FLUJO EN CONDUCTOS CERRADOS

DESARROLLO

ECUACIÓN DE DARCY-WEISBACH

DIAGRAMA DE MOODY

RADIO HIDRÁULICO

LONGITUD EQUIVALENTE

TUBERÍAS EN SERIE Y PARALELO

ENVEJECIMIENTO

CAVITACIÓN

SE ANALIZAN:

FLUJOS INTERNOS

EN TUBERÍAS COMPLETAMENTE LLENAS

FLUIDOS INCOMPRESIBLES Y VISCOSOS. FLUIDOS COMPRESIBLES

PÉRDIDAS PRIMARIAS ORIGINADAS POR ROZAMIENTOS VISCOSOS

PÉRDIDAS SECUNDARIAS DEBIDAS A LAS FORMAS Y ACCESORIOS

REGIMEN LAMINAR O TURBULENTO

ECUACIÓN DE DARCY - WEISBACH

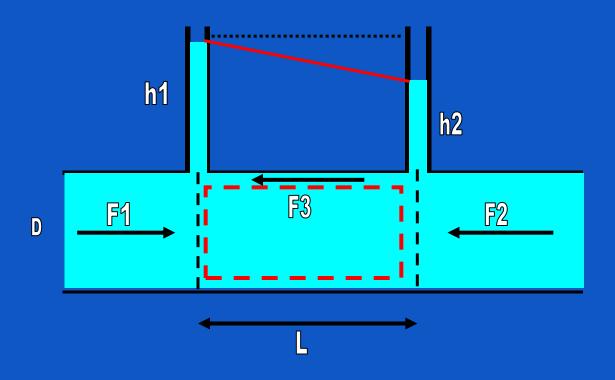
CONSIDERACIONES:

TUBERÍAS CIRCULARES
TOTALMENTE LLENAS
FLUIDOS VISCOSOS
INCOMPRESIBLES
FLUJO ISOTÉRMICO

FUERZAS ACTUANTES DEBIDAS A:

LA PRESIÓN: F1 Y F2

LA VISCOSIDAD: F3



$$F_1 = P_1 \pi D^2/4$$

$$F_2 = P_2 \pi D^2/4$$

$$F_3 = \tau \pi D L$$

PARA UN REGIMEN DE CORRIENTE QUE ALCANZÓ UNA V= CTE, LA SUMA DE LAS FUERZAS ACTUANTES EN EL EQUILIBRIO ES CERO:

$$P_1 \pi D^2/4 - P_2 \pi D^2/4 - \tau \pi D L = 0$$

Rs= Cs A ρ V²/2

$$P_1 - P_2 = 4 \tau L/D$$

$$\tau$$
= Cs ρ V²/2

f = 4 Cs

$$P_1 - P_2 =$$

f L/D
$$\rho$$
 V²/2

f = COEFICIENTE DE FRICCIÓN

Cs : COEFICIENTE DE SUPERFICIE

Dividiendo por el peso específico

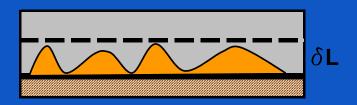
$$h1 - h2 = f \cdot L/D \cdot V^2/2g$$

ECUACIÓN DE DARCY - WEISBÂCH

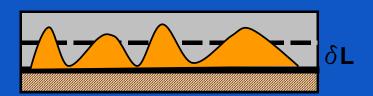
ESTAS PÉRDIDAS DE CARGA SE DENOMINAN PRIMARIAS PARA DIFERENCIARLAS DE AQUELLAS DEBIDAS A LOS CAMBIOS DE SECCIÓN Y ACCESORIOS (SECUNDARIAS)

EL COEFICIENTE DE FRICCIÓN ES FUNCIÓN DEL NÚMERO DE REYNOLDS Y DE LA RUGOSIDAD RELATIVA DE LA TUBERÍA K/D

SUBCAPA LAMINAR CUBRE LAS IRREGULARIDADES



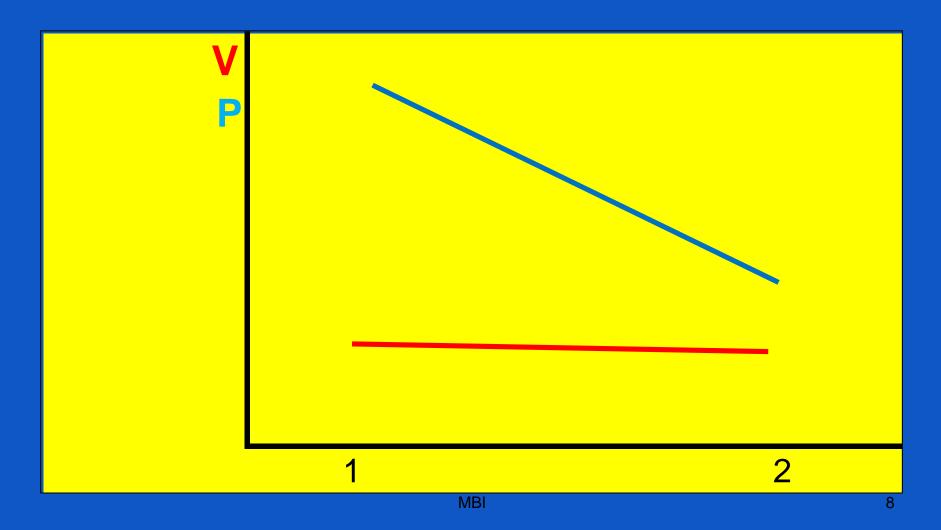
SUBCAPA LAMINAR NO CUBRE LAS IRREGULARIDADES



Cuando aumenta la velocidad, aumenta el Re y la subcapa viscosa desaparece, tiende a "volarse", dejando las imperfecciones al descubierto y originando un flujo turbulento. Es decir, una tubería rugosa a bajos Re puede comportarse como lisa.

ECUACIÓN DE DARCY WEISBACH FLUJO INCOMPRESIBLE

EN UNA TUBERÍA DE DIÁMETRO CONSTANTE LA VELOCIDAD SE MANTIENE CONSTANTE, MIENTRAS QUE LA PRESIÓN DISMINUYE LINEALMENTE



PARA RÉGIMEN TURBULENTO EL FACTOR **f** (ADIMENSIONAL) DEPENDE DE LA RUGOSIDAD RELATIVA DE LAS PAREDES DE LA TUBERÍA

EN CAÑERÍAS DE MENOR DIÁMETRO, PARA EL MISMO MATERIAL, EL EFECTO DE LA FRICCIÓN ES MAYOR, YA QUE LAS SUPERFICIES INTERNAS DE LAS TUBERÍAS COMERCIALES SON SEMEJANTES, INDEPENDIENTEMENTE DEL DIÁMETRO.

EN FLUJO TURBULENTO, ADEMÁS DE LOS ESFUERZOS CORTANTES ORIGINADOS POR LA VISCOSIDAD, EXISTEN OTROS ESFUERZOS DEBIDOS A LA TURBULENCIA PROPIA DEL RÉGIMEN

$$\tau = (\mu \text{ dV/dy} + \eta \text{ dV/dy})$$

Viscosidad de remolino

PARA FLUJO TURBULENTO EL SEGUNDO TÉRMINO PUEDE SER MUY SUPERIOR AL PRIMERO

CERCA DE UNA PARED COMPLETAMENTE LISA NO PUEDE HABER RÉGIMEN TURBULENTO, POR LO QUE EL ESFUERZO CORTANTE SE DEBE PRINCIPALMENTE AL FLUJO LAMINAR:

$$\tau = \mu \, dV/dy$$

A MAYOR DISTANCIA DE LA PARED EL GRADIENTE dV/dy ES PEQUEÑO PARA RÉGIMEN TURBULENTO POR LO QUE EL ESFUERZO CORTANTE VISCOSO ES DESPRECIABLE FRENTE AL TURBULENTO

$$au$$
 = η dV/dy

SUBCAPA VISCOSA EN RÉGIMEN TURBULENTO

A MAYOR VELOCIDAD (Re) Y MENOR VISCOSIDAD, EL ESPESOR DE ESTA SUBCAPA DISMINUYE, DEJANDO SIN CUBRIR LAS IRREGULARIDADES. ESTE ES EL FLUJO COMPLETAMENTE RUGOSO DONDE f ES INDEPENDIENTE DEL Re.

