FACULTAD DE INGENIERÍA

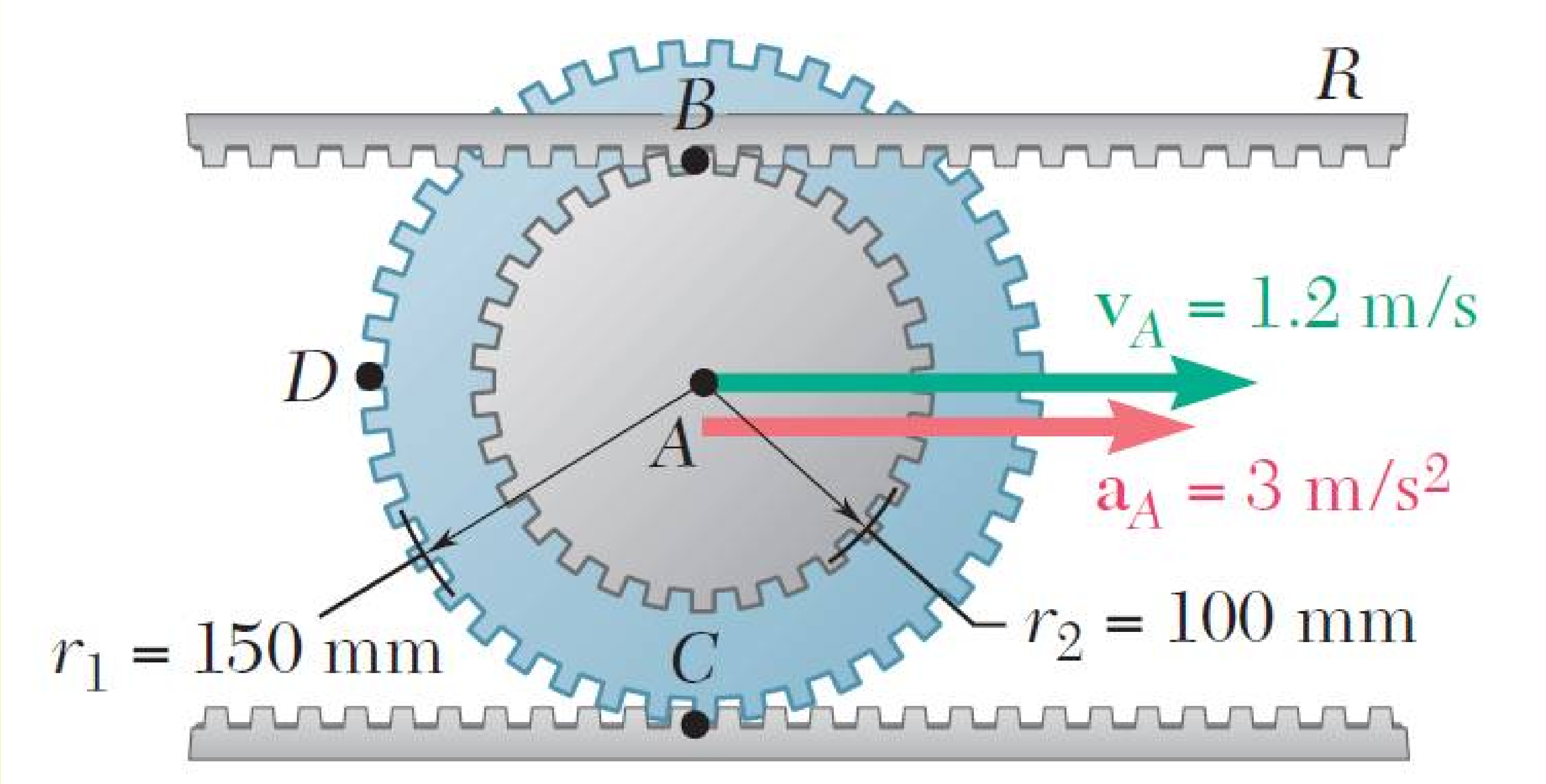
MECÁNICA APLICADA

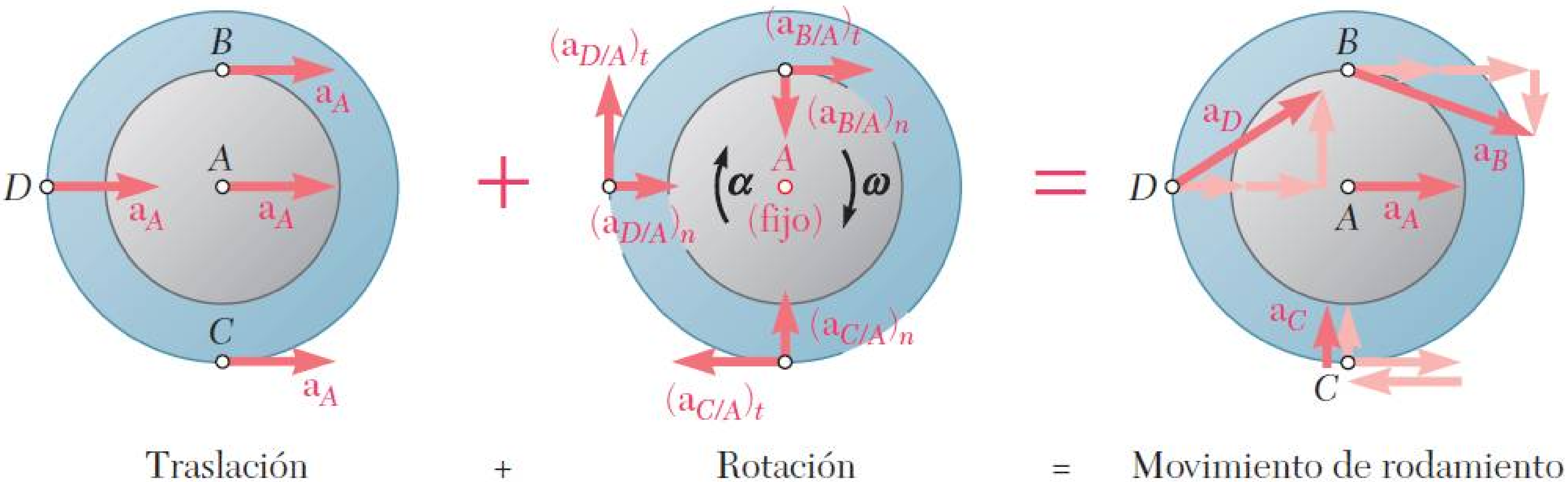
MECÁNICA Y MECANISMOS

ACELERACIONES ABSOLUTA Y RELATIVA

Ing. Carlos Barrera-2021

1) El centro del engrane doble del problema del práctico anterior de 1,2 m/s hacia la derecha y una aceleración de 3 m/s2 hacia la derecha. La cremallera inferior es estacionaria, determine a) la aceleración angular del engrane b) la aceleración de los puntos B, C, D del engrane.

