# Informe de Trabajo Práctico N°5B

## Cinemática Inversa

Robótica I

Ingeniería en Mecatrónica
Facultad de Ingeniería - UNCUYO

Alumno: Juan Manuel BORQUEZ PEREZ
Legajo: 13567

UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO
FACULTAD DE INGENIERÍA

# 1. Robot

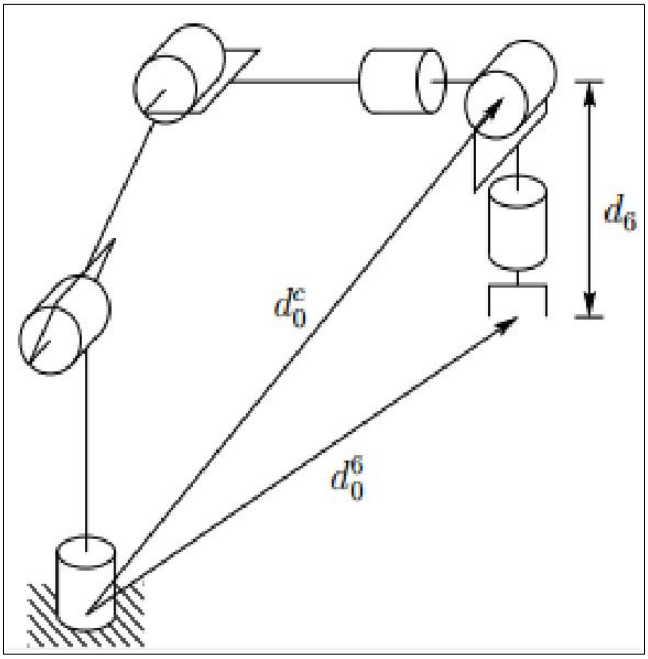


Figura 1: Robot 6gdl - muñeca esférica

La definición de los sistemas en el robot es la que se indica en fig. 2

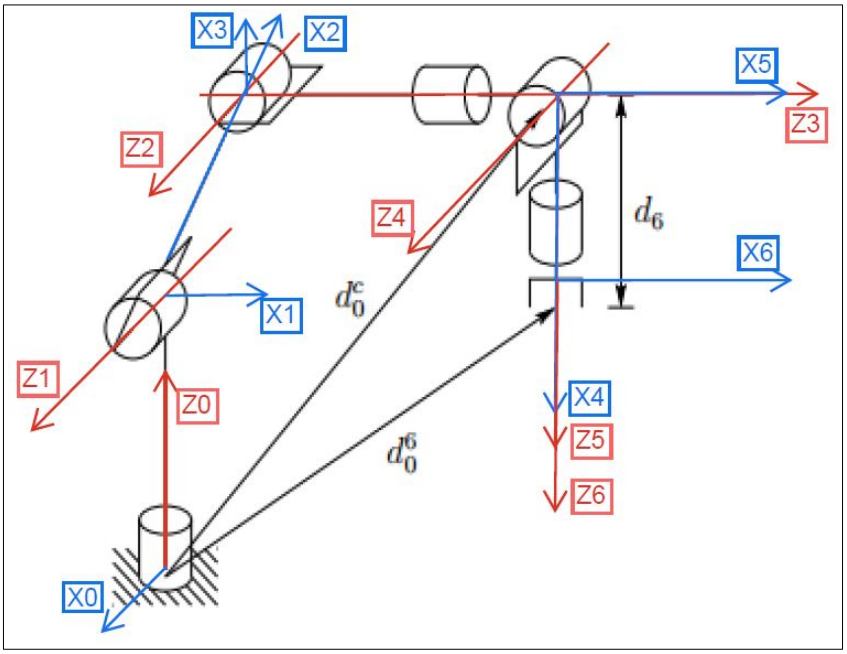


Figura 2: Robot 6gdl - Sistemas DH

La matriz de DH que resulta es table 1. Para el caso, se utilizaran solamente valores unitarios para los parámetros de longitud de DH ($a_i$ y $d_i$).

| Sistema | $\theta$ | $d$ | $a$ | $\alpha$ | $\sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $q_1$ | $d_1$ | 0 | $\pi/2$ | 0 |
| 2 | $q_2$ | 0 | $a_2$ | 0 | 0 |
| 3 | $q_3$ | 0 | 0 | $\pi/2$ | 0 |
| 4 | $q_4$ | $d_4$ | 0 | $\pi/2$ | 0 |
| 5 | $q_5$ | 0 | 0 | $\pi/2$ | 0 |
| 6 | $q_6$ | $d_6$ | 0 | 0 | 0 |