FLUJO COMPRESIBLE

LOS FLUIDOS COMPRESIBLES SE EXPANDEN A LO LARGO DE LA TUBERÍA CON DISMINUCIÓN DE PRESIÓN

POR LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD:

$$\rho$$
 V A = Cte

Si la sección es cte:

$$\rho V = CTE$$

$$\rho$$
1 V1 = ρ 2 V2

$$V2 = V1 \rho 1 / \rho 2$$

LA VELOCIDAD AGUAS ABAJO SE INCREMENTA, SIENDO V2 MAYOR QUE V1, INCREMENTÁNDOSE LA PÉRDIDA.

EL APORTE DE CALOR DEL MEDIO HACIA LA TUBERÍA QUE TIENDE A ENFRIARSE POR EL INCREMENTO DE LA VELOCIDAD COMPENSA ESTE EFECTO, POR LO QUE PODRÍA CONSIDERARSE ISOTÉRMICA

$$P/\rho = RT$$

$$\rho = \rho 1 \text{ P/P1}$$
 V= V1 $\rho 1/\rho 2$

$$V = V1 \rho 1/\rho 2$$

SEGÚN DARCY:

$$dP = f V^2 \rho /2d dL$$

REEMPLAZANDO E INTEGRANDO:

$$\int_{1}^{2} P dP = f/2D \rho 1 P1 V1^{2}$$

$$\int_{1}^{2} dL$$

$$P1^2 - P2^2 = f V1^2 \rho 1 P1 / 2D L$$

A ALTA PRESIÓN LOS GASES SE ALEJAN DEL COMPORTAMIENTO IDEAL POR LO QUE SE DEBE AGREGAR EL FACTOR Z:

$$P1^2 - P2^2 = Z f V1^2 \rho 1 P1 / 2D L$$

SE CALCULA CON UNA P MEDIA:

$$Pm = 2/3 (P1^2 - P2^2) / (P1^3 - P2^3)$$

EL ERROR ES:

SIENDO MAYOR CUANTO MENOR SEA P2

A LO LARGO DE LA TUBERÍA LA PRESIÓN DECRECE EN FORMA PARABÓLICA Y LA VELOCIDAD AUMENTA PAULATINAMENTE.

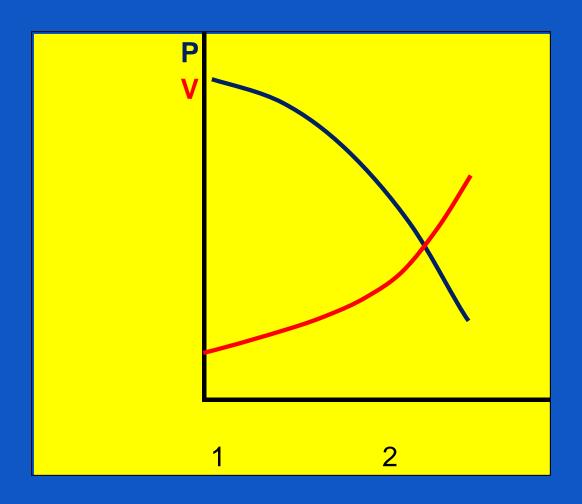


DIAGRAMA DE MOODY

NIKURADSE EXPERIMENTÓ CON GRANOS DE ARENA ADHERIDOS A LAS PAREDES DE UNA TUBERÍA

ESTABLECIÓ LA RELACIÓN ENTRE EL COEFICIENTE "f", LA RUGOSIDAD Y EL Re

A TRAVÉS DEL TIEMPO SE FUERON PERFECCIONANDO ESTAS RELACIONES HASTA LLEGAR AL DIAGRAMA DE MOODY

LA ECUACIÓN DE D-W ES APLICABLE TANTO PARA REGIMEN LAMINAR COMO PARA TURBULENTO

$$h1-h2 = f L/D V^2/2g$$

LAS PÉRDIDAS DE CARGA PARA REGIMEN LAMINAR DADAS POR LA ECUACIÓN DE HAGEN - POISUILLE SON:

$$h_1 - h_2 = 32 \mu V L / \gamma D^2$$

IGUALANDO AMBAS ECUACIONES:

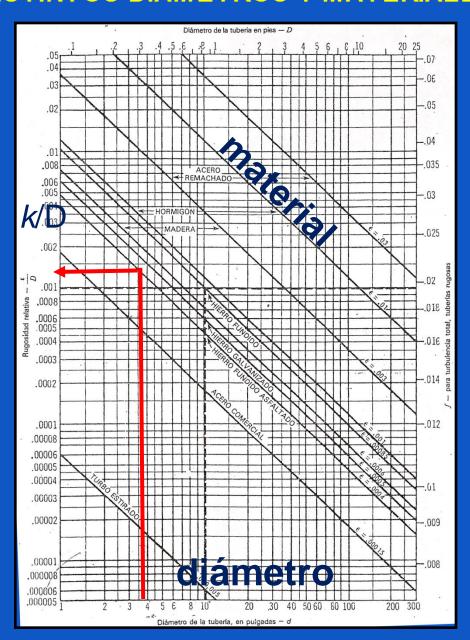
ECUACIÓN DE UNA HIPÉRBOLA EQUILÁTERA QUE EN ESCALA DOBLE LOG SE TRANSFORMA EN UNA RECTA Para Re entre 2.000 y 100.000 es de aplicación una fórmula empírica debida a Blasius:

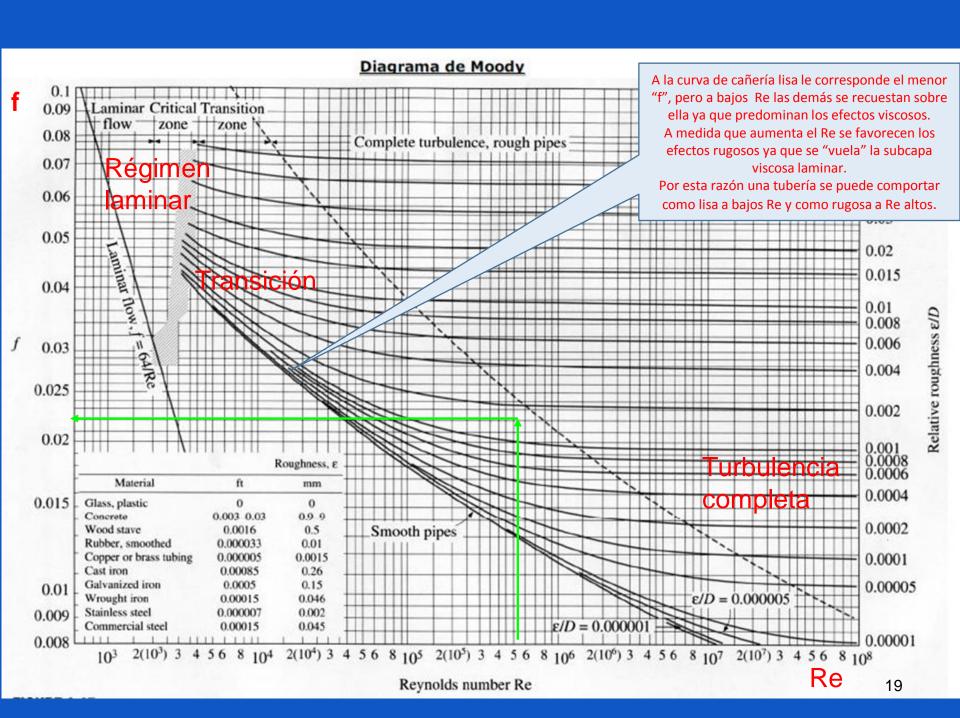
Para Re mayores a **100.000** se considera la fórmula de **Colebrook**, que realizó un balance de las fuerzas en flujo permanente y consideró la rugosidad de la cañería.