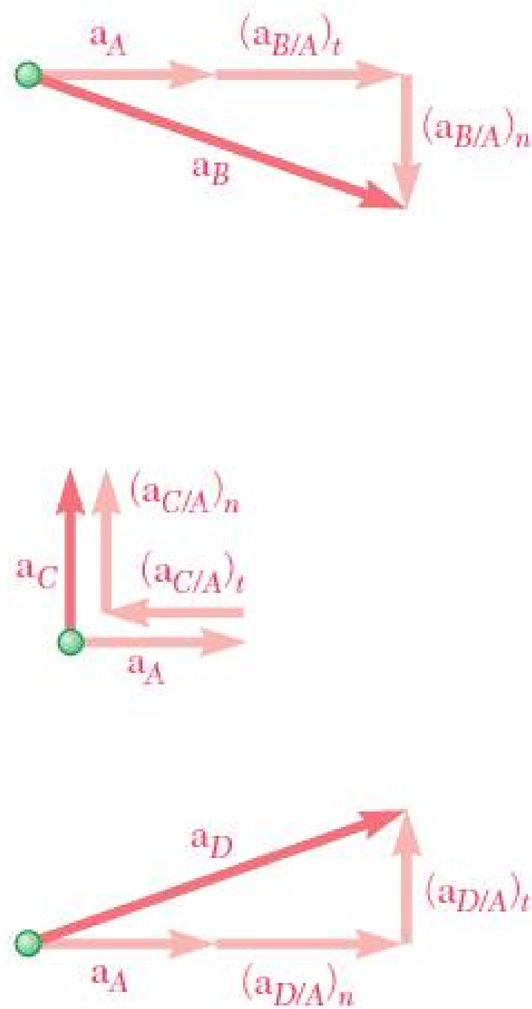




a) Aceleración angular del engrane.

$x_A = -r_1\theta$ y $v_A = -r_1\omega$. Diferenciando la última ecuación con respecto al tiempo, se obtiene $a_A = -r_1\alpha$.

$$v_A = -r_1\omega \qquad 1.2 \text{ m/s} = -(0.150 \text{ m})\omega \qquad \omega = -8 \text{ rad/s}$$
$$a_A = -r_1\alpha \qquad 3 \text{ m/s}^2 = -(0.150 \text{ m})\alpha \qquad \alpha = -20 \text{ rad/s}^2$$
$$\boldsymbol{\alpha} = \alpha\mathbf{k} = -(20 \text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \quad ◀$$


a_A
$(a_{B/A})_t$
$(a_{B/A})_n$
a_B
$(a_{C/A})_n$
a_C
$(a_{C/A})_t$
a_A
a_D
$(a_{D/A})_t$
a_A
$(a_{D/A})_n$

Aceleración del punto B. Al sumar vectorialmente las aceleraciones correspondientes a la traslación y a la rotación, se obtiene

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_B &= \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A} = \mathbf{a}_A + (\mathbf{a}_{B/A})_t + (\mathbf{a}_{B/A})_n \\
&= \mathbf{a}_A + \alpha\mathbf{k} \times \mathbf{r}_{B/A} - \omega^2\mathbf{r}_{B/A} \\
&= (3\text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (20\text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \times (0.100\text{ m})\mathbf{j} - (8\text{ rad/s})^2(0.100\text{ m})\mathbf{j} \\
&= (3\text{ m/s}^2)\mathbf{i} + (2\text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (6.40\text{ m/s}^2)\mathbf{j}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{a}_B = 8.12\text{ m/s}^2 \measuredangle 52.0° \blacktriangleleft$$

Aceleración del punto C

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_C &= \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{C/A} = \mathbf{a}_A + \alpha\mathbf{k} \times \mathbf{r}_{C/A} - \omega^2\mathbf{r}_{C/A} \\
&= (3\text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (20\text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \times (-0.150\text{ m})\mathbf{j} - (8\text{ rad/s})^2(-0.150\text{ m})\mathbf{j} \\
&= (3\text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (3\text{ m/s}^2)\mathbf{i} + (9.60\text{ m/s}^2)\mathbf{j}
\end{aligned}$$

