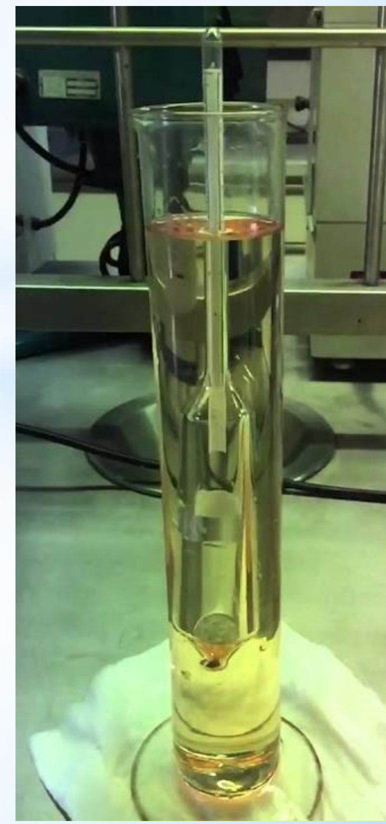
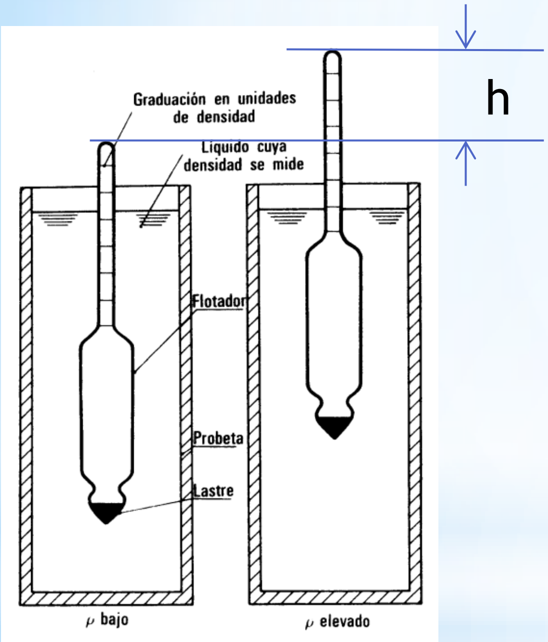
MECANICA DE LOS FLUIDOS   TP N°1

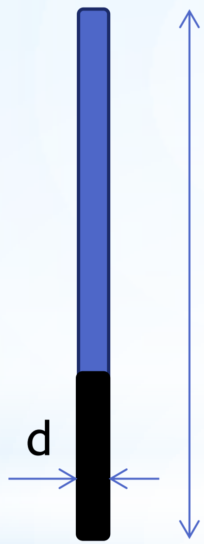
Problema N° 1. Un hidrómetro pesa 2,2 grf. Su extremo superior es un vástago cilíndrico de diámetro exterior de=0,28 cm. ¿Cuál será la diferencia entre las longitudes de emergencia cuando flota en un aceite de densidad relativa $\rho_{r(aceite)} = 0,78$ y en alcohol de densidad relativa $\rho_{r(alcohol)} = 0,821$?

