FACULTAD DE INGENIERÍA

MECÁNICA APLICADA

MECÁNICA Y MECANISMOS

CUERPO RÍGIDO
Fuerzas y Aceleraciones

Ing. Carlos Barrera-2021

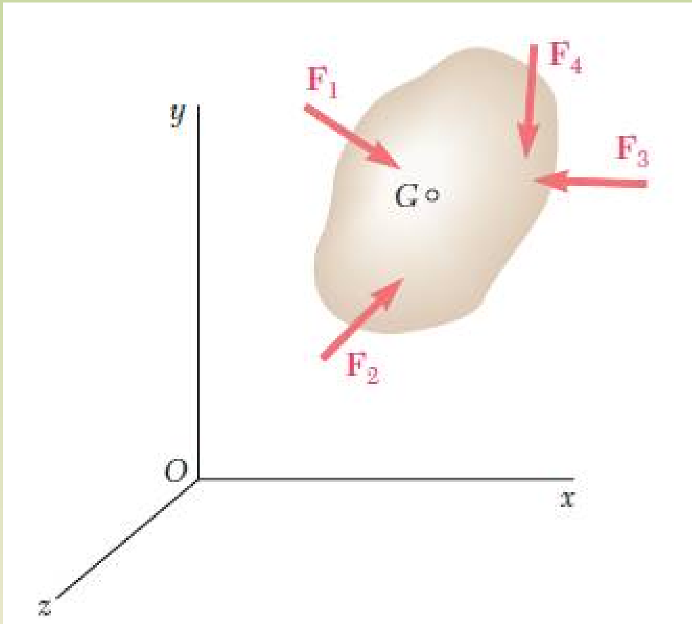
Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

OBJETIVOS

Estudiar la cinética de cuerpos rígidos

- Estudiar las relaciones que existen entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo rígido, la forma y la masa del cuerpo y el movimiento que se produce.
- Teniendo en cuenta las consideraciones de la Estabilidad el estudio se limitará al movimiento de placas rígidas y cuerpos rígidos simétricos con respecto al plano de referencia.

Ecuaciones de movimiento de un cuerpo rígido

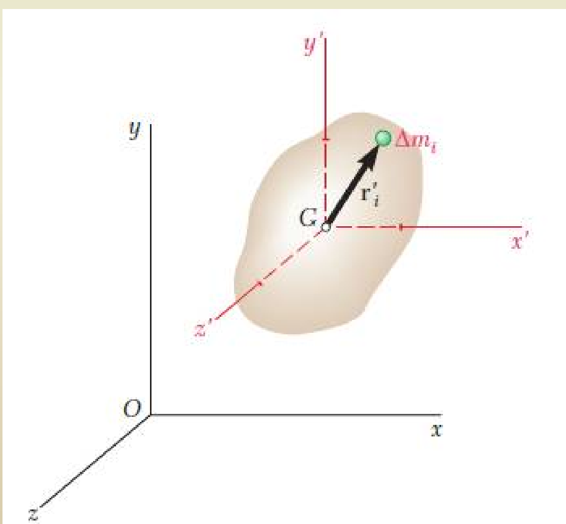


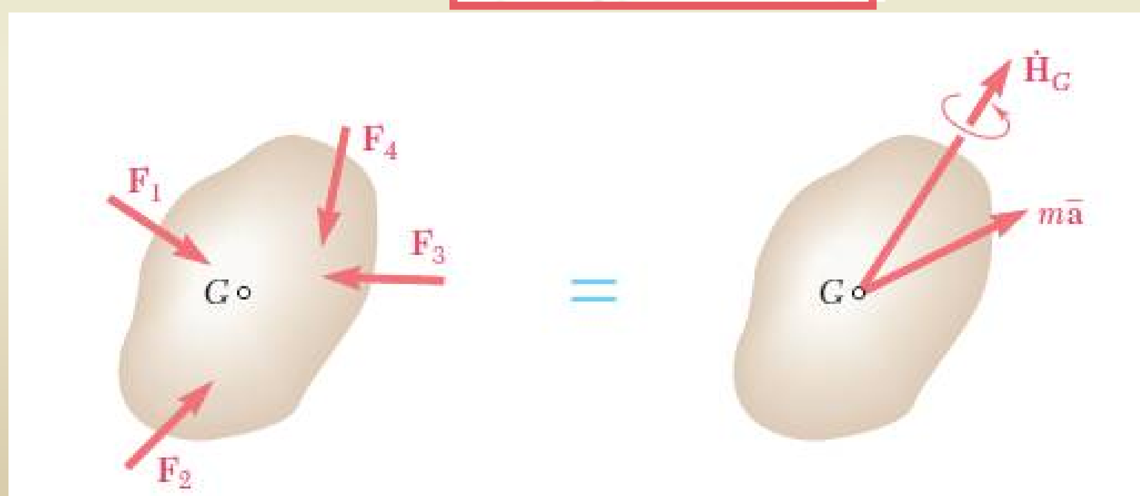
La ecuación que define el movimiento del centro de masa G del cuerpo

$$\Sigma \mathbf{F} = m\bar{\mathbf{a}}$$

La ecuación que relaciona el movimiento del cuerpo relativo al sistema de referencia centroidal.

