

Unidad 1: Mecánica de los fluidos

Fluido: sustancia que se deforma continuamente cuando se le aplica un esfuerzo de corte, puede fluir, cambiar de forma y **no resiste esfuerzos tangenciales**. Son los líquidos o gases.

Mecánica de los fluidos



Ciencia que estudia el movimiento o equilibrio de los fluidos y sus interacciones mutuas

- Estática: fluidos en equilibrio
- Cinemática: velocidades y líneas de corriente
- Dinámica: relaciones entre velocidades y aceleraciones y las F que las producen

Características físicas del estado fluido

1) Densidad (δ): masa por unidad de volumen, magnitud escalar que varía con la P y la T. Varía muy poco para los líquidos y mucho en los gases.

$$\delta = \frac{dm}{dV} \text{ [Kg/m}^3\text{]} \text{ densidad absoluta; } \delta_r = \frac{\delta}{\delta_{H_2O}} \text{ densidad relativa}$$

2) Peso específico (γ): peso por unidad de volumen, depende de la gravedad.

$$\gamma = \frac{dP}{dv} = g \cdot \frac{dm}{dv} = g \cdot \delta \text{ [N/m}^3\text{], [Kgf/m}^3\text{]; } \gamma_r = \frac{\gamma}{\gamma_{H_2O}} \text{ peso específico relativo}$$

*Equivalencia:

$$\rho_r = \frac{(m_{sust}/V)}{(m_{agua}/V)} = \frac{m_{sust}}{m_{agua}} \quad \boxed{\rho_r = \gamma_r}$$

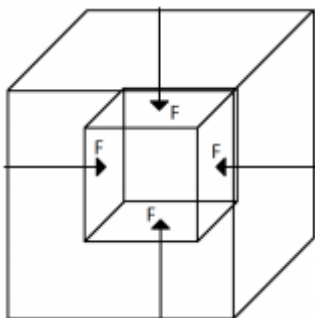
$$\gamma_r = \frac{(m_{sust}g/V)}{(m_{agua}g/V)} = \frac{m_{sust}}{m_{agua}}$$

3) Volumen específico: inverso a la densidad $v = \frac{1}{\delta}$

4) Compresibilidad:

Módulo o coeficiente de elasticidad: “Módulo de elasticidad volumétrico” → variación de la presión que produce una variación unitaria de volumen.

Los fluidos no presentan resistencia a los esfuerzos tangenciales, pero sí a la compresión → Imaginamos un pequeño cubo sumergido en el seno de una masa líquida en equilibrio. Vemos que el efecto de las fuerzas perpendiculares que la presión produce sobre sus caras es disminuir el volumen manteniendo la forma. Si el volumen inicial (fuera del líquido) era V_0 y el final V_f → variación experimentada: $\Delta V = V_f - V_0$ que es una medida de la deformación.



Si consideramos la variación relativa del volumen:

$$\Delta P = \frac{F_{\perp}}{A}; \varepsilon = -\frac{\Delta V}{V_0} \text{ deformación por compresión}$$

→ Podemos definir el módulo de elasticidad volumétrico

$$E = -\frac{\Delta P}{\varepsilon} = -\frac{\Delta P}{(\Delta V/V)} = -\Delta P \cdot \frac{V}{\Delta V} \text{ [Pa]}$$

- El recíproco de E es $C = \frac{1}{E}$ el coeficiente de compresibilidad, por lo tanto, a mayor E , menos compresible es un fluido.
- Los líquidos se consideran incompresibles
- La compresibilidad debe tenerse en cuenta ante los cambios de la T .
- La compresibilidad aumenta con la T hasta cierto punto y luego disminuye.

