

# Semejanza dinámica

## Pasos a seguir

- 1) Visualice el problema físico, considere los factores que tienen influencia. Haga una lista y cuente las  $n$  variables
- 2) Haga una lista con las dimensiones primarias de cada uno de los  $n$  parámetros
- 3) Establezca la reducción  $m$  como el número de dimensiones primarias. Si en algún paso subsecuente el análisis no funciona tome un  $m$  menor en una unidad.  
Calcular  $k = n - m$ , donde  $K$  es el número esperado de grupos PI adimensionales.
- 4) Seleccione un grupo de  $m$  variables que no puedan formar grupo adimensional (ver tabla 7.3 Çengel), para usar como variables primarias de repetición. Forme los grupos PI multiplicando los productos de las variables primarias, con exponentes desconocidos, por cada una de las variables restantes, una por una.
- 5) Igualar los exponentes de cada dimensión en ambos lados de cada ecuación PI, así halle los exponentes y las formas de los grupos adimensionales.
- 6) Reorganice los grupos PI como desee. El teorema Pi no predice la forma funcional de  $f_1(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_{k..}) = 0$  o  $\Pi_2 = f_2(\Pi_1, \Pi_3, \Pi_{k..})$ , estas relaciones se deben determinar experimentalmente. (ver tabla 7.4 Çengel)

## I. Parámetros importantes

Parameter	Definition	Qualitative ratio of effects	Importance
Reynolds number	$Re = \frac{\rho UL}{\mu}$	$\frac{\text{Inertia}}{\text{Viscosity}}$	Always
Mach number	$Ma = \frac{U}{a}$	$\frac{\text{Flow speed}}{\text{Sound speed}}$	Compressible flow
Froude number	$Fr = \frac{U^2}{gL}$	$\frac{\text{Inertia}}{\text{Gravity}}$	Free-surface flow
Weber number	$We = \frac{\rho U^2 L}{Y}$	$\frac{\text{Inertia}}{\text{Surface tension}}$	Free-surface flow
Cavitation number (Euler number)	$Ca = \frac{p - p_v}{\rho U^2}$	$\frac{\text{Pressure}}{\text{Inertia}}$	Cavitation
Prandtl number	$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$	$\frac{\text{Dissipation}}{\text{Conduction}}$	Heat convection
Eckert number	$Ec = \frac{U^2}{c_p T_0}$	$\frac{\text{Kinetic energy}}{\text{Enthalpy}}$	Dissipation
Specific-heat ratio	$k = \frac{c_p}{c_v}$	$\frac{\text{Enthalpy}}{\text{Internal energy}}$	Compressible flow
Strouhal number	$St = \frac{\omega L}{U}$	$\frac{\text{Oscillation}}{\text{Mean speed}}$	Oscillating flow
Roughness ratio	$\frac{\epsilon}{L}$	$\frac{\text{Wall roughness}}{\text{Body length}}$	Turbulent, rough walls
Grashof number	$Gr = \frac{\beta \Delta T g L^3 \rho^2}{\mu^2}$	$\frac{\text{Buoyancy}}{\text{Viscosity}}$	Natural convection
Temperature ratio	$\frac{T_w}{T_0}$	$\frac{\text{Wall temperature}}{\text{Stream temperature}}$	Heat transfer
Pressure coefficient	$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U^2}$	$\frac{\text{Static pressure}}{\text{Dynamic pressure}}$	Aerodynamics, hydrodynamics
Lift coefficient	$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho U^2 A}$	$\frac{\text{Lift force}}{\text{Dynamic force}}$	Aerodynamics, hydrodynamics
Drag coefficient	$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U^2 A}$	$\frac{\text{Drag force}}{\text{Dynamic force}}$	Aerodynamics, hydrodynamics

## II. magnitudes expresadas por sus unidades

Magnitud	Simbolo	F - L - T	M - L - T
area (m <sup>2</sup> )	A	L <sup>2</sup>	L <sup>2</sup>
volumen (m <sup>3</sup> )	v	L <sup>3</sup>	L <sup>3</sup>
velocidad (m/seg)	V	LT <sup>-1</sup>	LT <sup>-1</sup>
aceleración (m/seg <sup>2</sup> )	a	LT <sup>-2</sup>	LT <sup>-2</sup>
velocidad angular (rad/seg)	$\omega$	T <sup>-1</sup>	T <sup>-1</sup>
fuerza (Kg m/seg <sup>2</sup> )	F	F	M L T <sup>-2</sup>
masa (Kg)	M	F L <sup>-1</sup> T <sup>2</sup>	M
peso especifico (Kg/m <sup>3</sup> )	w	F L <sup>-3</sup>	M L <sup>-2</sup> L <sup>-2</sup>
densidad (Kg seg <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> )	$\rho$	F T <sup>2</sup> L <sup>-4</sup>	M L <sup>-3</sup>
presion (Kg/seg <sup>2</sup> .m)	p	F L <sup>-2</sup>	M L <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>
viscosidad (Kg /seg m)	$\mu$	F T L <sup>-2</sup>	M L <sup>-1</sup> T <sup>-1</sup>
modulo de elasticidad (Kg/seg <sup>2</sup> m)	E	F L <sup>-2</sup>	M L <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>
potencia(Kg/seg <sup>2</sup> m)	P	F L T <sup>-1</sup>	M L <sup>2</sup> T <sup>-3</sup>
caudal(m <sup>3</sup> /seg)	Q	L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup>	L <sup>3</sup> T <sup>-1</sup>
tension cortante (Kg/seg <sup>2</sup> m)	$\tau$	F L <sup>-2</sup>	M L <sup>-1</sup> T <sup>-2</sup>
tension superficial (Kg/seg <sup>2</sup> )	$\sigma$	F L <sup>-1</sup>	M T <sup>-2</sup>
peso (Kg m/seg <sup>2</sup> )	W	F	M L T <sup>-2</sup>