$$\Sigma \mathbf{M}_G = \dot{\mathbf{H}}_G$$





Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

Ing. Carlos Barrera

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

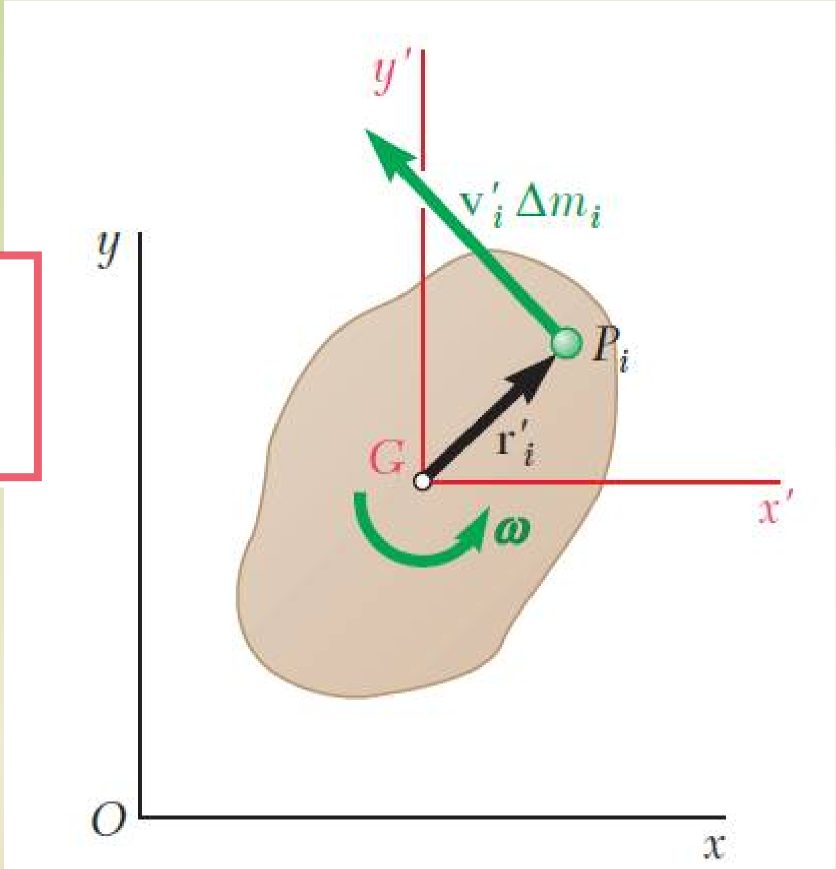
Cantidad de movimiento angular de un cuerpo rígido

$$\boxed{\mathbf{H}_G = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{r}'_i \times \mathbf{v}'_i \,\Delta m_i)}$$

$$\boxed{\mathbf{H}_G = \sum_{i=1}^{n} [\mathbf{r}'_i \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}'_i)\,\Delta m_i]}$$

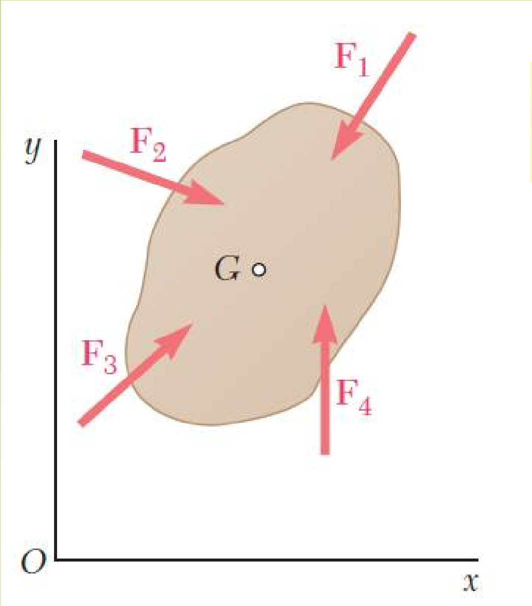
$$\mathbf{H}_G = \bar{I}\boldsymbol{\omega}$$

$$\boxed{\dot{\mathbf{H}}_G = \bar{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \bar{I}\boldsymbol{\alpha}}$$



