

# Informe de Trabajo Práctico N°3

## Denavit y Hartenberg

Robótica I

Ingeniería en Mecatrónica  
Facultad de Ingeniería - UNCUIYO

Alumno: Juan Manuel BORQUEZ PEREZ  
Legajo: 13567



**UNCUIYO**  
UNIVERSIDAD  
NACIONAL DE CUYO



**FACULTAD  
DE INGENIERÍA**

## 1. Ejercicio 1.

La convención de Denavit - Hartenberg (DH) se utiliza para establecer una matriz de transformación homogénea que describe la posición y orientación de un sistema de referencia respecto a otro, y está formada por el producto de 4 transformaciones elementales, 2 traslaciones y 2 rotaciones. Considere que existen algunas modificaciones de la convención original, pero en este cursado usaremos la estándar (prestar atención a las indicaciones de los autores al momento de presentarla).

### 1.1. Inciso 1.

Escriba de forma simbólica cada transformación elemental, indicando si es traslación o rotación, el parámetro principal, y con respecto a qué eje se realiza

1. Rotación alrededor del eje  $Z_{i-1}$  un ángulo  $\theta_i$  para llevar el eje  $X_{i-1}$  hasta el eje  $X_i$ . Corresponde con la variable articular  $q_i$ .

$$Rot(Z_{i-1}, \theta_i)$$

2. Traslación a lo largo de  $Z_{i-1}$  una distancia  $d_i$  desde el origen del sistema  $\{S_{i-1}\}$  hasta el eje  $X_i$ . Corresponde con la longitud articular.

$$Tras(Z_{i-1}, d_i)$$

3. Traslación a lo largo del eje  $X_i$  una distancia  $a_i$  desde el eje  $Z_{i-1}$  al eje  $Z_i$ . Corresponde con la longitud del eslabón  $i$ .

$$Tras(X_i, a_i)$$

4. Rotación alrededor del eje  $X_i$  un ángulo  $\alpha_i$  desde el eje  $Z_{i-1}$  al eje  $Z_i$ . Corresponde con el ángulo de torsión del eslabon  $i$ .

$$Rot(X_i, \alpha_i)$$

### 1.2. Inciso 2.

Escriba el producto matricial ordenado y la forma general de la matriz homogénea que relaciona 2 sistemas consecutivos

$${}^{i-1}T_i = Rot(Z_{i-1}, \theta_i) Tras(Z_{i-1}, d_i) Tras(X_i, a_i) Rot(X_i, \alpha_i)$$

## 2. Ejercicio 2

Aplice la convención DH a los siguientes robots. Es decir, asigne adecuadamente los sistemas de referencia y determine los 4 parámetros de cada articulación:  $\theta$ ,  $d$ ,  $a$ ,  $\alpha$ . Realice un esquema adecuado donde se aprecien todos los parámetros involucrados.

## 2.1. Inciso 1

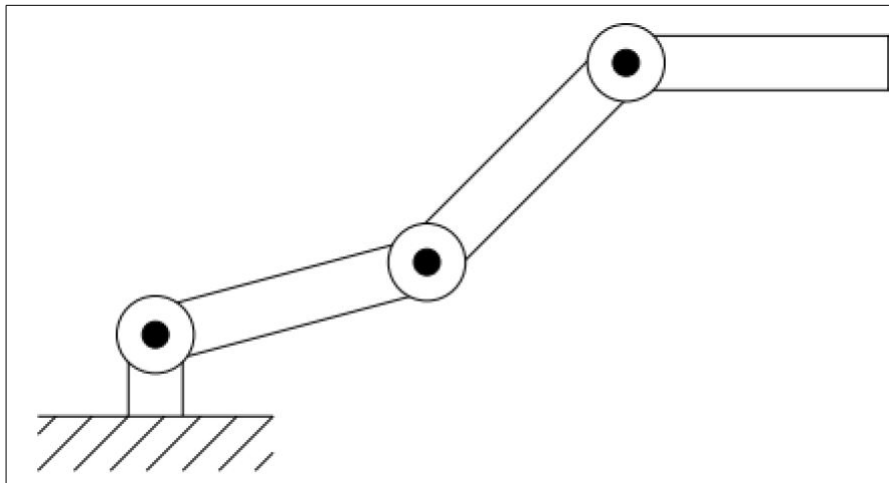


Figura 1: Robot planar de 3 articulaciones rotacionales (Spong 2005).

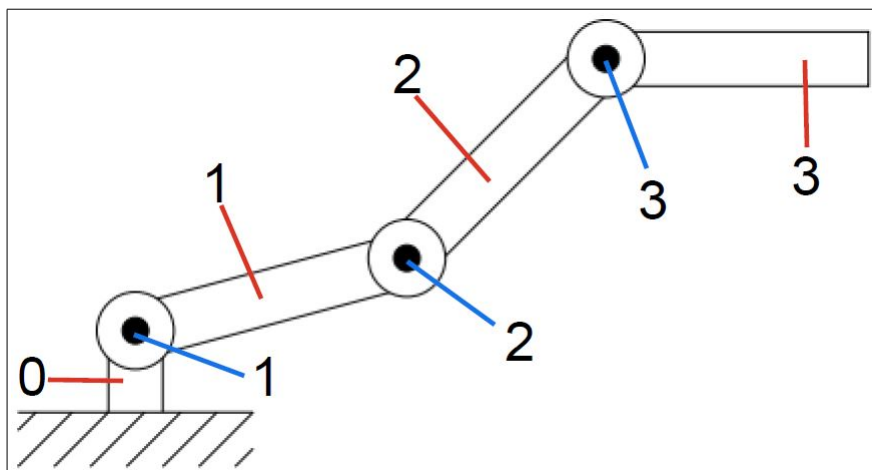


Figura 2: Identificación de eslabones y articulaciones.

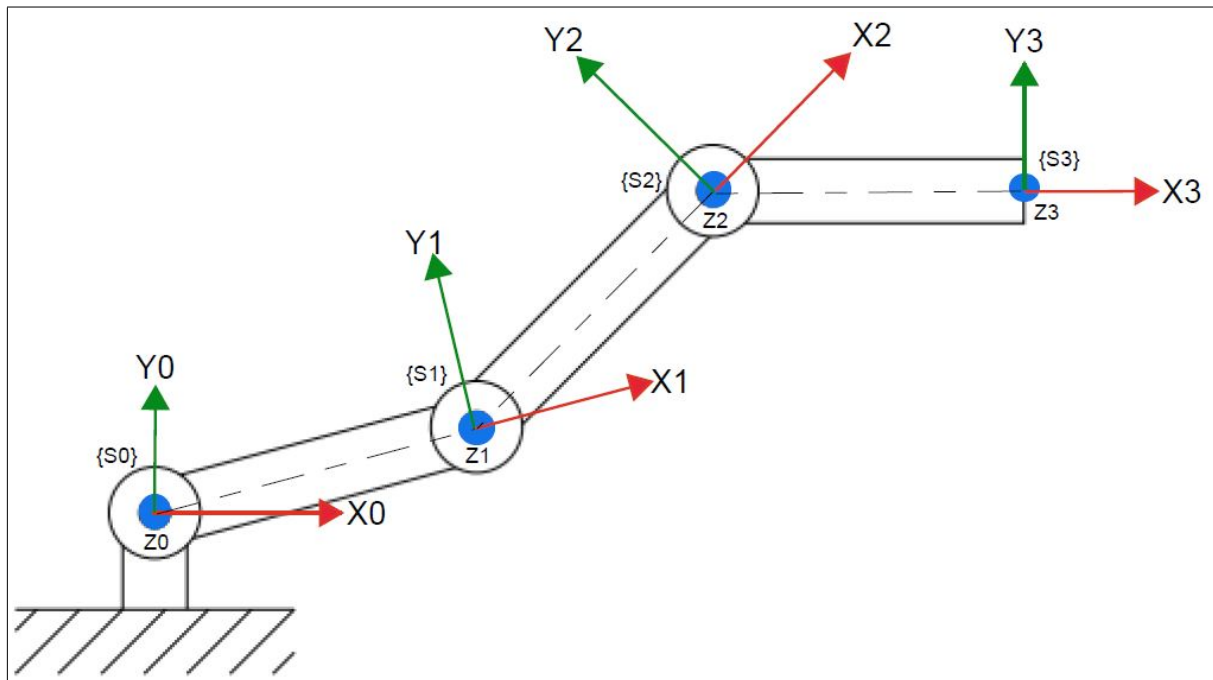


Figura 3: Definición de los sistemas.

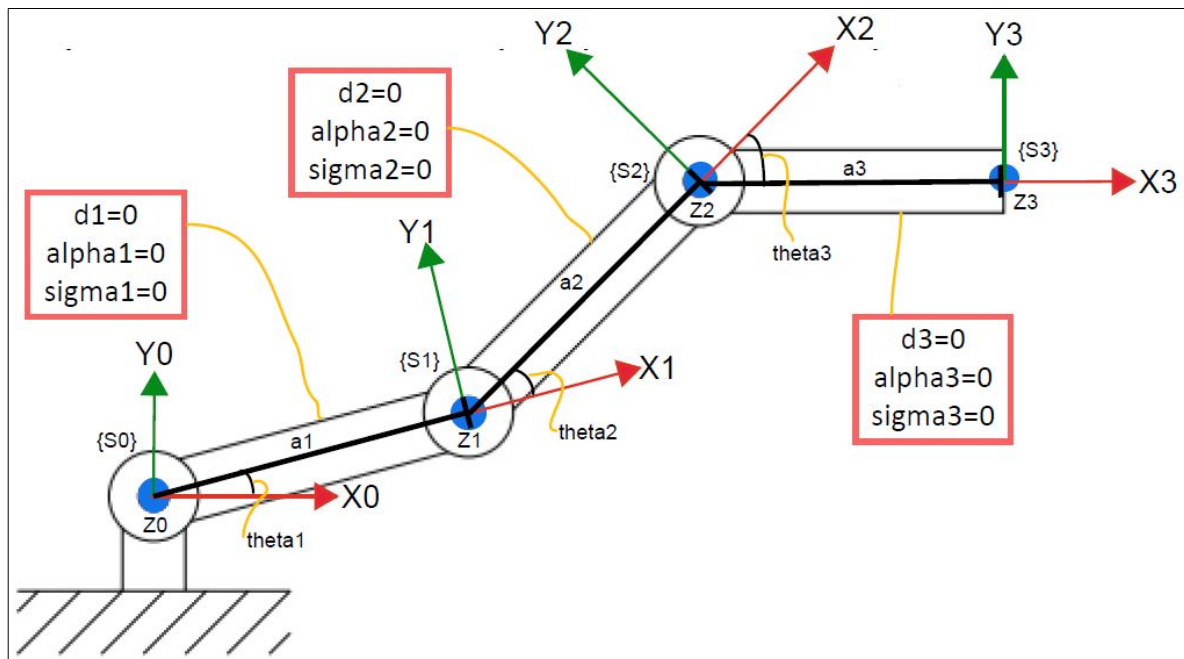


Figura 4: Aplicación de la convención DH.

| Sistema | $\theta$ | $d$ | $a$        | $\alpha$ | $\sigma$ |
|---------|----------|-----|------------|----------|----------|
| 1       | $q_1$    | 0   | $l_{esl1}$ | 0        | 0        |
| 2       | $q_2$    | 0   | $l_{esl2}$ | 0        | 0        |
| 3       | $q_3$    | 0   | $l_{esl3}$ | 0        | 0        |

Cuadro 1: Síntesis de la convención DH.

