FACULTAD DE INGENIERÍA

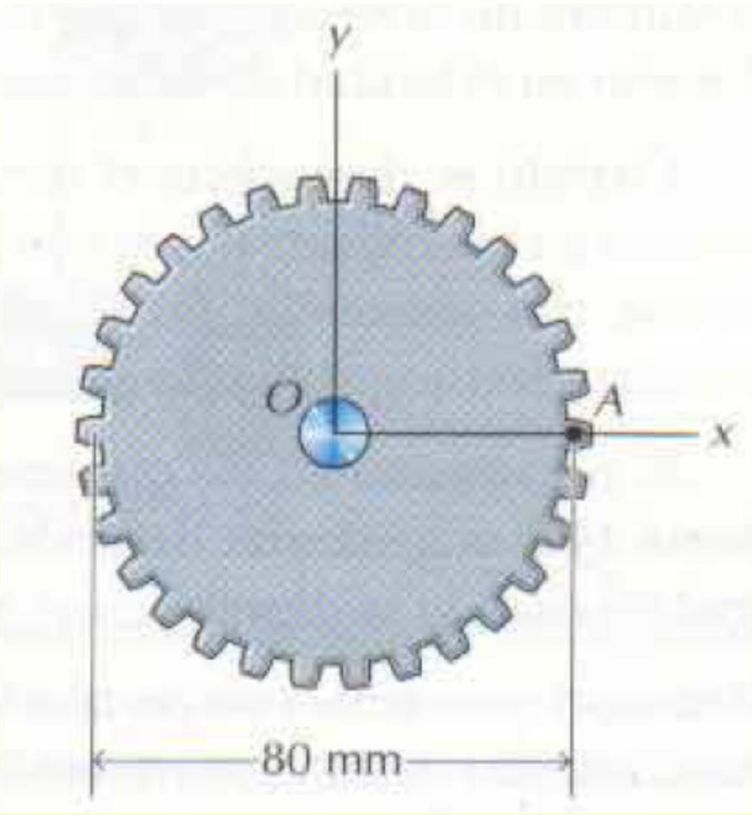
MECÁNICA APLICADA

MECÁNICA Y MECANISMOS

VELOCIDAD RELATIVA Y ANGULAR

Ing. Carlos Barrera-2021

1) Una rueda dentada de 80mm de diámetro gira en torno a un eje que pasa por su centro O. En cierto instante, la velocidad angular de la rueda es de 2 rad/s, aumentando a razón de 1 rad/s2. Calcular la aceleración del diente A en dicho instante.



$$\boldsymbol{a_A}(= (\boldsymbol{r\alpha e_t} + \boldsymbol{r\omega^2 e_n}) = (40)(1)j + (40)\,(2)^2 - \boldsymbol{i})$$

$$= -160\boldsymbol{i} + 40\boldsymbol{j}\,\boldsymbol{m\,m/s^2}$$

$$=164{,}9\ \ \boldsymbol{mm}/\boldsymbol{s}^2$$

UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO — FACULTAD DE INGENIERÍA

Otra forma de calcular:

$$\boldsymbol{a}_{\boldsymbol{A}}(= \ \boldsymbol{\alpha} * \boldsymbol{r} + \boldsymbol{\omega} * (\boldsymbol{\omega} * \boldsymbol{r}))$$