La compresibilidad de un gas perfecto se describe mediante la Ley de los gases perfectos:

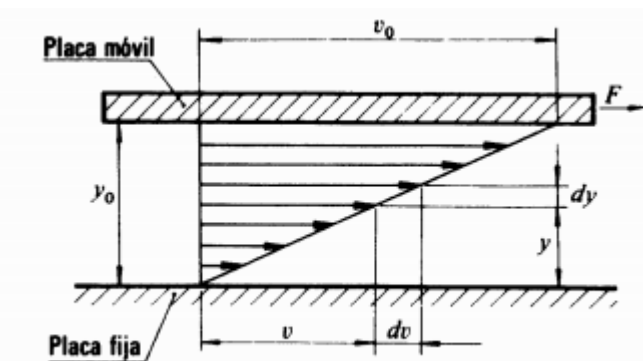
$P \cdot V^k = cte \rightarrow K = \frac{C_p}{C_v}$ para una transformación adiabática, y $K = 1$ para una transformación isotérmica

$$\begin{aligned} d(PV^{k-1}) &= 0 \\ P \cdot k \cdot V^{k-1} \cdot dV + V^k dP &= 0 \\ dP &= -P \cdot k \cdot \frac{V^{k-1}}{V^k} \cdot dV \\ kP &= -\frac{dP}{\frac{dV}{V}} \cdot E \end{aligned}$$

5) Viscosidad: Es la propiedad del fluido en virtud de la cual ésta ofrece resistencia al movimiento produciendo esfuerzos de corte entre las capas del fluido.

El esfuerzo de corte es el cociente de la fuerza F paralela a la superficie distribuida sobre el plano de la superficie A de la cara respectiva y dicha superficie. $\tau = \frac{F_{\parallel}}{A}$

Consideramos la siguiente experiencia \rightarrow colocamos dos placas separadas una distancia y_0 , entre las dos se coloca un fluido (por ejemplo, aceite). La placa inferior se mantiene fija y la superior se desplaza por efecto de una fuerza F a una velocidad v_0 . Por efecto de las fuerzas de adhesión la capa de líquido en contacto con cada placa. Las restantes capas de líquido tienen velocidades comprendidas entre 0 y v_0 .



La relación entre fuerza y velocidad se conoce como ley de Newton de la viscosidad:

$$F \propto \frac{Av}{L} \rightarrow F = \mu \frac{Av}{L} \rightarrow \tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{v}{L}$$

$$\boxed{\tau = \mu \frac{dv}{dy}} \rightarrow \text{"ley de Newton de la viscosidad"}$$

Donde: $A \rightarrow$ área de la placa superior

μ = viscosidad absoluta o dinámica, factor de proporcionalidad que produce el efecto del fluido considerado, es la resistencia a la deformación de un líquido.

(v/L) = velocidad angular de la línea NM o velocidad angular de deformación del fluido.

(dv/dy) = gradiente de velocidades, relación entre la v de una capa de fluido y la v de otra capa adyacente.

Los líquidos tienen mayores fuerzas de cohesión y como estas disminuyen al $\uparrow T \rightarrow \downarrow \mu$. Un gas tiene fuerzas muy pequeñas. La mayor parte de su resistencia al esfuerzo de corte es el resultado de la transferencia de cantidad de movimiento molecular. Los movimientos moleculares en los gases dan lugar a un esfuerzo de corte aparente que es más importante que las fuerzas cohesivas y como los movimientos moleculares se incrementan con la temperatura, $\uparrow T \rightarrow \uparrow \mu$. Para presiones ordinarias, μ es independiente de P y depende sólo de T . Para presiones grandes, algunos aceites tienen variaciones erráticas de μ con la P . En todo fluido en reposo o en movimiento tal que no existe movimiento relativo de una capa con relación a la adyacente, no habrá esfuerzos de corte aparentes, no tendrá μ , por lo que $(dv/dy) = 0$ en todo el fluido debido a que:

$$\mu = \frac{\tau}{(dv/dy)}$$

$$[\mu] = \left[\frac{N \cdot s}{m^2} \right] = \left[\frac{kg}{m \cdot s} \right] \text{ S.I.}$$

$$[\mu] = \left[\frac{dina \cdot s}{cm^2} \right] = poise = \left[\frac{g}{cm \cdot s} \right] \text{ C. G. S.}$$

Para los aceites lubricantes es común utilizar una escala de viscosidades arbitraria establecida por SAE:

- SAE 10 → 160-220
- SAE 20 → 230-300
- SAE 30 → 300-430

A medida que disminuye el SAE, los aceites son más livianos.