## 2.2. Inciso 2

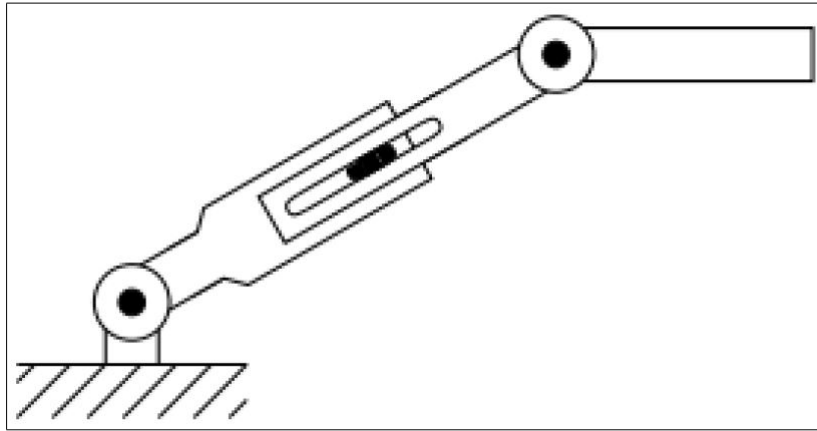


Figura 5: Robot planar con 3 articulaciones: rotación, traslación, rotación (Spong 2005).

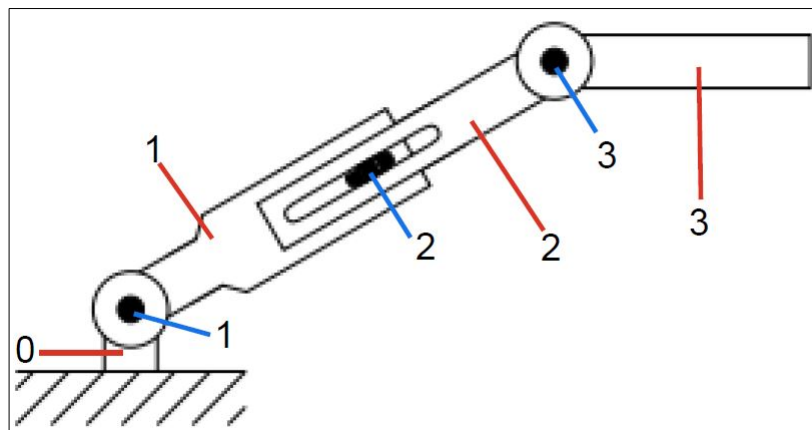


Figura 6: Identificación de eslabones y articulaciones.

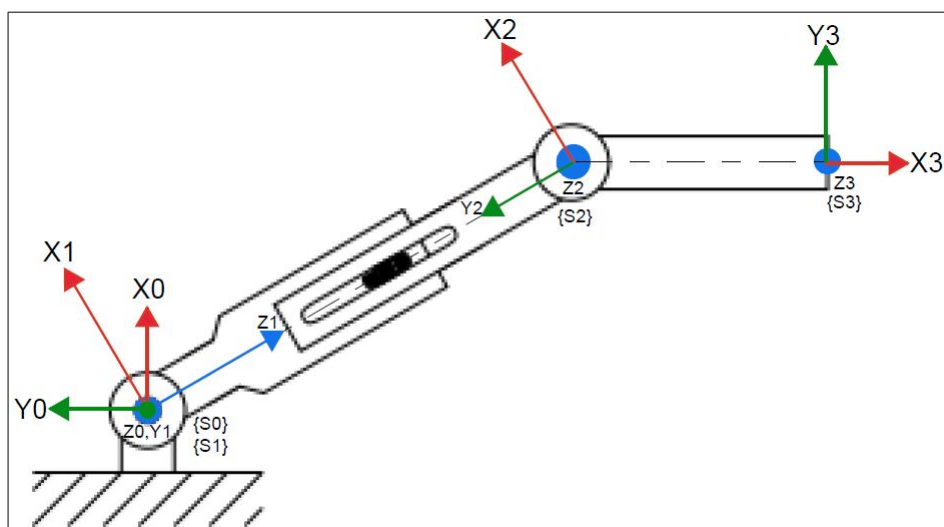


Figura 7: Definición de los sistemas.

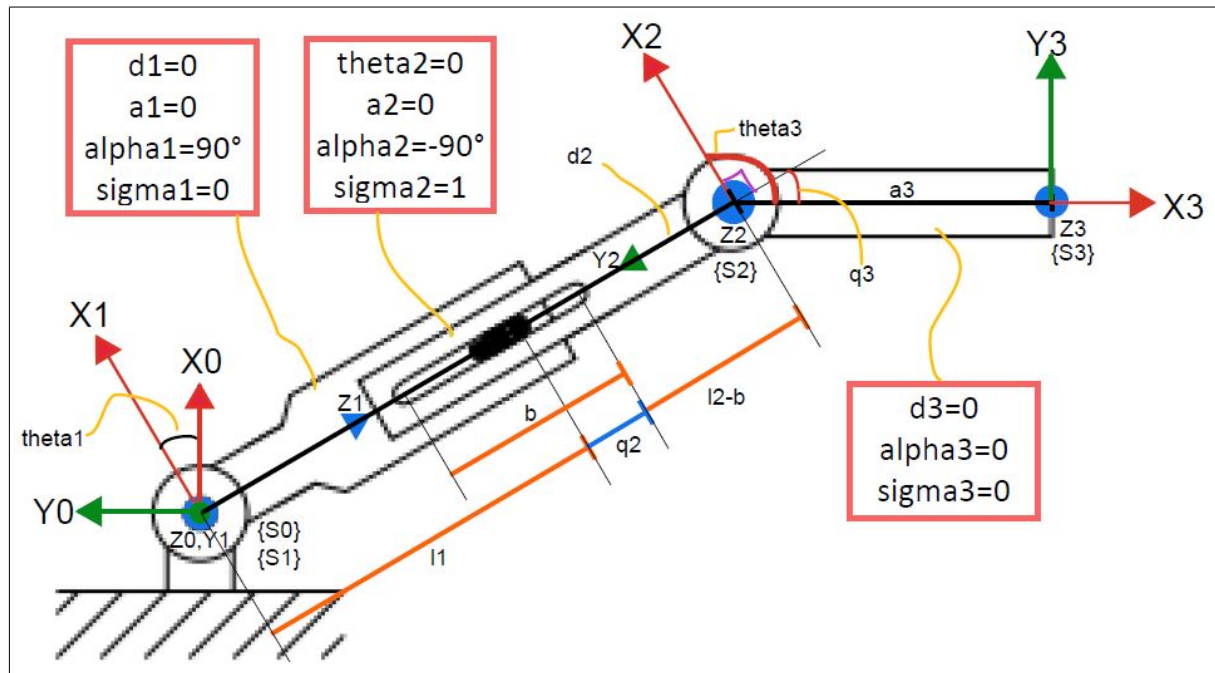


Figura 8: Aplicación de la convención DH.

| Sistema | $\theta$         | $d$                             | $a$        | $\alpha$    | $\sigma$ |
|---------|------------------|---------------------------------|------------|-------------|----------|
| 1       | $q_1$            | 0                               | 0          | $90^\circ$  | 0        |
| 2       | 0                | $q_2 + l_{esl1} + l_{esl2} - b$ | 0          | $-90^\circ$ | 1        |
| 3       | $q_3 - 90^\circ$ | 0                               | $l_{esl3}$ | 0           | 0        |

Cuadro 2: Síntesis de la convención DH.

### 2.3. Inciso 3

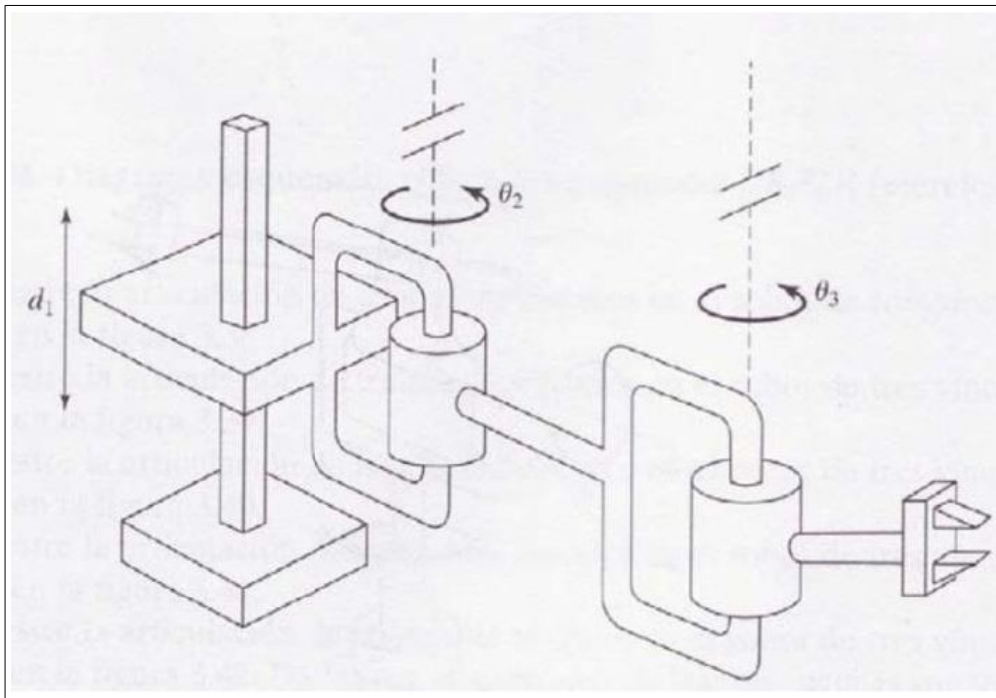


Figura 9: Robot de 3 articulaciones: traslación, rotación, rotación (Craig 2006)

