FACULTAD DE INGENIERÍA

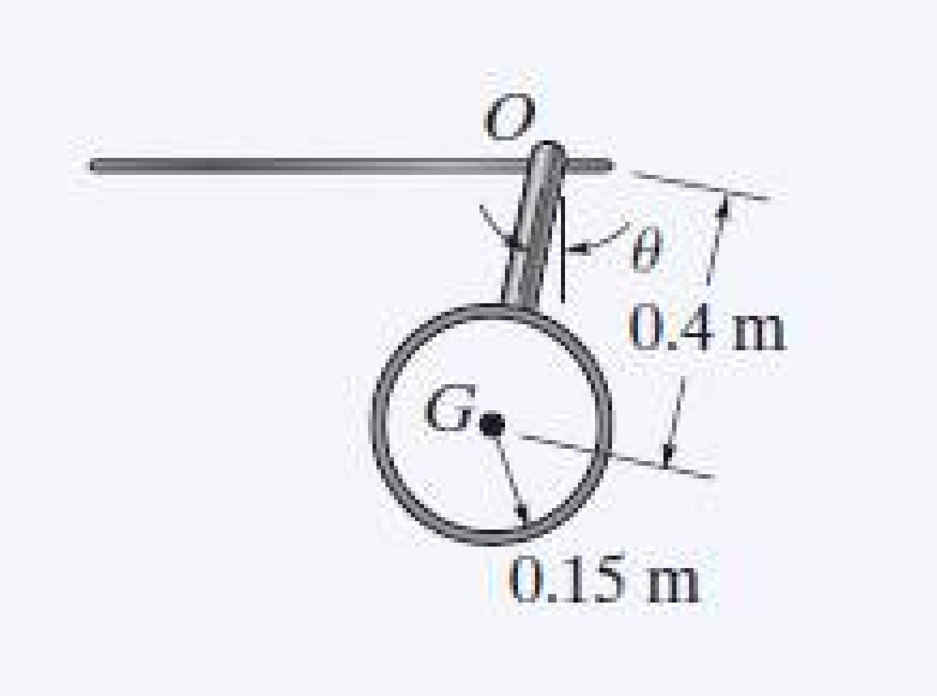
MECÁNICA APLICADA

MECÁNICA Y MECANISMOS

PRÁCTICA
Cuerpo Rígido

Ing. Carlos Barrera-2021

Ejerc. Nº 1) El tubo de 700 kg cuelga de los dos dientes del montacarga. Experimenta un movimiento de oscilación de modo que cuando Θ =30° está momentáneamente en reposo. Calcular las fuerzas normal y de rozamiento que actuan en cada uno de los dientes necesarias para sostener el tubo cuando Θ = 0°. Ignore la masa de los dientes y el espesor del tubo.



Como el tubo está inicialmente en reposo:

$$T_1 = 0$$

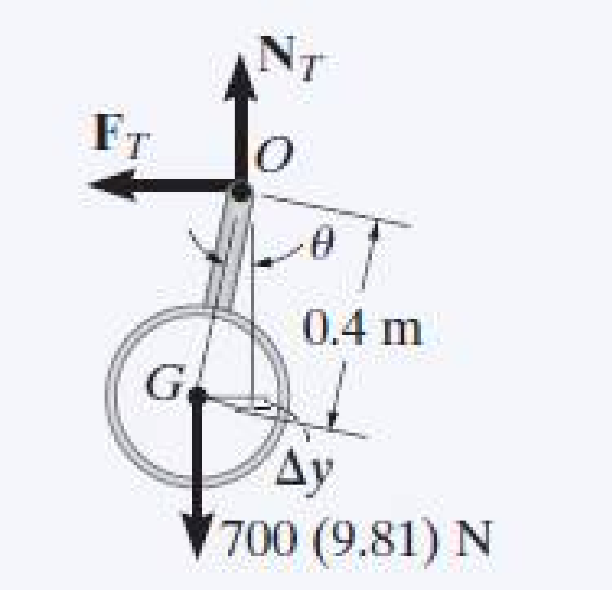
La energía cinética final se calcula con respecto al punto fijo O o al centro de masa G. Consideramos que el tubo es un anillo delgado

$$\boldsymbol{I_G = mr^2}$$

$$\begin{aligned} T_2 &= \tfrac{1}{2} m (v_G)_2^2 + \tfrac{1}{2} I_G \omega_2^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(700\ \text{kg})[(0.4\ \text{m})\omega_2]^2 + \tfrac{1}{2}[700\ \text{kg}(0.15\ \text{m})^2]\omega_2^2 \\ &= 63.875\omega_2^2 \end{aligned}$$