Cuadro 1: Robot 6gdl - Matriz DH

# 2. Ejercicio 1: Primer Problema de Pieper

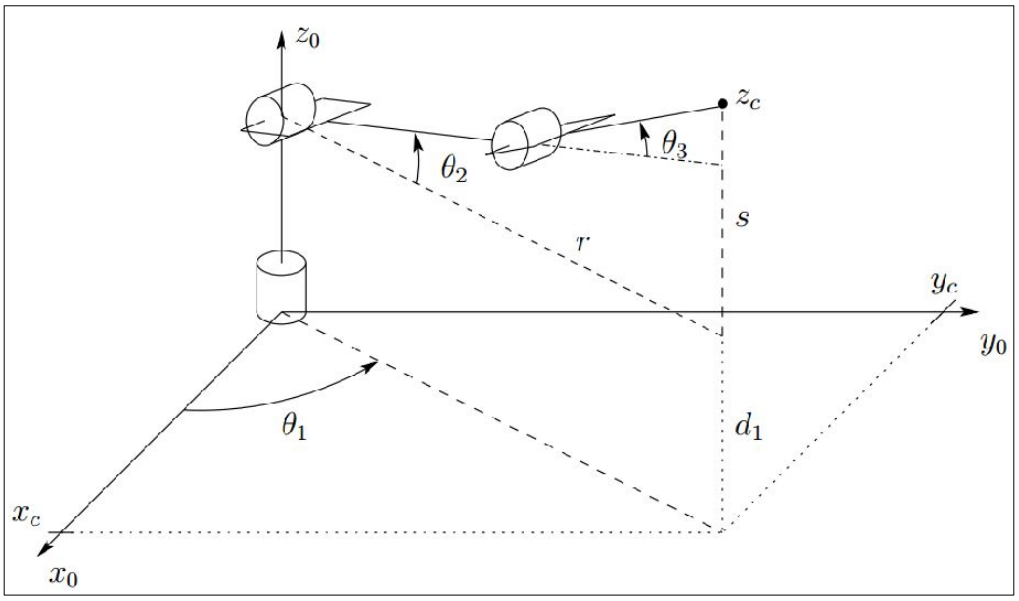


Figura 3: Robot 6gdl - Primer problema de Pieper

Como se puede observar en el esquema cinemático de la fig. 1 los eslabones 1, 2, 3 y 4 se mueven siempre en un mismo plano que contiene al eje $Z_0$ y el ángulo que el mismo forma con respecto al plano $X_0Z_0$ es el ángulo $\theta_1$. En la fig. 4 se muestra en otra perspectiva en donde se muestran los dos posibles valores para el ángulo.

