



MEDICIONES, INCERTIDUMBRES Y ERRORES

J. Aristizabal Sabogal ¹, A. Cárdenas Barón ², J. Medina Rey ³, D. Rubio Prasca ⁴

1. 160004903, ing. Sistemas
2. 160004909, ing. sistemas
3. 160004921, ing. sistemas
4. 160004935, ing. Sistemas

*Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniarías.
Ingeniería de Sistemas.*

Resumen

Esta práctica se enfoca en aplicar técnicas de medición y análisis de datos en el campo de la física para obtener medidas precisas, confiables y reproducibles de diferentes magnitudes físicas, reportando los resultados de las mediciones realizadas especificando las respectivas unidades, cifras significativas e incertidumbres, además reconocer y calcular en los procesos de medición los tipos de errores y su propagación.

Se realizaron mediciones de tres objetos diferentes utilizando herramientas de medición adecuadas, y se reportaron los resultados de manera clara y precisa, identificando los errores presentes y evaluando la precisión y exactitud de las mediciones.

Palabras clave: Mensurando, error relativo, error porcentual, error absoluto, propagación de errores.

1. Introducción

Incertidumbre

Descripción teórica

El resultado de una medición no es siempre 100% exacto, ya que puede haber muchas fuentes de incertidumbre que afecten su precisión. Estas fuentes pueden ser problemas con la definición del objeto a medir, problemas con el instrumento utilizado para medirlo, errores humanos en la lectura o interpretación de datos, o incluso cambios ambientales que afectan la medición. Para obtener una evaluación completa y precisa de la incertidumbre, es importante considerar todas estas posibles fuentes y tomar medidas para minimizar su efecto en la medición. Esto asegura que los resultados sean confiables y precisos.

Con esto en mente podemos destacar Uno de los trabajos más influyentes en la comprensión y

aplicación de la incertidumbre en la medición es "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" (Guía para la expresión de la incertidumbre en la medición) publicado por el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) en 1993. En este documento se establecen las definiciones y principios fundamentales para la evaluación y expresión de la incertidumbre en la medición, así como las diferentes fuentes de incertidumbre y los métodos de evaluación. Además, se proporcionan ejemplos y recomendaciones prácticas para la aplicación de la guía en diferentes áreas de medición.

Otro trabajo importante es "Evaluation of Measurement Data - Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement" (Evaluación de datos de medición - Guía para la expresión de la incertidumbre en la medición) publicado por la Organización Internacional de Normalización (ISO) en 1995. Esta guía amplía y complementa la guía del CIPM, y proporciona más detalles sobre

los métodos de evaluación y expresión de la incertidumbre, así como sobre el cálculo de la incertidumbre combinada y la incertidumbre expandida.

Ambos trabajos son de gran relevancia y se utilizan como referencia en la evaluación y expresión de la incertidumbre en la medición en diferentes áreas de la ciencia, la tecnología y la industria.

Antes de hallar la incertidumbre debemos tener en cuenta algunos conceptos como

Error aleatorio: Es el causado por efectos aleatorios, tiene un comportamiento impredecible, no se puede eliminar, y lo único que puedes hacer es disminuir sus efectos realizando varias mediciones repetidas del mensurando.

Error sistemático: Es el causado por efectos sistemáticos, tiene un comportamiento predecible y muchas veces puede corregirse.

Incertidumbre tipo A: Evaluación de la incertidumbre empleando un análisis estadístico de una serie de mediciones.

Incertidumbre tipo B: Evaluación de la incertidumbre empleando métodos diferentes al análisis estadístico de una serie de mediciones. para poder hallar la incertidumbre nos encontramos con algunos pasos o requisitos como lo son:

- **Definir el mensurando.**

El mesurado es la magnitud que se pretende medir como lo son:

Ecuación de la media aritmética:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1)$$

Donde n corresponde a la cantidad de datos de los cuales se desea hallar la media y x corresponde a cada dato.

Ecuación para hallar el área de un cilindro:

$$A_c = 2\pi rh + 2\pi r^2 \quad (2)$$

Donde h corresponde al largo del cilindro y r al radio del mismo.

Ecuación para hallar el área de un paralelepípedo:

$$A_p = 2ab + 2ac + 2bc \quad (3)$$

Donde a, b y c corresponden a la altura, largo y ancho del paralelepípedo.

Ecuación para hallar el área de una esfera:

$$A_e = 4\pi r^2 \quad (4)$$

Donde r corresponde al radio de la esfera.

Ecuación para hallar el volumen de un cilindro:

$$V_c = \pi r^2 h \quad (5)$$

Donde h corresponde al largo del cilindro y r al radio del mismo.