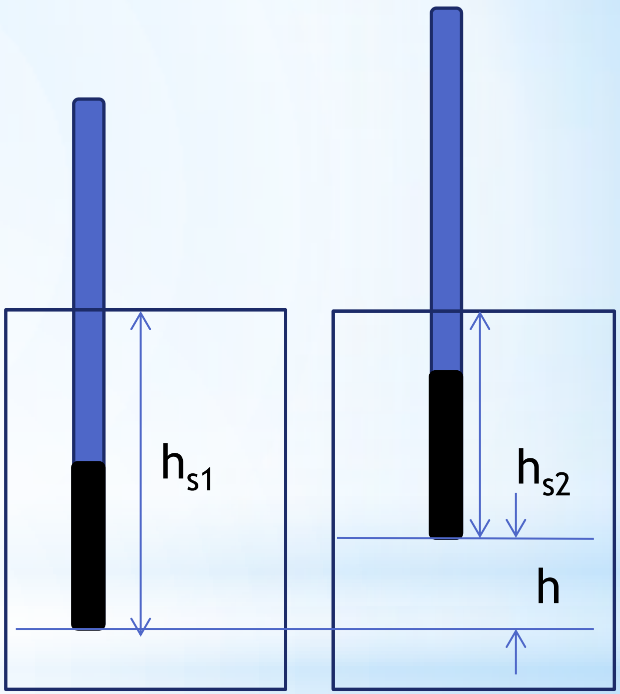


MECANICA DE LOS FLUIDOS TP N°1

Resolución







$\rho_r = \rho / \rho_{(agua)}$ *g/g = δ / $\delta_{agua} = \delta_r$ δ_{agua} = 1 grf/cm^3

Peso = 2,2 grf = Vol * δ = π*d^2 * h * δ/4 = h * π *d^2 * δ_r * $\delta_{(agua)}$/4

h_s = Peso *4 / (π *d^2 * δ_r *$\delta_{(agua)}$)

Resolución

$hs = \text{Peso} *4 / (\pi*d^2 *\delta_r *\delta_{(agua)})$

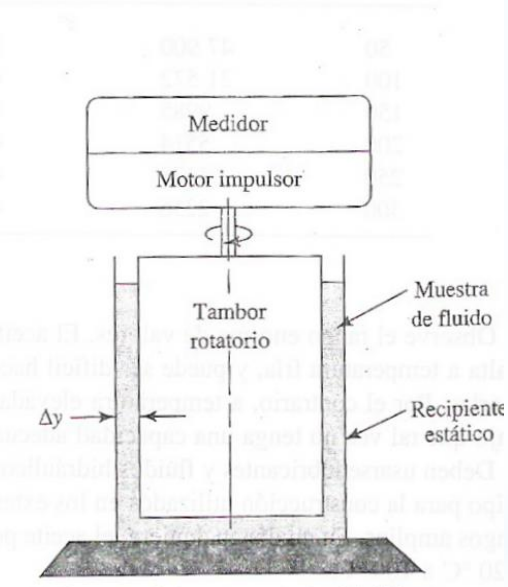
Diferencia de alturas: $h_{s1}-h_{s2}$

$h_{s1} = h_{aceite} = 2{,}2 \text{ grf} *4 /(3.14159*(0{,}28 \text{ cm})^2 * 0{,}78*1 \text{ grf/cm}^3)) = 45{,}806 \text{ cm}$

$h_{s2} = h_{alcohol} = 2{,}2 \text{ grf} *4 /(3.14159*(0{,}28 \text{ cm})^2 * 0{,}821*1 \text{ grf/cm}^3)) = 43{,}518 \text{ cm}$

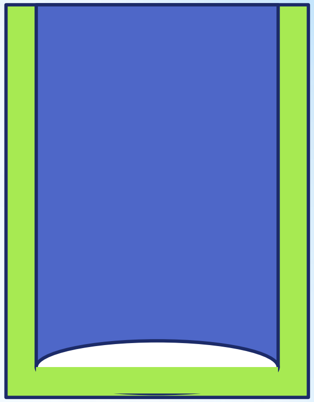
$h_{aceite} - h_{alcohol} = 2{,}288 \text{ cm}$

Problema N° 2. Un cilindro de radio exterior, r_e=12.0 cm, gira concéntricamente en el interior de un cilindro fijo de radio interior, r_i =12.6 cm. Ambos cilindros tienen una altura h = 30cm. Determinar la viscosidad absoluta de un líquido que llena el espacio entre ambos cilindros toda vez que se necesita aplicar un par constante de Tc = 9 kgf.cm, para mantener una velocidad angular, n = 600 rpm.