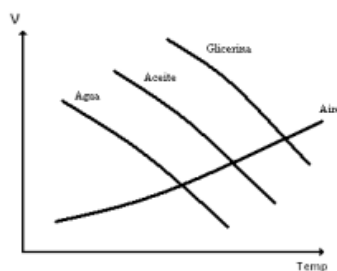
Además, podemos definir:

- Viscosidad cinemática: al cociente entre la viscosidad absoluta y la densidad

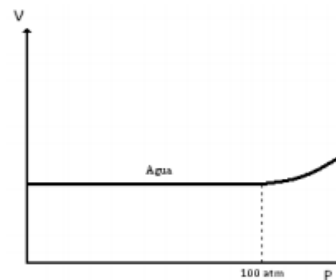
$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

$$[\nu] = \left[\frac{poise \cdot cm^3}{g} \right] = stoke = \left[\frac{cm^2}{s} \right] \text{ C. G. S.}$$

$$[\nu] = \left[\frac{m^2}{s} \right] = 10^4 stoke \text{ S.I.}$$



Líquidos: si $\uparrow T \rightarrow \downarrow \mu$
en comparación con la $T \rightarrow \nu = f(T)$.
Gases: si $\uparrow T \rightarrow \uparrow \mu$



La presión tiene poca influencia en ν

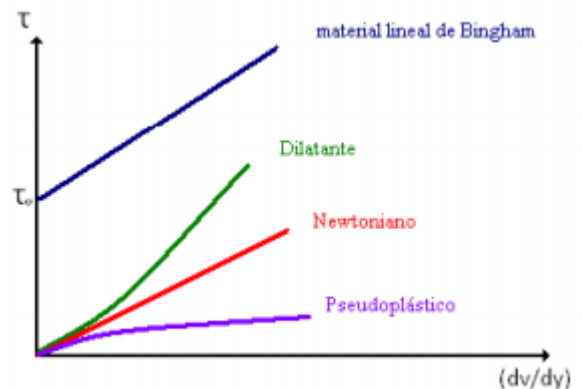
- Índice de viscosidad: Es la medida de cuanto cambia la viscosidad con la temperatura. Un alto índice indica poca variación de la viscosidad con la temperatura.

➤ Clasificación de los fluidos según su viscosidad:

- Fluidos newtonianos: cumplen con la ley de Newton, relación lineal entre τ y (dv/dy) a $\mu = cte.$ a P y T constantes (agua, aceite, gasolina, glicerina en altas concentraciones).
- Fluidos no newtonianos: no cumple con la definición de fluido, para deformarlo de una manera continua, debe sobrepasarse un τ inicial.
- Fluidos Bingham: necesita un esfuerzo inicial para que fluya (chocolate, aderezos, pintura, pasta de dientes)

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{dv}{dy}$$

(chocolate, aderezos, pintura, pasta de dientes)



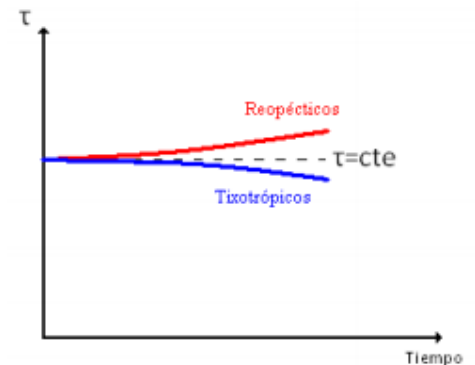
- Dilatante: aumentan la viscosidad a medida que aumenta el esfuerzo de corte (dióxido de titanio, arena movediza, almidón de maíz y agua).

- Pseudoplásticos: decrece la viscosidad a medida que aumenta la velocidad de cizalla (plasma sanguíneo, lodo de perforación, polietileno fundido).

Todos cumplen con la ley de las potencias:

$$\tau = \mu_{ap} \left(\frac{dv}{dy} \right)^n$$

Además, hay otro tipo de fluidos que dependen del tiempo, si la viscosidad aparente se incrementa con la duración del esfuerzo aplicado, se denominan fluidos reopécticos, en cambio, si la viscosidad aparente decrece con la duración del esfuerzo aplicado, se denominan tixotrópicos. Los gases y líquidos ligeros se aproximan a los fluidos newtonianos, mientras que los líquidos pesados y los gases en las cercanías de sus puntos críticos no son newtonianos. Fluido ideal \rightarrow sin viscosidad e incompresible ($\mu=0$ y $\tau=0$)



6) Tensión superficial e interfacial:

Tensión superficial \rightarrow tendencia de un líquido a exponer una mínima superficie libre.