Ecuación para hallar el volumen de un paralelepípedo:

$$V_p = abc \quad (6)$$

Donde a, b y c corresponden a la altura, largo y ancho del paralelepípedo.

Ecuación para hallar el volumen de una esfera:

$$V_e = \frac{4}{3}\pi r^3 \quad (7)$$

Donde r corresponde al radio de la esfera.

Ecuación para hallar la densidad de un objeto:

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (8)$$

Donde m es la masa del objeto y v el volumen del mismo.

- **Identificar las fuentes de incertidumbre.**

Ejemplo: pesaje, medición del volumen, medición del área.

- **Cuantificar las fuentes.**

Para este caso en particular, las incertidumbres absoluta, relativa y porcentual, son iguales a los errores absoluto, relativo y porcentual, respectivamente. Entonces cada vez que se

mencione alguna incertidumbre, se estará haciendo referencia al error.

Ecuación para hallar la incertidumbre relativa:

$$\text{Incertidumbre relativa} = \frac{\text{incertidumbre absoluta}}{\text{valor medido}} \quad (9)$$

La incertidumbre absoluta corresponde a la incertidumbre del instrumento de medición empleado.

Ecuación para calcular la incertidumbre porcentual:

$$\text{Incertidumbre porcentual} = \text{incertidumbre relativa} \times 100 \quad (10)$$

Ecuación para hallar el error absoluto del cálculo del área del cilindro:

$$\Delta A_c = 2\pi r h \left(\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h} \right) + 2\pi r^2 \left(2 \frac{\Delta r}{r} \right) \quad (11)$$

Donde r es el radio y r es la incertidumbre absoluta de la medición del radio; h es el largo del cilindro y h es la incertidumbre absoluta de la medición del largo del cilindro.

Ecuación para hallar el error absoluto del cálculo del área del paralelepípedo:

$$\Delta A_p = 2ab \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \right) + 2ac \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta c}{c} \right) + 2bc \left(\frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} \right) \quad (12)$$

Donde a, b y c corresponden a la altura, largo y ancho del paralelepípedo. a, b y c corresponden a las incertidumbres absolutas de las medidas de la altura, largo y ancho del paralelepípedo.

Ecuación para hallar el error absoluto del cálculo del área de la esfera:

$$\Delta A_e = 4\pi r^2 \left(2 \frac{\Delta r}{r} \right) \quad (13)$$

Donde r es el radio y r es la incertidumbre absoluta de la medición del radio.

Ecuación para hallar el error absoluto del cálculo del volumen del cilindro:

$$\Delta v_c = \pi r^2 h \left(2 \frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta h}{h} \right) \quad (14)$$

Donde r es el radio y r es la incertidumbre absoluta de la medición del radio; h es el largo del cilindro y h es la incertidumbre absoluta de la medición del largo del cilindro.

Ecuación para hallar el error absoluto del cálculo del volumen del paralelepípedo:

$$\Delta v_p = abc \left(\frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c} \right) \quad (15)$$

Donde a, b y c corresponden a la altura, largo y ancho del paralelepípedo. a, b y c corresponden a las incertidumbres absolutas de las medidas de la altura, largo y ancho del paralelepípedo.

Ecuación para hallar el error absoluto del cálculo del volumen de la esfera:

$$\Delta v_e = \frac{4}{3} \pi r^3 \left(3 \frac{\Delta r}{r} \right) \quad (16)$$

Donde r es el radio y r es la incertidumbre absoluta de la medición del radio.

Ecuación para hallar el error absoluto del cálculo de la densidad:

$$\Delta p = \frac{m}{v} \left(\frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta v}{v} \right) \quad (17)$$

Donde m es la masa del objeto y v el volumen del mismo; además, m y v son las incertidumbres absolutas de las medidas de la masa y el volumen del objeto.

Ecuación para hallar la incertidumbre estadística, la cual es igual al error absoluto del cálculo del periodo del péndulo:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (18)$$

Donde n es la cantidad de datos tomados, xi corresponde a cada dato y x corresponde a la media aritmética de los datos tomados.

Restricciones experimentales

Para este informe de laboratorio únicamente contábamos con una regla, un pie de rey, un tornillo micrométrico y una balanza, objetos con los cuales nos valimos para realizar las distintas mediciones de un paralelepípedo, un cilindro y una esfera. Al momento de realizar las mediciones nos topamos con que las mediciones de la regla eran mucho más dispersas debido al estado en la que esta se

encontraba, impidiéndonos tener un resultado más claro, también la poca cantidad de mediciones que se tomaron de cada uno de los objetos nos, afectando gravemente al momento de obtener un dato más centrado o cercano al que realmente era. Las condiciones del entorno en el que se realizaron dichas mediciones afectaban de cierta forma la recolección de datos debido a las corrientes de aire que se presentaban alterando constantemente los resultados obtenidos, obligándonos a tomar más tiempo en verificar la veracidad de dichos resultados.