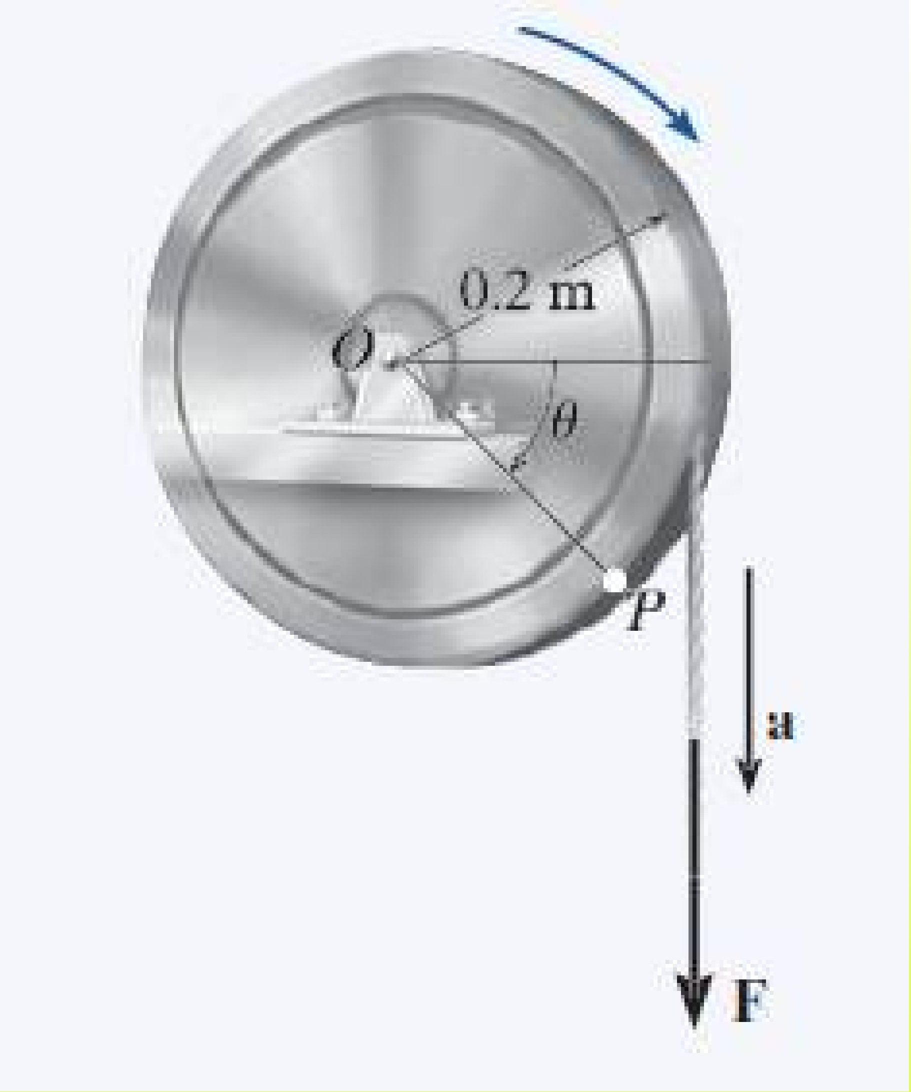
$$= [(1\boldsymbol{k}) * (40\boldsymbol{i}) + (2\boldsymbol{k}) * (2\boldsymbol{k}) * (40\boldsymbol{i})]$$

$$= (40\boldsymbol{j} + (2\boldsymbol{k}) * (80\boldsymbol{j}) = 40\boldsymbol{j} + 160 \ - \boldsymbol{i})$$

$$= \ -160\boldsymbol{i} + 40\boldsymbol{j} \ {}^{\boldsymbol{mm}}/_{\boldsymbol{s}^2}$$

$$= 164{,}9 \ {}^{\boldsymbol{mm}}/_{\boldsymbol{s}^2}$$

2) Una cuerda se enrolla alrededor de una rueda que está en reposo. Si una fuerza aplicada a la cuerda le da una aceleración a= 4t m/s2, donde t está en segundos, calcular en función del tiempo a) la velocidad angular de la rueda b) la posición angular de la línea OP en radianes.



$$(a_p) = \alpha r$$

$$\frac{(4t)m}{s^2} = \alpha(0,2)$$

$$\alpha = 20t\frac{rad}{s^2}$$

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} = (20t)\,{}^{rad}/_{s^2}$$