(a) Esquema de los componentes del sistema

Esfuerzo de corte $\tau = F/A$ de acá $F = \tau * A$



A = área lateral del cilindro = $2\pi rh$

Momento aplicado $T = F\,r$

$T = (\tau\, 2\pi rh)r$ (1)

Por la ley de Newton de la viscosidad

$\tau = \mu(dv/dr)$ (2)

reemplazando 2 en 1

$T = \mu(dv/dr)*2\pi r^2 h$

despejando dv

$dv = -\,(T/(\mu*2\pi r^2 h))*dr$ e integrando entre R_1 y R_2 el primer miembro y entre $v_1 = v$ y $v_2 = 0$ el segundo miembro

$(T/(\mu 2\pi h))*\int (dr/r^2) = \int dv$

$(T/(\mu 2\pi h))*(1/R_1 - 1/R_2) = v$ despejando la viscosidad

$\mu = T/(2\pi hv)*(R_2 - R_1)/(R_2 * R_1)$

teniendo en cuenta que $v = 2\pi\, n\, R_1/60$ donde n velocidad de giro en rpm, reemplazando

$$\mu = \frac{15 * T}{\pi^2 * h * n} * \frac{(R_2 - R_1)}{R_2 * {R_1}^2}$$

$$\mu = \frac{15 * 9\, kgf.cm}{\pi^2 * 30\, cm * 600\, rpm} * \frac{(12{,}6\, cm - 12\, cm)}{12{,}6\, cm * (12\, cm)^2}$$

μ = 2.51129 e-7 kgf/(rpm. cm^2)

$$\mu = \frac{T}{2 * \pi * h * v} * \frac{(R_2 - R_1)}{R_2 * R_1}$$

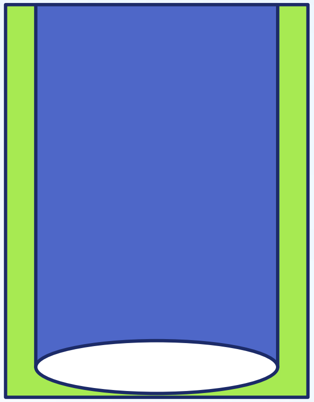
$v = 2\pi\, n\, R_1/60 = 2 * \pi * 600rpm * 12\, cm/60\, s = 753{,}98\, cm/s$

$$\mu = \frac{9\, kgf.cm}{2 * \pi * 30\, cm * 753{,}98\, cm/s} * \frac{(12{,}6\, cm - 12\, cm)}{12{,}6\, cm * 12\, cm}$$ = **2,51293 e-7 kgf.s /cm ^{2}**

μ = **2,51293 e-7 kgf s/cm ^{2}** *9.8 N/kgf/(m^2/10000 cm ^{2}) = 0,0246267 N s/m^2

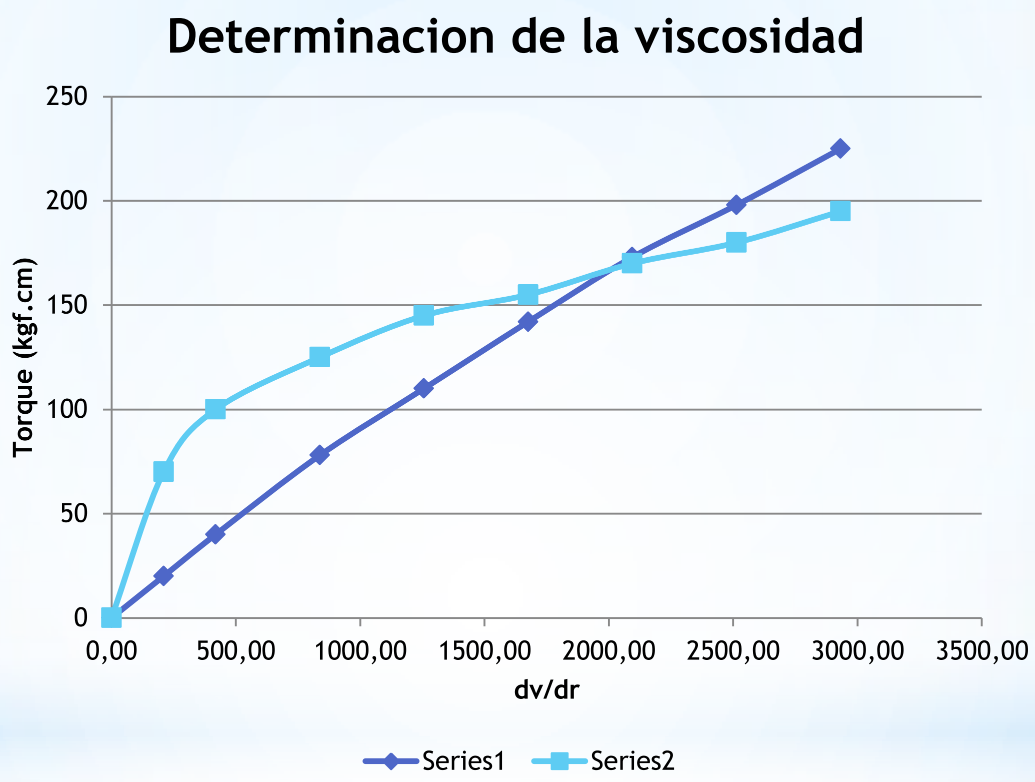
Con el mismo instrumento se determina el torque necesario que se debe aplicar a dos fluidos diferentes a distintas velocidades. Determine si los fluidos en cuestión son Newtonianos o No Newtonianos.