La variación de la cantidad de movimiento angular de la placa se representa mediante un vector de la misma dirección que α (perpendicular a la placa) y de magnitud $\bar{I}\alpha$

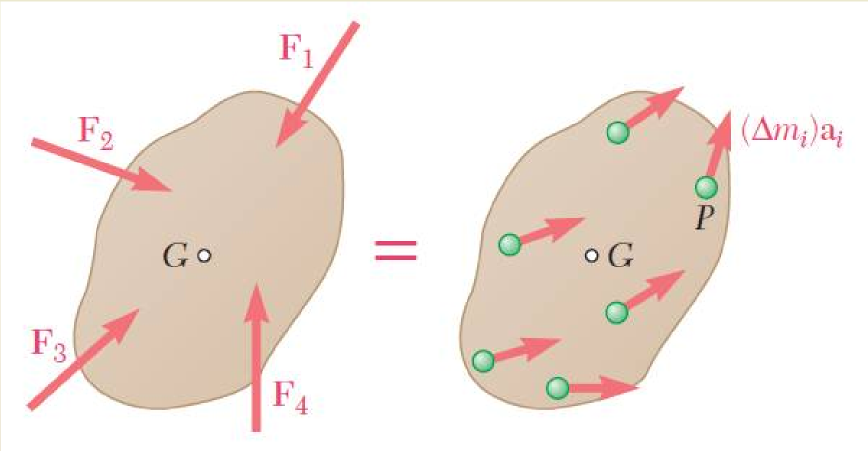
Movimiento plano de un cuerpo rígido



$$\Sigma F_x = m\bar{a}_x \qquad \Sigma F_y = m\bar{a}_y \qquad \Sigma M_G = \bar{I}\alpha$$

El movimiento de la placa está totalmente definido por la resultante y el momento resultante alrededor de G de las fuerzas externas que actúan sobre ella.

Principio de D`Alembert



a)Sistema de fuerzas externas

b)Sistema de fuerzas efectivas.

Dos sistemas definidos de esta manera tienen la misma resultante y el mismo momento resultante.

Se puede definir que las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo rígido son equivalentes a las fuerzas efectivas de las diferentes partículas que lo constituyen.

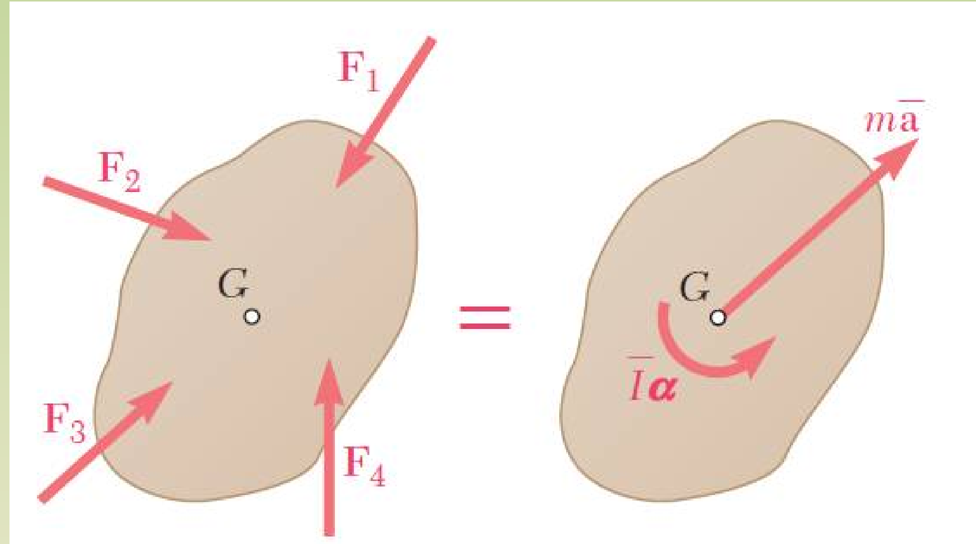
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