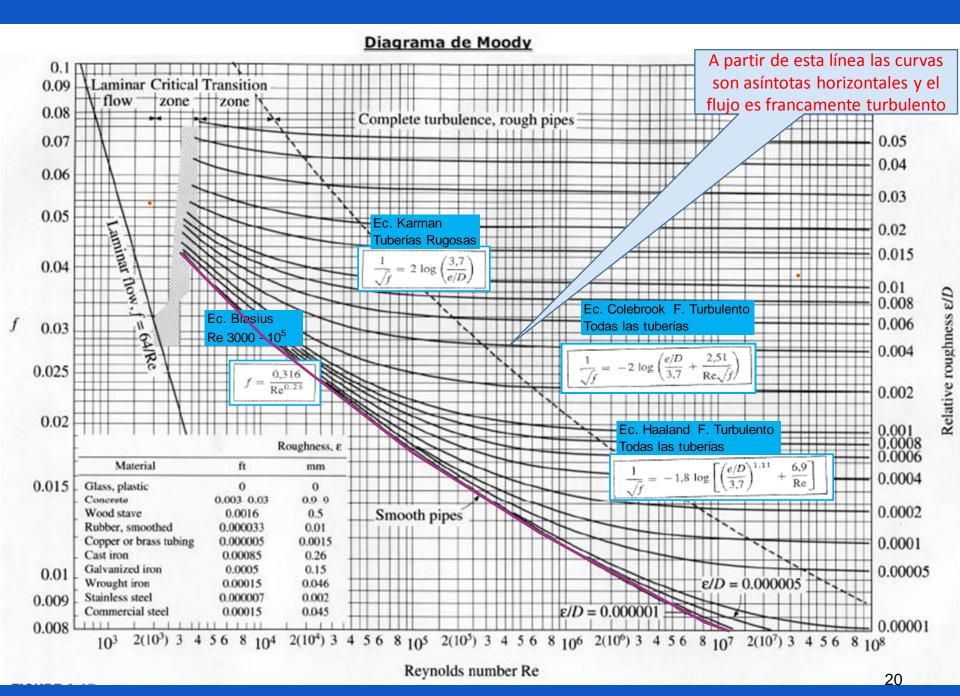
SIENDO K/D LA RUGOSIDAD RELATIVA

EL VALOR DE "f" SE VOLCÓ EN UN GRÁFICO DOBLE LOGARÍTMICO EN EL DIAGRAMA DE MOODY

EL DIAGRAMA AUXILIAR DE MOODY PERMITE CONOCER LA RUGOSIDAD RELATIVA PARA DISTINTOS DIÁMETROS Y MATERIALES



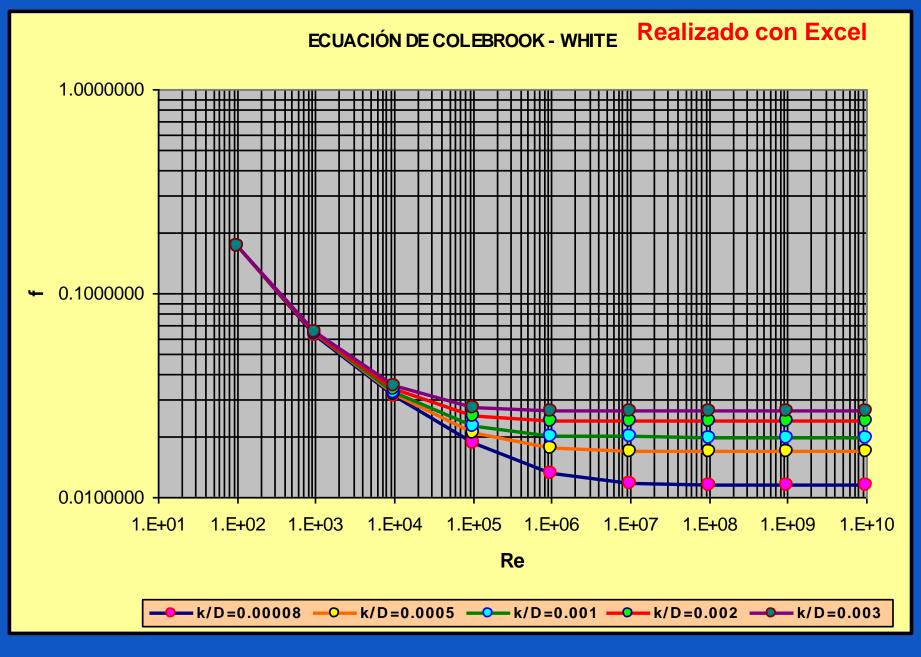




LA RESOLUCIÓN DE COLEBROOK Y WHITE PUEDE OBTENERSE MEDIANTE CÁLCULOS EN FORMA ITERATIVA EN PLANILLAS EXCEL

$$1/f^{1/2} = -2 \log (k/r / 7.4 + 2.51 / Re f^{1/2})$$

RESOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE COLEBROOK & WHITE POR MÉTODOS ITERATIVOS												
k/D=0.00008 Re		-2log(k/r/7.4+2.51/Re f1/2)	k/r / 7.4	2.51/ Re f ^{1/2}	(k/r/7.4+2.51/ Ref1/2)		1/f ^{1/2}	f1				
0.00008 0.0	0002	100	2.429311263	2.16216E-05	0.060980	0.061002	(1.214656)	2.4294988	0.1694208			
0.00008 0.0	0002	1000	3.995122875	2.16216E-05	0.010035	0.010056	(1.997561)	3.9978830	0.0625662			
0.00008 0.0	0002	10000	5.679365855	2.16216E-05	0.001425	0.001446	(2.839683)	5.6767882	0.0310309			
0.00008 0.0	0002 1	100000	7.369669881	2.16216E-05	0.000185	0.000207	(3.684835)	7.3703150	0.0184089			
0.00008 0.0	0002	1E+06	8.722702458	2.16216E-05	0.000022	0.000044	(4.361351)	8.7228520	0.0131427			
0.00008 0.0	0002	1E+07	9.241707101	2.16216E-05	0.000002	0.000024	(4.620854)	9.2414656	0.0117090			
0.00008 0.0	0002	1E+08	9.320875516	2.16216E-05	0.000000	0.000022	(4.660438)	9.3208625	0.0115103			
0.00008 0.0	0002	1E+09	9.329283313	2.16216E-05	0.000000	0.000022	(4.664642)	9.3290545	0.0114901			
0.00008 0.0	0002	1E+10	9.330129406	2.16216E-05	0.000000	0.000022	(4.665065)	9.3297196	0.0114885			



LA RUGOSIDAD PUEDE AUMENTAR CON EL TIEMPO SEGÚN:

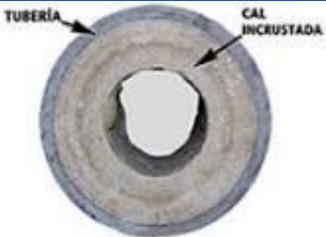
 $Kt = Ko + \alpha t$

DONDE α PUEDE EXPRESARSE EN (MM/AÑO)











RUGOSIDAD ABSOLUTA - TIEMPO

La rugosidad se incrementa con el tiempo (AÑOS DE SERVICIO) y es función de:

FIBROCEMENTO
FUNDICION
HORMIGON

Termoplásticos

PVC
POLIETILENO
(Alta y Baja Densidad)

PLASTICO

Termoestables

Poliéster
Poliéster revestido
con fibra de vidrio

2.- CALIDAD DEL AGUA

ACIDA pH < 7
NEUTRA 6 < pH < 8
BASICA ó ALCALINA pH > 7

aguas corrosivas agua potable agua difícil de tratar

"PROYECTO DE DE REDES DE DISTRIBUCION DE AGUA EN POBLACIONES", J.LIRIA MONTAÑES

MRI 54

RADIO HIDRÁULICO

SE DEFINE AL RADIO HIDRÁULICO COMO EL COCIENTE ENTRE LA SECCIÓN DE LA TUBERÍA Y EL PERÍMETRO MOJADO

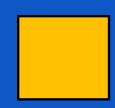
CASO DE UNA TUBERÍA CIRCULAR

Rh =
$$\pi$$
 D² / 4 π D = D / 4

PARA UNA TUBERÍA CUADRADA DE LADO "a"

$$Rh = a^2/4a = a/4$$

$$D = 4 Rh = 4 a / 4 = a$$



8

POR LO QUE PUEDE UTILIZARSE EL VALOR DE "a"

¿Cuál es el valor del Rh para una cañería rectangular llena hasta la mitad?

