Informe de Trabajo Práctico N°5

Cinemática Inversa

Robótica I

Ingeniería en Mecatrónica
Facultad de Ingeniería - UNCUYO

Alumno: Juan Manuel BORQUEZ PEREZ
Legajo: 13567

1. Ejercicio 1

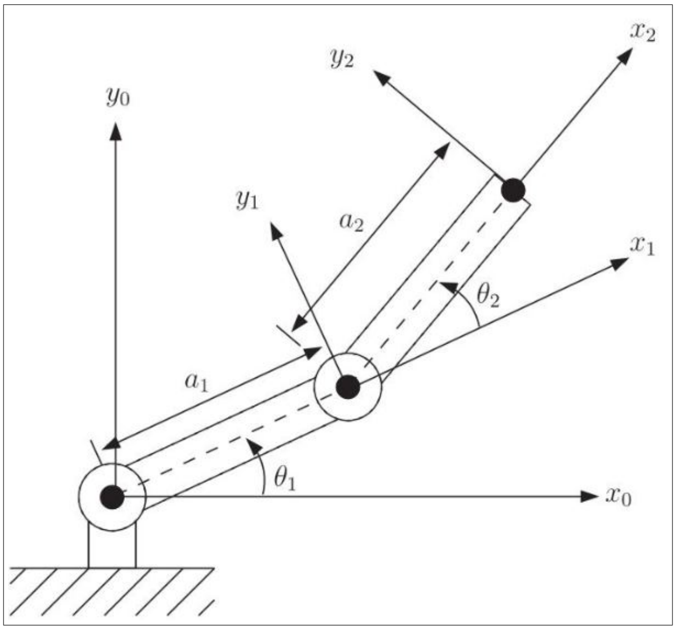

Figura 1: Robot Ejercicio 1

1.1.

Utilice el método geométrico para hallar un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el siguiente problema

$$\overline{q} = f\left(x, y, \gamma\right)$$

Al tratarse de un robot con solo dos grados de libertad, una **postura alcanzable está suficientemente definida al especificar a lo sumo dos variables en el plano**, esto es, (x, y), (x, γ) o (y, γ); mientras que la tercera variable queda determinada. Luego, como el problema se formula en término de las tres variables, las mismas deben ser congruentes para que exista solución.

Las posiciones alcanzables por el extremo del robot quedan definidas por las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &\leqq a_1 + a_2 \;\; (extension\, completa) \\ (a_1 > a_2) \rightarrow x^2 + y^2 &\geqq a_1 - a_2 \;\; (retraccion\, completa) \end{aligned} \tag{1}$$

Cuando la posición es alcanzable, θ_2 se puede determinar por análisis de la suma de los vectores indicados en la fig. 2, como se indica a continuación:

$$\begin{aligned} \mathbf{w} &= \mathbf{u} + \mathbf{v} \\ \mathbf{w}^2 &= \mathbf{u}^2 + \mathbf{v}^2 + 2\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \\ x^2 + y^2 &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\theta_2) \end{aligned}$$

Luego:

$$\theta_2 = arccos\left(\frac{x^2 + y^2 - a_1^2 - a_2^2}{2a_1a_2}\right) \tag{2}$$

Esto da lugar a **dos posibles valores**, uno positivo (codo abajo) y otro negativo (codo arriba).