Si se considera el punto O debe utilizarse el Teorema de los ejes paralelos para el cálculo del momento de inercia:

$$T_2 = \tfrac{1}{2} I_O \omega_2^2 = \tfrac{1}{2}[700\ \text{kg}(0.15\ \text{m})^2 + 700\ \text{kg}(0.4\ \text{m})^2]\omega_2^2$$
$$= 63.875\omega_2^2$$



EL peso realiza trabajo puesto que desciende una distancia vertical de 0,4 m – 0,4 cos 30° = 0,05359 m

Principio de trabajo y energía.

$$\{T_1\} + \{\Sigma U_{1-2}\} = \{T_2\}$$

$$\{0\} + \{700(9.81)\text{ N}(0.05359\text{ m})\} = \{63.875\omega_2^2\}$$

$$\omega_2 = 2.400\text{ rad/s}$$

$$\overset{+}{\leftarrow} \Sigma F_t = m(a_G)_t; \quad F_T = (700\text{ kg})(a_G)_t$$

$$+\uparrow \Sigma F_n = m(a_G)_n; \quad N_T - 700(9.81)\text{ N} = (700\text{ kg})(2.400\text{ rad/s})^2(0.4\text{ m})$$

$$\circlearrowleft + \Sigma M_O = I_O\alpha; \quad 0 = [(700\text{ kg})(0.15\text{ m})^2 + (700\text{ kg})(0.4\text{ m})^2]\alpha$$

$$(a_G)_t = (0.4\text{ m})\alpha$$

$$\alpha = 0, \quad (a_G)_t = 0$$

$$F_T = 0$$

$$N_T = 8.480\text{ kN}$$

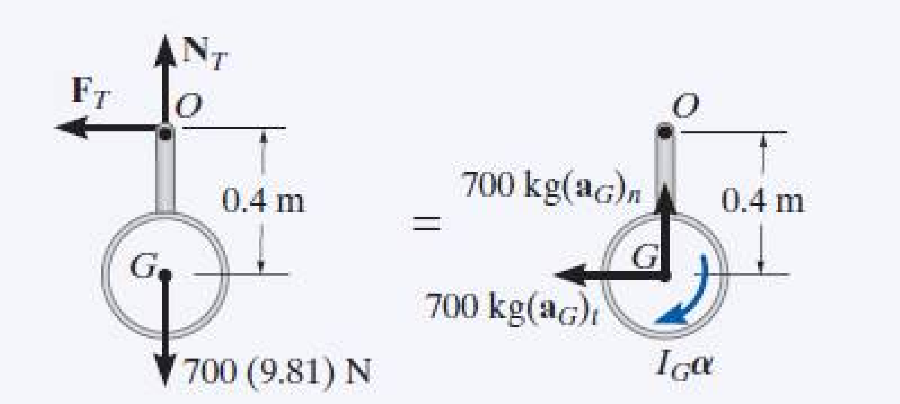
Se utilizan dos dientes para soportar la carga