PÉRDIDAS SECUNDARIAS

LAS PÉRDIDAS PRIMARIAS SON DEBIDAS A LA ACCIÓN DE UN FLUIDO VISCOSO QUE CIRCULA POR UNA TUBERÍA, PERO ADEMÁS EXISTEN PÉRDIDAS SECUNDARIAS DEBIDAS A SINGULARIDADES COMO ACCESORIOS O CAMBIOS DE SECCIÓN.

$$h = K V^2 / 2g$$

DONDE LA CONSTANTE K ESTÁ TABULADA

						Cieron		:				:				: !	[] 	1 1			Αp
		90°	901	(solo	Circle	901*	Curve 90°	Gene		·	Válvala de	Vdlenia irja	Válvula de	- 77 - mie	T/ ·	77	Välmda	Salida de	Vidlanda de tetención	Villenta de	énd
Diá	imetro :	Radio lorge : 1	Radio medi	Ka Radio curtu L	13* .70	(Ut) — 1 $\frac{1}{2}$	ī RΛ) I	1 43*	A	CC	es	or	ĪO	directo	lateral .	bitained	de pie	Iuhrila	, lipo Insiana	lipa priada	lice
ınm	D pulg.	B				0	0		#						和	\$		雪		, 5	VXX
13	1/2	0.3	1.0.4	0.5	0.2	0.2	0.3	0.2	0.2	0.4	0.1	1.9	2.6	0.3	1.0	1.0	3.6	, 0.4	', 1.1	1.6	H
19	3/4	0.4	0.6	. 0.7	0.3	0.3	0.4	0.2	0.2	0.5	0.1	6.7	3.6	. 0.1	ુો.ત્	1.4	, 5.G	0.5	1.6	2.4	Longi
25	1 !	0.5	0.7	0.8	0.4	0.3	0.5	. 0.2	0.3	0.7	0.2	8.2	4.6	0.5	1.7	1.7	7.3	0.7	2.1	3:2	nd.
32	1 1/4	0.7	0.9	1.1	0.5	0.4	0.6	0.3	0.4	0.9	0.2	11.3 ,	, 5.6	0.7	2.3	2.3	10.0	0.9	2.7	4.0	. cs
38	1 1/2	0.9	1.1;	1.3	0.6	0.5	0.7	0.3	0.5	1.0	0.3	13.4	6.7	0.9	2.8	2.8	11.6	1.0	3.2	4.8	quiva
50.	, 2	1.1	1.4	1.7	0.8	0.6 i	_i ი.ძ	0.4	; 0.7 ;	1,5	0.1	17.4	8.5	1.1	3.5	3.5	14.0	. 1.5	4.2	6.4	len
63	'er	13(sk	30	O.	0.8	11	Pi	j (9)	S .9	de	2 .(1 1.0	er		[43	17.0	1 9	18	8.1	les (
75	3	1.6	2.1	2.5	1.2	1.0	1.3	0.6	1.1	· 2.2	0.5	26.0	13.0	1.6	5.2	5.2	20.0	2.2	6.3	9.7	cxp
100	1 .	2.1	2.8	3.1	1.5	1.3	1.6	b.7	1.6/;	3.2	0.7	34.0	17.0	2,1	6.7	6.7	23.0	3.2	6.4	12.9	resa
125	5((2.7)	3.7	4.2	1.9	1.6	2.1	0.9	· 2.0	4.0	0.9	43.0	. 21.0	2.7	8.4	8.4	30.0	1.0	10.4	16.1	das
150	6 .	3:1	1.3	(1.9)	2.3	1.9	2.5	1.1	2.5	5.0	1.1	51.0	26.0	3.1	10.0	10.0	39.0	5.0	12.5	19.3	. cn n
200	8 ,	4.3	5.5	[6.4	3.0	2.4	3.3	1.5	3.5	6.0	1.4	67.0	34.0	4.3	13.0	13.0	52.0	6.0	16.0	25.0	netro
250	10	75.5	j6.7	7.9	3.8	3.0	4.1	1.8	4.5	· 7.5	1.7	85.0	43.0	5. 5	16.0	16.0	65.0	7.5	20.0	82.0	os d
300	· 12	6.1	7.9	9.5	1.6	3.6	4.8	2.2	5.5	9.0	2.1	102.0	51:0	6.1	19.0	19.0	78.0	9.0	, 21.0	38.0	e tu
350	14	7.3	9.5	10.5	5.3	1.1	5.4	2.5	6.2	11.0	2.1	120.0	: 60.0	7.3	22.0	22.0	90.0	11.0	28.0	45.0	berí
* Los val	lores indic	ados pa	ra válvi	ulas tipo	globo	se apli	ican ta	mbién	a llaves	para re	egaderas	s y válviil	as o llav	res de d	lescarga _:						ате
Fuente: A	vzevedo, Al	lvarez. A	lanual c	de hidráu	lica, 11:	arla, M∂	éxico,	1975.	1.			•			,	!	•				ctilín
		!				;		İ	•				1			•					nea)

^{*} Los valores indicados para válvulas tipo globo se aplican también a llaves para regaderas y válvulas o llaves de descarga, Fuente: Azevedo, Alvarez, Manual de hidráulica, Ilaila, México, 1975.

LONGITUD EQUIVALENTE

LAS PÉRDIDAS SECUNDARIAS SE PUEDEN TRANSFORMAR EN PRIMARIAS CALCULANDO LA LONGITUD DE TRAMO RECTO QUE SE DEBERÍA AGREGAR A LA CAÑERÍA ORIGINAL PARA PRODUCIR LA MISMA PÉRDIDA DE CARGA QUE EL ACCESORIO O CAMBIO **DE SECCIÓN**



 $\Delta h = f L/D V^2 / 2g$

 $hp = K V^2 / 2g$

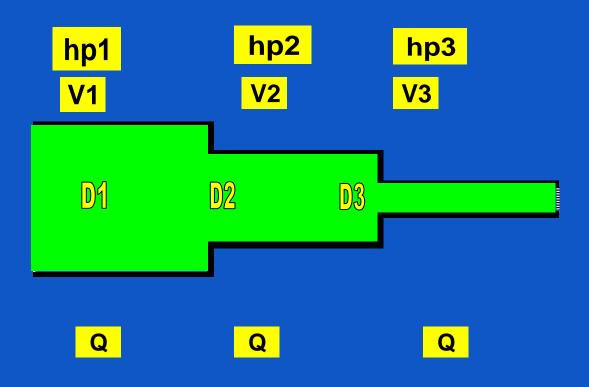
 $f L/D V 2 / 2g = K V^2 / 2g$

PÉRDIDAS PRIMARIAS

PÉRDIDAS SECUNDARIAS

AL AUMENTAR LA LONGITUD DE LA CAÑERÍA LA IMPORTANCIA DE LAS PÉRDIDAS SECUNDARIAS DISMINUYE

FLUJO EN CAÑERÍAS EN SERIE



$$Q = Q1 = Q2 = Q3 = = Q n$$

$$hp = hp1 + hp2 + hp3 + + hpn$$

$$H1 \qquad H2$$

$$Q1 = Q2 = Q$$

$$D1 \qquad D2$$

$$H = H1 + H2$$

APLICANDO LA ECUACIÓN DE DARCY - WEISBACH

$$H = f1 L1/D1 V1^2/2g + f2 L2/D2 V2^2/2g$$

$$V = 4 Q / \pi D^2$$

Velocidad en función del diámetro

$$Q = A V$$

He = f1 L1/D1 16
$$Q^2/\pi^2$$
 D1⁴ 2g + f2 L2/D2 16 Q^2/π^2 D2⁴ 2g

He = 16 Q²/
$$\pi^2$$
 2g (f1 L1/D1⁵ + f2 L2/D2⁵)

He = 16 Q²/
$$\pi^2$$
 2g (f1 L1/D1⁵ + f2 L2/D2⁵)

He = 16 Q²/
$$\pi$$
² 2g (fe Le/De⁵)

$$fe Le/De^5 = f1 L1/D1^5 + f2 L2/D2^5$$

LOS DIÁMETROS DE LAS CAÑERÍAS EN SERIE NO DEBEN TENER GRANDES VARIACIONES ENTRE SÍ

LA UNIÓN ENTRE LAS DISTINTAS CAÑERÍAS NO DEBERÍA PRESENTAR CAMBIOS BRUSCOS DE SECCIÓN

SI SE CONSIDERA QUE LAS VELOCIDADES SON ALTAS, ORIGINANDO VALORES DE REYNOLDS ELEVADOS, QUE CORRESPONDEN A REGIMEN TURBULENTO, LOS FACTORES DE FRICCIÓN SE HACEN INDEPENDIENTES DEL MISMO Y VARÍAN SOLO CON K/D