Tensión interfacial \rightarrow tendencia similar que existe entre dos líquidos en contacto.

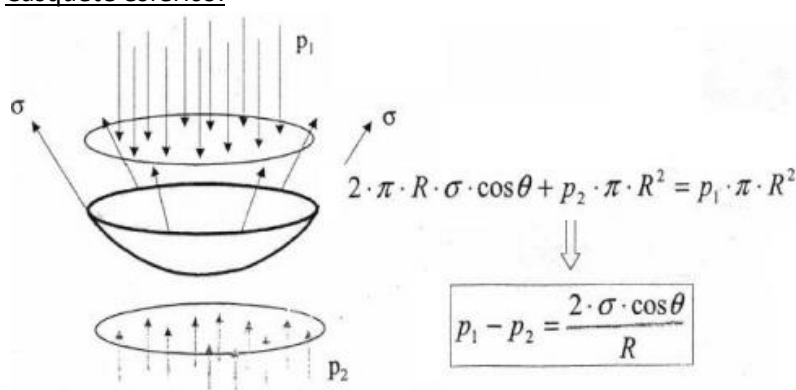
La tensión superficial mide las fuerzas internas que hay que vencer para poder expandir el área superficial de un líquido, es la energía necesaria para crear una nueva área superficial, trasladando las moléculas de la masa líquida a la superficie de la misma.

A mayor tensión superficial, mayor es la energía necesaria para transformar las moléculas interiores del líquido a moléculas superficiales. El agua tiene una alta tensión superficial, por los puentes de hidrógeno.

Se define **coeficiente de tensión superficial** al cociente entre la energía necesaria para modificar la superficie del líquido y el área: $\sigma = \frac{\text{energía}}{\text{Área}}$ [N/m]

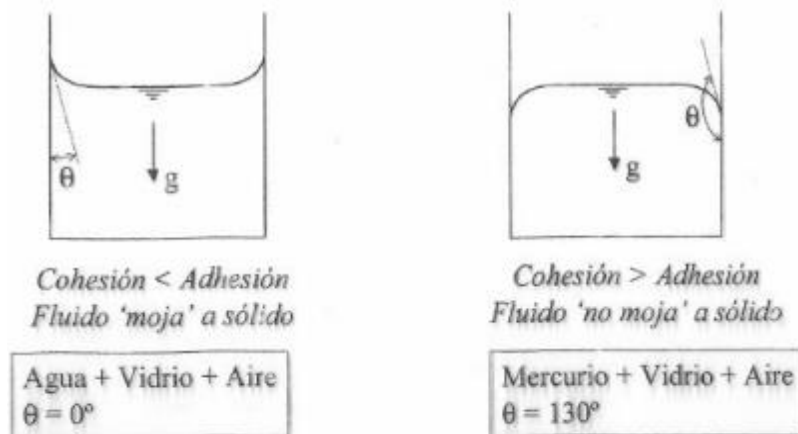
- Cohesión \rightarrow fuerzas atractivas entre moléculas del mismo tipo, éstas hacen que la fuerza resultante en el seno de un líquido sea nula.
- Adhesión \rightarrow fuerzas atractivas entre moléculas diferentes.

➤ Casquete esférico:



- **Capilaridad:** propiedad de los líquidos que depende de su tensión superficial la cual, a su vez, depende de la cohesión del líquido y que le confiere la capacidad de subir o bajar por un tubo capilar. Cuando un líquido sube por un tubo capilar, es debido a que la cohesión intermolecular entre sus moléculas es menor que la adhesión del líquido con el material del tubo; es decir, es un líquido que moja. El líquido sigue subiendo hasta que la tensión superficial es equilibrada por el peso del líquido que llena el tubo. Sin embargo, cuando la cohesión entre las moléculas de un líquido es más potente que la adhesión al capilar, como el caso del mercurio, la tensión superficial hace que el líquido descienda a un nivel inferior y su superficie es convexa.