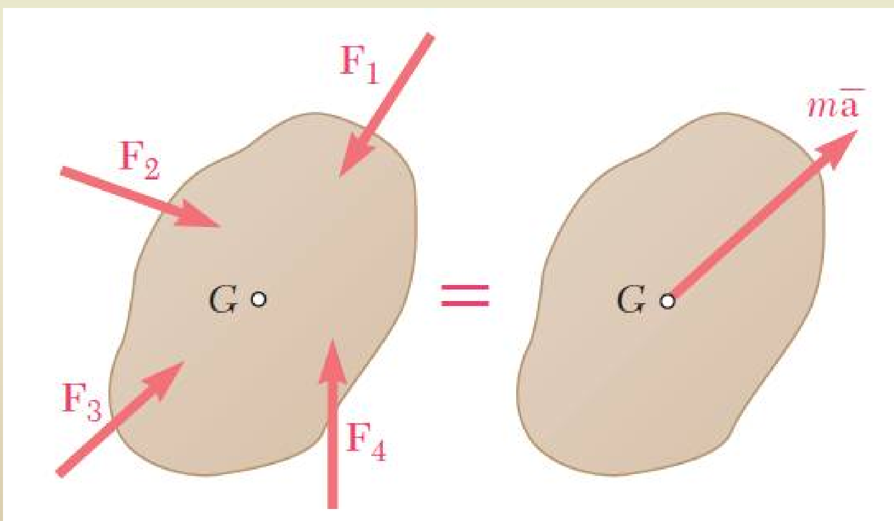
Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

Se puede sustituir las fuerzas efectivas por un vector $m\bar{a}$ fijo en el centro de masa G de la placa y por un par de momento $\bar{I}\alpha.$



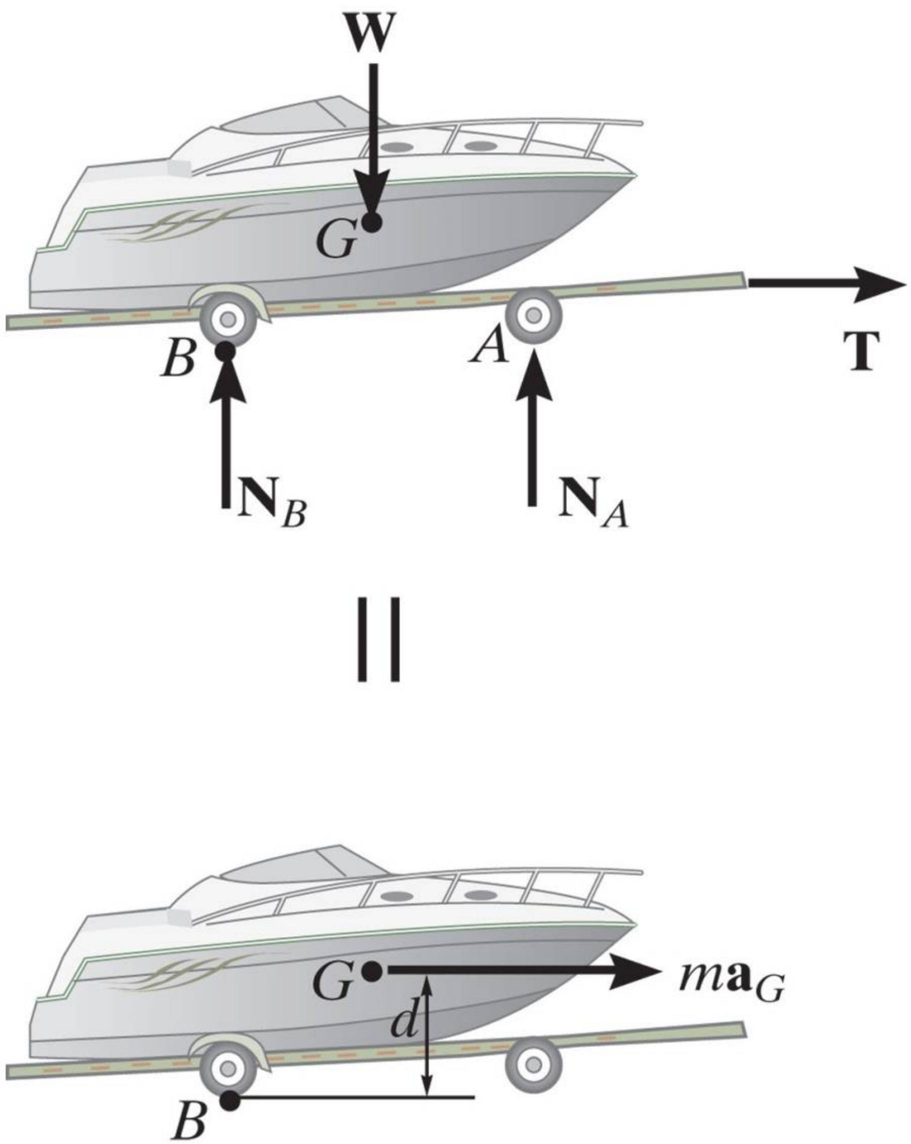
Traslación



En un cuerpo en traslación, la aceleración angular es igual a cero y las fuerzas efectivas se reducen al vector $m\bar{a}$ fijo en G. Por lo cual la resultante de las fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo rígido en traslación pasa por el centro de masa