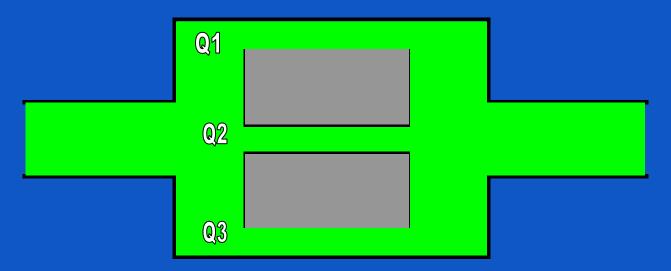
APROXIMADAMENTE

fe ≈ f1 ≈ f2

Le =
$$De^5$$
 (L1/D1⁵ + L2/ D2⁵)

UNA VEZ REDUCIDO EL SISTEMA A UNA CAÑERÍA DE UN SOLO DIÁMETRO, SE RESUELVE EL PROBLEMA EN FORMA CONVENCIONAL

FLUJO EN CAÑERÍAS EN PARALELO



Despejo Q de D-W y reemplazo en Q = Q1 + Q2

$$Q = Q1 + Q2 + Q3 + + Qn$$

$$hp = hp1 = hp2 = hp3 = = hpn$$

INIRI

H1 = H2

$$Q = Q1 + Q2$$

$$Q = A V = \pi D^2/4 V$$

$$H = f L/D V^2 / 2g$$

$$V = Q / \pi D^2/4$$

VELOCIDAD EN FUNCIÓN DEL CAUDAL

H = f L/D 16
$$Q^2$$
 / 2g π^2 D^4

Q =
$$(H D^5 \pi^2 2g / 16 f L)^0.5$$

Despejar Q

$$Q = \pi/4$$
 (2g)^0.5 (D⁵/fL)^0.5 H^0.5

 $\pi/4$ (2g)^0.5 (De⁵ / fe Le)^0.5 H^0.5 = $\pi/4$ (2g)^0.5 (D1⁵ / f1 L1)^0.5 H^0.5 + $\pi/4$ (2g)^0.5 (D2⁵ / f2 L2)^0.5 H^0.5

$$(De^5 / fe Le)^0.5 = (D1^5 / f1 L1)^0.5 + (D2^5 / f2 L2)^0.5$$

fe ≈ f1 ≈ f2

Le =
$$\{ (De^{5/2} / (D1^5 / L1)^{0.5} + (D_2^5 / L2)^{0.5} \}^2$$

UNA VEZ REDUCIDO EL SISTEMA A UNA CAÑERÍA DE UN SOLO DIÁMETRO, SE RESUELVE EL PROBLEMA EN FORMA CONVENCIONAL

PARA DOS RAMAS DE IGUAL LONGITUD

Qt = Q1 + Q2

H1 = H2

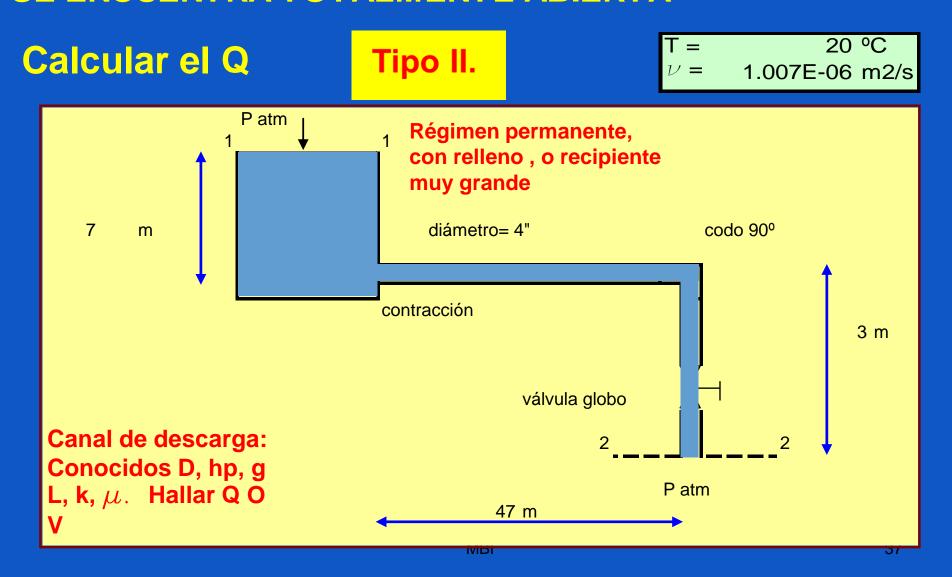
$$L1 = L2$$

16 Q1² /2g
$$\pi^2$$
 (f1 L1/D1⁵) =16 Q2² /2g π^2 (f2 L2 /D2⁵)

$$Q1^2/Q2^2 = D1^5/D2^5$$

SE PUEDE PONER Q1 EN FUNCIÓN DE Q2 Y REEMPLAZAR EN LA ECUACIÓN DE CAUDAL TOTAL, OBTENIENDO Q1 Y Q26

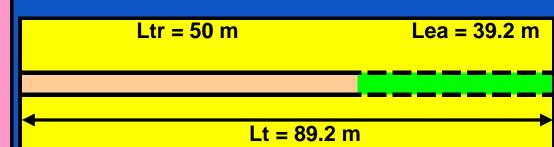
EN LA SIGUIENTE INSTALACIÓN DE ACERO COMERCIAL DE DIÁMETRO 4 PULGADAS, SE DESEA DETERMINAR EL CAUDAL DE AGUA QUE DESCARGA CUANDO LA VÁLVULA SE ENCUENTRA TOTALMENTE ABIERTA



Longitud	equivalente	y total:

Codo a 90° 3.4 m
VG 34 m
contracción 1.8 m
L equiv. accesorios: 39.2 m

Long. tramo recto: 50 m Long. total: 89.2 m



MÉTODO ITERATIVO USANDO EL DIAGRAMA DE MOODY

MÉTODO ITERATIVO USANDO LA ECUACIÓN DE COLEBROOK & WHITE

MÉTODO ITERATIVO

1) Aplicando la ec. de Bernoulli entre 1 y 2 :

$$P_1/\gamma + Z_1 + V_1^2/2g = P_2/\gamma + Z_2 + V_2^2/2g$$

$$P1 = P2 = Patm$$
 $\triangle Ec = 0$

Se simplifica considerando que la variación de energía cinética es despreciable frente a la de posición. Luego, una vez conocidas las velocidades se puede establecer el error relativo.

$$Z_1 - Z_2 = HL_{12} = 10 \text{ m}$$

2) Se busca resolver mediante una velocidad media para calcular el caudal:

Por Darcy- Weisbach:

$$HL_{12} = f L/D V^2/2g = 10 m$$

Despejando V:

$$V = (0.2248 / f)^{1/2}$$
 0.2232 0.1016

Método iterativo:

Se busca satisfacer las ecuaciones del Diagrama de Moody (Colebrook-White) y la de Darcy-Weisbach, simultáneamente, hasta converger a un valor con un error aceptable:

Incógnitas: f y V. Adopto un f, que según el Diagrama de Moody caiga en régimen turbulento, con lo que se hace independiente de Re:

Cálculo del caudal:

3.14

Q = A * V

Q = 0.02846 m3/s

Q = 1708 L/min



Ec de D-W D. de Moody(ec de C-W)