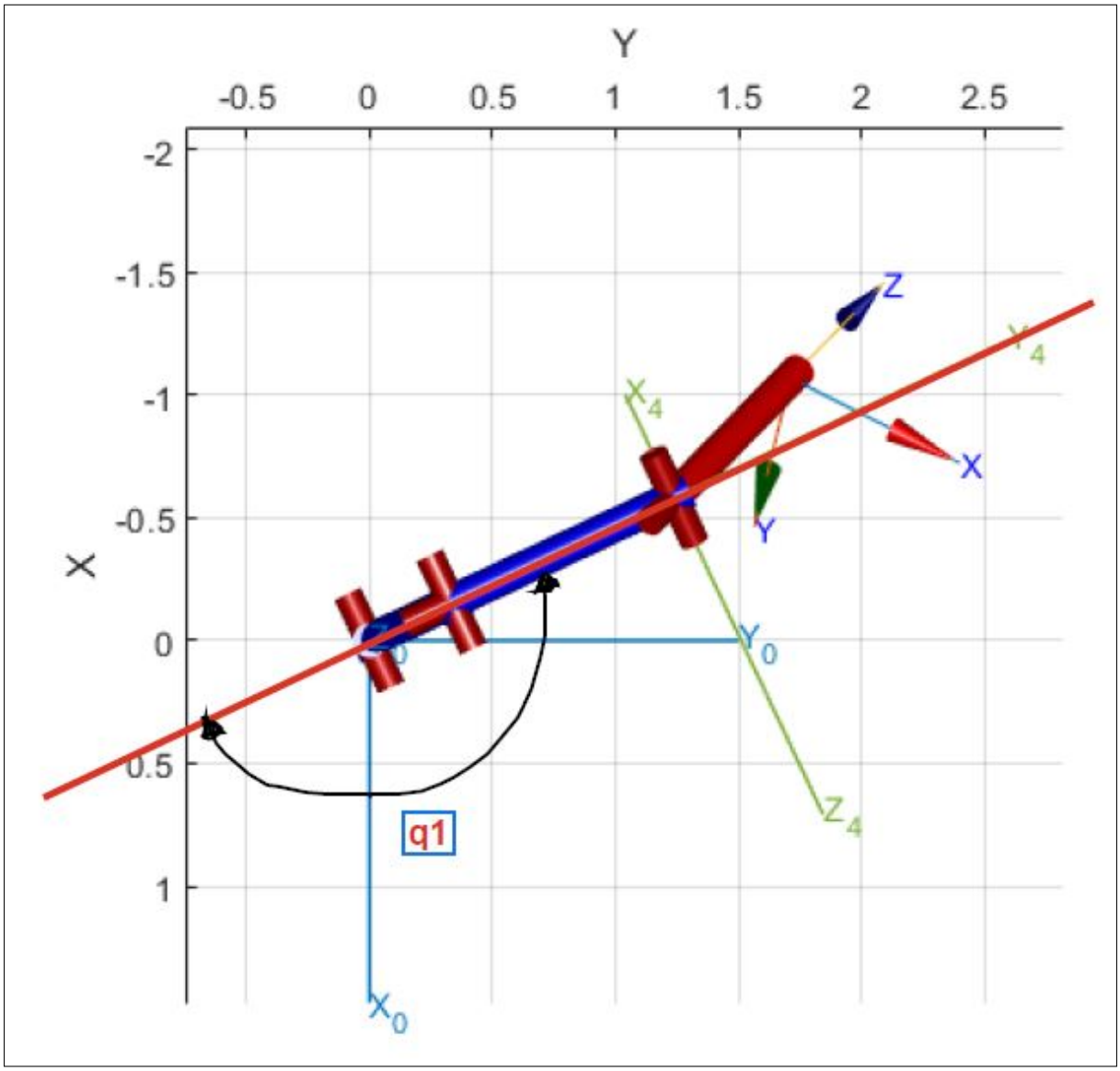


Figura 4: Plano $q_1$

Luego se obtiene $q_1$ como en la eq. (1)

$$\begin{cases} (q_1)_1 = atan2(y_c, x_c) \\ (q_1)_1 < 0 \Rightarrow (q_1)_2 = (q_1)_1 + \pi \\ (q_1)_1 > 0 \Rightarrow (q_1)_2 = (q_1)_1 - \pi \end{cases} \tag{1}$$

Para cada valor de $q_1$ se tiene la transformación ${}^0T_1$ y con la misma se obtiene ${}^1\overline{p_c}$ como ${}^1\overline{p}_c = \left({}^0T_1\right)^{-1} {}^0\overline{p}_c$. El problema queda entonces formulado como se muestra en fig. 5. Se puede ver que es equivalente al de la cinemática inversa de un robot RR planar que se vió en la "parte A" de este trabajo, como queda denotado por los eslabones pintados en negro y las articulaciones con círculos rojos. Para completar la analogía con un RR planar, en la figura se define un sistema auxiliar $S3'$ junto con la variable $q_3'$. La longitud del primer y segundo eslabón en el RR planar son $a_2$ y $d_4$ del robot respectivamente.

Luego, $q_2$ y $q_3'$ se obtienen siguiendo el procedimiento para el RR planar. Finalmente se usa la eq. (2) para obtener $q_3$.