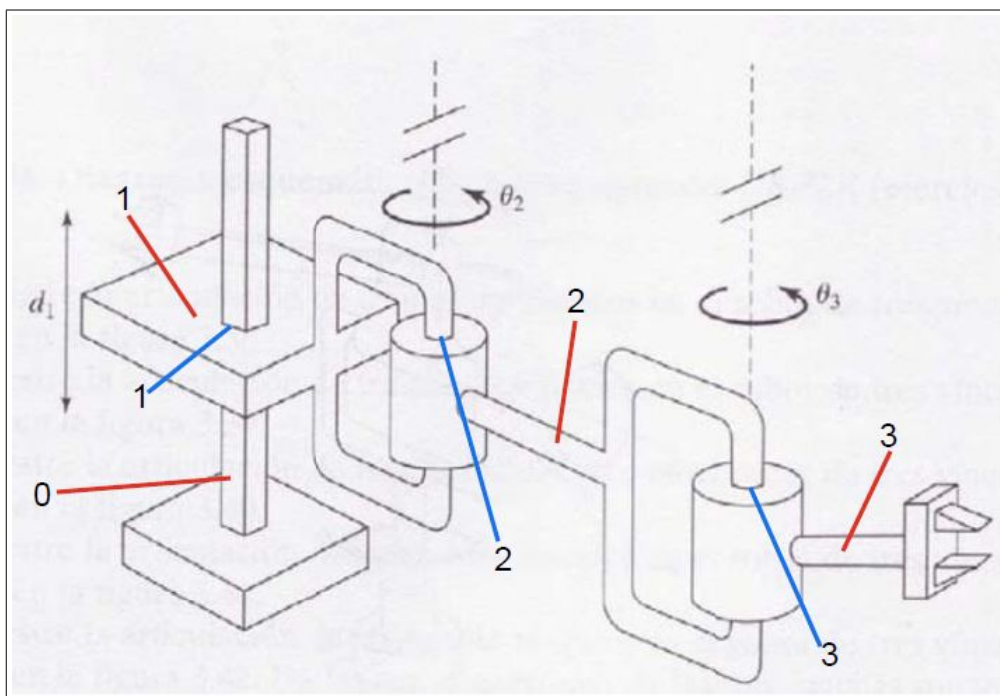


Figura 10: Identificación de eslabones y articulaciones.



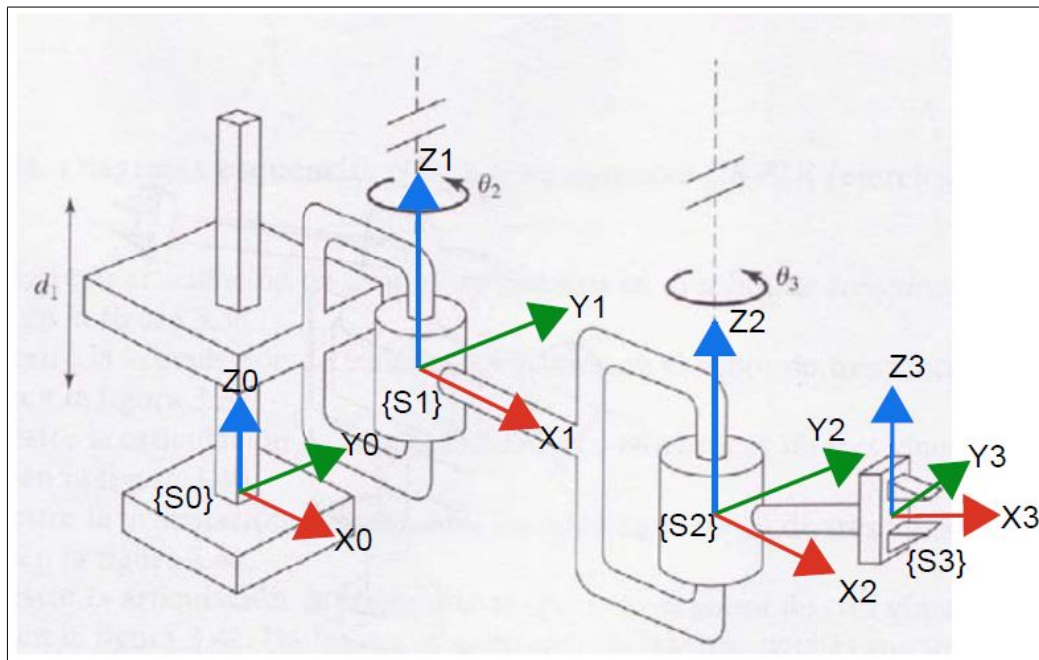


Figura 11: Definición de los sistemas.

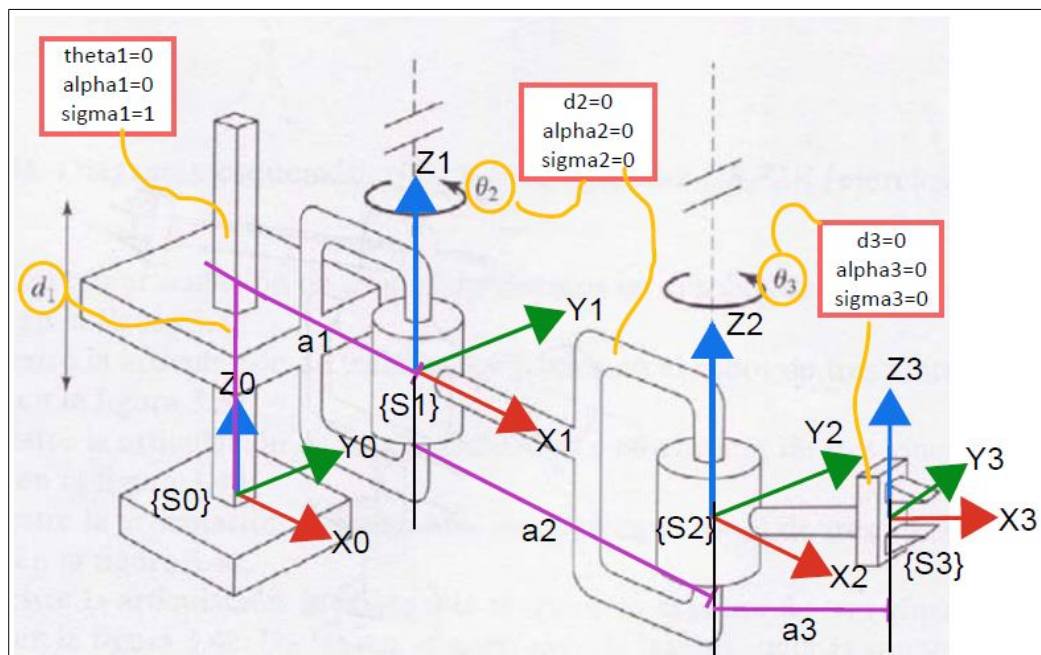


Figura 12: Aplicación de la convención DH.

| Sistema | $\theta$ | $d$   | $a$        | $\alpha$ | $\sigma$ |
|---------|----------|-------|------------|----------|----------|
| 1       | 0        | $d_1$ | $l_{esl1}$ | 0        | 1        |
| 2       | $q_2$    | 0     | $l_{esl2}$ | 0        | 0        |
| 3       | $q_3$    | 0     | $l_{esl3}$ | 0        | 0        |

Cuadro 3: Síntesis de la convención DH.



### 3. Ejercicio 3

Determine los parámetros DH de cada uno de los siguientes robots reales. Analice cada uno de ellos y obtenga los datos necesarios de su geometría a partir de la información gratuita que el fabricante pone a disposición en su página web. Si existe más de un modelo para cada caso seleccione uno, cualquiera.

#### 3.1. SCARA IRB 910SC-3/0.45 (ABB)

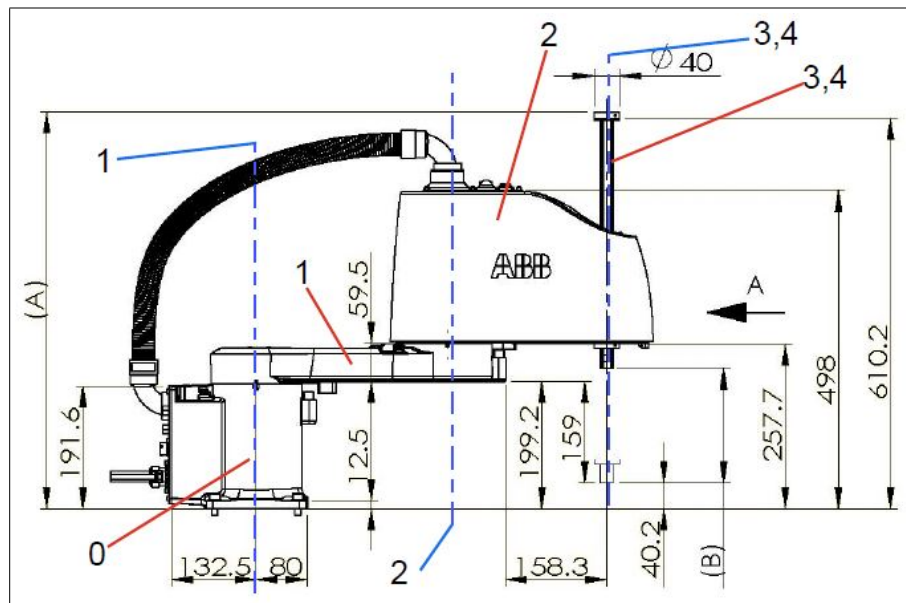


Figura 13: Identificación de eslabones y articulaciones.