MÉTODO ITERATIVO UTILIZANDO LA ECUACIÓN DE COLEBROOK & WHITE

$$1/f^{1/2} = -2 \log (k/r / 7.4 + 2.51 / Re f^{1/2})$$

$$H_{L1-2} * D * 2 * g / Lt = 0.2232$$

$$D = 0.1016 \text{ m}$$

$$10 = f \text{ L/D V2 / 2g m}$$

$$v = 1.007E-06 \text{ m}^2 / \text{ s}$$

		Calcular	Calcular
	f	V	Re
			V D / ν
Asumir f =	0.0250000	2.99	301,500
Obtener =	0.0179159	3.53	356,153
Obtener =	0.0177067	3.55	358,251

f = V =	0.0177067 3.55	m/s
Q=	0.02877	m3/s
Q=	1,726	L/min

LA MAYORÍA DE LOS PROBLEMAS DE FLUJO EN UNA TUBERÍA ÚNICA SE PUEDEN CLASIFICAR EN ALGUNO DE LOS SIGUIENTES GRUPOS

N°	GRUPO DE PROBLEMAS	INCÓGNITAS	DATOS
1	PROBLEMAS DE PÉRDIDA DE CARGA	hp	D,Q o V,g, L, K/D
2	PROBLEMAS DE DESCARGA (Q)	QoV	D,hp,g,L,K, ν
3	PROBLEMAS DE TAMAÑO(DIMENSIÓN)	D	Q,hp,g,L,K, ν

FRANZINI

PROBLEMAS DEL TIPO 1

SI Q ES DATO, SE OBTIENE V Y SE USA LA ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

$$V = Q/A = 4 Q/\pi D^2$$

CON V SE OBTIENE Re Y CON D Y EL MATERIAL SE OBTIENE K/D EN EL DIAGRAMA AUXILIAR DE MOODY

EN EL DIAGRAMA DE MOODY $f = \Phi$ (Re, K/D)

SE APLICA LA EC. DE D-W PARA CALCULAR LA PÉRDIDA DE CARGA

$$hp = f L/D V^2/2g$$

PROBLEMAS DE TIPO 2

DEBIDO À QUE V Y fSON DESCONOCIDOS, SE IGNORA EL Nº DE REYNOLDS Y NO ES POSIBLE UNA SOLUCIÓN DIRECTA SIN EMBARGO, SE PUEDE VER EN EL DIAGRAMA DE MOODY QUE EL VALOR DE fEN LA ZONA TURBULENTA CAMBIA MUY POCO CON GRANDES VARIACIONES DE Re, PUDIENDO RESOLVERSE EL PROBLEMA

A PARTIR DE LA EC. DE D-W:

$$hp = f L/D V^2/2g$$

K = Cte

$$V = K/(f)^{1/2}$$
 $K = CONOCIDA$

$$K = (2 g D hp /L)^{1/2}$$

SUPONIENDO UN VALOR DE fmín SE OBTIENE V, SE CALCULA EL Re Y CON EL DIAGRAMA DE MOODY SE MEJORA EL VALOR DE f Y SE REPITE HASTA QUE HAYA CONVERGENCIA.

PROBLEMAS DE TIPO 3

PARA LOS PROBLEMAS DE TIPO 3 SE DESCONOCE D Y NO SE TIENEN K/D NI Re.

SOLUCIÓN:

SE REEMPLAZA V = 4 Q / π D² EN LA Ec. DE D-W, Y SE DESPEJA EL D

 $D = (f K)^{1/5}$

K = CONOCIDA

SE SUPONE f MínY SE OBTIENE D, LO QUE PERMITE SEGUIR ITERANDO COMO EN EL CASO 2

CAVITACIÓN

UN LÍQUIDO QUE CIRCULA POR UNA TUBERÍA PARA DETERMINADAS CONDICIONES DE PRESIÓN Y TEMPERATURA, PUEDE PASAR A FASE VAPOR ORIGINANDO BURBUJAS QUE SON LLEVADAS POR LA CORRIENTE

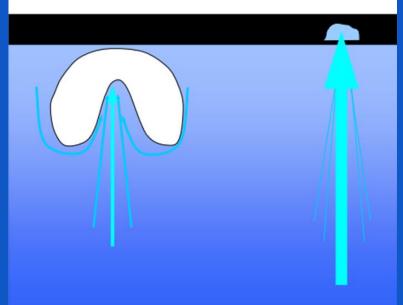
EN OTRO LUGAR DE MAYOR PRESIÓN PUEDEN SUFRIR UNA CONDENSACIÓN, DESAPARECIENDO Y PRODUCIENDO UNA "IMPLOSIÓN" QUE GENERA MUY ALTAS PRESIONES LOCALIZADAS. ESTE FENÓMENO MECÁNICO Y CÍCLICO PUEDE LLEGAR A PRODUCIR DESPRENDIMIENTOS DE MATERIAL.

SE BUSCA MEDIANTE EL DISEÑO DE LA INSTALACIÓN QUE LA PRESIÓN DE VAPOR EN NINGÚN PUNTO SEA MENOR QUE LA TENSIÓN DE VAPOR









Método Gráfico

Parte de la siguiente identidad:

$$f = f * Re^{2}/Re^{2}$$
 $f = (Re * f^{1/2})^{2} / Re^{2}$
 $f = h D 2 g / Lt V^{2}$

por ea. de D-W

Re *
$$f^{1/2}$$
 = $V D \rho / \mu$ * (h D 2 g / Lt V^2)^{1/2}

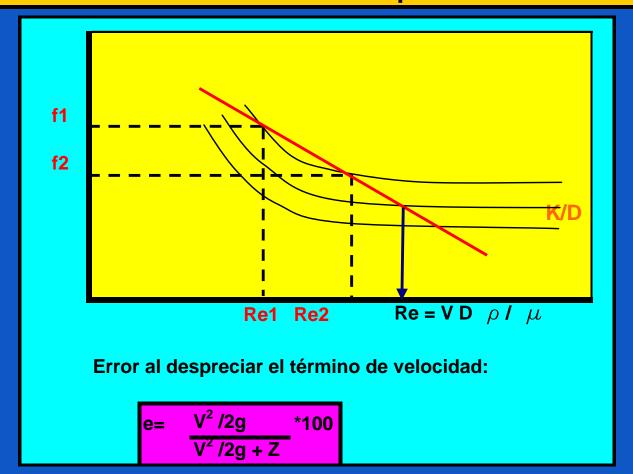
Simplificando la velocidad, el resto son datos:

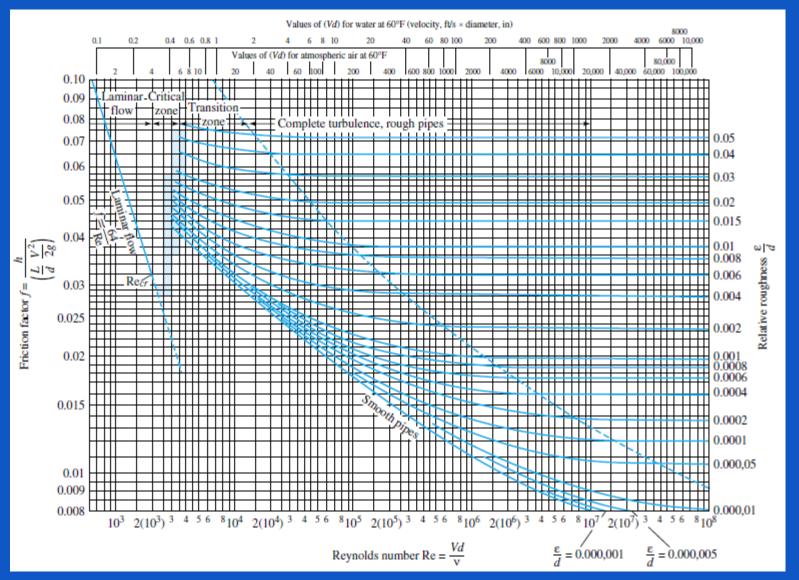
$$f = Cte / Re^2$$

Si aplicara logaritmos:

In f = In cte - 2 InRe

que es la ecuación de una recta de pendiente negativa en un gráfico doble logarítmico como el de Moody pendiente = - 2





La velocidad media de la tubería es igual a la mitad de la velocidad máxima en el eje de la misma.

En la Ec. (9-14)

$$\bar{v} = \frac{\Delta p R^2}{8L\eta} = \frac{\Delta p D^2}{32L\eta}$$

despejando la pérdida de presión, Δp , se obtiene la

ECUACION DE POISEUILLE

$$\Delta p = \frac{32\eta L\bar{c}}{D^2}$$
 (9-16)

(Pérdida de presión, régimen laminar, tuberia de sección constante)

Multiplicando y dividiendo el segundo miembro de la Ec. (9-16) por $2\rho \bar{v}g$ tendremos:

$$\Delta p = \frac{32\eta L\bar{v}}{D^2} \cdot \frac{2\rho\bar{v}g}{2\rho\bar{v}g} = \frac{64\eta}{\bar{v}D\rho} \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\bar{v}^2}{2g} \cdot \rho g$$

pero $\frac{\Delta p}{\rho g} = H_{rp}$ es la pérdida de carga primaria, luego:

$$H_{rp} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{L}{D} \cdot \frac{\tilde{r}^2}{2g} \tag{9-17}$$

donde Re = $\frac{\bar{r} D \rho}{\eta}$ - número de Reynolds.