rpm	τ fluido1	τ fluido2
0	0	0
50	20	70
100	40	100
200	78	125
300	110	145
400	142	155
500	173	170
600	198	180
700	225	195



$$dvdr = (2\pi\ n\ R_1/60)/((R_e-R_i)/2)$$

rpm	Dv/dr	T1	T2
0	0,00	0	0
50	209,44	20	70
100	418,88	40	100
200	837,76	78	125
300	1256,64	110	145
400	1675,51	142	155
500	2094,39	173	170
600	2513,27	198	180
700	2932,15	225	195



Fluido 1 = serie 1

Newtoniano

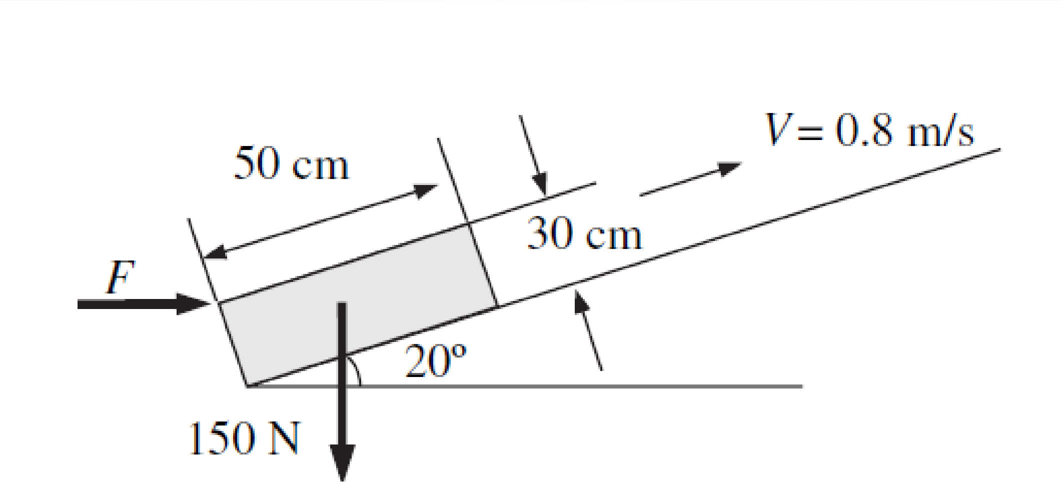
Fluido 2 = serie 2

No Newtoniano

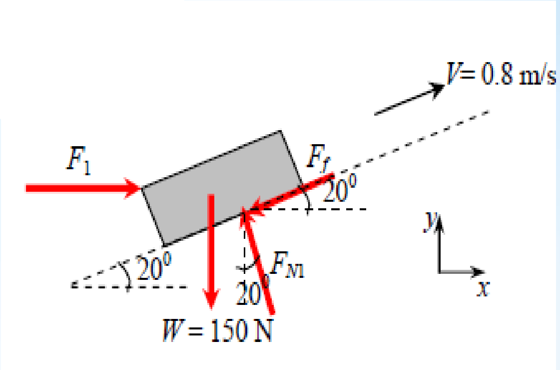
Problema N° 3. Se debe mover un bloque de 50 cm x 30 cm x 20 cm que pesa 150 N a una velocidad constante de 0,8 m/s sobre una superficie inclinada con un coeficiente de fricción de 0,27.

a) Determine la fuerza *F* necesaria a aplicar en la dirección horizontal.

b) Si se aplica una película de aceite de 0,4 mm de espesor, con una viscosidad dinámica de 0.012 Pa s entre el bloque y la superficie inclinada, determine el porcentaje de reducción en la fuerza necesaria.