$$\int_0^{\omega} d\omega = \int_0^{t} 20t\,dt$$

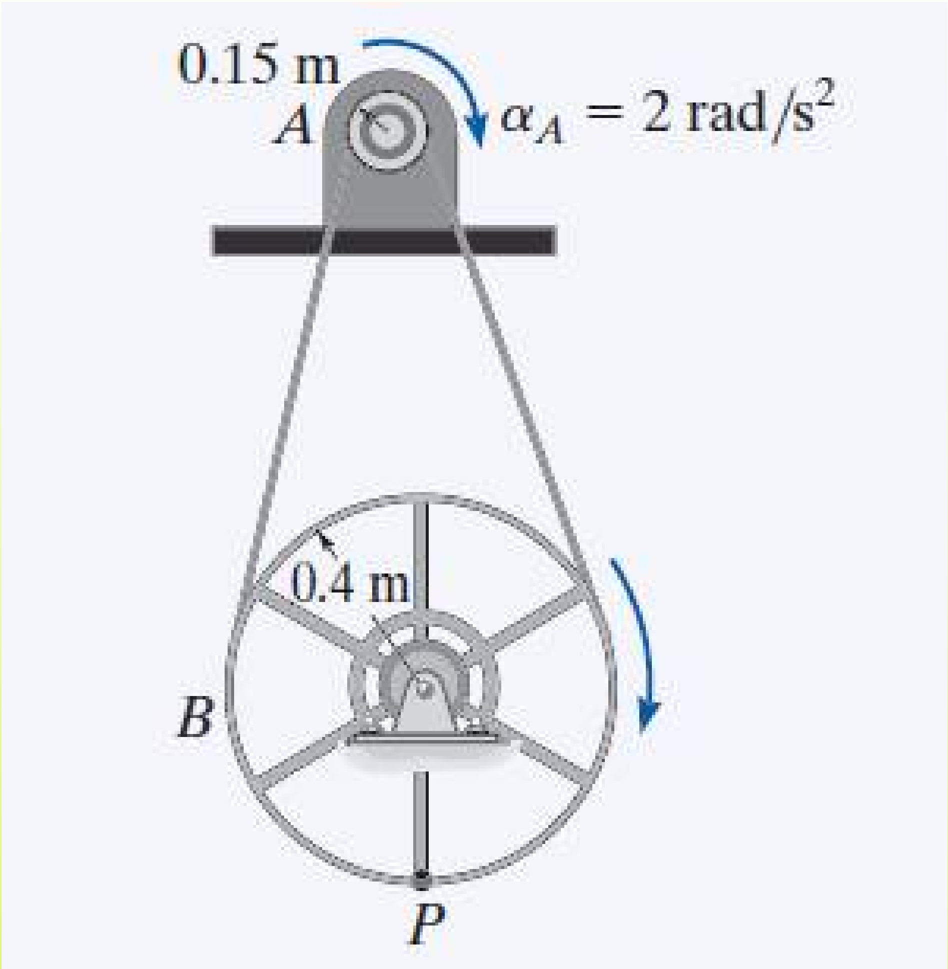
$$\omega = 10t^2\,{}^{rad}/_{s}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega = (10t^2)\ {}^{rad}/_{s}$$

$$\int_0^{\theta} d\theta = \int_0^{t} 10t^2\ dt$$

$$\theta = 3,33t^3 rad$$

3) El motor se usa para hacer girar una rueda y el ventilador. Si la polea A conectada al motor comienza a girar desde el reposo con aceleración angular 2 rad/s2. Calcular las magnitudes de la velocidad y la aceleración del punto P sobre la rueda, después que la rueda B ha girado una revolución. Suponer que la correa no resbala sobre la polea ni sobre la rueda.