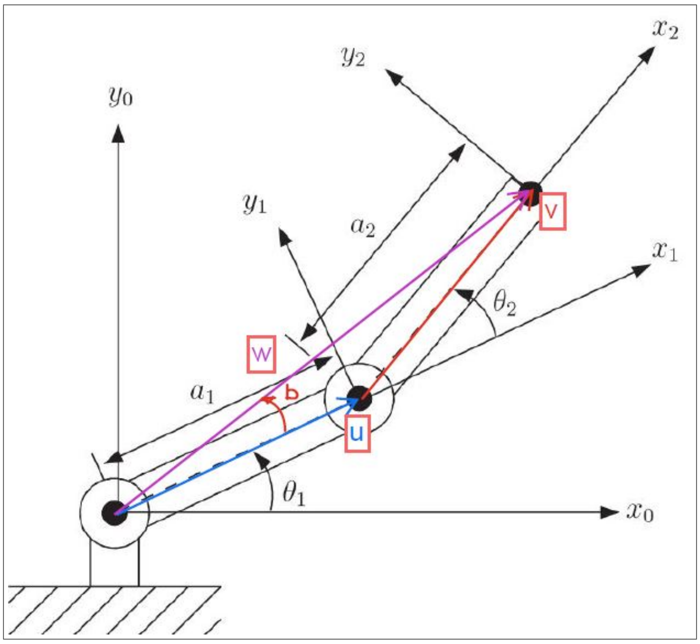

Figura 2: Análisis geométrico

El ángulo θ_1 se determina ahora por análisis de las proyecciones sobre los ejes
Sobre el eje X:

$$\begin{aligned}
x &= a_1\cos(\theta_1) + a_2\cos(\theta_1+\theta_2)\\
x &= a_1\cos(\theta_1) + a_2\left[\cos(\theta_1)\cos(\theta_2) - \sin(\theta_1)\sin(\theta_2)\right]\\
x &= \underline{[a_1 + a_2\cos(\theta_2)]}\cos(\theta_1) - \underline{a_2\sin(\theta_2)}\sin(\theta_1)\\
x &= \underline{A}\cos(\theta_1) - \underline{B}\sin(\theta_1)
\end{aligned}$$

Sobre el eje Y:

$$\begin{aligned}
y &= a_1\sin(\theta_1) + a_2\sin(\theta_1+\theta_2)\\
y &= a_1\sin(\theta_1) + a_2\left[\sin(\theta_1)\cos(\theta_2) + \cos(\theta_1)\sin(\theta_2)\right]\\
y &= \underline{[a_1 + a_2\cos(\theta_2)]}\sin(\theta_1) + \underline{a_2\sin(\theta_2)}\cos(\theta_1)\\
y &= \underline{A}\sin(\theta_1) + \underline{B}\cos(\theta_1)
\end{aligned}$$

Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x &= A\cos(\theta_1) - B\sin(\theta_1)\\ y &= B\cos(\theta_1) + A\sin(\theta_1)\end{cases}$$

Entonces se puede obtener θ_1 a partir de las siguientes:

$$\begin{cases} \cos(\theta_1) & = \frac{Ax+By}{A^2+B^2} \\ \sin(\theta_1) & = \frac{Ay-Bx}{A^2+B^2} \\ \theta_1 & = \arctan\left(\frac{Ay-Bx}{Ax+By}\right) \end{cases} \tag{3}$$

La última se utiliza para determinar dos posibles soluciones para θ_1 mientras que el signo de las primeras dos determinan el valor correcto (el cuadrante). La eq. (3) se resuleve para cada valor de B (uno por cada valor de θ_2 dados en la eq. (2)).

Finalmente, la orientación dada para la postura en la formulación del problema debe ser congruente, y esta dada por:

$$\gamma = \theta_1 + \theta_2$$

En resumen, para $\overline{q} = (x, y, \gamma)$ en el rango del robot según eq. (1) se obtiene un par de posibles soluciones (codo arriba y codo abajo) dadas por:

$$\begin{cases} \theta_2 & = arccos\left(\frac{x^2+y^2-a_1^2-a_2^2}{2a_1a_2}\right) \rightarrow A = a_1 + a_2\cos(\theta_2); B = a_2\sin(\theta_2) \\ \theta_1 & = atan2(Ay - Bx, Ax + By) \\ \text{solo si } \gamma & = \theta_1 + \theta_2 \end{cases} \tag{4}$$

En los extremos del movimiento del robot se puede obtener a lo sumo una solución (no un par).

1.2.

Utilice el método geométrico para hallar un conjunto de ecuaciones cerradas que resuelvan el siguiente problema

$$\overline{q} = f\,(x, y)$$

1.3.

Indique la cantidad de soluciones posibles que tendría cada conjunto de ecuaciones anterior, si los límites articulares fueran los siguientes

$\pm 90°$

$\pm 180°$

$\pm 225°$

$\pm\infty$