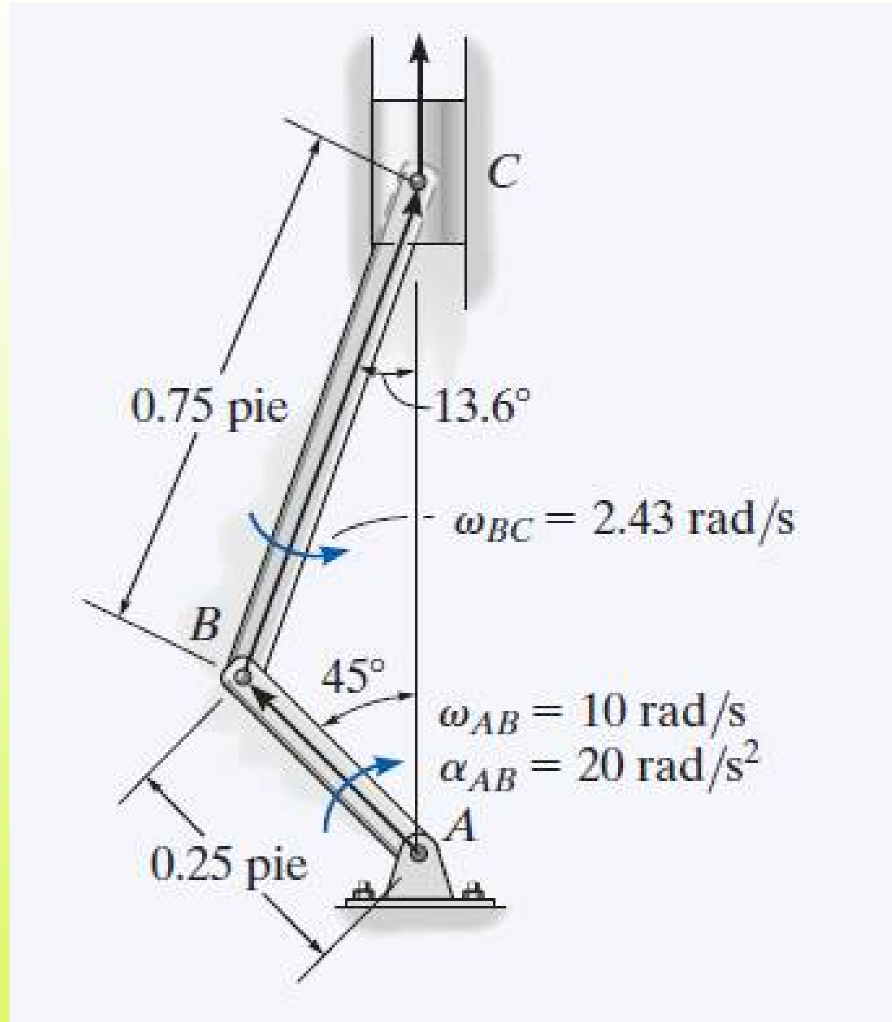
$$\mathbf{a}_C = 9.60\text{ m/s}^2 \uparrow \blacktriangleleft$$

Aceleración del punto D

$$\begin{aligned}
\mathbf{a}_D &= \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{D/A} = \mathbf{a}_A + \alpha\mathbf{k} \times \mathbf{r}_{D/A} - \omega^2\mathbf{r}_{D/A} \\
&= (3\text{ m/s}^2)\mathbf{i} - (20\text{ rad/s}^2)\mathbf{k} \times (-0.150\text{ m})\mathbf{i} - (8\text{ rad/s})^2(-0.150\text{ m})\mathbf{i} \\
&= (3\text{ m/s}^2)\mathbf{i} + (3\text{ m/s}^2)\mathbf{j} + (9.60\text{ m/s}^2)\mathbf{i}
\end{aligned}$$

$$\mathbf{a}_D = 12.95\text{ m/s}^2 \measuredangle 13.4° \blacktriangleleft$$

2) El cigüeñal AB de un motor gira con aceleración angular constante de 20 rad/s2, en el sentido de las agujas del reloj. Calcular la aceleración del pistón en el instante en que AB está en la posición mostrada. En este instante Шab= 10 rad/s y шBC= 2,43 rad/s.