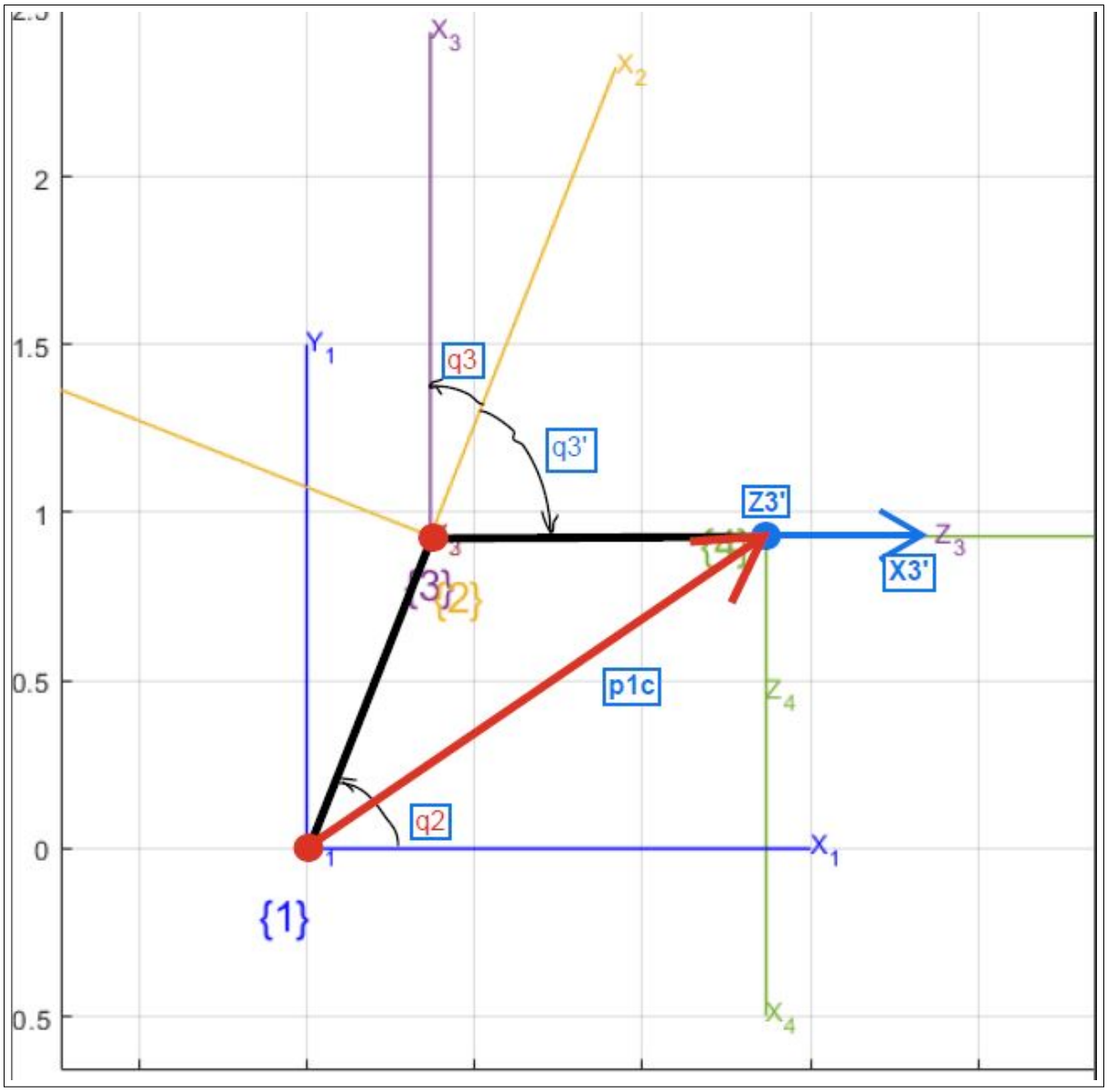


Figura 5: Plano $q_{23}$

$$q_3 = \frac{\pi}{2} - q_3' \tag{2}$$

# 3. Ejercicio 2: Segundo Problema de Pieper

Dado que se conocen los valores de $q_1$, $q_2$ y $q_3$ se obtiene ${}^0T_3$ (para cada terna). Con esta, se determina ${}^3T_6$ como ${}^3T_6 = {}^0T_3{}^{-1}\,{}^0T_6$.

El problema hasta aquí queda formulado gráficamente como se indica en fig. 6. Se puede observar en fig. 2 que el $Z_6$ siempre se mueve en el plano determinado por $Z_3$ y

$X_4$, de manera que su proyección en el plano $X_3Y_3$ coincide que la de $X_4$ sobre el mismo plano. Así, se puede determinar $q_4$ como el ángulo entre el $Z_3X_4$ (señallado en negro en la figura) y el eje $X_3$, existiendo los dos posibles valores indicados en la figura.