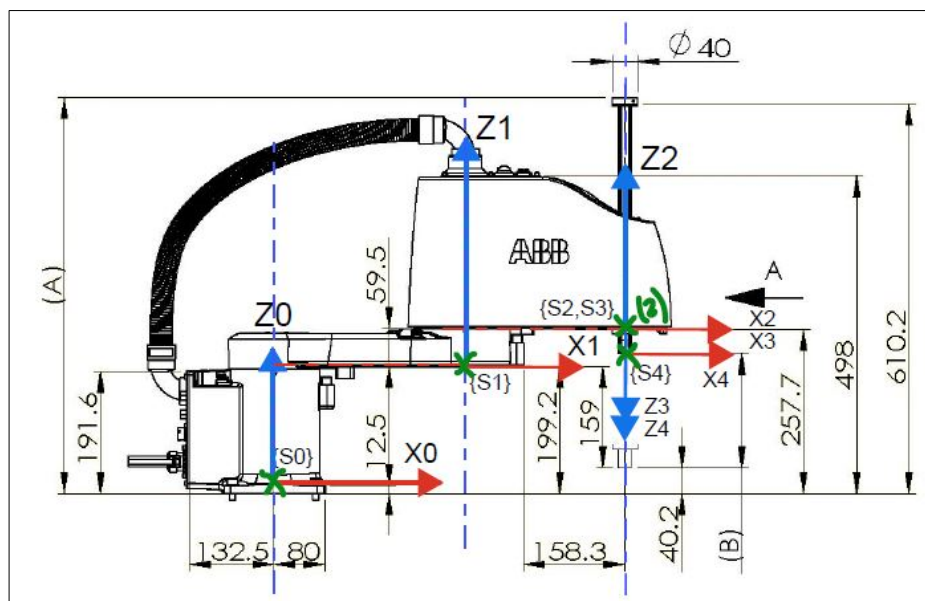


Figura 14: Definición de sistemas vista lateral.

Como se puede ver en las fig. 13, fig. 14 y fig. 15, hemos separado al par cilíndrico en el extremo del robot por un par de rotación más un par prismático y hemos considerado un sistema de referencia independiente para cada uno ( $\{S2\}$  y  $\{S3\}$ ).

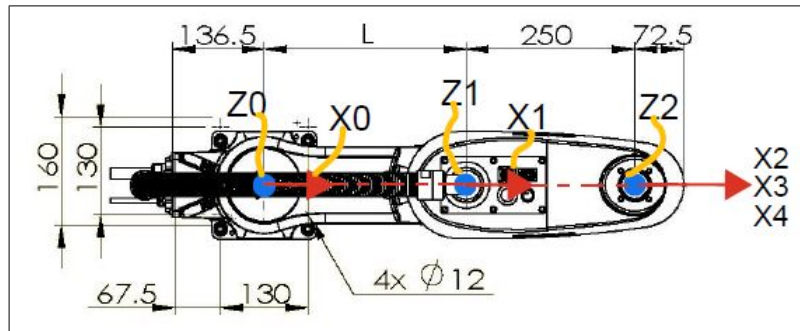


Figura 15: Definición de los sistemas vista superior.

Los parámetros para la convención DH se resaltaron en las fig. 17 y fig. 16 con cuadros de color violeta para las dimensiones en milímetros y con cuadros en rojo para la denominación de los parámetros; mientras que aquellos parámetros que no se indican en las figuras se colocan directamente en la table 4. En la fig. 16 también se indica en forma de árbol la cuenta para determinar  $d_4$ .

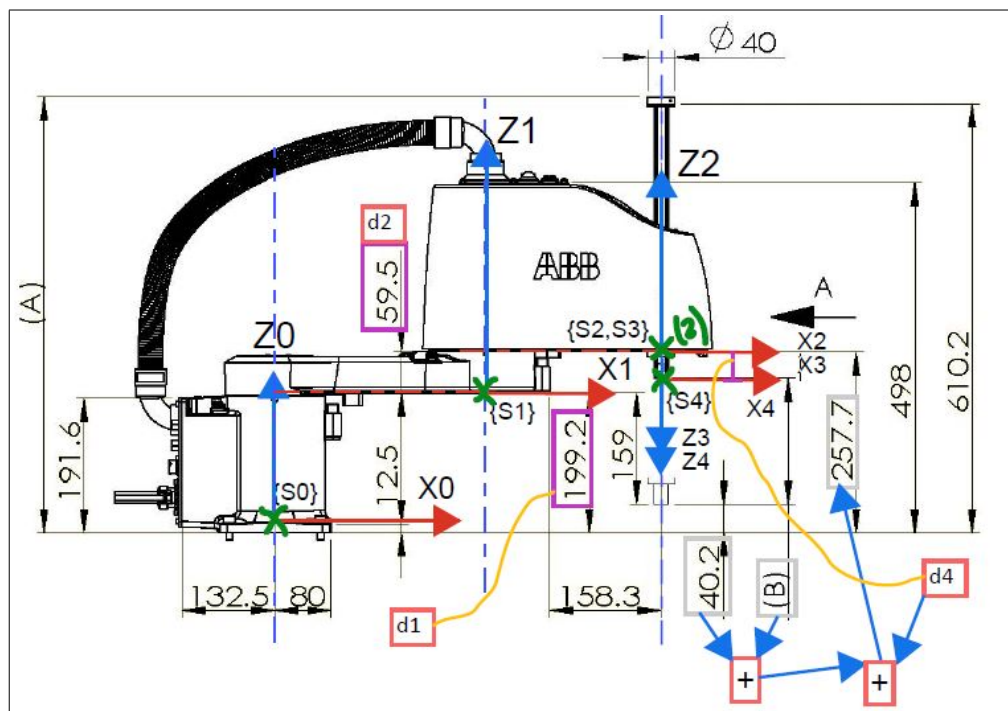


Figura 16: Aplicación de la convención DH vista lateral.

El eje  $X_3$  correspondiente al par prismático y el  $X_4$  correspondiente al efector final, se mantienen alineados con una línea de referencia inicial sobre la transversal al eslabón final del robot.

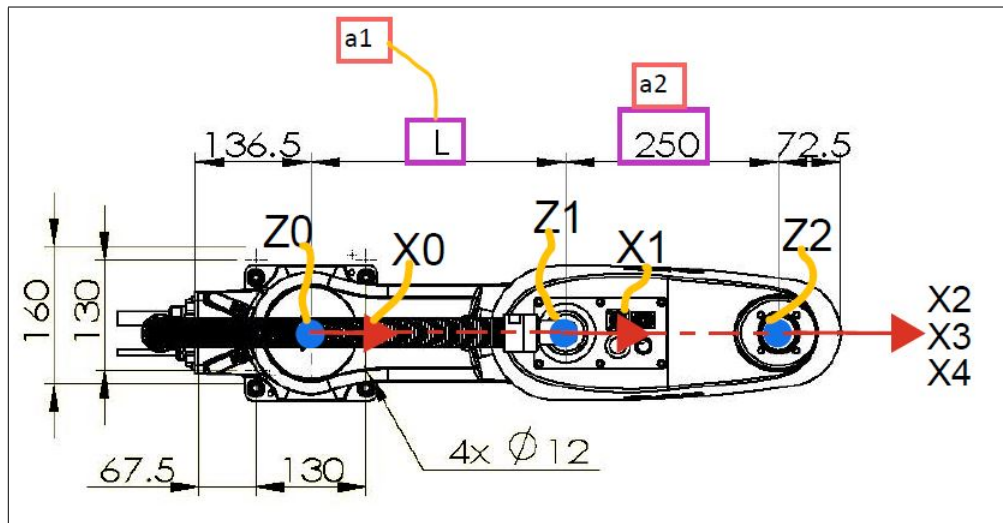


Figura 17: Aplicación de la convención DH vista superior.

| Elemento | Descripción                 | Variante         |
|----------|-----------------------------|------------------|
|          |                             | IRB 910SC-3/0.45 |
| L        | Longitud del brazo inferior | 200 mm           |

Figura 18: parámetros 1.

| Elemento | Descripción | Variante         |
|----------|-------------|------------------|
|          |             | IRB 910SC-3/0.45 |
| B        | Recorrido Z | 180 mm           |

Figura 19: parámetros 2.

| Sistema | $\theta$ | $d$          | $a$ | $\alpha$ | $\sigma$ |
|---------|----------|--------------|-----|----------|----------|
| 1       | $q_1$    | 199,2        | 200 | 0        | 0        |
| 2       | $q_2$    | 59,5         | 250 | 0        | 0        |
| 3       | $q_3$    | 0            | 0   | 180°     | 0        |
| 4       | 0        | $37,5 + q_4$ | 0   | 0        | 1        |

Cuadro 4: Síntesis de la convención DH.

### 3.2. Paint Mate 200iA (FANUC)

Aplicamos la convención DH directamente como se muestra en las fig. 20 y fig. 22.. En las que se ha identificado los sistemas de referencias para cada articulación y para el

efector final y se han resaltado los parámetros del robot que son útiles para la definición de la matriz de transformación homogénea según DH.