Para la realización de este informe se utilizó el siguiente material bibliográfico entre los cuales se logró recopilar información de vital importancia para la realización de este trabajo

2. Sección experimental

La medición de propiedades físicas de objetos es una tarea fundamental en la física, ya que permite conocer en detalle las características de los objetos y su comportamiento en diferentes condiciones. En este informe se presentan los resultados de un experimento en el que se midieron propiedades como la masa, volumen, densidad y dimensiones de un cilindro (**fig. 3**), un paralelepípedo (**fig. 4**) y una esfera (**fig. 1**) utilizando herramientas de medición como un pie de rey (**fig. 6**), una regla (**fig. 5**), Un tornillo milimétrico (**fig. 8**) y una balanza (**fig. 7**). Además, se midió el tiempo que tarda un péndulo en hacer 10 oscilaciones con el fin de calcular su periodo. El objetivo de este experimento fue aplicar técnicas de medición y análisis de datos en el campo de la física, y obtener información precisa y confiable sobre las propiedades de los objetos medidos

● Procedimiento:

1. Se midió la longitud, anchura y espesor del cilindro, el paralelepípedo y la esfera utilizando el pie de rey, la regla y el tornillo milimétrico, respectivamente.
2. Se midió la masa de cada objeto utilizando la balanza de precisión.

3. Se calculó el volumen de cada objeto con las **fórmulas (5,6,7)** utilizando las medidas tomadas en el paso 1.
4. Se calculó la densidad de cada objeto con la **fórmula (8)**.
5. Se midió el tiempo que tardó el péndulo en hacer 10 oscilaciones utilizando el cronómetro.
6. Se calculó el periodo de oscilación del péndulo dividiendo el tiempo total de las 10 oscilaciones entre 10.

Para cada objeto se repitieron las mediciones al menos tres veces para obtener un promedio y reducir los errores aleatorios en las mediciones. Se verificó que las mediciones fueran precisas y exactas y se tuvo en cuenta la incertidumbre de cada instrumento de medición.

● materiales:



Figura 1 (Esfera)



Figura 2 (cuerda)

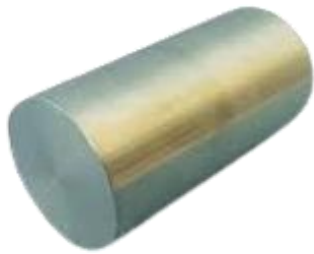


Figura 3 (cilindro)



Figura 4 (Paralelepípedo)



Figura 5 (regla)

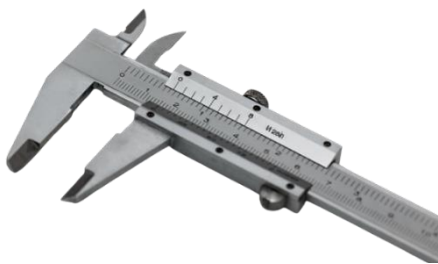


Figura 6 (Pie de Rey)

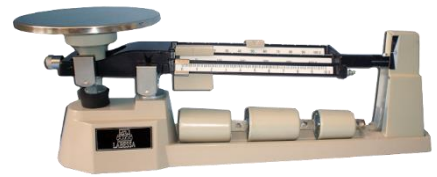


Figura 7 (Balanza)



Figura 8 (Tornillo Milimétrico)



Figura 9 (soporte universal)

3. Resultado y análisis

A continuación, se presentan los resultados obtenidos en la medición de cada uno de los elementos:

- **Cilindro:**

Tabla 1. Serie de medidas de las dimensiones de un cilindro.

Dimensión	Largo (mm)	Diámetro (mm)
Medida	63,6	22,5
	63,4	22,2
	63,5	22,3
	63,94	22,35

Como se presenta en la **tabla (1)**, para cada dimensión del cilindro se realizaron cuatro mediciones.

Tabla 2. Medida e incertidumbre de las dimensiones de un cilindro.

Dimensión	Largo (mm)	Diámetro (mm)
Media	63,61	22,33
Incertidumbre	0,05	0,05
Resultado	63,61 ± 0,05	22,33 ± 0,05

Con los datos obtenidos en la **tabla (1)**, se calcula la media aritmética.