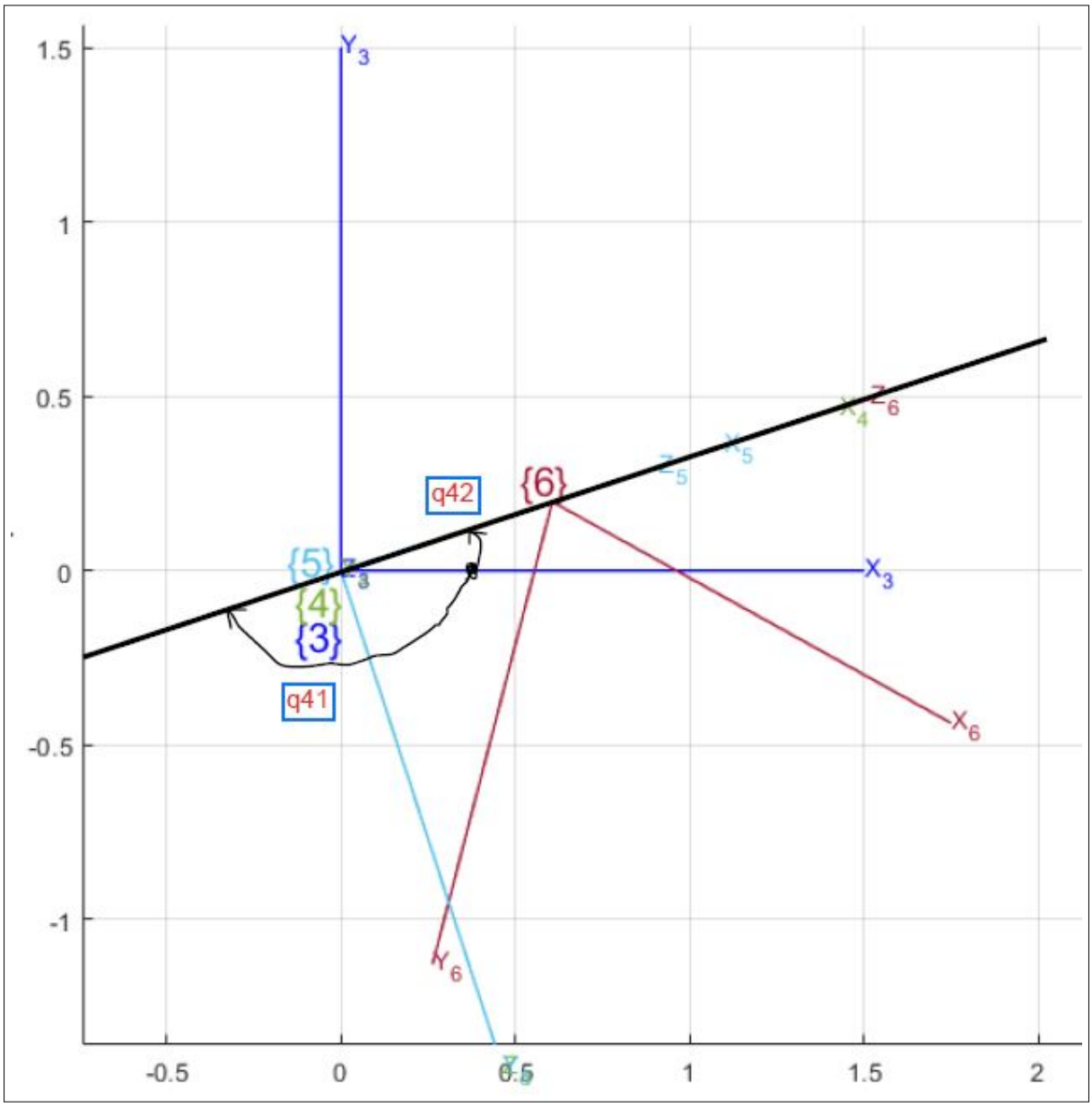


Figura 6: Plano $q_4$

Sean ${}^3n_6$, ${}^3o_6$ y ${}^3a_6$ los versores del sistema dado por ${}^3T_6$. El ${}^3a_6$ da la dirección de $Z_6$. Luego se determina $q_4$ a partir de sus componentes 1 y 2 como:

$$\begin{cases} (q_4)_1 = atan2\left(\left({}^3a_6\right)_2, \left({}^3a_6\right)_1\right) \\ (q_4)_1 < 0 \Rightarrow (q_4)_2 = (q_4)_1 + \pi \\ (q_4)_1 > 0 \Rightarrow (q_4)_2 = (q_4)_1 - \pi \end{cases} \tag{3}$$