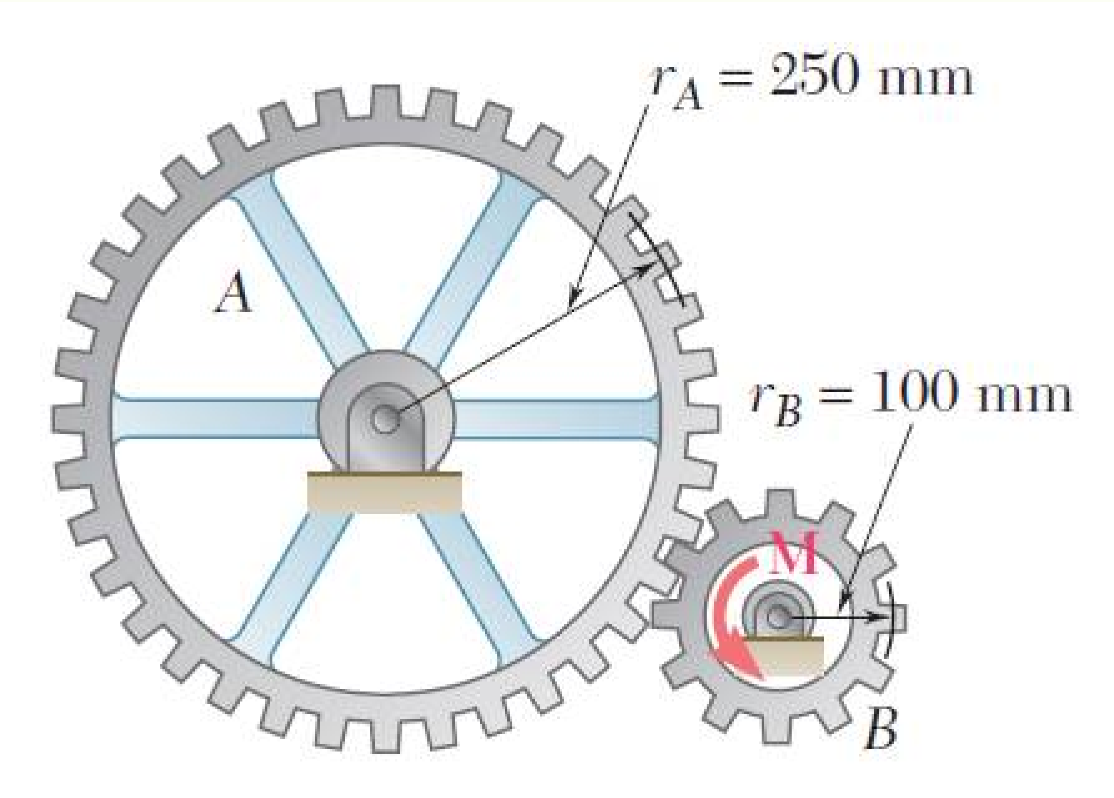
$$F'_T = 0$$

$$N'_T = \frac{8.480\ \text{kN}}{2} = 4.24\ \text{kN}$$

Debido al movimiento de oscilación los dientes se someten a una fuerza normal mayor que la que se generaría si la carga estuviera estática

$$N'_T = 700(9.81)\ \text{N}/2 = 3.43\ \text{kN}$$

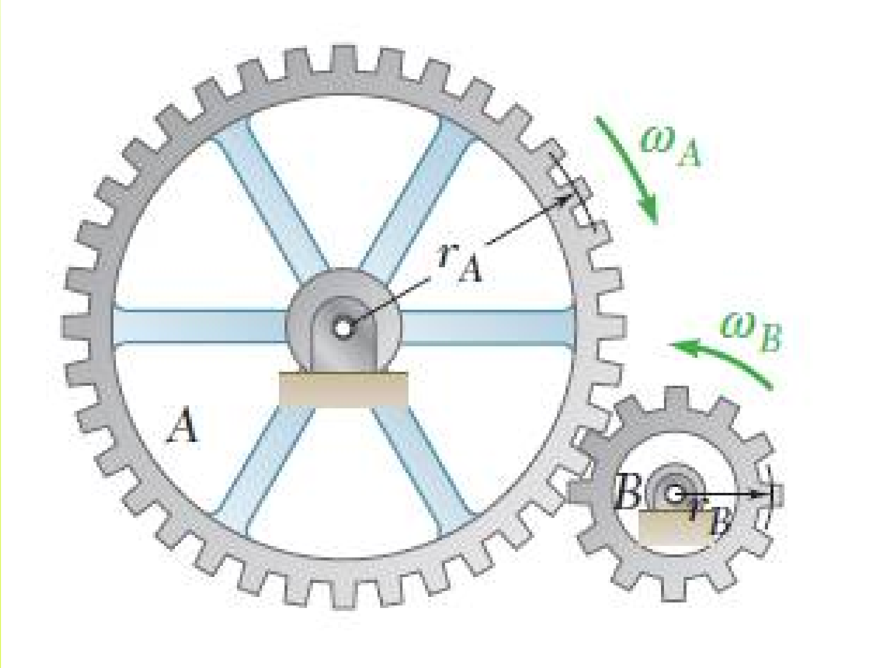




Ejerc. Nº 2) El engrane A tiene una masa de 10 kg y un radio de giro de 200 mm, el engrane B tiene una masa de 3 kg y un radio de giro de 80 mm. El sistema está en reposo cuando un par de 6 N.m se aplica al engrane B. Si se ignora la fricción, calcular a) el número de revoluciones ejecutadas por el engrane B antes de que su velocidad angular llegue a 600 rpm b) la fuerza tangencial que el engrane B ejerce sobre el engrane A.