$$\theta_B = 1\,rev\left(\frac{2\pi\,rad}{1rev}\right) = 6{,}283\,rad$$

$$s = \theta_A r_A = \theta_B r_B$$

$$\theta_A(0{,}15\,m) = 6{,}283\,(0{,}4\,m)$$

$$\theta_A = 16{,}76\,rad$$

$$\omega^2(= \omega_0^2 + 2\alpha_C\theta - \theta_0)$$

$$\omega_A^2 = 0 + 2(2\,{}^{rad}/{}_{s^2})(16{,}76\,rad - 0)$$

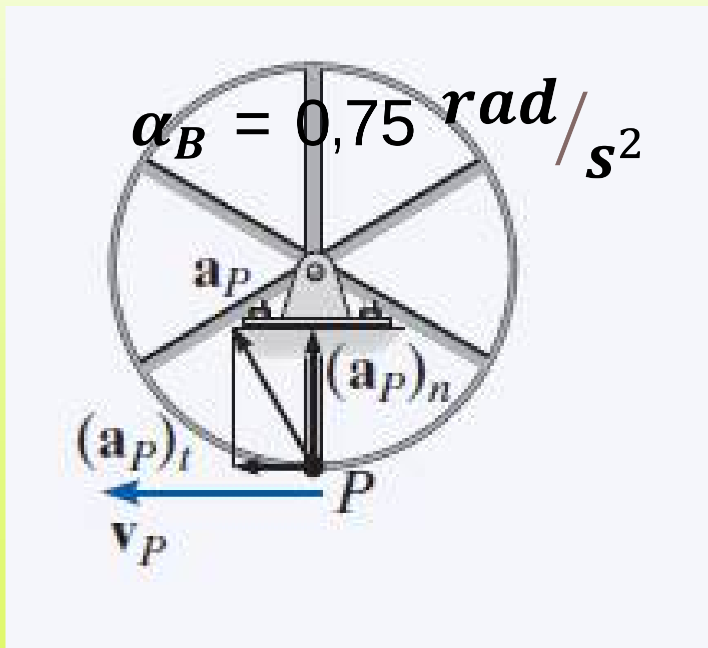
$$\omega_A = 8{,}188\,{}^{rad}/{}_{s}$$

$$v = \omega_A r_A = \omega_B r_B \rightarrow \quad 8{,}188 \, {}^{rad}/_{s} \, (0{,}15\, m) = \omega_B (0{,}4\, m)$$

$$\omega_B = 3{,}070 \, {}^{rad}/_{s}$$

$$a_t = \alpha_A r_A = \alpha_B r_B \rightarrow 2 \, {}^{rad}/_{s^2} \, (0{,}15\, m) = \alpha_B (\, 0{,}4\, m)$$

$$\alpha_B = 0{,}75 \, {}^{rad}/_{s^2}$$



UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE INGENIERÍA

$$v_P = \omega_B r_B = 3{,}070\ {rad}/{s}\,(0{,}4\ m) = 1{,}23\ {m}/{s}$$

$$(a_P)_t = \alpha_B r_B = 0{,}750\ {rad}/{s^2}\,(0{,}4\ m) = 0{,}3\ {m}/{s^2}$$

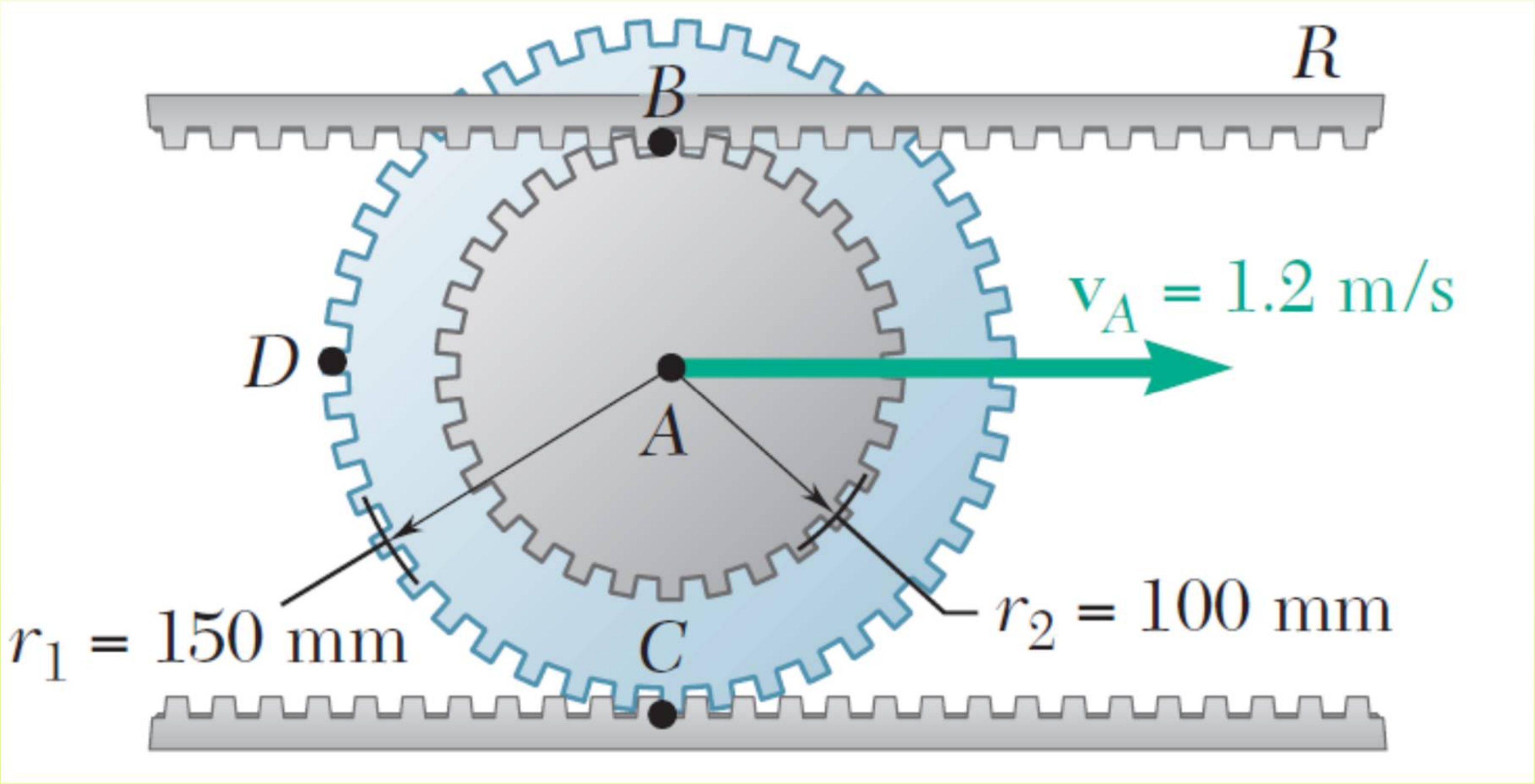
$$(a_P)_n = \omega_B^2 r_B = \left(3{,}070\ {rad}/{s}\right)^2 (0{,}4 m) = 3{,}77\ {m}/{s^2}$$