Sin lubricante



$$\sum F_x = 0: \quad F_1 - F_f \cos 20^\circ - F_{N1} \sin 20^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0: \quad F_{N1} \cos 20^\circ - F_f \sin 20^\circ - W = 0 \quad (2)$$

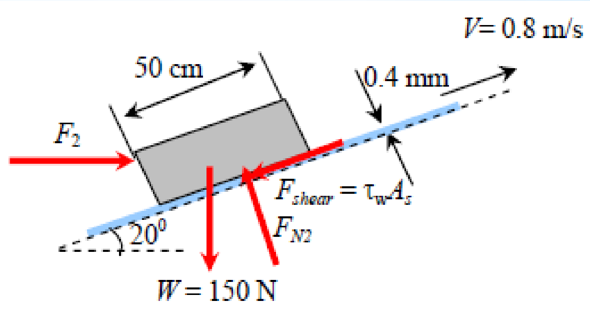
$$F_f = fF_{N1} \qquad (3)$$

$$F_{N1} = \frac{W}{\cos 20^\circ - f \sin 20^\circ} = \frac{150\ \mathrm{N}}{\cos 20^\circ - 0.27 \sin 20^\circ} = 177.0\ \mathrm{N}$$

$$F_1 = F_f \cos 20^\circ + F_{N1} \sin 20^\circ = (0.27 \times 177\ \mathrm{N}) \cos 20^\circ + (177\ \mathrm{N}) \sin 20^\circ = \mathbf{105.5\ N}$$

Con lubricante

$$\begin{aligned} F_{shear} &= \tau_w A_s \\ &= \mu A_s \frac{V}{h} \\ &= \left(0.012 \text{ N}\cdot\text{s/m}^2\right)\left(0.5\times 0.2 \text{ m}^2\right)\frac{0.8 \text{ m/s}}{4\times 10^{-4} \text{ m}} \\ &= 2.4 \text{ N} \end{aligned}$$



$$\sum F_x = 0: \quad F_2 - F_{shear}\cos 20° - F_{N2}\sin 20° = 0 \quad (4)$$

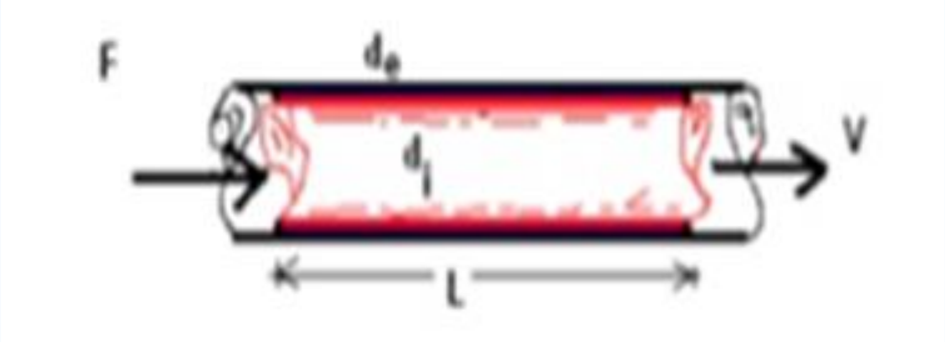
$$\sum F_y = 0: \quad F_{N2}\cos 20° - F_{shear}\sin 20° - W = 0 \quad (5)$$

$$F_{N2} = (F_{shear}\sin 20° + W)/\cos 20° = [(2.4\text{ N})\sin 20° + (150\text{ N})]/\cos 20° = 160.5\text{ N}$$

$$F_2 = F_{shear}\cos 20° + F_{N2}\sin 20° = (2.4\text{ N})\cos 20° + (160.5\text{ N})\sin 20° = 57.2\text{ N}$$

$$\frac{F_1 - F_2}{F_1}\times 100\% = \frac{105.5 - 57.2}{105.5}\times 100\% = \mathbf{45.8\%}$$