$$r_A \omega_A = r_B \omega_B \qquad \omega_A = \omega_B \frac{r_B}{r_A} = \omega_B \frac{100 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 0.40\omega_B$$

$$\omega_B = 62.8 \text{ rad/s} \qquad \omega_A = 0.40\omega_B = 25.1 \text{ rad/s}$$
$$\bar{I}_A = m_A \bar{k}_A^2 = (10 \text{ kg})(0.200 \text{ m})^2 = 0.400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$
$$\bar{I}_B = m_B \bar{k}_B^2 = (3 \text{ kg})(0.080 \text{ m})^2 = 0.0192 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$



Energía cinética. Puesto que el sistema se encuentra inicialmente en reposo, $T_1 = 0$. Al sumar las energías cinéticas de los dos engranes cuando $\omega_B = 600$ rpm, se obtiene

$$
\begin{aligned}
T_2 &= \tfrac{1}{2}\bar{I}_A\omega_A^2 + \tfrac{1}{2}\bar{I}_B\omega_B^2 \\
&= \tfrac{1}{2}(0.400\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(25.1\ \text{rad/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.0192\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(62.8\ \text{rad/s})^2 \\
&= 163.9\ \text{J}
\end{aligned}
$$

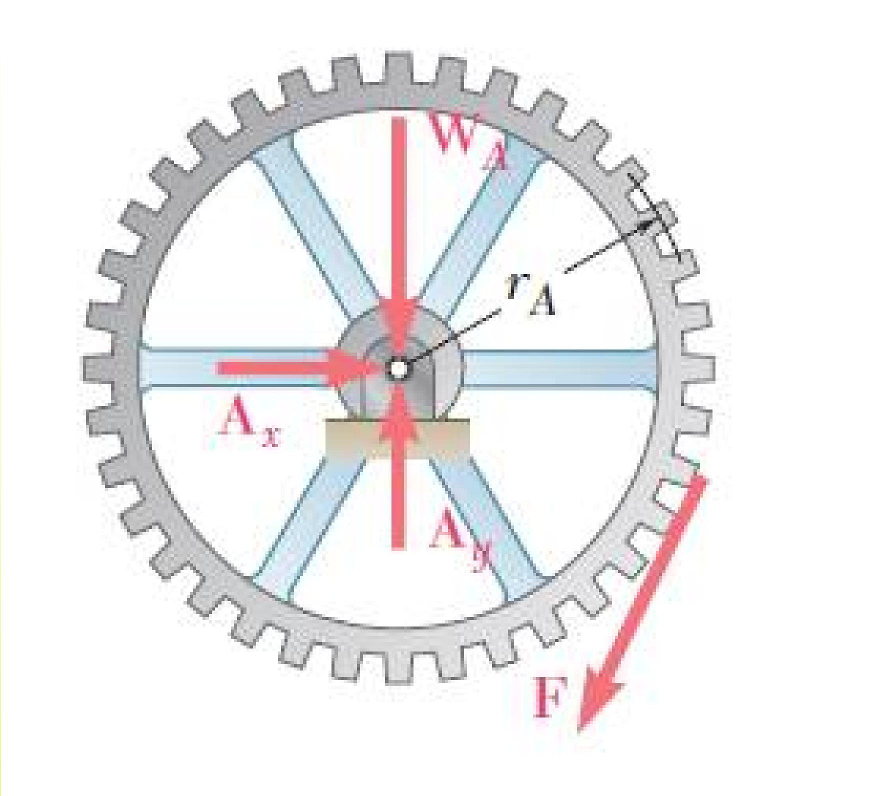
Trabajo. Al denotar por θ_B el desplazamiento angular del engrane B, se tiene

$$U_{1\rightarrow 2} = M\theta_B = (6\ \text{N}\cdot\text{m})(\theta_B\ \text{rad}) = (6\theta_B)\ \text{J}$$