Ecuación de la aceleración: Expresando cada uno de los vectores de posición en forma vectorial cartesiana

$$\mathbf{r}_B = \{-0.25 \text{ sen } 45°\mathbf{i} + 0.25 \cos 45°\mathbf{j}\} \text{ pies} = \{-0.177\mathbf{i} + 0.177\mathbf{j}\} \text{ pies}$$

$$\mathbf{r}_{C/B} = \{0.75 \text{ sen } 13.6°\mathbf{i} + 0.75 \cos 13.6°\mathbf{j}\} \text{ pies} = \{0.177\mathbf{i} + 0.729\mathbf{j}\} \text{ pies}$$

Cigüeñal AB (rotación alrededor de un eje fijo):

$$\begin{aligned}\mathbf{a}_B &= \boldsymbol{\alpha}_{AB} \times \mathbf{r}_B - \omega_{AB}^2\mathbf{r}_B \\ &= (-20\mathbf{k}) \times (-0.177\mathbf{i} + 0.177\mathbf{j}) - (10)^2(-0.177\mathbf{i} + 0.177\mathbf{j}) \\ &= \{21.21\mathbf{i} - 14.14\mathbf{j}\} \text{ pies/s}^2\end{aligned}$$

Biela *BC* (movimiento plano general): con el resultado de $\mathbf{a}_B$ y si observamos que $\mathbf{a}_C$ está en la dirección vertical, tenemos

$$\mathbf{a}_C = \mathbf{a}_B + \boldsymbol{\alpha}_{BC} \times \mathbf{r}_{C/B} - \omega_{BC}^2 \mathbf{r}_{C/B}$$

$$a_C\mathbf{j} = 21.21\mathbf{i} - 14.14\mathbf{j} + (\alpha_{BC}\mathbf{k}) \times (0.177\mathbf{i} + 0.729\mathbf{j}) - (2.43)^2(0.177\mathbf{i} + 0.729\mathbf{j})$$

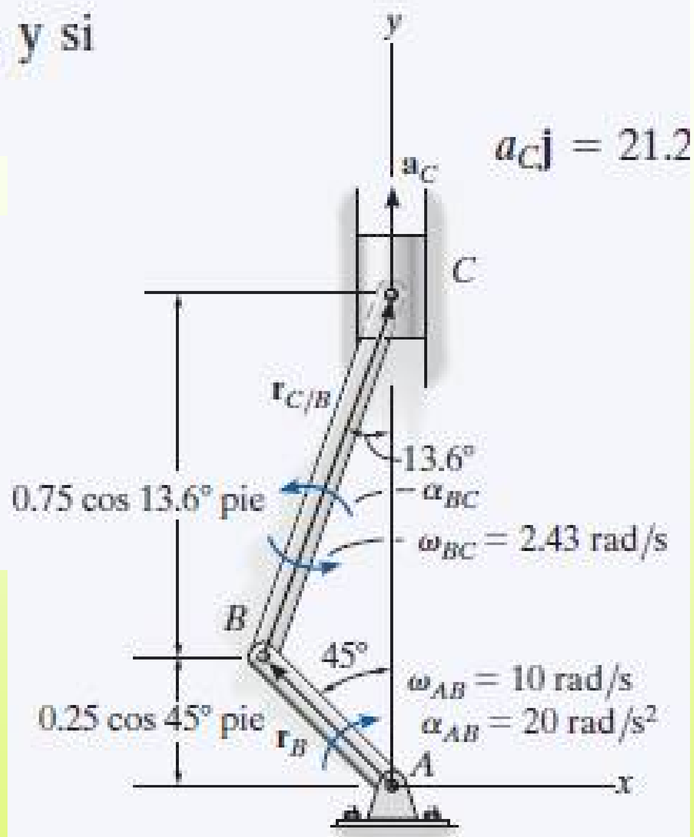
$$a_C\mathbf{j} = 21.21\mathbf{i} - 14.14\mathbf{j} + 0.177\alpha_{BC}\mathbf{j} - 0.729\alpha_{BC}\mathbf{i} - 1.04\mathbf{i} - 4.30\mathbf{j}$$