$$a_P = \sqrt{0{,}3^2 + 3{,}77^2} = 3{,}78\ {m}/{s^2}$$

UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

FACULTAD DE INGENIERÍA

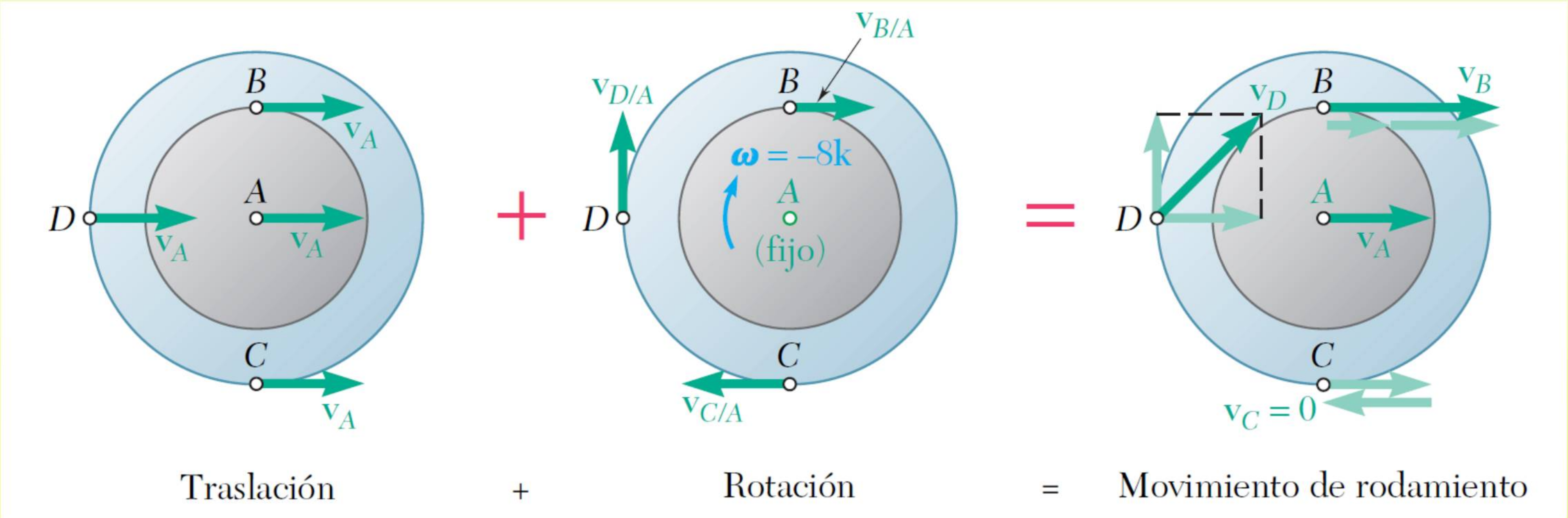
4) El engrane doble tiene una velocidad de su centro A de 1,2 m/s dirigida hacia la derecha. Calcular: a) velocidad angular del engrane b) velocidades de la cremallera superior R y del punto D del engrane.