Principio del trabajo y la energía

$$
\begin{aligned}
T_1 + U_{1\rightarrow 2} &= T_2 \\
0 + (6\theta_B)\ \text{J} &= 163.9\ \text{J} \\
\theta_B &= 27.32\ \text{rad} \qquad \theta_B = 4.35\ \text{rev}
\end{aligned}
$$

$$T_1 = 0.$$



$$\begin{aligned} T_2 &= \tfrac{1}{2}\bar{I}_A\omega_A^2 + \tfrac{1}{2}\bar{I}_B\omega_B^2 \\ &= \tfrac{1}{2}(0.400 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(25.1 \text{ rad/s})^2 + \tfrac{1}{2}(0.0192 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(62.8 \text{ rad/s})^2 \\ &= 163.9 \text{ J} \end{aligned}$$

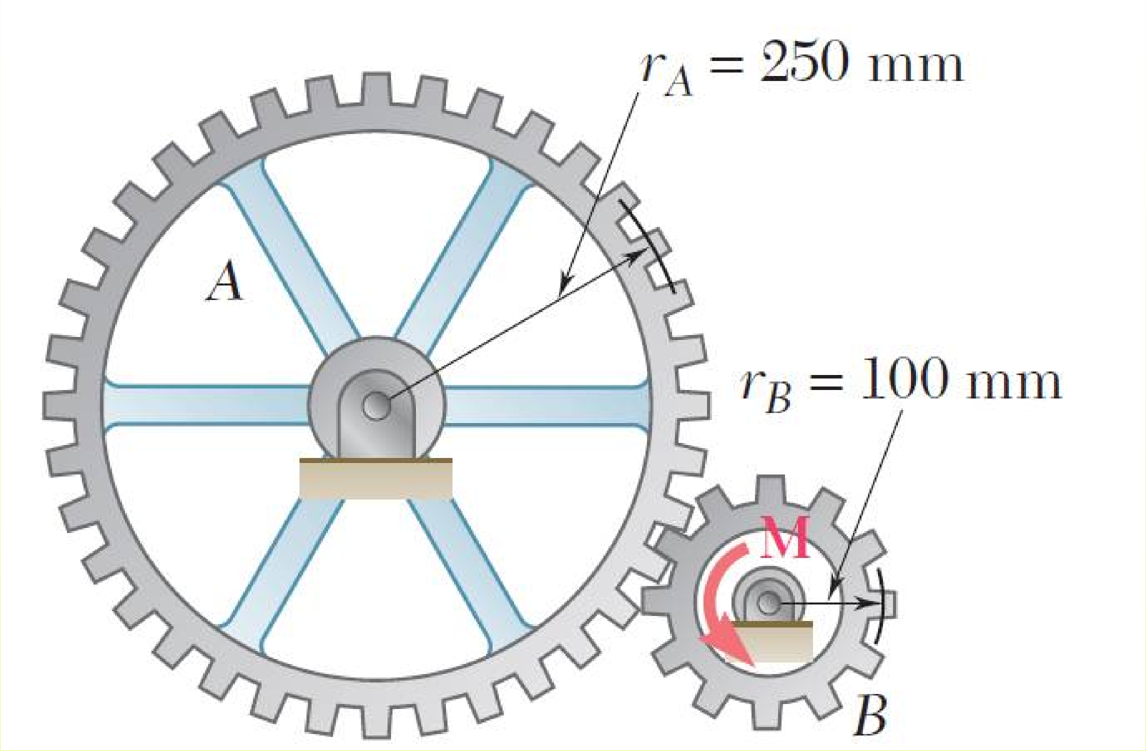
Trabajo. Se muestran las fuerzas que actúan sobre el engrane A. La fuerza tangencial **F** realiza un trabajo igual al producto de su magnitud y de la longitud $\theta_A r_A$, del arco descrito por el punto de contacto. En vista de que $\theta_A r_A = \theta_B r_B$, se tiene

$$U_{1\rightarrow 2} = F(\theta_B r_B) = F(27.3 \text{ rad})(0.100 \text{ m}) = F(2.73 \text{ m})$$