Problema N°4: Un cilindro de 200 mm de diámetro interior y de longitud L= 1m está concéntrico con respecto de un tubo de 206 mm de diámetro exterior. Entre el cilindro y el tubo existe una película de aceite. ¡Qué fuerza se requiere para mover el cilindro a lo largo del tubo a una velocidad constante de 1 m/s?. La viscosidad es 0,027 Pa.s. y la densidad relativa es 0,87.

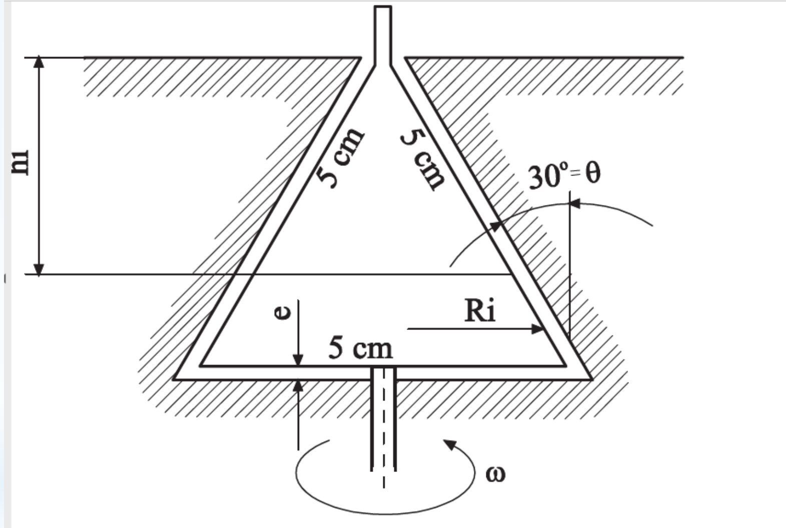


$$F=\tau*A= A*\mu*dv/dr$$

$$A= 2*\pi*rt*l$$

$$dv/dr = (Vc-0)/(ri-rt)$$

Problema N° 5: Se hace rotar un cuerpo cónico con una velocidad constante de 10 rad/s; la base del cono tiene un diámetro de 5 cm, y el espesor de la película de aceite es de 0,1 mm. Si la viscosidad del aceite es de 7·10-3 [N·S/m2], halle el par necesario para mantener el movimiento.

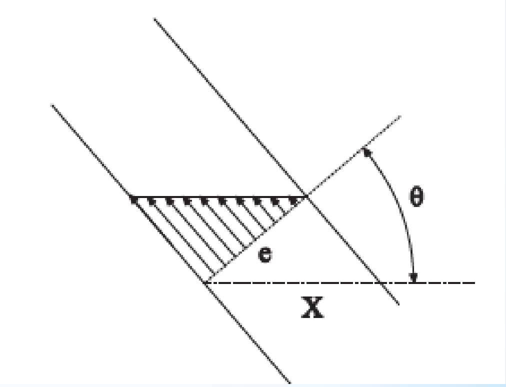


Resolución

Se divide la superficie del cono en dos partes: por un lado, la superficie lateral y, por otro lado, la base.

En la superficie lateral, el esfuerzo cortante en un punto genérico vale:

$$\tau_i = \mu \frac{dv_i}{dn} = \mu \frac{R_i \omega}{e} = \mu \frac{h_i tg\theta\omega}{e};$$



En la base:

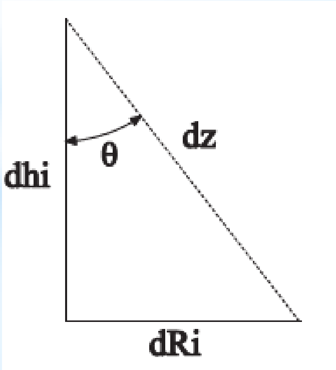
$$\tau_i = \mu \frac{dv_i}{dn} = \mu \frac{R_i \omega}{e};$$