$$\frac{x_A}{2\pi r_1} = -\frac{\theta}{2\pi} \rightarrow x_A = -r_1\theta$$

$$v_A = -r_1\omega \qquad 1{,}2\ {}^{m}/_{s} = -(0{,}150m)\omega$$

$$\omega = -8\ {}^{rad}/_{s} \qquad \boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{k} = -\left(8\ {}^{rad}/_{s}\right)\mathbf{k}$$



$$\boldsymbol{v_R} = \boldsymbol{v_B} = \boldsymbol{v_A} + \boldsymbol{v_{B/A}} = \boldsymbol{v_A} + \boldsymbol{\omega k} * \boldsymbol{r_{B/A}}$$

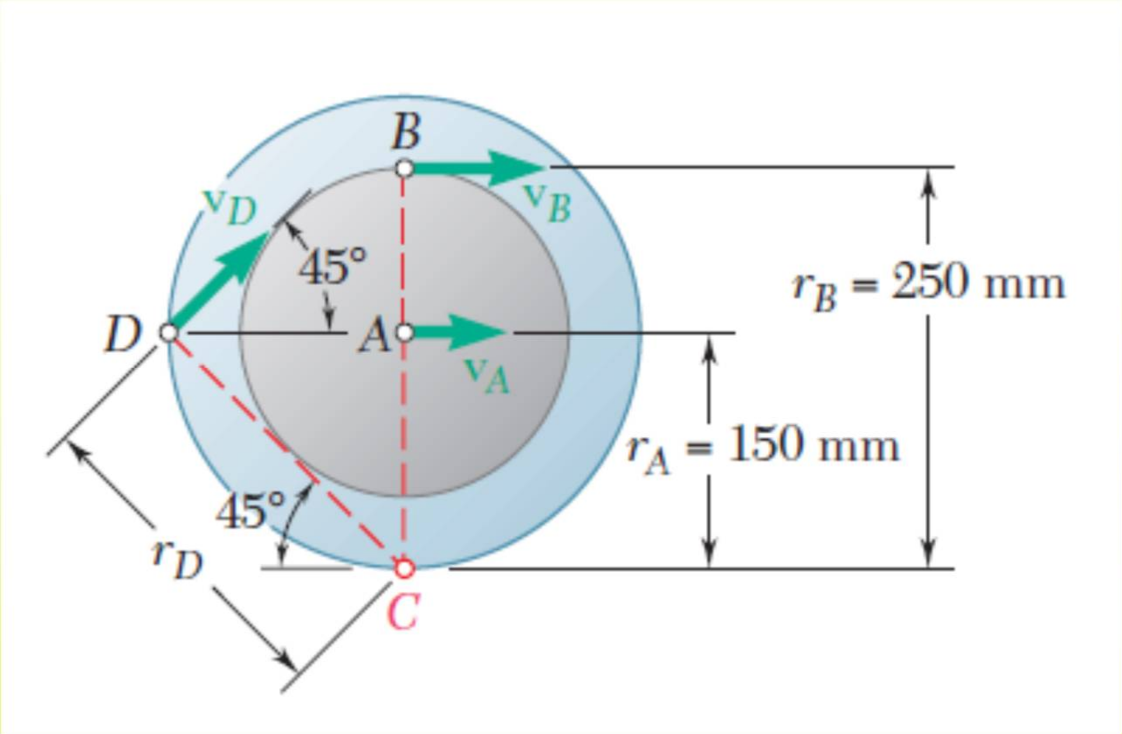
$$= (1{,}2\ \boldsymbol{m/s})\boldsymbol{i} - \left(8\ \boldsymbol{rad/s}\right)\boldsymbol{k} * (0{,}100\ \boldsymbol{m})\boldsymbol{j}$$