Principio del trabajo y la energía

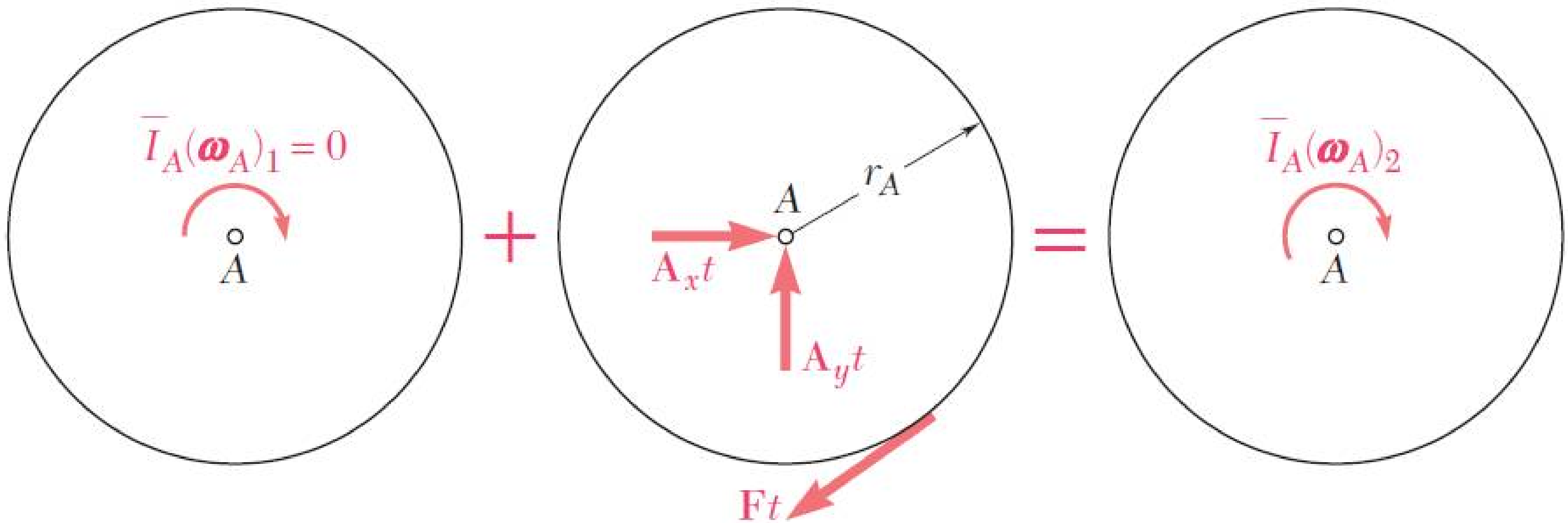
$$T_1 + U_{1\rightarrow 2} = T_2$$
$$0 + F(2.73 \text{ m}) = 126.0 \text{ J}$$
$$F = +46.2 \text{ N} \qquad \mathbf{F} = 46.2 \text{ N} \swarrow$$

Ejerc. Nº 3) El engrane A tiene una masa de 10 kg y un radio de giro de 200 mm y el engrane B tiene una masa de 3 kg y un radio de giro de 80 mm. El sistema está en reposo cuando un par de 6 N.m se aplica al engrane B. Hallar a) el tiempo requerido para que la velocidad angular del engrane B llegue a 600 rpm b) la fuerza tangencial que el engrane B ejerce sobre el engrane A.



$$\bar{I}_A = 0.400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \qquad \bar{I}_B = 0.0192 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$(\omega_A)_2 = 25.1 \text{ rad/s} \qquad (\omega_B)_2 = 62.8 \text{ rad/s}$$



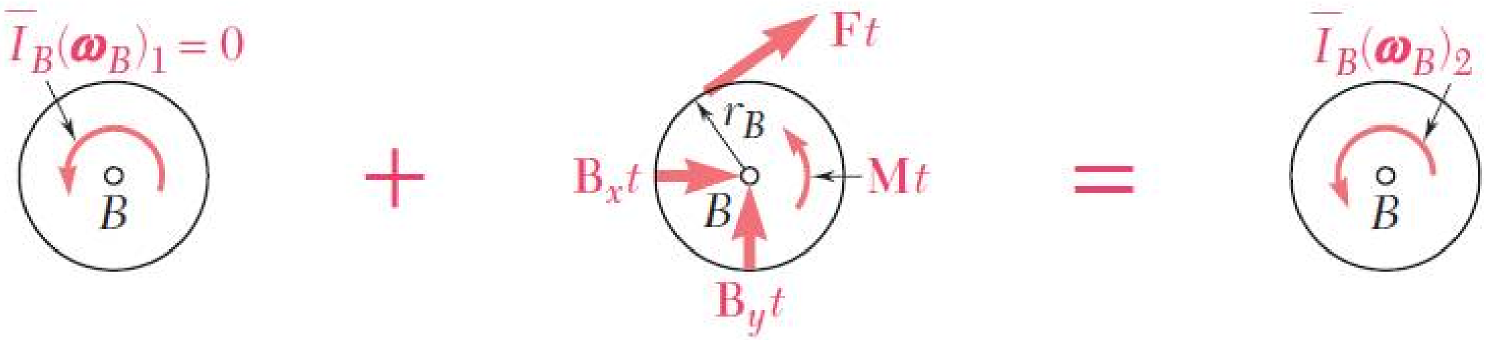
Cant. Mov. Sist.$_1$ + Imp. Ext. Sist.$_{1\to2}$ = Cant. Mov. Sist.$_2$