- Ángulo de contacto: efecto macroscópico de la diferencia de fuerzas de cohesión molecular entre las partículas de distintos fluidos y sólidos



- Ascenso/descenso capilar:

$$\left. \begin{array}{l} F_\sigma \approx \sigma \cdot L_c \\ F_g \approx \rho \cdot L_c^3 \cdot g \end{array} \right\} \rightarrow \frac{F_\sigma}{F_g} \approx \frac{\sigma}{\rho \cdot L_c^2 \cdot g} \left\{ \begin{array}{l} \ll 1 \rightarrow \text{Contorno} \\ \geq 1 \rightarrow \text{Ascenso / Descenso} \end{array} \right.$$

$$2 \cdot \pi \cdot R \cdot \sigma \cdot \cos \theta = \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h \cdot g$$

$$h = \frac{2 \cdot \sigma \cdot \cos \theta}{\rho \cdot g \cdot R}$$

7) Tensión de Vapor: Se puede decir que la presión de vapor es la presión de ebullición de un líquido a una dada temperatura. Todo líquido tiende a evaporarse, lo cual ocurre cuando el líquido proyecta moléculas al espacio por encima de su superficie. Si es un espacio restringido la presión parcial ejercida por las moléculas aumenta hasta que la frecuencia a que las moléculas que salen del líquido es similar a las que regresan al líquido (equilibrio dinámico). Para esta condición de equilibrio, la presión del vapor se conoce como presión de vapor de saturación.

Medición de la viscosidad

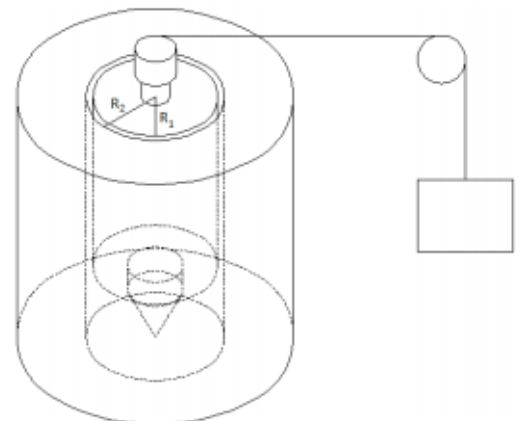
- 1- Usando la ley de Newton de la viscosidad.
- 2- Usando la ecuación de Hagen – Poiseuille.
- 3- 3- Por métodos que requieren calibrado en el fluido de viscosidad conocida.

Viscosímetro de Stormer

El cilindro interior gira movido por un sistema de engranajes y una serie de pesas, alcanzando una $\omega = \text{cte.}$ con respecto al exterior estacionario, se determina (dv/dy) . Midiendo el par sobre el cilindro interior, se puede deducir τ .

Un líquido llena el espacio entre los cilindros y las capas superiores se desplazarán con menor velocidad, retrasándose respecto de las inferiores. Considerando $(R_2 - R_1)$ pequeño, los lugares de $v = \text{cte.}$ son planos.

El gradiente (dv/dy) mide la variación de v entre dos capas a lo largo de la normal de las mismas. Sobre una superficie elemental A que



separa dos capas sucesivas, surge una fuerza de frotamiento F que da origen al esfuerzo de corte (F/A) y que debe ser suministrado por cierto movimiento externo aplicado al cilindro interior. Condiciones: flujo laminar, temperatura constante, velocidad angular regulada.

R_1 : radio cilindro interno.

T : momento

R_2 : radio cilindro externo.

τ : esf. de corte

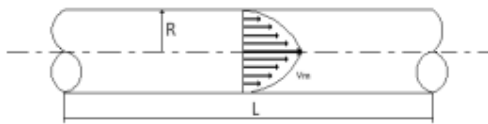
$T_{aplicado} = T_{resistente} \rightarrow Si \ T_{res} = F \cdot r \quad y \quad F = \tau A \rightarrow T = \tau A r ; \tau = -\mu \cdot \frac{dv}{dr} ; A = 2\pi r L$

$$\rightarrow T = -\mu \cdot \frac{dv}{dr} \cdot \frac{2\pi r L}{A} \cdot r = -2\pi L \mu \frac{r^2}{dr} dv$$

$$\int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -\frac{2\pi\mu}{T} \int_v^0 dv \rightarrow \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{2\pi\mu L v}{T} ; v = \omega r_1 = \frac{2\pi}{60} \cdot n \cdot r_1$$

$$\mu = \frac{T}{2\pi L \omega r_1} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \frac{T}{2\pi L \omega r_1^2} \cdot \frac{(r_2 - r_1)}{r_2} = \frac{15T}{\pi^2 L n r_1^2} \frac{(r_2 - r_1)}{r_2}$$