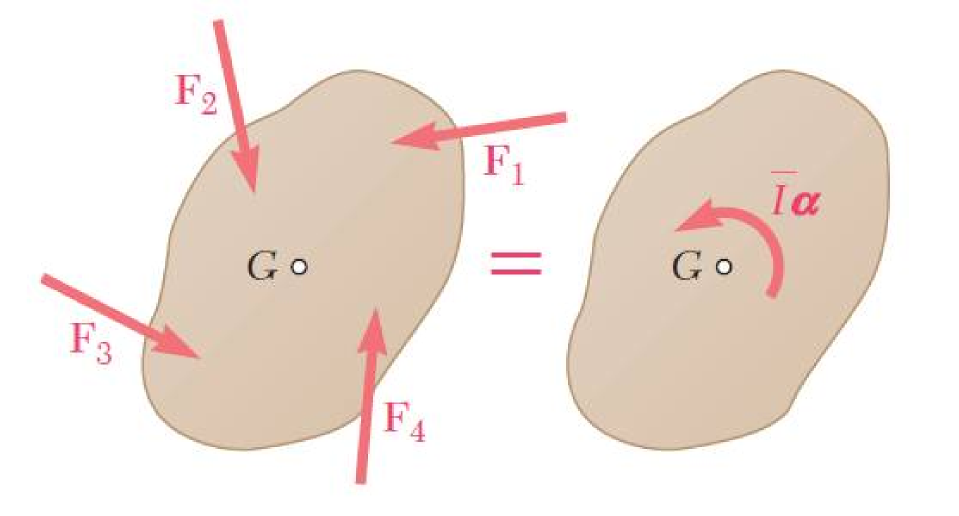
Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS



17_PH002b

Rotación Centroidal



Cuando una placa o un cuerpo simétrico con respecto al plano de referencia gira alrededor de un eje fijo y pasa por su centro de masa G, el cuerpo está en rotación centroidal. La aceleración a es igual a cero. Las fuerzas efectivas se reducen al par $\bar{I}\alpha$ Las fuerzas externas que actúan sobre el cuerpo son equivalentes a un momento $\bar{I}\alpha$

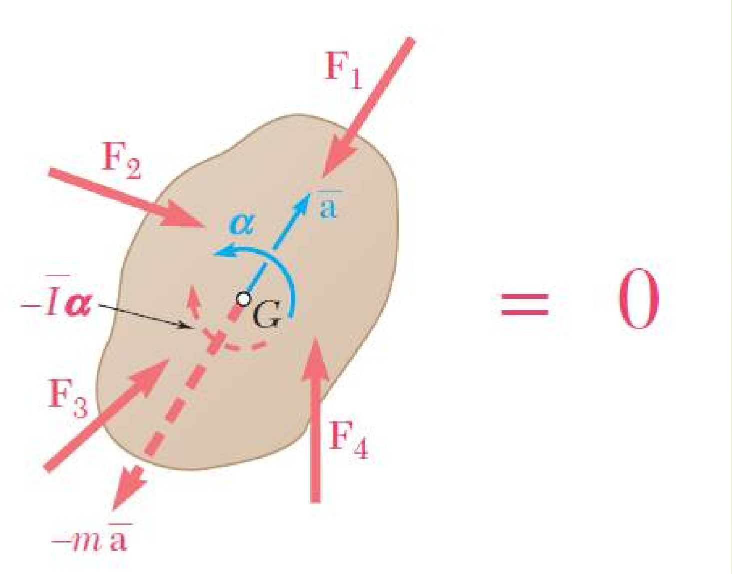
El movimiento plano más general de un cuerpo rígido con respecto al plano de referencia puede reemplazarse por la suma de una traslación y una rotación.

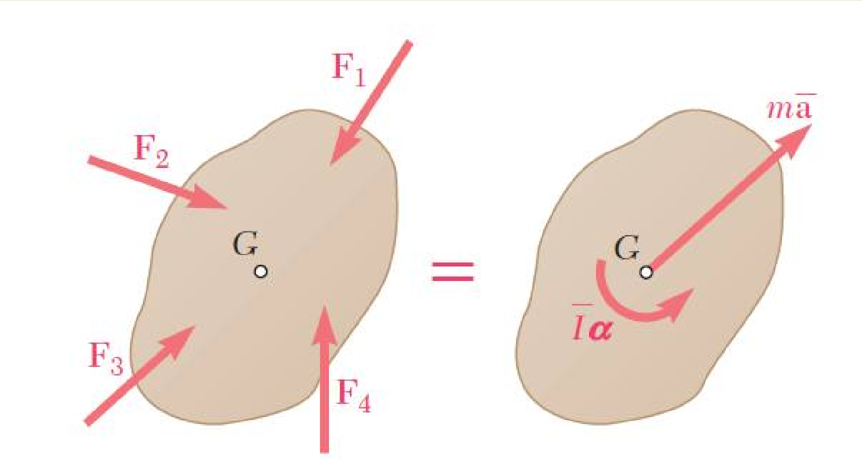
Se verifica que el centro de masa de un cuerpo rígido en movimiento plano se mueve como si la masa total del cuerpo estuviera concentrado en ese punto y como si todas las fuerzas externas actuaran sobre él.