$+\circlearrowright$momentos alrededor de A: $\qquad 0 - Ftr_A = -\bar{I}_A(\omega_A)_2$

$$Ft(0.250 \text{ m}) = (0.400 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)(25.1 \text{ rad/s})$$

$$Ft = 40.2 \text{ N} \cdot \text{s}$$

Principio del impulso y la cantidad de movimiento para el engrane B.



Cant. Mov. Sist.$_1$ + Imp. Ext. Sist.$_{1\rightarrow 2}$ = Cant. Mov. Sist.$_2$

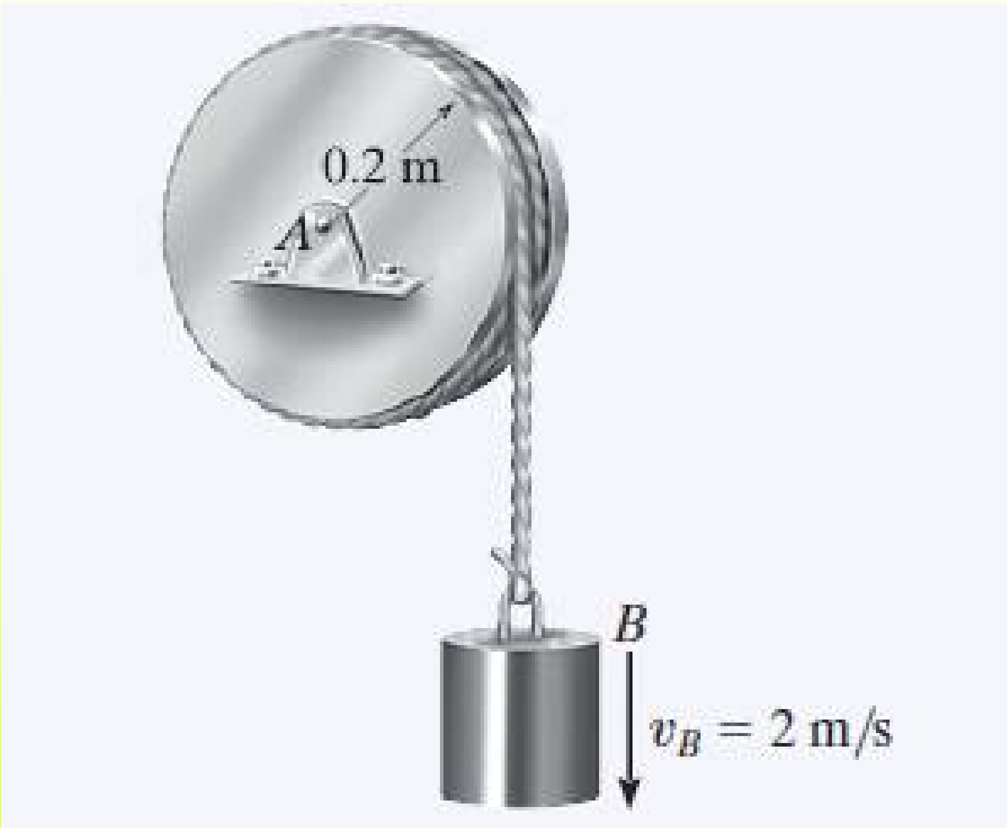
$+\circlearrowleft$ momentos alrededor de B: $\quad 0 + Mt - Ftr_B = \bar{I}_B(\omega_B)_2$

$$+(6 \text{ N}\cdot\text{m})t - (40.2 \text{ N}\cdot\text{s})(0.100 \text{ m}) = (0.0192 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(62.8 \text{ rad/s})$$

$$t = 0.871 \text{ s}$$

$$F(0.871 \text{ s}) = 40.2 \text{ N}\cdot\text{s} \qquad F = +46.2 \text{ N}$$

$$\mathbf{F} = 46.2 \text{ N} \swarrow$$



Ejerc. Nº 4) El bloque tiene masa de 6 kg. Está unido a una cuerda enrollada sobre la periferia de un disco de 20 kg que tiene un momento de inercia de 0,40 kg. m2.