Obtenido $q_4$, se determina ahora ${}^4T_6$ como ${}^4T_6 = {}^3T_4{}^{-1}\,{}^3T_6$ y el problema queda como se indica en fig. 7. Luego se obtiene

$$\begin{cases} \alpha = atan2\left(\left({}^4a_6\right)_2, \left({}^4a_6\right)_1\right) \\ q_5 = \frac{\pi}{2} + \alpha \end{cases} \tag{4}$$

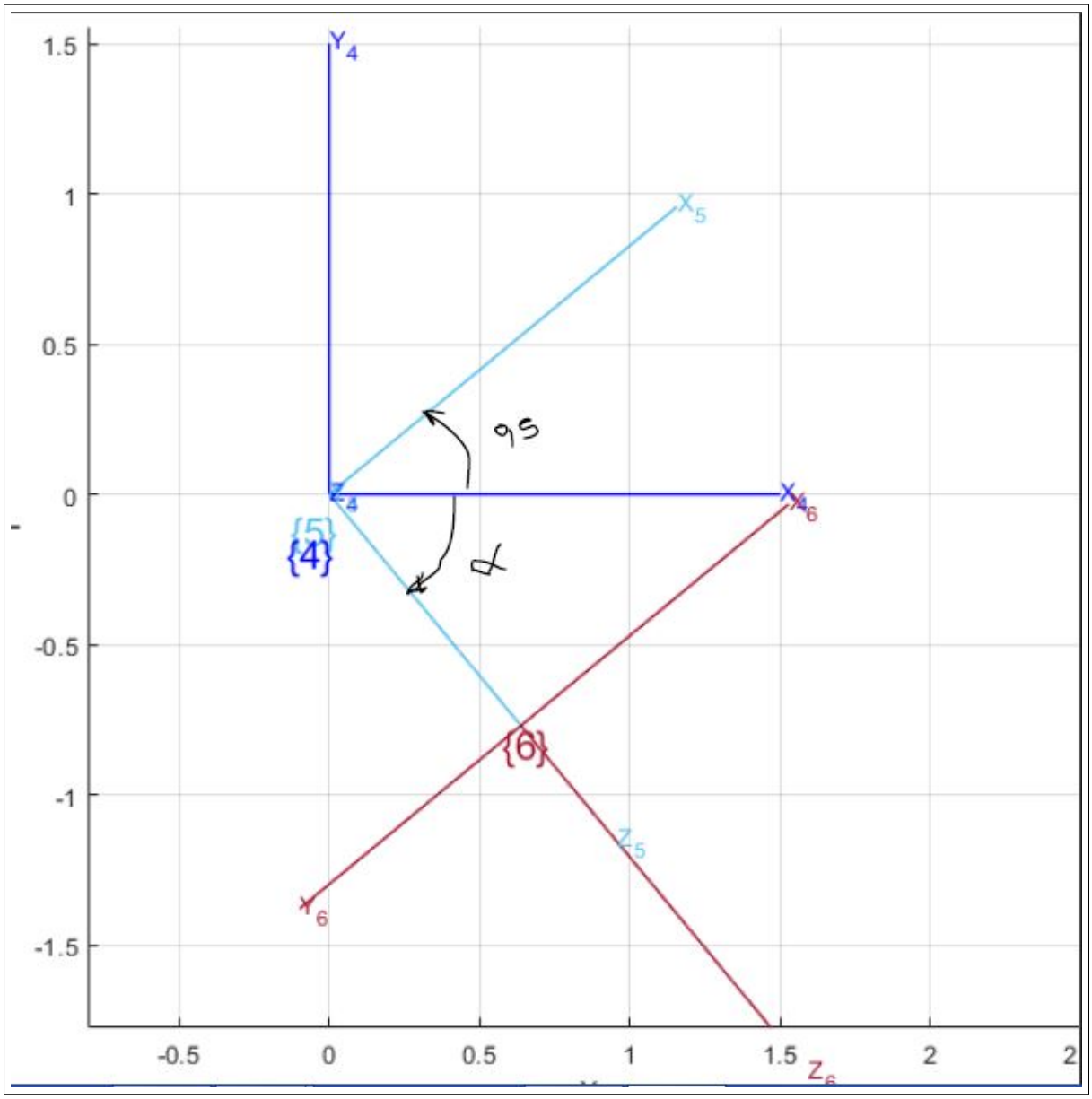


Figura 7: Plano $q_5$

Finalmente se obtiene ${}^5T_6$ como ${}^5T_6 = {}^4T_5{}^{-1}\,{}^4T_6$ y el problema queda como en fig. 8. De donde se obtiene facilmente:

$$q_6 = atan2\left(\left({}^5n_6\right)_2, \left({}^5n_6\right)_1\right) \tag{5}$$