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

Otra forma de presentar el cuerpo libre es agregar a las fuerzas externas un vector de inercia $-m\bar{a}$ de sentido opuesto al de $\bar{a}$ y un par inercial $\bar{I}\alpha$ de momento igual en magnitud a $\bar{I}\alpha$ y de sentido opuesto

El sistema que se obtiene es equivalente a cero y se dice que el cuerpo está en equilibrio dinámico.





Emplear una representación gráfica permite una comprensión clara del efecto de las fuerzas sobre el movimiento del cuerpo

En cada caso se dibuja un diagrama que muestre las fuerzas externas, los vectores asociados con el movimiento de G y el par asociado con la rotación del cuerpo alrededor de G.

La resolución del movimiento plano de un cuerpo rígido en una traslación y una rotación centroidal es un concepto básico para el estudio.

El método que se describe también puede emplearse en problemas que implican el movimiento plano de varios cuerpos rígidos conectados.

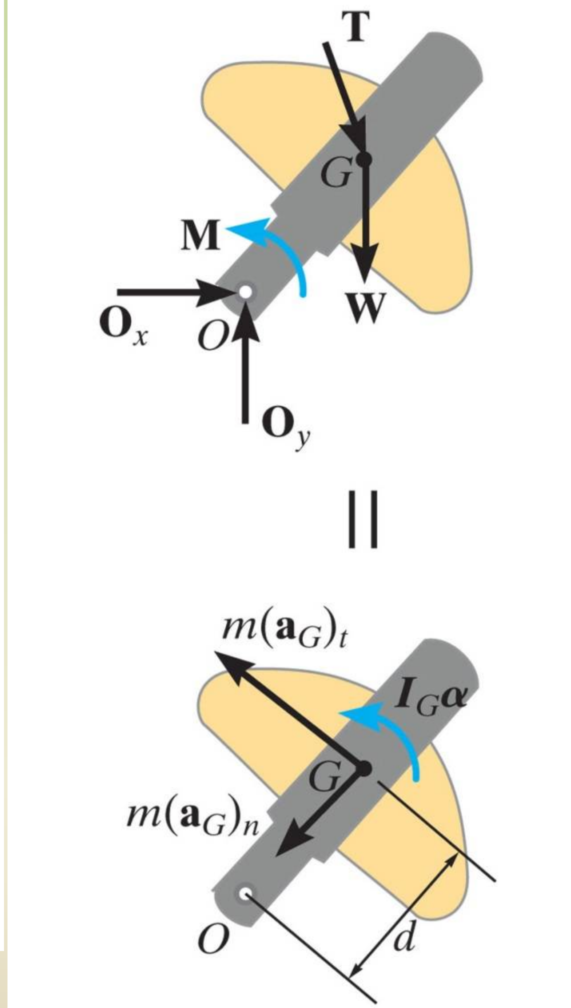
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

17_PH003a

The crank on the oil-pumping rig undergoes rotation about a fixed axis which is caused by a driving torque **M** of the motor. The loadings shown on the free-body diagram cause the effects shown on the kinetic diagram. If moments are summed about the mass center, G, then $\Sigma M_G = I_G\alpha$. However, if moments are summed about point O, noting that $(a_G)_t = \alpha d$, then $\circlearrowleft + \Sigma M_O = I_G\alpha + m(a_G)_t d + m(a_G)_n(0) = (I_G + md^2)a = I_O\alpha$.