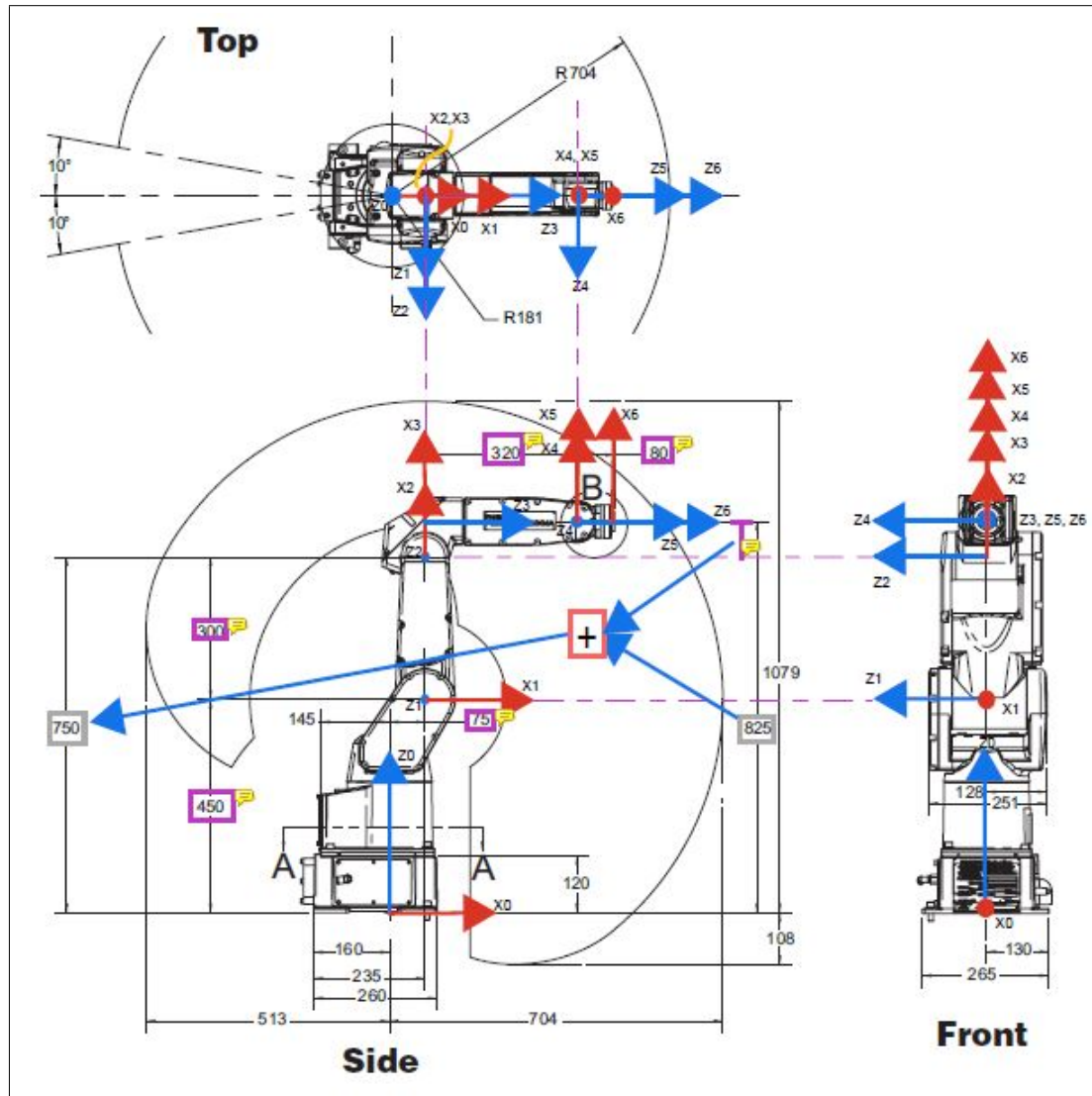


Figura 20: Aplicación de la convención DH overview.

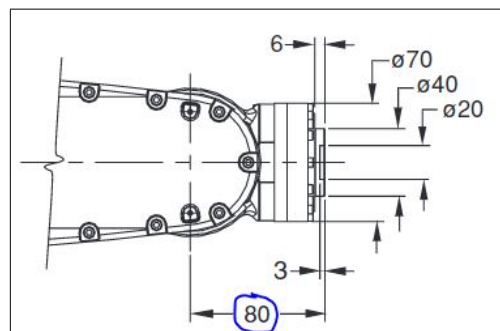


Figura 21: Datos de la muñeca.

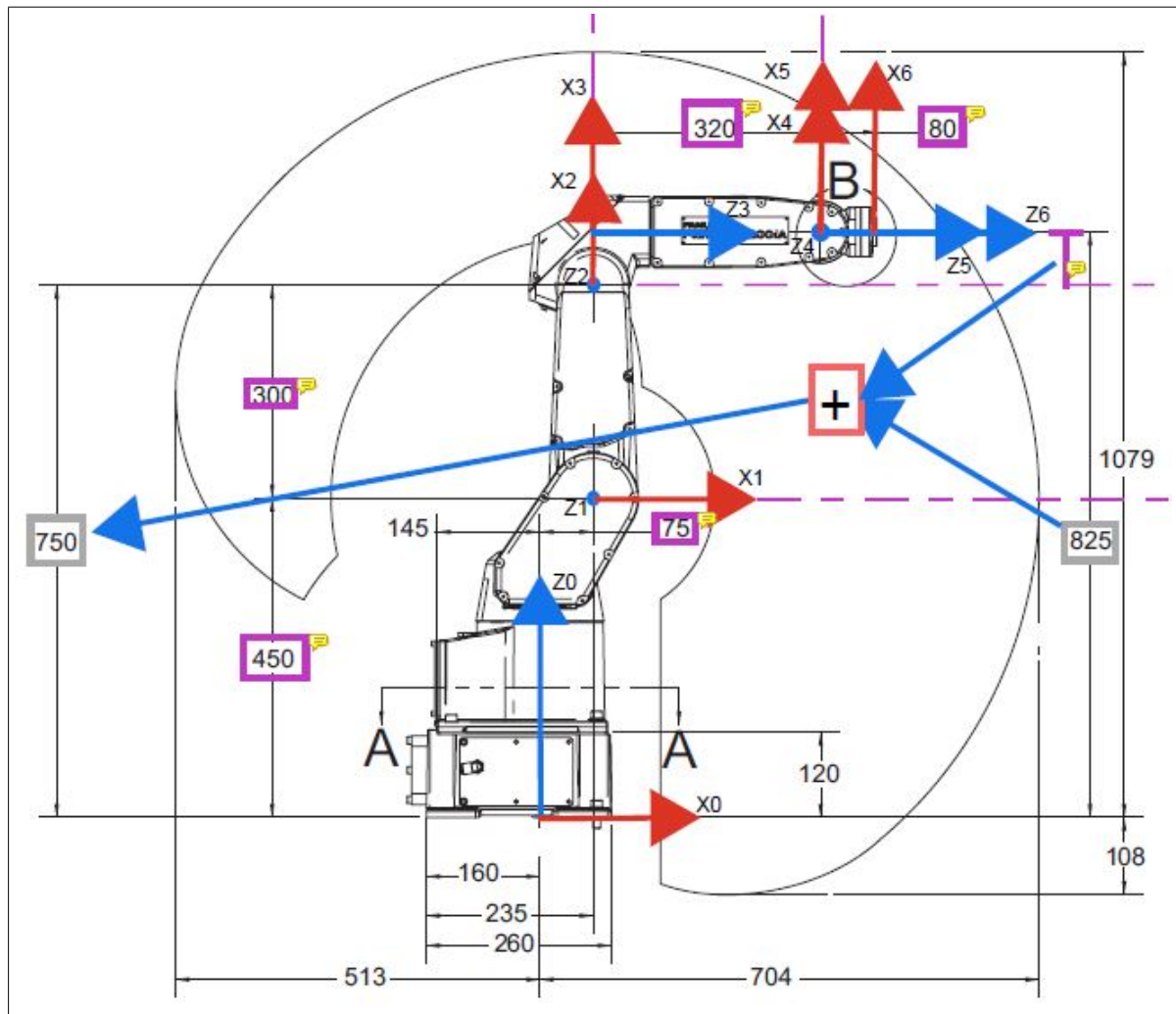


Figura 22: Aplicación de la convención DH vista lateral.

| Sistema | $\theta$         | $d$ | $a$ | $\alpha$    | $\sigma$ |
|---------|------------------|-----|-----|-------------|----------|
| 1       | $q_1$            | 450 | 75  | $90^\circ$  | 0        |
| 2       | $90^\circ + q_2$ | 0   | 300 | 0           | 0        |
| 3       | $q_3$            | 0   | 75  | $90^\circ$  | 0        |
| 4       | $q_4$            | 320 | 0   | $-90^\circ$ | 0        |
| 5       | $q_5$            | 0   | 0   | $90^\circ$  | 0        |
| 6       | $q_6$            | 80  | 0   | 0           | 0        |

Cuadro 5: Síntesis de la convención DH.



### 3.3. LBR iiwa 7 R800 (KUKA)

Parámetros del robot

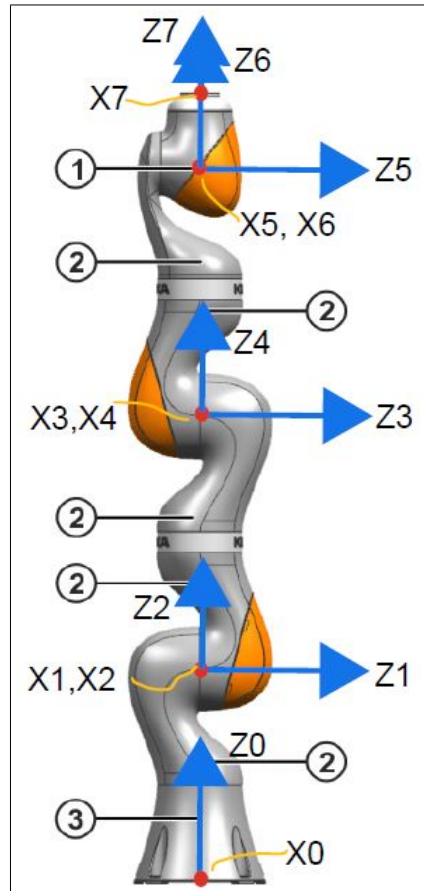


Figura 23: Definición de sistemas vista lateral.



