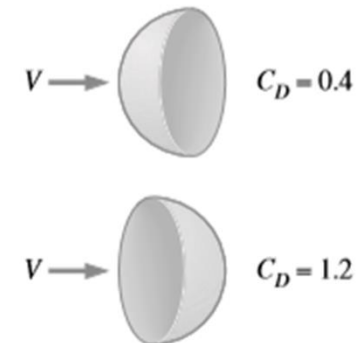

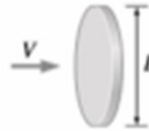

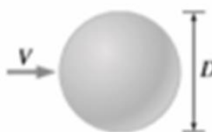
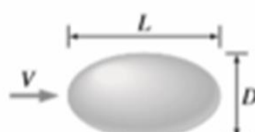


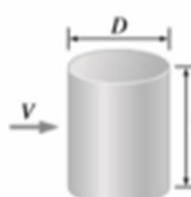
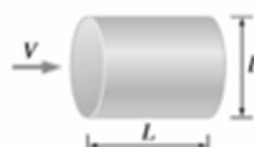


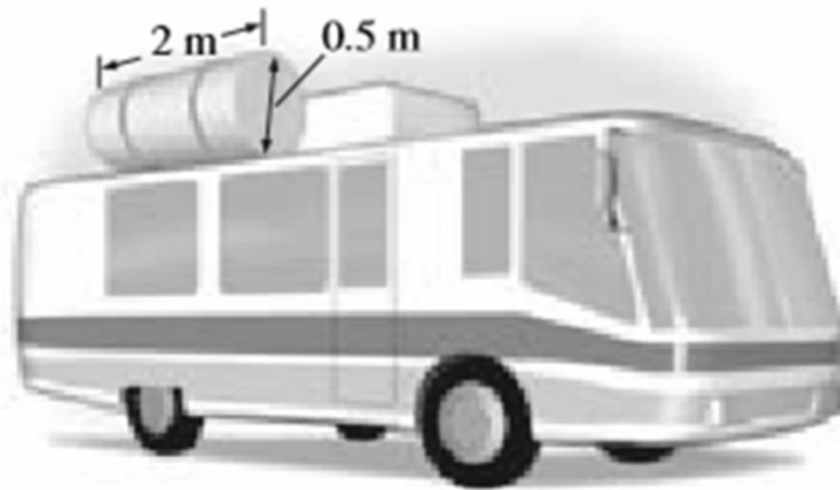
TABLA 11-2

Coeficientes de arrastre representativos C_D para varios cuerpos tridimensionales para $Re > 10^4$, con base en el área frontal (para usar en la relación de fuerza de arrastre $F_D = C_D A \rho V^2 / 2$ donde V es la velocidad corriente arriba)

<p>Cubo, $A = D^2$</p>  <p>$C_D = 1.05$</p>	<p>Disco circular delgado, $A = \pi D^2/4$</p>  <p>$C_D = 1.1$</p>	<p>Cono (para $\theta = 30^\circ$), $A = \pi D^2/4$</p>  <p>$C_D = 0.5$</p>																										
<p>Esfera, $A = \pi D^2/4$</p>  <p>Laminar: $C_D = 0.5$ Turbulento: $C_D = 0.2$</p>	<p>Elipsoide, $A = \pi D^2/4$</p>  <table><tr><th rowspan="2">L/D</th><th colspan="2">C_D</th></tr><tr><th>Laminar</th><th>Turbulento</th></tr><tr><td>0.75</td><td>0.5</td><td>0.2</td></tr><tr><td>1</td><td>0.5</td><td>0.2</td></tr><tr><td>2</td><td>0.3</td><td>0.1</td></tr><tr><td>4</td><td>0.3</td><td>0.1</td></tr><tr><td>8</td><td>0.2</td><td>0.1</td></tr></table>	L/D	C_D		Laminar	Turbulento	0.75	0.5	0.2	1	0.5	0.2	2	0.3	0.1	4	0.3	0.1	8	0.2	0.1							
L/D	C_D																											
	Laminar	Turbulento																										
0.75	0.5	0.2																										
1	0.5	0.2																										
2	0.3	0.1																										
4	0.3	0.1																										
8	0.2	0.1																										
<p>Hemisferio, $A = \pi D^2/4$</p>  <p>$C_D = 0.4$</p>  <p>$C_D = 1.2$</p>	<p>Cilindro corto, vertical, $A = LD$</p>  <table><tr><th>L/D</th><th>C_D</th></tr><tr><td>1</td><td>0.6</td></tr><tr><td>2</td><td>0.7</td></tr><tr><td>5</td><td>0.8</td></tr><tr><td>10</td><td>0.9</td></tr><tr><td>40</td><td>1.0</td></tr><tr><td>∞</td><td>1.2</td></tr></table> <p>Los valores son para flujo laminar</p>	L/D	C_D	1	0.6	2	0.7	5	0.8	10	0.9	40	1.0	∞	1.2	<p>Cilindro corto, horizontal, $A = \pi D^2/4$</p>  <table><tr><th>L/D</th><th>C_D</th></tr><tr><td>0.5</td><td>1.1</td></tr><tr><td>1</td><td>0.9</td></tr><tr><td>2</td><td>0.9</td></tr><tr><td>4</td><td>0.9</td></tr><tr><td>8</td><td>1.0</td></tr></table>	L/D	C_D	0.5	1.1	1	0.9	2	0.9	4	0.9	8	1.0
L/D	C_D																											
1	0.6																											
2	0.7																											
5	0.8																											
10	0.9																											
40	1.0																											
∞	1.2																											
L/D	C_D																											
0.5	1.1																											
1	0.9																											
2	0.9																											
4	0.9																											
8	1.0																											

Problema N°5

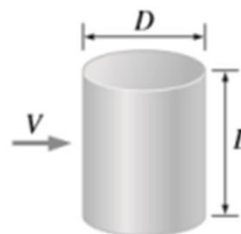
Se propone satisfacer las necesidades de agua de un vehículo recreativo (RV) con la instalación de un tanque cilíndrico de 2 m de largo y 0.5 m de diámetro en lo alto de éste. Determinar la necesidad adicional de potencia del RV a una velocidad de 95 km/h cuando el tanque se instala de tal modo que sus superficies circulares enfrentan a) el frente y la parte posterior, b) los lados del RV. Suponga que las condiciones atmosféricas son de 87 kPa y 20°C, densidad de aire de 1.028 Kg/m³



$$Potencia = F_d \cdot v$$

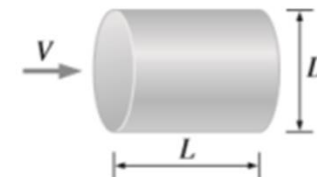
$$F_D = C_D A \frac{\rho V^2}{2}$$

Cilindro corto, vertical, $A = LD$



L/D	C_D
1	0.6
2	0.7
5	0.8
10	0.9
40	1.0
∞	1.2

Cilindro corto, horizontal, $A = \pi D^2/4$



L/D	C_D
0.5	1.1
1	0.9
2	0.9
4	0.9
8	1.0