(6)

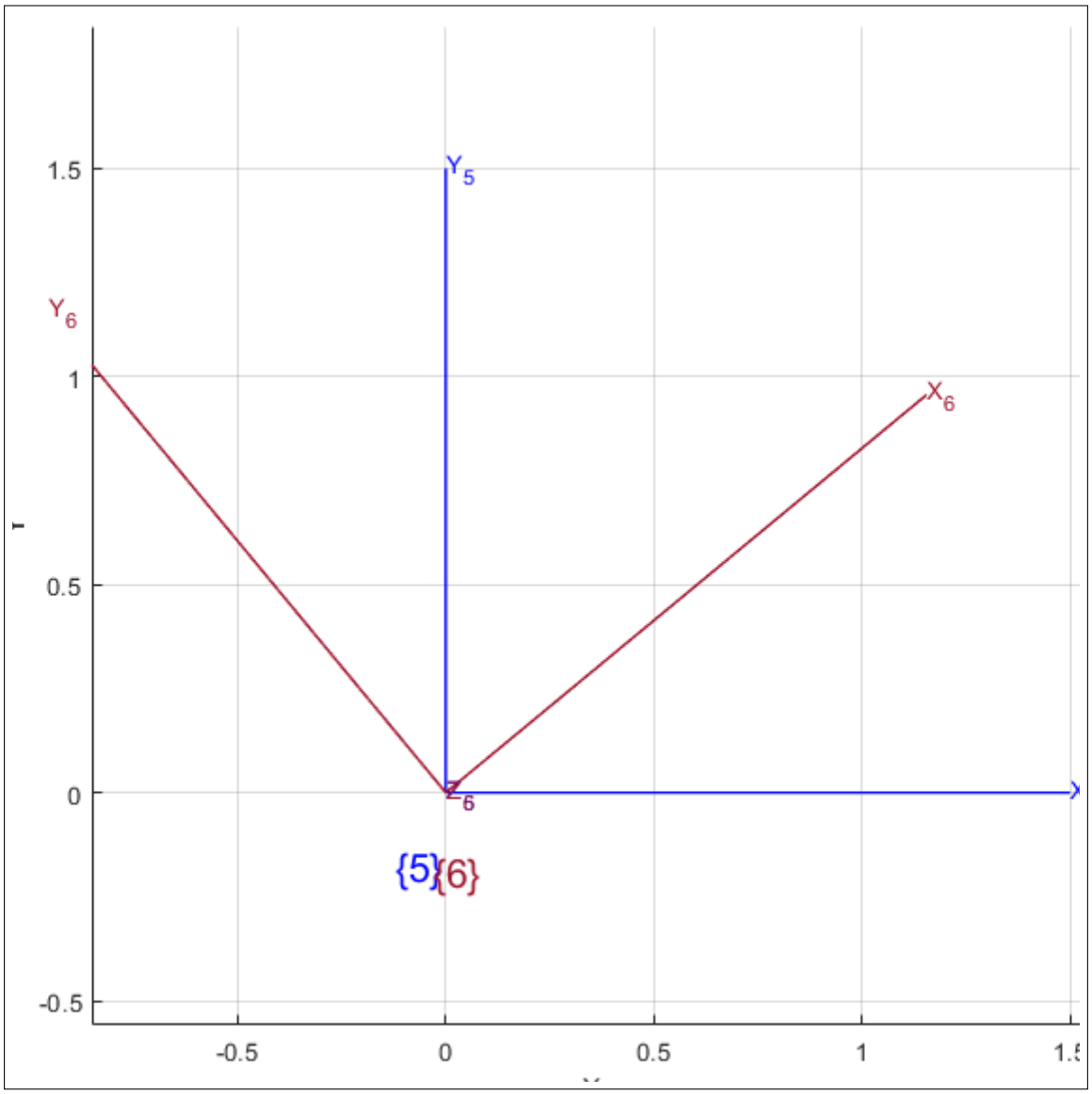


Figura 8: Plano $q_6$