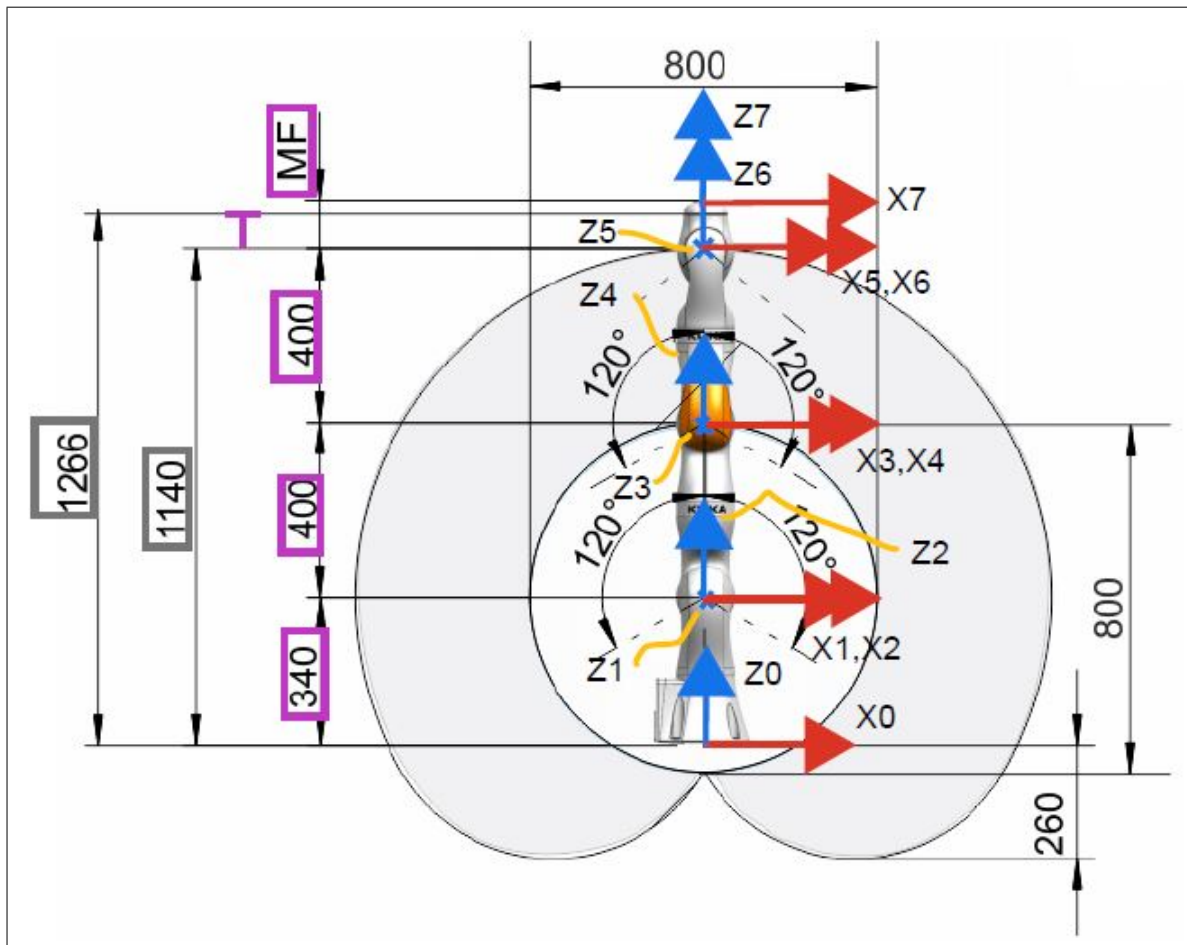


Figura 24: Aplicación de la convención DH vista frontal.

| Sistema | $\theta$ | $d$ | $a$ | $\alpha$    | $\sigma$ |
|---------|----------|-----|-----|-------------|----------|
| 1       | $q_1$    | 340 | 0   | $90^\circ$  | 0        |
| 2       | $q_2$    | 0   | 0   | $-90^\circ$ | 0        |
| 3       | $q_3$    | 400 | 0   | $90^\circ$  | 0        |
| 4       | $q_4$    | 0   | 0   | $-90^\circ$ | 0        |
| 5       | $q_5$    | 400 | 0   | $90^\circ$  | 0        |
| 6       | $q_6$    | 0   | 0   | $-90^\circ$ | 0        |
| 7       | $q_7$    | MF  | 0   | 0           | 0        |

Cuadro 6: Síntesis de la convención DH.

## 4. Ejercicio 4

Tome el robot 1 del punto anterior y escriba al menos 2 conjuntos de parámetros DH diferentes que lo representen.

Para conseguir otro juego de parámetros de DH nuevamente dividimos el par cilíndrico en un par prismático y un par de rotación, pero ahora tomamos el par prismático antes

que el par de rotación en la cadena cinemática, de esta manera, los parámetros DH son los que se muestran en table 7.

| Sistema | $\theta$ | $d$   | $a$ | $\alpha$ | $\sigma$ |
|---------|----------|-------|-----|----------|----------|
| 1       | $q_1$    | 199,2 | 200 | 0        | 0        |
| 2       | $q_2$    | 59,5  | 250 | 0        | 0        |
| 3       | 0        | $q_3$ | 0   | 180°     | 1        |
| 4       | $q_4$    | 37,5  | 0   | 0        | 0        |

Cuadro 7: Parámetros DH alternativos.

En este caso, se toma el eje  $X_3$ , correspondiente el par de rotación, en la misma dirección que el eje  $X_2$  y el eje  $X_4$ , correspondiente al efector final, en la dirección que una línea de referencia sobre la transversal al eslabón final del robot.

## 5. Ejercicio 5.

Escriba un script de Matlab para cada robot del trabajo práctico. Use el toolbox de Peter Corke para definirlos - clase (SerialLink) - y haga un plot de cada uno (SerialLink.plot). Verifique gráficamente que sea el correcto mediante el movimiento de las articulaciones (SerialLink.teach). Asigne medidas unitarias o genéricas si no dispone de reales

### 5.1. Robot en section 2.1

- Se toman longitudes unitarias de los eslabones.
- No se asignan offset de las variables articulares.
- Los límites articulares son de  $(0^\circ; 180^\circ)$ ,  $(-90^\circ; 270^\circ)$  y  $(-90^\circ; 270^\circ)$  para las articulaciones 1, 2 y 3 respectivamente.

Verificación gráfica en fig. 25.

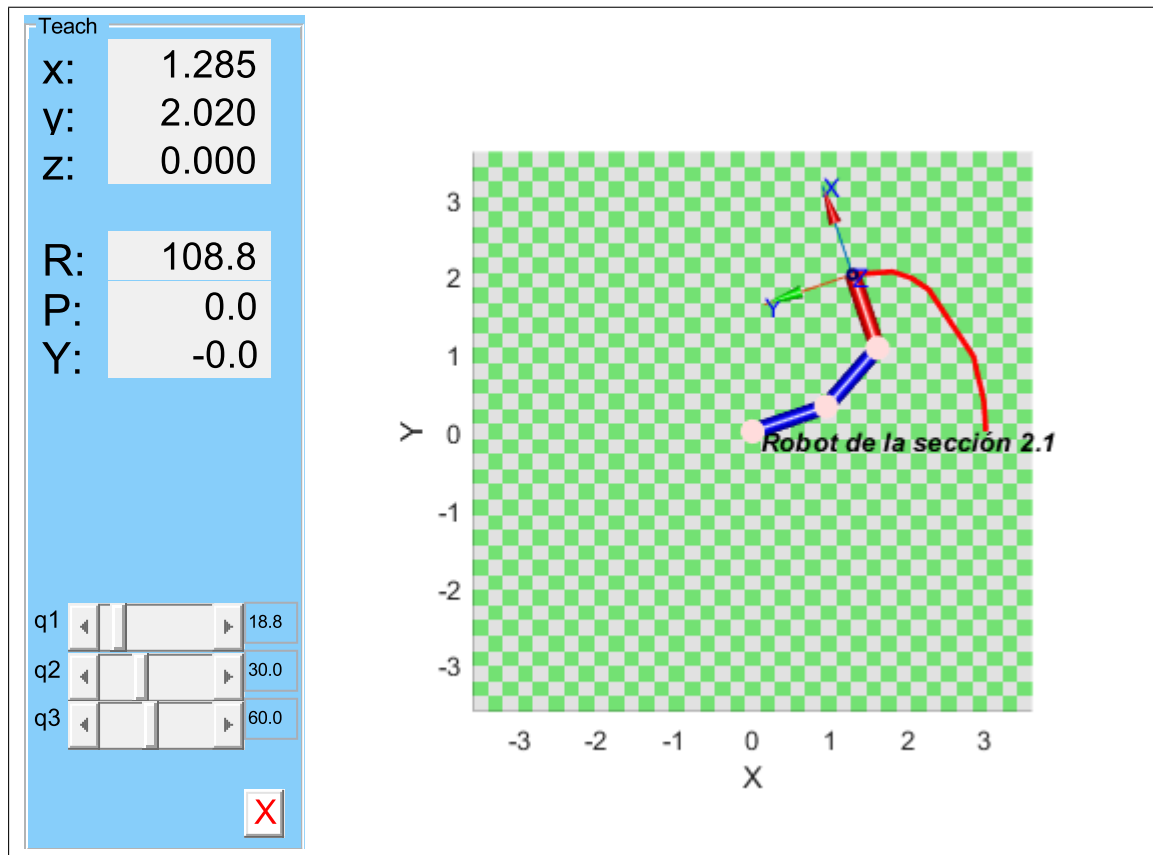


Figura 25: SerialLink.plot() y SerialLink.teach() robot 1

## 5.2. Robot en section 2.2

- Se toman longitudes genericas de los eslabones.
- De la table 2 se toman offsets de  $0^\circ$ ,  $0,5$  y  $-90^\circ$  para las articulaciones 1, 2 y 3 respectivamente.
- Los límites articulares son de  $(0^\circ; 180^\circ)$ ,  $(0,5; 1)$  y  $(-90^\circ; 270^\circ)$  para las articulaciones 1, 2 y 3 respectivamente.
- Como se puede observar en fig. 8 hay una rotaión del sistema base de  $90^\circ$  alrededor del eje z.

Verificación gráfica en fig. 26.