Si el bloque está inicialmente moviéndose hacia abajo con velocidad de 2 m/s, calcular la velocidad en 3 s. Desprecie la masa de la cuerda.

Disco

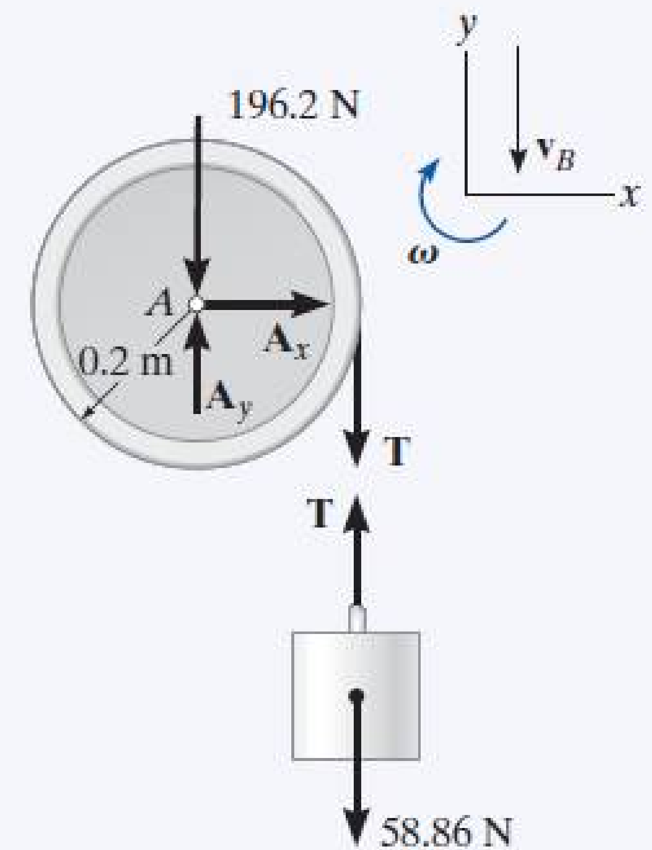
$$(\circlearrowleft +) \qquad I_A\omega_1 + \Sigma\int M_A\,dt = I_A\omega_2$$

$$0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2(\omega_1) + T(3\ \text{s})(0.2\ \text{m}) = (0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\omega_2$$

Cilindro

$$(+\uparrow) \qquad m_B(v_B)_1 + \Sigma\int F_y\,dt = m_B(v_B)_2$$

$$-6\ \text{kg}(2\ \text{m/s}) + T(3\ \text{s}) - 58.86\ \text{N}(3\ \text{s}) = -6\ \text{kg}(v_B)_2$$



Cinemática. Como $\omega = v_B/r$, entonces $\omega_1 = (2\text{ m/s})/(0.2\text{ m}) = 10\text{ rad/s}$ y $\omega_2 = (v_B)_2/0.2\text{ m} = 5(v_B)_2$. Al sustituir y resolver las ecuaciones simultáneamente para $(v_B)_2$ obtenemos

$$(v_B)_2 = 13.0\text{ m/s}\downarrow$$

Principio de impulso y cantidad de movimiento angular. Como $\omega_1 = 10\text{ rad/s}$ y $\omega_2 = 5(v_B)_2$, tenemos

$$(\circlearrowright +)\left(\sum \begin{matrix}\text{cantidad de}\\ \text{movimiento angular}\\ \text{del sistema}\end{matrix}\right)_{A1} + \left(\sum \begin{matrix}\text{impulso angular}\\ \text{del sistema}\end{matrix}\right)_{A(1-2)} = \left(\sum \begin{matrix}\text{cantidad de}\\ \text{movimiento angular}\\ \text{del sistema}\end{matrix}\right)_{A2}$$

$$(6\ \text{kg})(2\ \text{m/s})(0.2\ \text{m}) + (0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(10\ \text{rad/s}) + (58.86\ \text{N})(3\ \text{s})(0.2\ \text{m})$$
$$= (6\ \text{kg})(v_B)_2(0.2\ \text{m}) + (0.40\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)[5(v_B)_2(0.2\ \text{m})]$$

$$(v_B)_2 = 13.0\ \text{m/s} \downarrow$$