$$0 = 20.17 - 0.729\alpha_{BC}$$

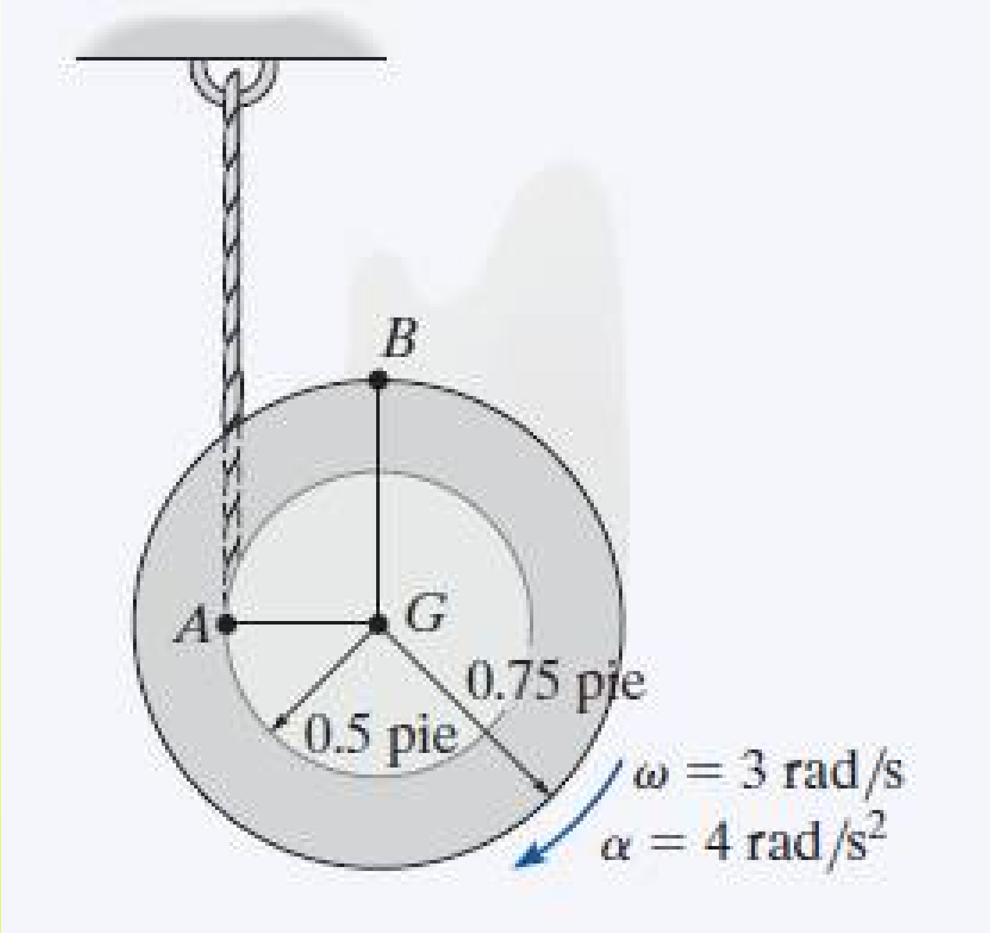
$$a_C = 0.177\alpha_{BC} - 18.45$$

$$\alpha_{BC} = 27.7 \text{ rad/s}^2 \circlearrowleft$$

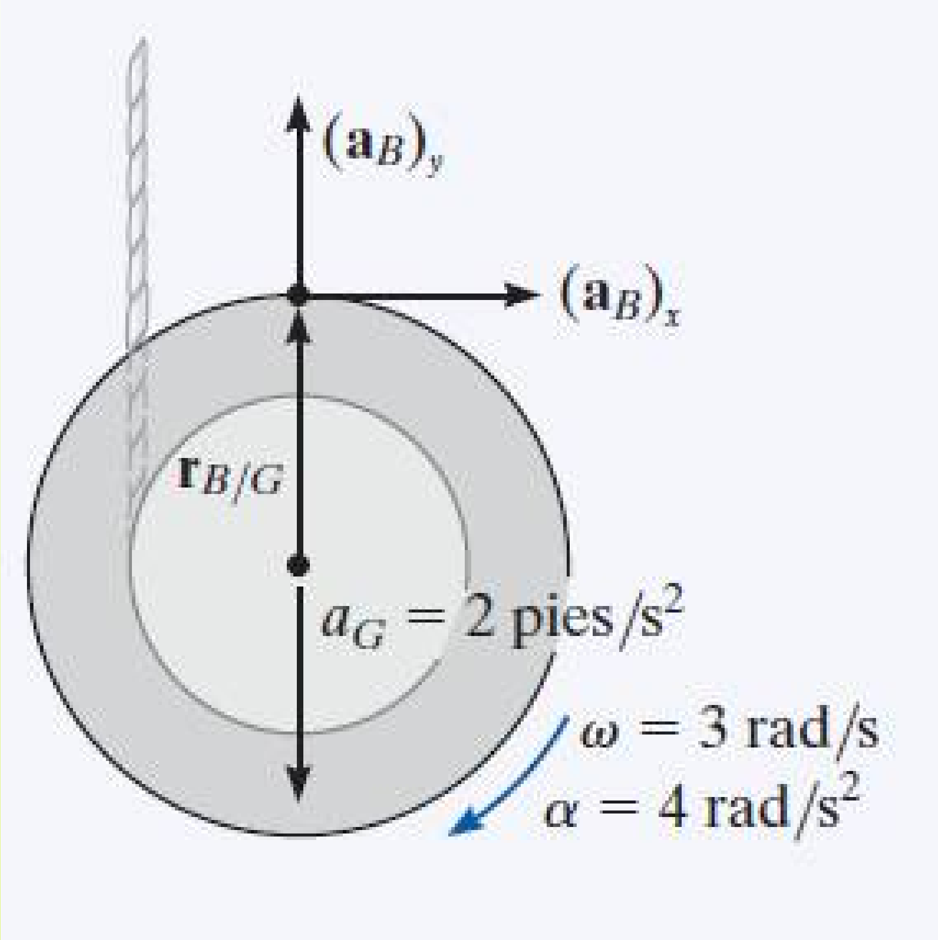
$$a_C = -13.5 \text{ pies/s}^2$$



Ejerc. Nº 3) El carretel se desenrolla de la cuerda, de tal modo que en ese instante tiene velocidad angular de 3 rad/s y aceleración angular de 4 rad/s2. Hallar la aceleración del punto B



$$a_G = \alpha r = (4\ \text{rad/s}^2)(0.5\ \text{pies}) = 2\ \text{pies/s}^2$$



Ecuación de aceleración.

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_G + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{B/G} - \omega^2\mathbf{r}_{B/G}$$

$$(a_B)_x\mathbf{i} + (a_B)_y\mathbf{j} = -2\mathbf{j} + (-4\mathbf{k}) \times (0.75\mathbf{j}) - (3)^2(0.75\mathbf{j})$$

Al igualar los términos **i** y **j**, las ecuaciones de componentes son

$$(a_B)_x = 4(0.75) = 3 \text{ pies/s}^2 \rightarrow$$

$$(a_B)_y = -2 - 6.75 = -8.75 \text{ pies/s}^2 = 8.75 \text{ pies/s}^2 \downarrow$$

La magnitud y dirección de $\mathbf{a}_B$ son, por consiguiente,

$$a_B = \sqrt{(3)^2 + (8.75)^2} = 9.25 \text{ pies/s}^2$$ ***R***

$$\theta = \tan^{-1}\frac{8.75}{3} = 71.1^\circ$$ ***R***