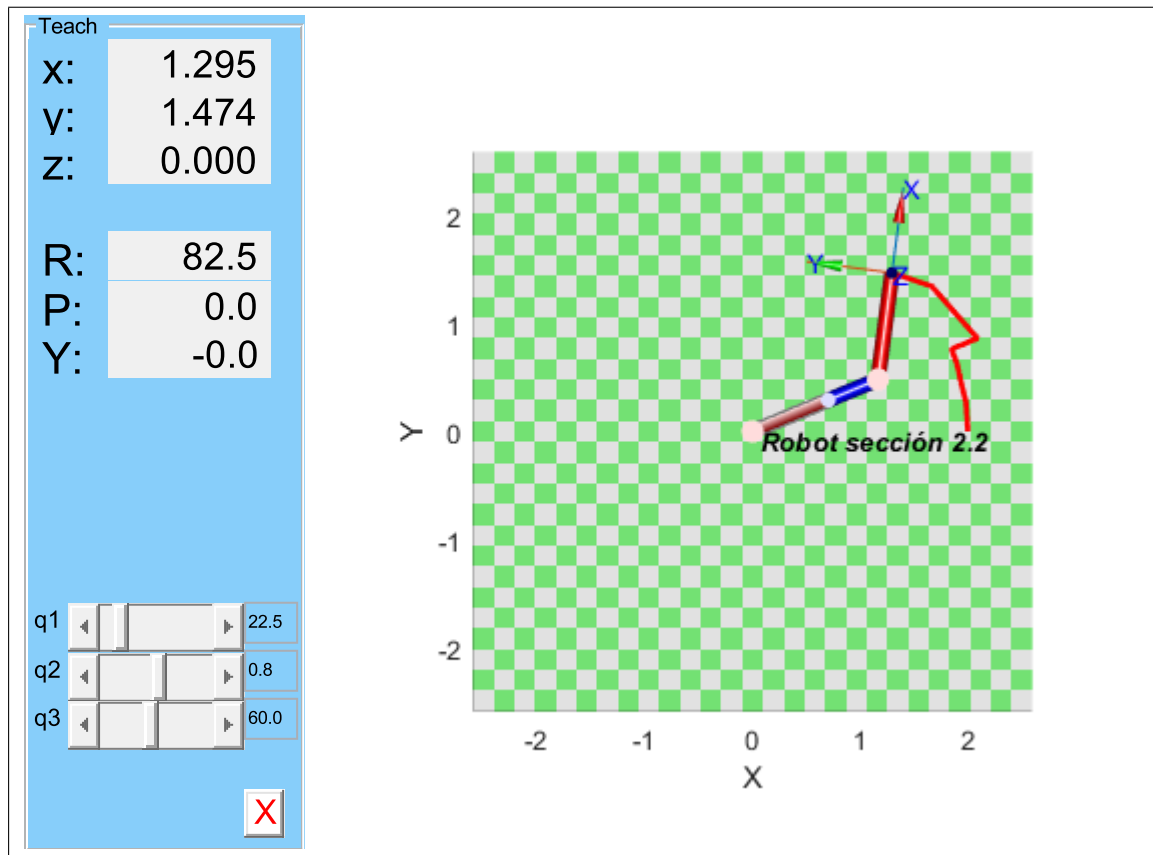


Figura 26: SerialLink.plot() y SerialLink.teach() robot 2

### 5.3. Robot en section 2.3

- Se toman longitudes genericas de los eslabones.
- Se toma un offset de 1 en la primera articulación.
- Los límites articulares son de  $(1; 2)$ ,  $(-90^\circ; 270^\circ)$  y  $(-90^\circ; 270^\circ)$  para las articulaciones 1, 2 y 3 respectivamente.

Verificación gráfica en fig. 27.

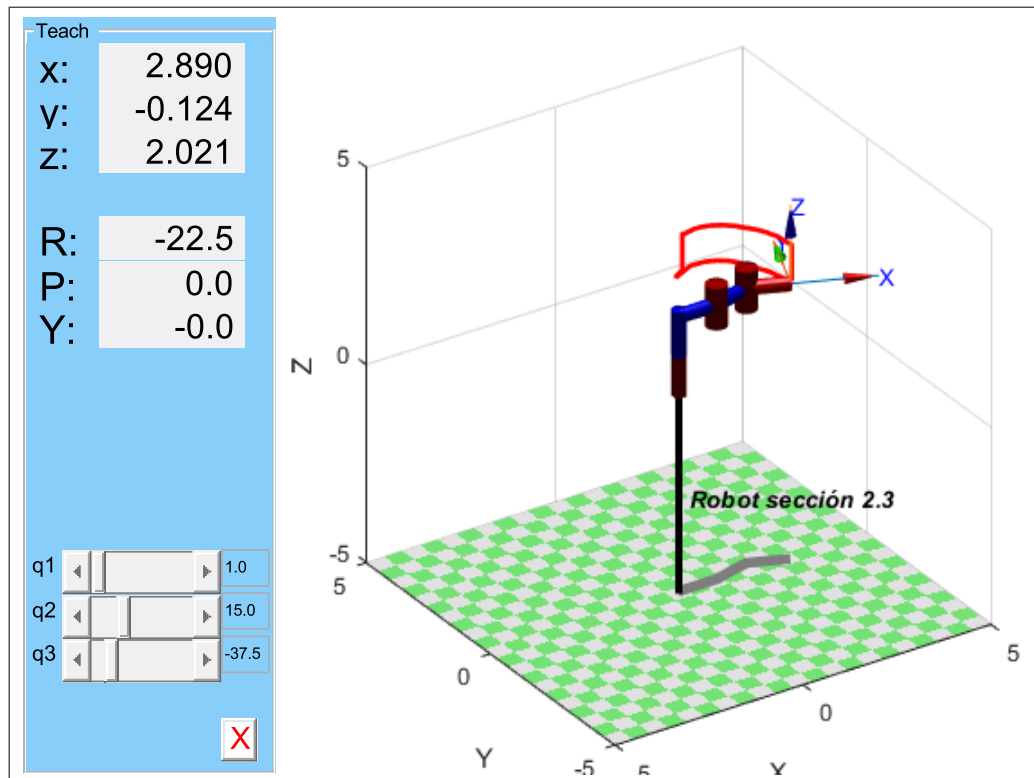


Figura 27: SerialLink.plot() y SerialLink.teach() robot 3

#### 5.4. Robot en section 3.1

Todos los parámetros se obtienen de la table 4 y de las figuras en la section 3.1. Verificación gráfica en fig. 29.

Cuando se utilizan los parámetros alternativos que se dieron en la table 7 se obtiene lo que se indica en la fig. 30. En este caso, para el par prismático se toma un offset inicial igual a -180, que es el recorrido indicado en fig. 19 y el rango de esa articulación se toma de 0 a 180 dado que no se pueden tener límites negativos en el rango de la variable articular prismática. Los rangos de movimiento de las articulaciones se indican en fig. 28.

| Eje   | Tipo de movimiento     | Área de trabajo   |
|-------|------------------------|---|
| Eje 1 | Movimiento de rotación | De $-140^{\circ}$ a $+140^{\circ}$                            |
| Eje 2 | Movimiento de rotación | De $-150^{\circ}$ a $+150^{\circ}$ <sup>i</sup>               |
| Eje 3 | Movimiento lineal      | -180 mm a 0 mm  |
| Eje 4 | Movimiento de rotación | Por defecto: de $-400^{\circ}$ a $+400^{\circ}$ <sup>ii</sup> |

Figura 28: Rangos articulares.