💡 Acá hay que mirar en la última columna

Cantidad de  $\pi$  a calcular

$$K = n - j$$

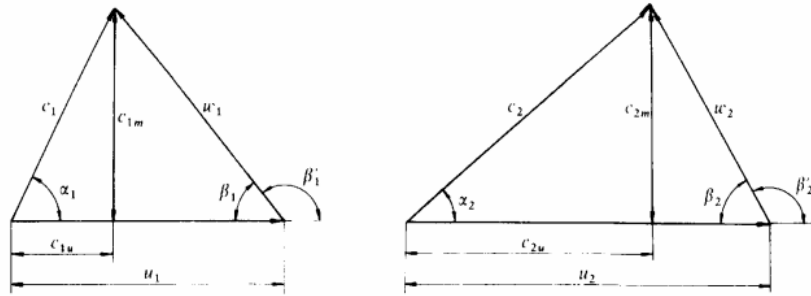
- $n$  : cantidad de variables, incluída la función
- $j$  : cantidad de variables primarias (3)

## Bombas

### Consideraciones iniciales

💡 Entrada radial:  $\alpha_1 = \pi/2$   
En otro caso te tienen que dar el ángulo

## Trazo de los triángulos



💡 De acá hay que tener los ángulos y  $cm_1$ , luego lo demás se obtiene por relaciones trigonométricas

## Caudal

$$Q = cm_1.A_1 = cm_1.\pi.D_1.b_1$$

$$Q = cm_1.A_2 = cm_2.\pi.D_2.b_2$$

$$\begin{aligned} Q &[m^3/s] \\ cm_1 &[m/s] \\ A_1 &[m^2] \\ D_1 &[m] \\ b_1 &[m] \end{aligned}$$

## Relación entre la velocidad lineal y la velocidad angular

$$u_1 = \omega.R_1 = \frac{2\pi n}{60} R_1$$

$$u_2 = \omega.R_2 = \frac{2\pi n}{60} R_2$$

💡 Acá las velocidades  $u$  van en  $[m/s]$  y las velocidades angulares van  $n$  en  $rpm$  y  $\omega$  en  $rad/s$ . Los radios van en  $[m]$

## Altura de la bomba

💡 Para calcular la altura de la bomba existen 3 casos, que dependen de el ángulo  $\alpha_1$

1.  $\alpha_1 < 90^\circ$

$$H_T = \frac{cu_2.u_2 - cu_1.u_1}{g}$$

2.  $\alpha_1 = 90^\circ$

$$H_t = \frac{cu_2.u_2}{g}$$

💡 En este caso  $cu_1 = 0$  y  $c_1 = cm_1$

3.  $\alpha_1 > 90^\circ$

$$H_t = \frac{cu_2.u_2 + cu_1.u_1}{g}$$

## Potencia $N$

$$N = \frac{\gamma.Q.H_t}{\eta} = \frac{\rho.g.Q.H_t}{\eta}$$

💡 En caso de que no me digan nada,  $\eta = 1$  y no se pone

## Altura dinámica

$$H_d = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2g}$$

💡 Algunas de las velocidades  $c_1$  o  $c_2$  hay que calcularlas por relaciones trigonométricas o pitágoras

## Grado de reacción

$$GR = \frac{H_p}{H_t} = \frac{H_t - H_d}{H_t}$$

$$H_t = H_d + H_p$$

## Ecuaciones de semejanza

💡 Cuando calculamos la altura, potencia o un caudal para una bomba que funciona a cierta velocidad angular [rpm] y queremos calcular esos mismos datos a una velocidad angular diferente, recurrimos a las **ecuaciones de semejanza**

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{n_1 D_1^3}{n_2 D_2^3}$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{n_1^2 D_1^2}{n_2^2 D_2^2}$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{n_1^3 D_1^5}{n_2^3 D_2^5}$$

## Bernoulli

$$\frac{P_1}{\rho \cdot g} + Z_1 + \frac{V_1^2}{2g} + h_{m(bomba)} = \frac{P_2}{\rho \cdot g} + Z_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_{p(pérdidas)}$$

## Ecuacion de Darcy

$$h_p = f \cdot \frac{L_{total}}{D} \frac{V^2}{2g}, \text{ y a la vez, } V^2 = \frac{Q^2}{A^2}$$

## Curva característica

💡 En la curva característica se busca expresar  $h_m$  [m] en función de  $Q$  [m<sup>3</sup>/s] y se grafica para diferentes caudales

## Altura manométrica

$$H_m = H_p + \Delta Z, \text{ y a veces, } \Delta e = H_p$$

## Cavitación

Se produce cavitación cuando se cumple

$$\frac{P_x}{\gamma} = \frac{P_v}{\gamma}$$

## Altura máxima de succión

$$H_s = \frac{P_a}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} - \frac{V_e^2}{2g} - h_{pa} - \Delta h$$

## ANPA Disponible

$$ANPAD = \frac{P_a - P_v}{\gamma} \pm H_s - H_{pa}$$

💡  $H_s$  positivo si el depósito de aspiración está por encima de la bomba

$H_s$  negativo si el depósito de aspiración está por debajo de la bomba

Se debe cumplir que  $ANPAD > ANPADR$

para la altura mínima  $ANPAr = ANPA_d$