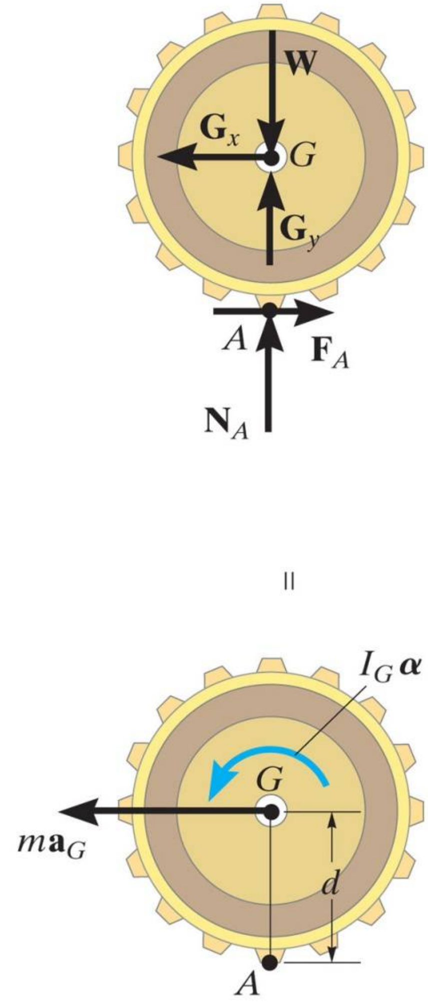
17_PH003b

Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

© R.C. Hibbeler

17_PH004a

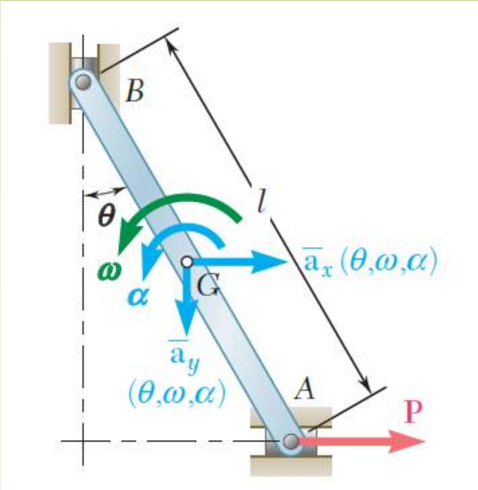


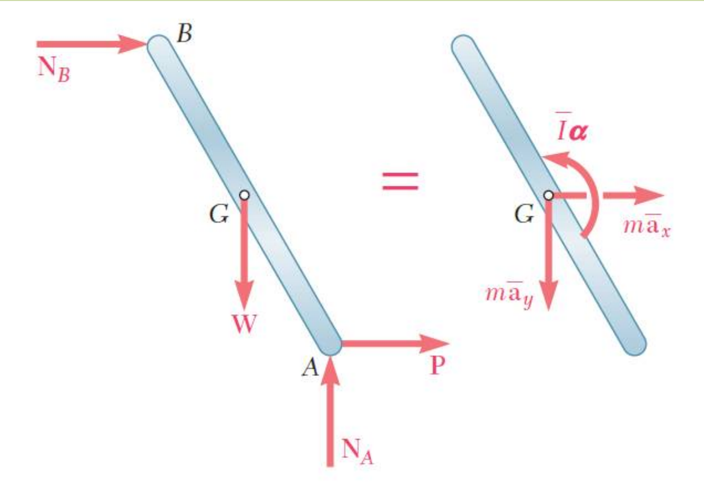
17_PH004b

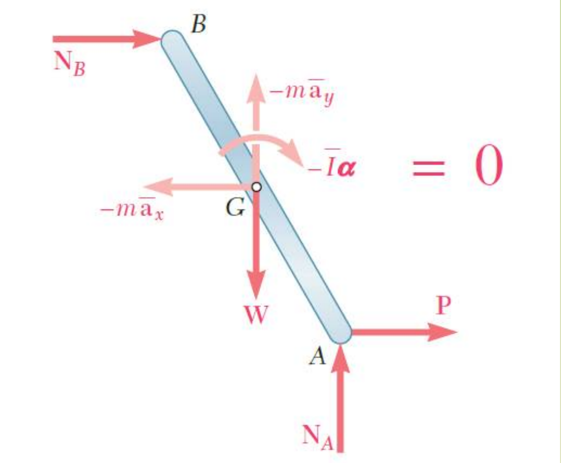
Ing. Carlos Barrera

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

Movimiento plano restringido o vinculado





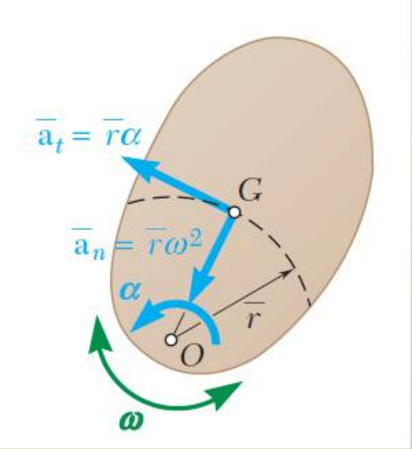


En la mayor parte de las aplicaciones de ingeniería se trabaja con cuerpos rígidos que se mueven bajo restricciones determinadas. En tales casos existen relaciones entre las componentes de la aceleración del centro de masa G del cuerpo considerado y su aceleración angular. Se dice que el movimiento correspondiente es un movimiento restringido. Para resolverlo es necesario un análisis cinemático preliminar del problema en cuestión.