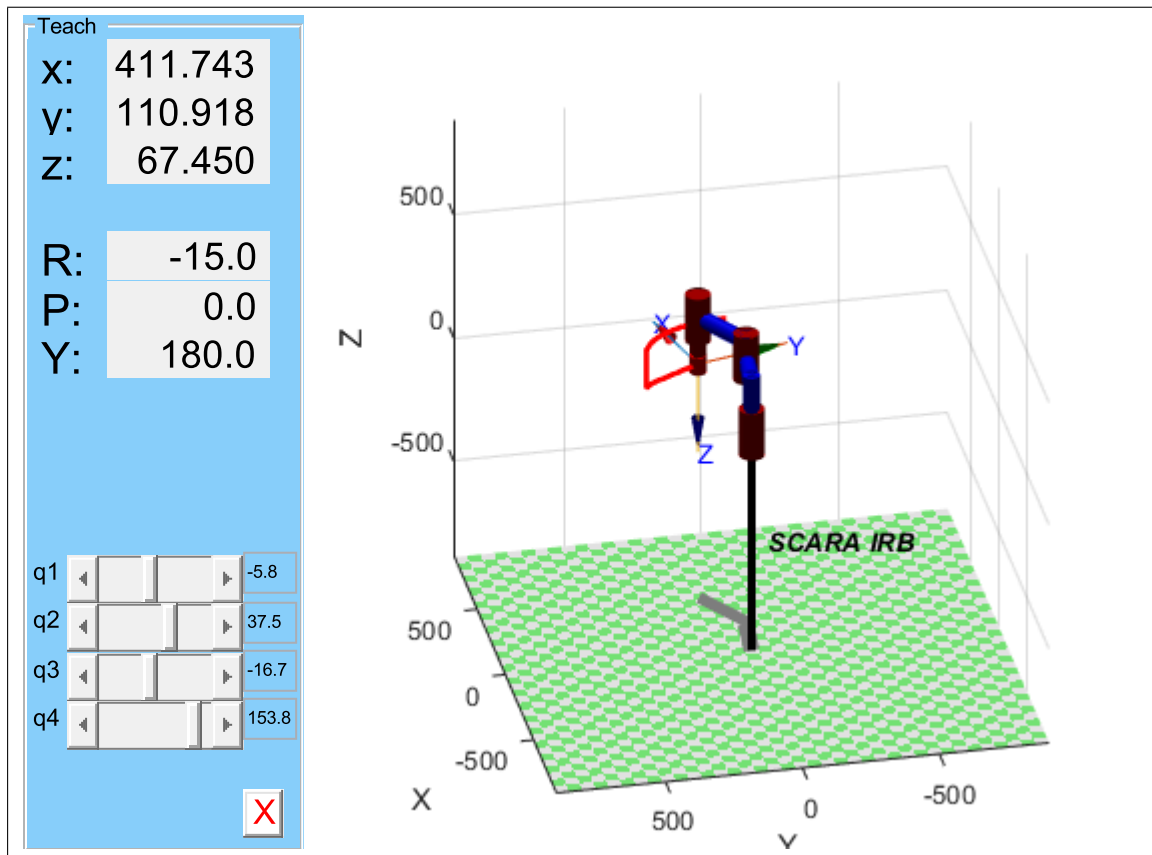


Figura 29: SerialLink.plot() y SerialLink.teach() robot 4



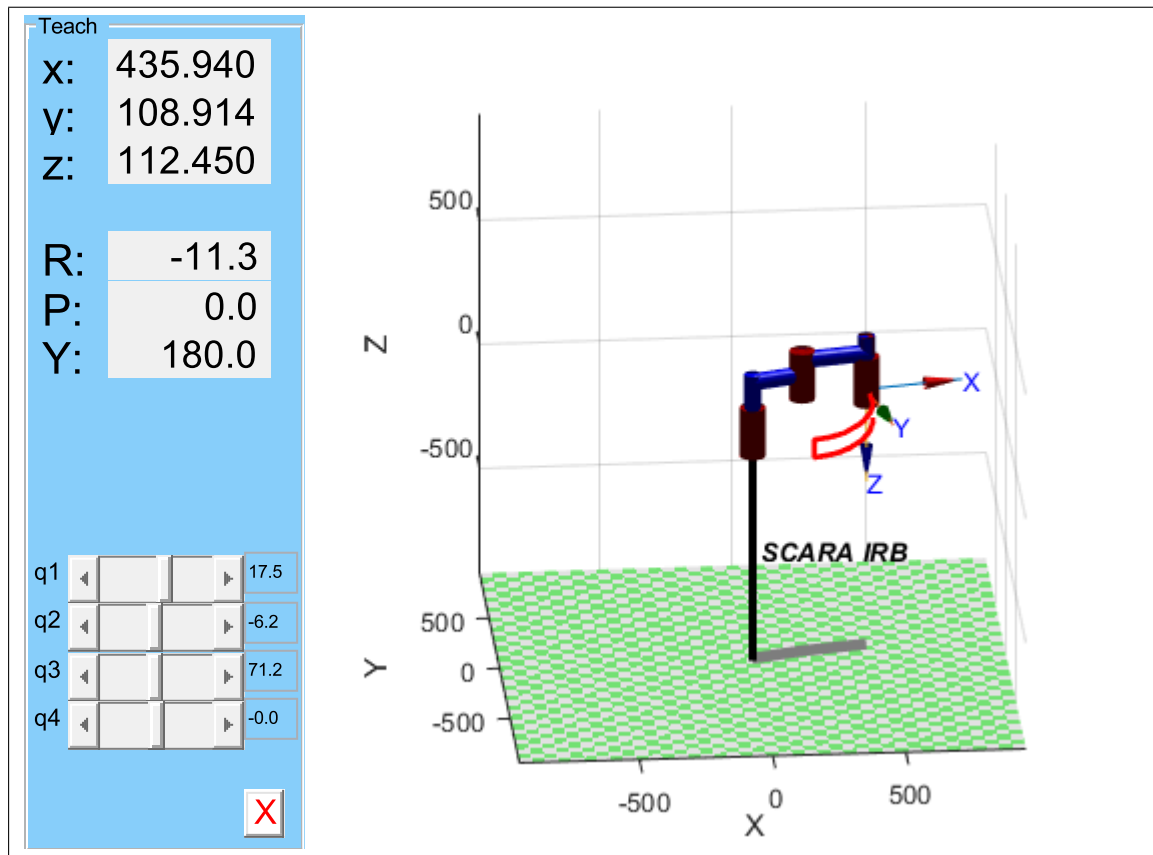


Figura 30: SerialLink.plot() y SerialLink.teach() robot 4 DH alternativo

## 5.5. Robot en section 3.2

Los rangos de movimiento de las articulaciones se indican en fig. 31 y se toman simétricos centrados en el cero. La verificación gráfica se indica en la fig. 32.

| Motion range<br>(degrees) | J1 | 340 |
|---------------------------|----|-----|
|                           | J2 | 200 |
|                           | J3 | 388 |
|                           | J4 | 380 |
|                           | J5 | 240 |
|                           | J6 | 720 |

Figura 31: Rangos articulares.

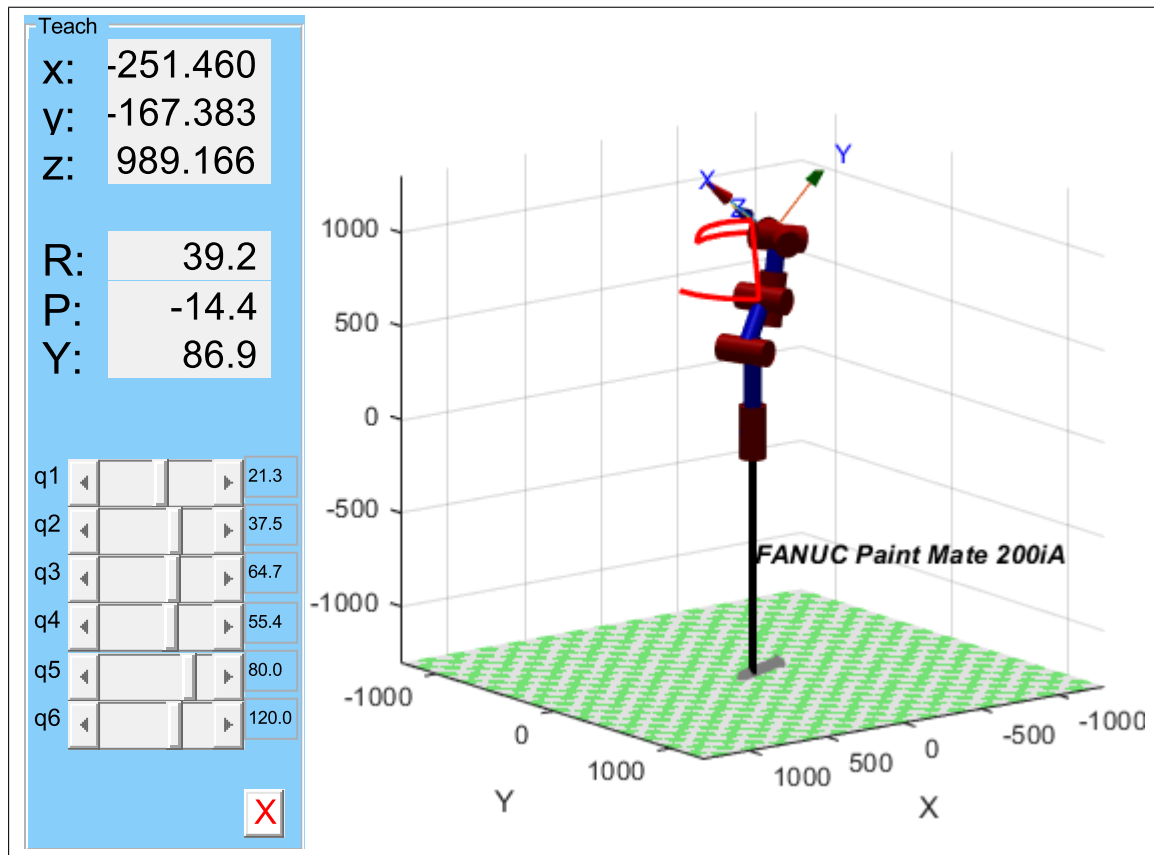


Figura 32: SerialLink.plot() y SerialLink.teach() robot 5

## 5.6. Robot en section 3.3

Los rangos articulares se indican en la fig. 33. La verificación gráfica se muestra en la fig. 34.

| Rango de desplazamiento       |                 |
|-------------------------------|-----------------|
| A1                            | $\pm 170^\circ$ |
| A2                            | $\pm 120^\circ$ |
| A3                            | $\pm 170^\circ$ |
| A4                            | $\pm 120^\circ$ |
| A5                            | $\pm 170^\circ$ |
| A6                            | $\pm 120^\circ$ |
| Rango de desplazamiento eje 7 | $\pm 175^\circ$ |

Figura 33: Rangos articulares.

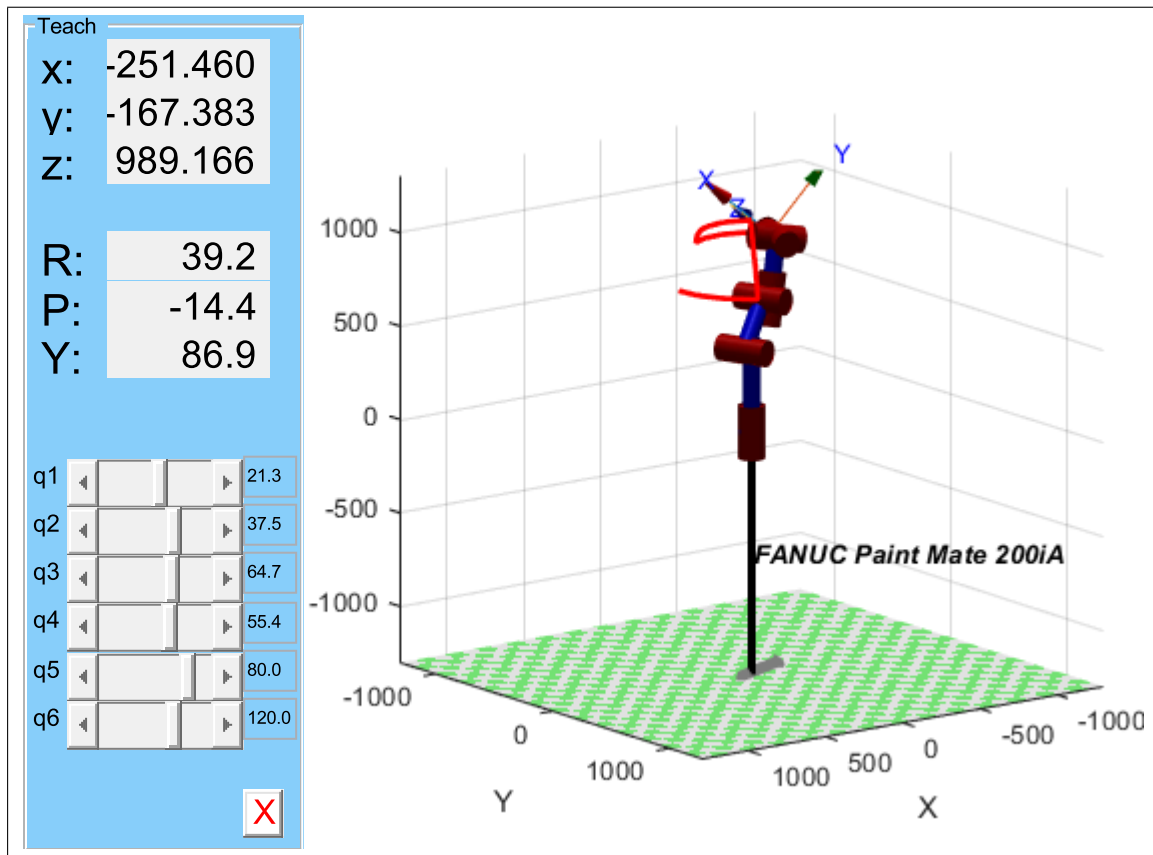


Figura 34: SerialLink.plot() y SerialLink.teach() robot 6