Tres notas importantes:

1.ª La ecuación de Poiseuille [Ec. (9-16)] demuestra que

La pérdida de carga en régimen laminar en tuberias tanto lisas como rugosas es directamente proporcional a la primera potencia de la velocidad.

- 2.º En la deducción de la ecuación de Poiseuille (9-16) ó (9-17) hemos supuesto que el fluido se mueve ordenadamente en cilindros coaxiales concéntricos (véase Fig. 8-7), es decir, que el flujo es laminar. Por tanto la teoría predice y la experiencia confirma que la ecuación de Poiseuille
 - para Re < 2.000 (número de Reynolds crítico inferior) siempre es válida;
 - para Re > 2.000 solo es válida si el flujo sigue siendo laminar (el número de Reynolds crítico superior es indeterminado: véase pág. 195).
- Comparando la Ec. (9-17) con la ecuación de Darcy-Weisbach [Ec. (9-4)] se deduce el valor de λ en la

ECUACION DE POISEUILLE (valor de λ)

$$\lambda = 64/\text{Re} \tag{9-18}$$

[Coeficiente \(\lambda \) de la Ec. (9-4), flujo laminar, tuberías lisas y rugosas]

(Véanse problemas 9-2 y 9-3.)

9.4.2. Cálculo de λ en régimen turbulento y tuberías lisas: para 2.000 < Re < 100.00: fórmula de Blasius</p>

En esta sección y en la siguiente, 9.4.3, investigamos el valor de λ en régimen turbulento y tuberías lisas, para diferentes valores de Re. En esta sección hasta Re = 100,000 solamente.

Como las tuberías son lisas λ no es función de la rugosidad relativa, $\frac{k}{D}$, ya que ésta es nula (k = 0), o sea

$$\lambda = f(Re)$$

En este caso se aplica la

ECUACION DE BLASIUS

$$\lambda = \frac{0.316}{Re^{1/4}} \tag{9-19}$$

[Coeficiente \(\lambda\) de la Ec. (9-4), flujo turbulento, tuberias lisas, Re < 100.000]

Nota: El límite inferior de aplicabilidad de esta ecuación Re = 2.000 está indeterminado, ya que la aplicación de la Ec. (9-21) exige que Re < 100.000 y que el régimen sea turbulento (el número crítico superior de Reynolds es indeterminado).

Cálculo de λ en régimen turbulento y tuberías lisas: para Re > 100.000: fórmula primera de Kármán-Prandtl

Para régimen turbulento y tuberías lisas también; pero para Re > 100.000, con estudios teóricos, y ajustando los coeficientes experimentalmente, Kármán y Prandtl dedujeron la

PRIMERA ECUACION DE KÁRMÁN-PRANDTL

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log_{10}\left(\text{Re}\,\sqrt{\lambda}\right) - 0.8\tag{9-20}$$

[Coeficiente \(\lambda\) de la Ec. (9-4), flujo turbulento, tuberias lisas, Re > 100.000]

9.4.4. Cálculo de λ en régimen turbulento y tuberías rugosas

En las tuberías rugosas

— si el número de Reynolds es bajo (Re < 2.000, o Re > 2.000, pero de manera que el flujo sea laminar (véase pág. 195) la rugosidad no influye en la pérdida de carga y

$$\lambda = f(Re) \tag{9-21}$$

(Régimen laminar, Re pequeño, tuberías lisas y rugosas)

 Si el número de Reynolds es elevado por el contrario, λ deja de ser función de Re y se tiene

$$\lambda = f(k/D) \qquad (9-22).$$

(Régimen turbulento, Re elevado, tuberia rugosa)

- Si el número de Reynolds tiene un valor intermedio se tendrá en general

$$\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{k}{D}\right)$$
 (9-23)

(Régimen turbulento, Re valor intermedio, tuberia rugosa)

De este último caso nos vamos a ocupar en las dos secciones siguientes.

9.4.4.1. Tuberías de rugosidad artificial: Trabajos de Nikuradse

Nikuradse, ingeniero alemán, discípulo de Prandtl, experimentó con tuberías de rugosidad artificial obtenida con granitos de arena esféricos de diámetro k controlado exactamente con los que recubria interiormente la tubería. Como una protuberancia pequeña puede ser insignificante en una tubería grande la variable representativa del fenómeno no será k, la rugosidad absoluta, sino k/D, la rugosidad relativa. Los valores más corrientes de k/D oscilan entre 0,0333 y 0,000985 en las tuberías comerciales según la equivalencia de que hablaremos en la sección siguiente.

La rugosidad natural de las tuberías comerciales (hierro fundido, hormigón, etcétera) es naturalmente irregular. Sin embargo, la rugosidad absoluta de una tubería comercial se puede caracterizar también por un valor k que es igual al diámetro k de los granitos de arena de una tubería de rugosidad artificial que diera el mismo valor de λ para un número de Reynolds suficientemente elevado para que se cumpla la Ec. (9-25).

Los trabajos de Nikuradse sirvieron para deducir las ecuaciones que se aducen en la sección siguiente.

9.4.4.2. Tuberías comerciales o de rugosidad natural: Fórmula de Colebrook-White y fórmula segunda de Kármán-Prandtl

En las tuberías comerciales pueden ocurrir los tres casos expresados por las Ecs. (9-21), (9-22) y (9-23).

En la zona de transición [en que $\lambda = f(\text{Re y } k/D)$], se cumple la

ECUACION DE COLEBROOK-WHITE

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{k/D}{3.7} + \frac{2.51}{R\sqrt{\lambda}}\right)$$
 (9-24)

[Coeficiente λ de la Ec. (9-4), zona de transición $\lambda = f(Re, k/D)$]

La Ec. (9-24) es la fórmula universal de pérdida de carga en los conductos industriales.

Los problemas prácticos con frecuencia se encuentran en esta zona de transición.

A números de Reynolds tanto más elevados cuanto la tubería es más rugosa se cumple la

SEGUNDA ECUACION DE KÁRMÁN-PRANDTL

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log_{10}\frac{D}{2k} + 1.74 \tag{9-25}$$

[Coeficiente λ de la Ec. (9-4), flujo declaradamente turbulento, tuberias rugosas, para Re creciente al aumentar k/D]

La Ec. (9-24) en que $\lambda = f(\text{Re}, k/D)$ es asintótica tanto a la primera ecuación de Kármán-Prandtl [Ec. (9-20)], en que $\lambda = f(\text{Re})$ como a la segunda [Ec. (9-25)]. en que $\lambda = f(\text{Re}, k/D)$.

La tabla 9-1 es un resumen de todo lo dicho hasta ahora para el cálculo de \(\hat{\ell}\) en las tuberías comerciales.

Teniendo en cuenta lo dicho y observando la Ec. (9-4) (véase la Fig. 9-3) se tiene:

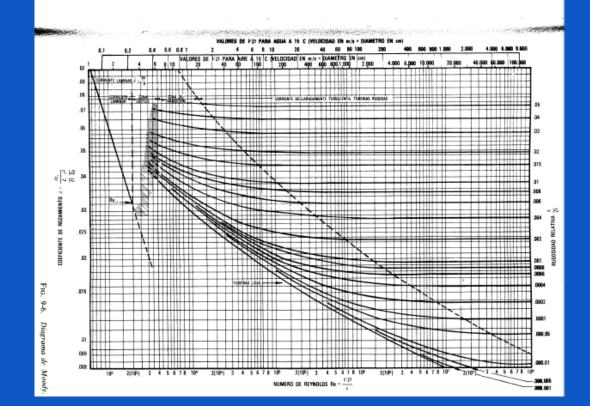
- para números de Reynolds grandes (tanto mayores cuanto menor es la rugosidad relativa) la pérdida de carga es función del cuadrado de la velocidad;
- para números de Reynolds pequeños la pérdida de carga es proporcional a la primera potencia de la velocidad;
- para números de Reynolds intermedios la pérdida de carga es proporcional a la velocidad elevada a un exponente comprendido entre 1 y 2.