Rotación no centroidal

El movimiento de un cuerpo rígido que está restringido a girar alrededor de un eje fijo que no pasa por su centro de masa se denomina rotación no centroidal. Las expresiones para las componentes tangencial y normal de la aceleración

$$\bar{a}_t = \bar{r}\alpha \qquad \bar{a}_n = \bar{r}\omega^2$$

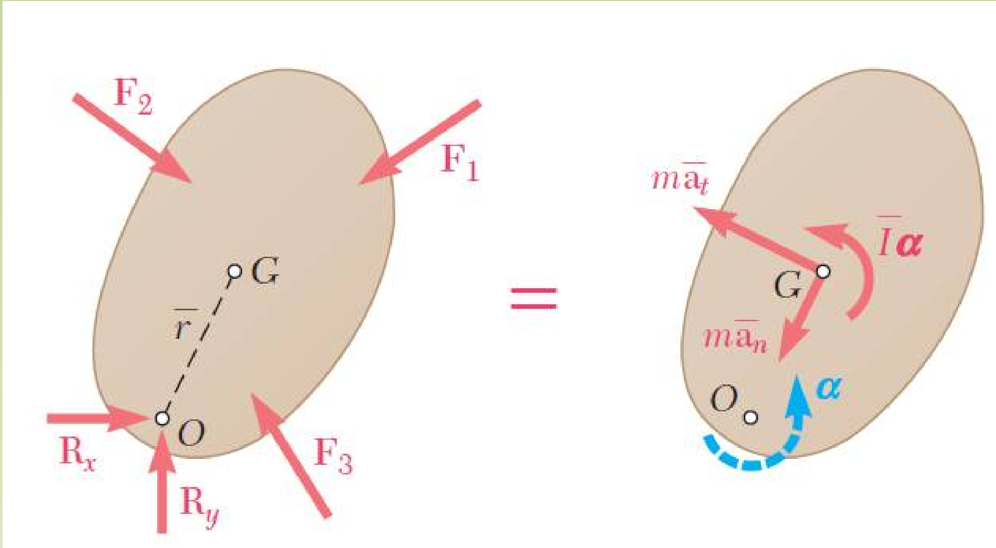


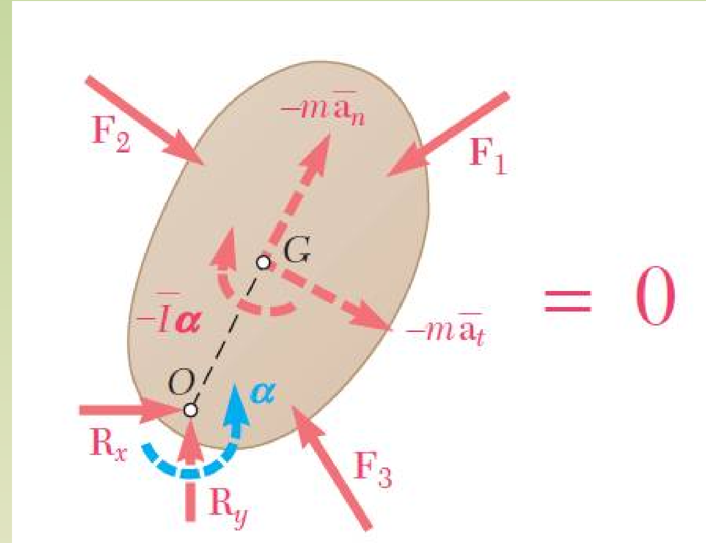
Ing. Carlos Barrera

Cátedra:

MECÁNICA APLICADA

MECÁNICA Y MECANISMOS





$$+\circlearrowleft \Sigma M_O = \bar{I}\alpha + (m\bar{r}\alpha)\bar{r} = (\bar{I} + m\bar{r}^2)\alpha$$

$$m\bar{r}^2 = I_O$$

$$\Sigma M_O = I_O\alpha$$

Suma de los momentos de las fuerzas externas alrededor del punto fijo O y el producto

Un caso particular de rotación no centroidal es el de rotación uniforme, en el cual la velocidad angular es constante. Dado que la aceleración angular es constante, el par de inercia se anula y el vector de inercia se reduce a su componente normal. Esta componente es la llamada fuerza centrifuga

Cátedra:
MECÁNICA APLICADA
MECÁNICA Y MECANISMOS

BIBLIOGRAFIA

•Mecánica Vectorial para Ingenieros — Beer Johnston

•Ingeniería Mecánica Dinámica — Hibbeler

Ing. Carlos Barrera