Viscosímetros



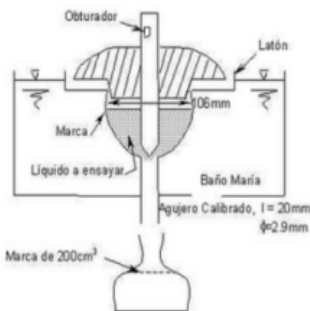
Basados en la ecuación de Hagen – Poiseuille que da la velocidad media (régimen laminar) de un fluido que circula por una cañería.

$$\Delta P = \frac{v_m \cdot 32\mu \cdot L}{D^2} \rightarrow v_m = \frac{\Delta P \cdot R^2}{8 \cdot \mu \cdot L}$$

$$Q = v_m \cdot A = v_m \cdot \pi \cdot R^2 = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot R^4}{8 \cdot \mu \cdot L} \quad caudal = \frac{Vol}{T_{po}} = \frac{V_0}{T} = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot R^4}{8 \cdot \mu \cdot L} \rightarrow \mu = \left(\frac{\Delta P \cdot \pi \cdot R^4}{8 \cdot V_0 \cdot L}\right) T = kT$$

“Estos sistemas miden tiempos de escurrimiento”.

Viscosímetro Engler



$$\mu (^{\circ}E) = \frac{\text{tiempo de escurrimiento de } 200 \text{ cm}^3 \text{ de fluido}}{\text{tiempo de escurrimiento de } 200 \text{ cm}^3 \text{ de agua a } 20^{\circ}\text{C}}$$

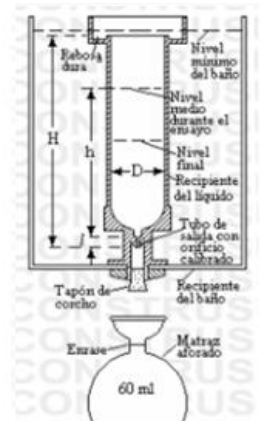
El recipiente se llena del líquido cuya viscosidad se quiere medir hasta una señal y se mantiene a una $T = \text{cte.}$ en baño maría, a continuación se levanta el obturador y se cronometra el tiempo necesario para evacuar 200 cm^3 de líquido. El agua tarda 45.51 segundos aproximadamente.

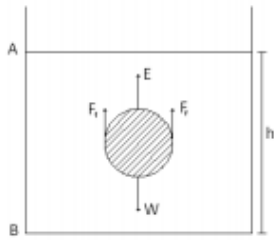
$$v = \left(0.0731 \cdot ^{\circ}E - \frac{0.0631}{^{\circ}E}\right) \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}\right]$$

Viscosímetro de Saybolt: toma el tiempo en segundos que tardan en transcurrir 60 ml del fluido sometido al ensayo a una temperatura determinada y por un orificio de dimensiones preferidas.

Los viscosímetros capilares se basan en la ecuación de Hagen – Poiseuille

$$Q = \frac{\Delta P \cdot \pi \cdot R^4}{8 \cdot \mu \cdot L} \quad \frac{\Delta P}{\gamma} = f \frac{Lv^2}{D \cdot 2g} \quad f = \text{factor de fricción de la cañería.}$$



Viscosímetro Rewood (Ley de Stokes)

Se mide el tiempo que la bolita tarda en pasar entre las marcas A y B, el cual es una medida de la viscosidad.

$$W = \text{peso} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{esf} g ; E = \text{empuje} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{liq} g ; F_f = \text{fza. de fricción} \\ = 6\pi\mu r v_T = 6\pi\mu r \frac{h}{t}$$