$$= (1{,}2\ \boldsymbol{m/s})\boldsymbol{i} + (0{,}8\ \boldsymbol{m/s})\boldsymbol{i} = (2\ \boldsymbol{m/s})\boldsymbol{i}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_D &= \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{D/A} = \mathbf{v}_A + \omega\mathbf{k} \times \mathbf{r}_{D/A} \\ &= (1.2\ \text{m/s})\mathbf{i} - (8\ \text{rad/s})\mathbf{k} \times (-0.150\ \text{m})\mathbf{i} \\ &= (1.2\ \text{m/s})\mathbf{i} + (1.2\ \text{m/s})\mathbf{j}\end{aligned}$$

$$\mathbf{v}_D = 1.697\ \text{m/s} \measuredangle 45^\circ$$

5) Resolver el problema de la cremallera con el método del centro instantáneo de rotación



$v_A = r_A\omega$ $\qquad$ $1{,}2\ {}^{m}/_{s} = (0{,}150\ m)\omega$ $\qquad$ $\omega = 8\ {}^{rad}/_{s}$

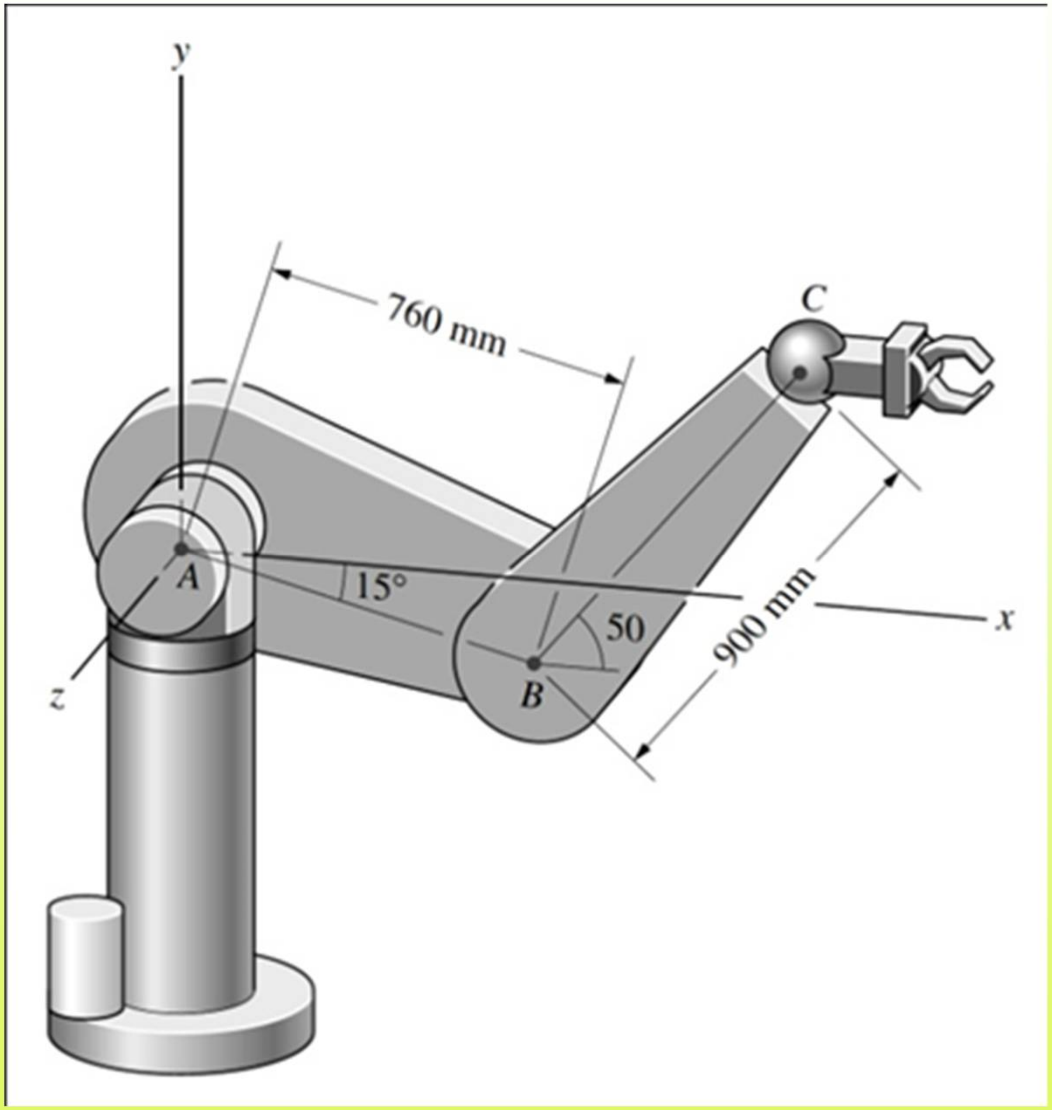
UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO — FACULTAD DE INGENIERÍA