La fuerza que se opone al movimiento en la superficie lateral:

$$dF = \tau\, dS = \tau\, 2\,\pi\, R_i dZ \qquad \cos\theta = \frac{dh}{dz};$$

$$dF = \tau 2\pi R_i \frac{dh}{\cos\theta} = \tau\, 2\pi\, h_i\; tg\theta \frac{dh}{\cos\theta}$$

$$dF = \mu\, h_i^2 tg^2\theta \frac{\omega}{e} 2\pi \frac{dh}{\cos\theta}$$



$$F=\int_0^h \mu\frac{\omega}{e}\frac{tg^2\theta}{\cos\theta}2\pi h_i^{\,2}\,dh=\mu\frac{\omega}{e}2\pi\frac{tg^2\theta}{\cos\theta}\frac{h_i^3}{3}$$

La fuerza en la base será:

$$dF=\tau dS=\tau 2\pi R_i dR$$

$$dF=\mu\frac{\omega}{e}R_i^{\,2}\;2\pi dR$$

$$F=\int_0^R \mu\frac{\omega}{e}\,2\pi\,R_i^2\,dR=\mu\frac{\omega}{e}2\pi\frac{R^3}{3}$$

El par necesario en la superficie lateral:

$$M=F\times R_i$$
$$dM=dF\times R_i$$

$$dM=\mu\frac{tg^2\theta}{\cos\theta}\frac{\omega}{e}2\pi h_i^{\,2}\;dhR_i \qquad\qquad R_i=h_i tg\theta$$

$$M_L=\int_0^h \mu\frac{tg^3\theta}{\cos\theta}\frac{\omega}{e}\,2\pi\,h_i^{\,3}dh=\mu\frac{tg^3\theta}{\cos\theta}\frac{\omega}{e}2\pi\frac{h^4}{4}$$

El par en la base:

$$dM = dF\,R_i = \mu \frac{\omega}{e} 2\pi\, R_i^{\,2} dR\, R_i$$

$$M_b = \int_0^R \mu \frac{\omega}{e}\, 2\pi\, R_i^{\,3} dR = \mu \frac{\omega}{e} 2\pi \frac{R^4}{4}$$

El par total necesario para mantener el movimiento será:

$$M_T = M_L + M_b$$

$$M_T = \mu \frac{tg^3\theta}{\cos\theta} \frac{\omega}{e} 2\pi \frac{h^4}{4} + \mu \frac{\omega}{e} 2\pi \frac{R^4}{4} = \mu \frac{\omega}{e} \frac{2\pi}{4} \left[\frac{tg^3\theta}{\cos\theta} h^4 + R^4 \right]$$

Sustituyendo el radio por su equivalente:

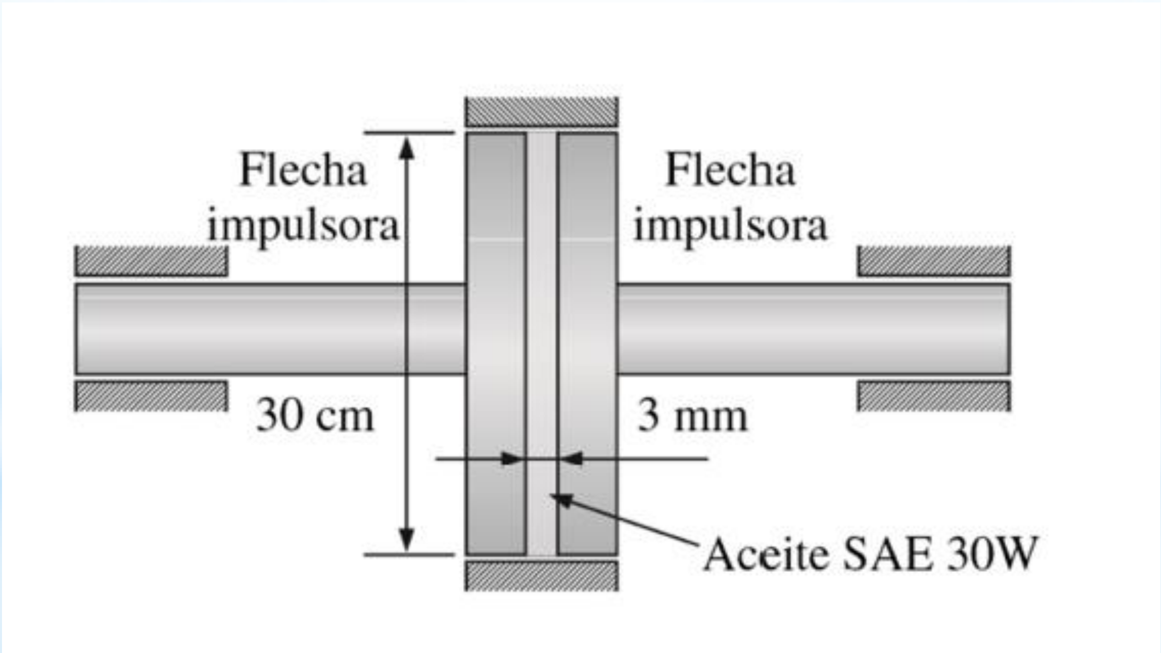
$$M_T = \mu \frac{\omega}{e} \frac{\pi}{2} h^4 tg^3\theta \left[\frac{1}{\cos\theta} + tg\theta \right]$$