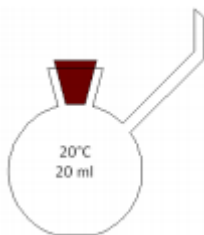
$$W - E - F_f = 0 \rightarrow \frac{4}{3}\pi r^3 g (\rho_{esf} - \rho_{liq}) = 6\pi\mu r \frac{h}{t}$$

$$\rightarrow \mu = \frac{2 \cdot g \cdot r^2 (\rho_{esf} - \rho_{liq}) \cdot t}{9 \cdot h}$$

Viscosidad de mezclas y suspensiones

-gases: $\frac{mM_{me}}{\mu_m} = \frac{y_i mM_i}{\mu_i}$

-líquidos ideales: $\log \mu_m = \sum x_i \log \mu_i$

Medición de la densidadPicnómetro

Recipiente que tiene un tubo capilar y un tapón esmerilado que permite a la T del ensayo sacar el exceso de fluido por el tubo capilar. Se utiliza para determinar densidad y peso específico relativos.

A 20°C tiene 20 ml.

Densímetro o Hidrómetro

Regidos por la norma ASTM, es un instrumento que se sumerge en una probeta que tiene un lastre. Se lo hace girar con un movimiento circular al densímetro de manera que quede bien centrado y no toque las paredes de la probeta.

Se basan en el principio de Arquímedes en el cual un cuerpo sumergido en el seno de un fluido recibe una fuerza de abajo hacia arriba igual al peso del líquido desplazado. Al colocar el densímetro en el fluido problema, este va a hundirse una profundidad que depende de la densidad del fluido.

$$\text{En equilibrio } W=E; E=mg=\delta_{liq} \cdot V \cdot g = \delta_{liq} \cdot A \cdot h \cdot g; W = \delta_{liq} \cdot A \cdot h \cdot g = \gamma_{liq} \cdot A \cdot h$$

Balanza de Mohr

Se sumerge una pesa de volumen y peso conocidos en el líquido suspendidos en un brazo de balanza equilibrado. La desviación del brazo y el peso aplicado para volver al equilibrio es el peso del líquido desalojado. Se procede de idéntica manera que el picnómetro

Densidad de mezclas líquidas

-ideal: no reducen su volumen al mezclarse $\frac{1}{\delta_m} = \sum \left(\frac{x_i}{\delta_i} \right)$

Densidad de gases

-ideales: $PV=nRT=\frac{m}{mM}RT$

$$\delta = \frac{m}{v} = \frac{P \cdot mM}{RT}$$

-reales:

$$\left. \begin{array}{l} P_c = \sum P_{ci} Y_i \\ T_c = \sum T_{ci} Y_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} P_r = P_m / P_c \\ T_r = T_m / T_c \end{array} \quad \Rightarrow \quad Z \text{ de la mezcla} \quad \Rightarrow \quad PV = ZnRT$$

Clasificación de los fluidos

Gases ideales: Satisfacen la ley de los gases ideales $PV=nRT$ y tienen calores específicos constantes y satisfacen con $U=f(T)$ (energía interna):

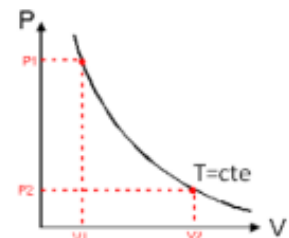
$$c = \frac{Q}{\Delta T} \text{ donde } C = \frac{m \cdot Q}{\Delta T} \text{ es la capacidad calorífica del fluido}$$

Deben cumplir también:

- Ley de Boyle: a $T=\text{cte.}$, $Pv=\text{cte.}$ ya que $Pv=RT$
- Ley de Charles – Gay Lussac: a $P=\text{cte.}$, el volumen de una masa de gas varía con la temperatura, esta variación es lineal.

Hay diferencia entre un fluido ideal y un gas ideal:

- Fluido ideal: no tiene rozamiento y es incompresible.
- Gas ideal: tiene viscosidad, puede desarrollar esfuerzos de corte y es compresible.



Gases reales: Tienden a comportarse como ideales a presiones bajas y altas temperaturas, a medida que se alejan del punto crítico.



En el P_c una sustancia tiene composición química homogénea e invariable. Los estados del líquido saturado y vapor saturado son iguales.

Líquidos: no soportan esfuerzos de tracción porque se evaporan. No existen relaciones universales.