TABLA 9-1

COEFICIENTE λ DE LA EC. 9-4 PARA TUBERIAS COMERCIALES

Tuberias	Régimen	Fórmula	Autor	Número de la ecuación en el texto
lisas y rugosas	laminar	$\lambda = \frac{64}{Re}$	Poiseulle	(9-18)
lisas	turbulento (1) Re < 100.000	$\lambda = \frac{0.316}{Re^{1/6}}$	Blasius	(9-19)
lisas	turbulento (1) Re < 100.000	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log_{10} \left(\text{Re} \sqrt{\lambda} \right) - 0.8$	Kármán-Prandtl (primera ecuación)	(9-20)
rugosas	turbulento (zona de transición)	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log_{10}\left(\frac{k/D}{3.7} + \frac{2.51}{\text{Re}\sqrt{\lambda}}\right)$	Colebrook	(9-24)
rugosas	turbulento (zona final)	$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2\log_{10}\frac{D}{2k} + 1.74$	Kármán-Prandtl (segunda ecuación)	(9-25)

⁽¹⁾ La corriente no pasa bruscamente de laminar a turbulenta. Hay una zona en que el régimen puede ser mixto.



9-4. Por una tuberia horizontal de fundición corriente nueva de 250 mm circulan 4 kg/s de aire a una presión absoluta de 20 bar y a una temperatura de 40° C. Supóngase el aire incompresible. Calcular la pérdida de presión en 90 m de esta tubería.

$$\rho = \frac{\rho}{R_v T} = \frac{20 \cdot 10^5}{286.9 \cdot (273.15 + 40)} = 22,261 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$v = \frac{G}{A\rho} - \frac{4G}{\pi d^2 \rho} = \frac{4.4}{\pi \cdot 0,250^2 \cdot 22,26} = 3.661 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$H_r = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{90}{0.250} \cdot \frac{3.66^2}{2 \cdot 9.81} = 245.886 \lambda$$

$$\frac{k}{d} = \frac{6.25}{250} = 0.01$$

$$\text{Re} = \frac{vd \rho}{\mu} = \frac{3.661 \cdot 0,250 \cdot 22,26}{1.913 \cdot 10^{-5}} = 1.065 \cdot 10^6$$

$$\mu_{\text{airr}, 40} = 1.95 \cdot 10^{-6} \cdot 9.81 = 1.913 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}}$$

En el diagrama de Moody (o mejor mediante la ecuación de Colebrook-White) se lee

$$\lambda = 0.0199$$
 $H_r = 4.893$
 $\Delta \rho_r = H_r = \rho g = 1069 \text{ Pa}$

9-5. Por una tubería de acero soldado oxidado de 600 mm fluye agua a 20° C. Por rozamiento la presión disminuye en 25 mbar por cada 100 m. Calcular la velocidad.

$$\frac{0.025 \cdot 10^{5}}{1.000 \cdot g \cdot 100} = \lambda \frac{1}{0.600} \frac{r^{2}}{2g}$$

$$r = \sqrt{\frac{0.025 \cdot 10^{5} \cdot 0.600 \cdot 2}{1.000 \cdot 100}} \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$= \frac{0.1732}{\sqrt{\lambda}}$$

$$\frac{k}{d} = \frac{0.4}{600} = 0.0006667$$

$$Re = \frac{d}{x} r = \frac{0.600}{1.002 \cdot 10^{-5}} r = 5.958 \cdot 10^{5} r$$

Primer tanteo

$$\lambda' = 0.025$$

 $r' = 1.0954 \text{ m/s}$
 $Re' = 6.5265 \cdot 10^5$
 $\lambda'' = 0.0185$

PERDIDAS FRIMARIAS EN CONDUCTOS CERRADOS O TOBERO

Segundo tanteo

$$r'' = 1,2734 \frac{m}{s}$$
 $Re'' = 758.691$
 $\lambda''' = 0,0184$

Tercer tanteo

$$\epsilon^{"} = 1.2768 \frac{m}{s}$$

$$Re^{"} = 760.745$$

$$\lambda^{IV} = \lambda^{"} = 0.0184$$

$$\epsilon = 1.277 \frac{m}{s}$$

9-6. En dos tomas piezométricas de una tuberia de 50 mm por la que circula agua, situadas a 15 m de distancia y con una diferencia de cotas de 3 m, se conecta un manómetro diferencial de mercurio, sin aire en las conexiones, cuya lectura es de 250 mm. La velocidad media en la tuberia es de 3 m/s. Calcular el coeficiente de rozamiento λ de la tuberia.

9-7. En una tuberia de I m de diámetro el coeficiente de rozamiento λ = 0.04 y el número de Reynolds R = 1.000.000.

Calcular la rugosidad absoluta de la tuberia.

- 9-8. Para que en una tuberia de duelas de madera de 3 km de longitud la pérdida de carga valga 3 m circulando un caudal de 3.000 l/min de agua a 15° C. ¿qué diâmetro de tuberia se requiere?
- 9-9. Se suministra agua a una fábrica por una tuberia de fundición de 3.5 km de longitud y de 300 mm de diámetro desde un depósito elevado. La cota del terreno en el sitio del depósito es 130 m. La distancia del nivel de agua en el depósito al terreno, 17 m. La cota del terreno en la fábrica es de 110 m. El agua ha de tener en la fábrica una altura de presión de 25 m.

Calcular:

- a) el caudal.
- b) ¿Qué altura debería tener el nivel de agua en el depósito para asegurar en la fábrica un caudal de 85 l/s en las mismas condiciones anteriores?
- 9-10. El líquido que fluye por una tubería lisa de 150 mm de diámetro y 200 m de longitud tiene las siguientes características: δ = 0.92 y η = 0.1226 kg/m·s.

Calcular la pérdida de carga para los dos caudales siguientes: 25 l/s y 75 l/s.

- 9-11. Por una tubería lisa de 150 mm fluye gasolina, cuya viscosidad cinemática ex 5 · 10⁻⁷ m²/s. La pérdida de carga asciende a 200 mm de columna de gasolina en 18 m. Calcular la velocidad.
- 9-12. Una tuberia de fundición corriente nueva de 2.400 m de longitud suministra agua a 10° C desde un depósito cuyo nível de agua está 25 m más elevado que el punto de utilización abierto a la atmósfera.

Calcular el diámetro de la tubería para conseguir un caudal de agua Q = 35 l/s.

9-13. Calcular la pérdida de carga en una tuberia de fundición asfaltada por la que circula un candal de agua a 20° C de 45 l/s, que consta de los siguientes elementos colocados en serie: $l_1=700~m$. $l_2=500~m$, $l_3=200~m$; siendo $d_1=300~m$ m, $d_2=250~m$ m, $d_3=200~m$ m.

RUGOSIDAD ABSOLUTA (k) EN TUBOS COMERCIALES [1]

MATERIAL	k en mm	
TUBOS LISOS		
De vidito, cobre, latón, madera (bien cepillada), acero nuevo soldado y con una mano interior de pintura; tubos de acero de precisión sin costura, se pentines industriales, plástico, hule	0.0015	
Tubo s industriales de latón	0.025	
Tubos de madera	0.2 a 1	
Hierro forjado	0.05	
Fierro fundido nuevo	0.25	
Fierro fundido, con protección interior de astalto	0.12	
Fierro fundido oxidado	1 a 1.5	
Fierro fundido con incrustaciones	1.5 a 3	
Fierro fundido, centrifugado	0.05	
Fierro fundido nuevo, con bridas o juntas de macho y campana	0.15 a 0.3	
Fierro fundido usado, con bridas o juntas de macho y campana	2 a 3.5	
Fierro fundido para agua potable, con bastante incrustaciones y diámetro de 50 a 125 mm	1 a 4	
Fierro galvanizado	0.15	
Acero rolado, nuevo	0.05	
Acero laminado, nuevo	0.04 a 0.1	
Acero laminado con protección interior de asfalto	0.05	

[1] "HIDRAULICA GENERAL - Fundamentos", Gilberto SOTELO, LIMUSA.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com