La potencia necesaria para mantener el sistema en movimiento será:

$$N = M_T\,\omega = \mu \frac{\omega^2}{e} \frac{\pi}{2} h^4 tg^3\theta \left[\frac{1}{\cos\theta} + tg\theta \right]$$

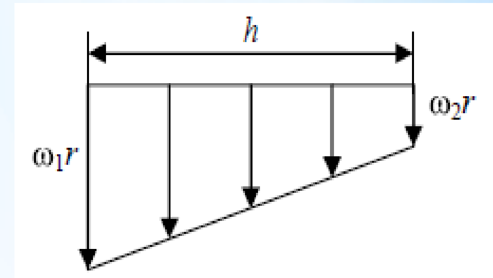
Problema N°6

El sistema de embrague que se muestra en la figura, se usa para transmitir par de torsión mediante una película de aceite con μ =0,38 N.s/m^2 que está entre dos discos idénticos de 30 cm de diámetro. Cuando la flecha impulsora gira a una velocidad de 1450 rpm, se observa que la flecha impulsada gira a 1398 rpm. Suponiendo un perfil lineal de velocidad para la película de aceite, determine el par de torsión transmitido.



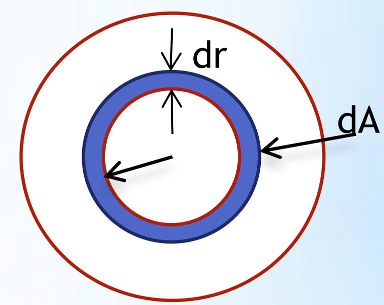
Se asume que el espesor de la lámina de aceite es uniforme y que la viscosidad absoluta es μ = 0,38 N.s/m² (aceite SAE 30 W)

$$\tau_w = \mu \frac{du}{dr} = \mu \frac{\Delta V}{h} = \mu \frac{(\omega_1 - \omega_2)r}{h}$$



$$dF = \tau_w dA = \mu \frac{(\omega_1 - \omega_2)r}{h} (2\pi r)dr$$

$$dT = rdF = \mu \frac{(\omega_1 - \omega_2)r^2}{h} (2\pi r)dr = \frac{2\pi\mu(\omega_1 - \omega_2)}{h} r^3 dr$$



$$T = 2\pi\mu \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{h} \int_{r=0}^{D/2} r^3 dr = \frac{2\pi\mu(\omega_1 - \omega_2)}{h} \frac{D^4}{32}$$

$$\omega 1 - \omega 2 = 2\pi(n1 - n2) = (2\pi \frac{rad}{rev})[(1450 - 1398)rev/min](1min/60\ s) = 5{,}445\ rad/s$$

$$T = \frac{\pi \left(0{,}38\ N.\frac{s}{m2}\right)\left(5.445 * \frac{1}{s}\right)(0{,}34m)^4}{32 * 0{,}003m} = 0{,}55\ N.m$$