$$v_R = v_B = r_B\omega$$

$$v_R = (0{,}250m)\left(8\ {rad}/{s}\right) = 2\ {m}/{s}$$

$$r_D = (0{,}150m)\sqrt{2} = 0{,}2121\ m$$

$$v_D = r_D\omega \qquad v_D = (0{,}2121\ m)\left(8\ {rad}/{s}\right) = 1{,}697\ {m}/{s}$$



6) En la figura los puntos B y C están en el plano x-y. Los vectores de velocidad angular de los brazos AB y BC son wAB =-0,5 k rad/s ; wBC = 2 k rad/s. Calcular la velocidad del punto C

Como primer paso en la solución del problema, se plantean los vectores distancia de los brazos *AB* y *BC*:

$$\mathrm{r}_{B/A} = \left(760mm \cdot \cos\left(15°\right)\right)\mathrm{i} - \left(760mm \cdot \sin\left(15°\right)\right)\mathrm{j}$$

$$\mathrm{r}_{B/A} = \left(734{,}1mm\right)\mathrm{i} - \left(196{,}7mm\right)\mathrm{j}$$

$$\mathrm{r}_{C/B} = \left(900mm \cdot \cos\left(50°\right)\right)\mathrm{i} + \left(900mm \cdot \sin\left(50°\right)\right)\mathrm{j}$$

$$\mathrm{r}_{C/B} = \left(578{,}5mm\right)\mathrm{i} + \left(689{,}4mm\right)\mathrm{j}$$

UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO — FACULTAD DE INGENIERÍA

$$\mathrm{v}_B = \left(\omega_{AB} \times \mathrm{r}_{B/A}\right) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & -0{,}5 \\ 734{,}1 & -196{,}7 & 0 \end{vmatrix} = -\left(98{,}35 mm/s\right)\mathrm{i} - \left(364{,}05 mm/s\right)\mathrm{j}$$

$$\mathrm{v}_B = -\left(98{,}35 mm/s\right)\mathrm{i} - \left(364{,}05 mm/s\right)\mathrm{j}$$

El brazo BC tiene un movimiento de traslación determinado por la velocidad vB, más un movimiento de rotación, definido por la velocidad angular ω_{BC}. Analíticamente:

$$\mathrm{v}_C = \mathrm{v}_B + \mathrm{v}_{C/B} = \mathrm{v}_B + \left(\omega_{BC}\mathrm{k} \times \mathrm{r}_{C/B}\right)$$

$$\mathrm{v}_{C/B} = \left(\omega_{BC}\mathrm{k} \times \mathrm{r}_{C/B}\right)$$

$$\mathrm{v}_{C/B} = \left(\omega_{BC} \times \mathrm{r}_{C/B}\right) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & 2 \\ 578{,}5 & 689{,}4 & 0 \end{vmatrix} = -\left(1378{,}9 mm/s\right)\mathrm{i} + \left(1157 mm/s\right)\mathrm{j}$$

$$\mathrm{v}_{C/B} = -\left(1378{,}9 mm/s\right)\mathrm{i} + \left(1157 mm/s\right)\mathrm{j}$$

UNCUYO UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO FACULTAD DE INGENIERÍA

$$\mathbf{v}_C = \mathbf{v}_B + \mathbf{v}_{C/B} =$$

$$= \left(-\left(98{,}35 mm/s\right)\mathrm{i} - \left(364{,}05 mm/s\right)\mathrm{j}\right) + \left(-\left(1378{,}9 mm/s\right)\mathrm{i} + \left(1157 mm/s\right)\mathrm{j}\right)$$

$$\mathbf{v}_C = -\left(1477{,}2 mm/s\right)\mathrm{i} + \left(790 mm/s\right)\mathrm{j}$$