Las cantidades de la incertidumbre ubicadas en la **tabla (2)**, se obtuvieron del valor de la incertidumbre del instrumento usado para su medición, en este caso el pie de rey. Además, la columna de resultados en la **tabla (2)** corresponde al intervalo de incertidumbre de la medición del largo y el diámetro del objeto; la cual indica que el valor real del largo del cilindro se encuentra entre 63,56 y 63,66 milímetros y el del diámetro se encuentra entre 22,28 y 22,38 milímetros.

Tabla 3. Medida y errores en la medición de algunas propiedades físicas del cilindro.

Propiedades físicas	Medida	Error absoluto	Error relativo	Error porcentual
Largo (mm)	63,61	0,05	0,00078	0,07%
Diámetro (mm)	22,33	0,05	0,00223	0,22%
Masa (g)	66,8	0,1	0,00149	0,14%
Área (mm ²)	5242,89	30,50	0,00581	0,58%
Volumen (mm ³)	24888,78	242,69	0,00974	0,97%
Densidad ($\frac{g}{mm^3}$)	0,0026	0,00003	0,01153	1,15%

Los datos del área, volumen y densidad se calculan con las **ecuaciones (2, 5 y 8)** respectivamente. Además, los valores del error absoluto para el largo, diámetro y la masa del cilindro se obtienen de las incertidumbres de cada instrumento que se usó para su medición. Sin embargo, para calcular el error absoluto del área, volumen y densidad, se utilizan las **ecuaciones (11, 14 y 17)** respectivamente. También, se calculan los valores de los errores relativo y porcentual, los cuales se calculan con las **ecuaciones (9 y 10)** respectivamente.

• Paralelepípedo

Tabla 4. Serie de medidas de las dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.

Dimensión	Largo (mm)	Ancho (mm)	Altura (mm)
Medida	25	6	75
	26	7	76

Como se presenta en la **tabla (4)**, para cada dimensión del paralelepípedo se realizaron dos mediciones.

Tabla 5. Medida e incertidumbre de las dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.

Dimensión	Largo (mm)	Ancho (mm)	Altura (mm)
Media	25,5	6,5	75,5
Incertidumbre	1	1	1
Resultado	$25,5 \pm 1$	$6,5 \pm 1$	$75,5 \pm 1$

Con los datos obtenidos en la **tabla (4)**, se calcula la media aritmética para cada una de las dimensiones.

Las cantidades de la incertidumbre ubicadas en la **tabla (5)**, se obtienen del valor de la incertidumbre del instrumento usado para su medición, en este caso la regla. Además, la columna de resultados en la **tabla (4)** corresponde al intervalo de incertidumbre de la medición del largo, ancho y la altura del objeto; la cual indica que el valor real del largo del paralelepípedo se encuentra entre 24,5 y 26,5 milímetros, el del ancho se encuentra entre 5,5 y 7,5 milímetros y el de la altura se encuentra entre 74,5 y 76,5 milímetros.

Tabla 6. Medida y errores en la medición de algunas propiedades físicas del paralelepípedo.

Propiedades físicas	Medida	Error absoluto	Error relativo	Error porcentual
Largo (mm)	25,5	1	0,03921	3,92%
Ancho (mm)	6,5	1	0,15384	15,38%
Altura (g)	75,5	1	0,01324	1,32%
Masa (g)	33,8	0,1	0,00295	0,29%
Área (mm ²)	5163,5	430	0,08327	8,32%
Volumen (mm ³)	12514,12	2581,75	0,20630	20,63%
Densidad ($\frac{g}{mm^3}$)	0,0027	0,00056	0,20740	20,74%

Los datos del área, volumen y densidad se calculan con las **ecuaciones (3, 6 y 8)** respectivamente. Además, los valores del error absoluto para el largo, ancho y la altura del paralelepípedo se obtienen de las incertidumbres de cada instrumento que se usó para su medición. Sin embargo, para calcular el error absoluto del área, volumen y densidad, se utilizan las **ecuaciones (12, 15 y 17)** respectivamente. También, se calculan los valores

de los errores relativo y porcentual, los cuales se calculan con las **ecuaciones (9 y 10)** respectivamente.

- **Esfera**

Tabla 7. Serie de medidas de las dimensiones de una esfera.

Dimensión	Diámetro (mm)
Medida	16,7
	16,8
	16,6
	16,7
	16,6

Como se presenta en la **tabla (7)**, para la medición del diámetro de la esfera se realizaron cinco mediciones.

Tabla 8. Medida e incertidumbre de las dimensiones de una esfera.

Dimensión	Diámetro (mm)
Media	16,68
Incertidumbre	0,01
Resultado	$16,68 \pm 0,01$

Con los datos obtenidos en la **tabla (7)**, se calcula la media aritmética de las mediciones del diámetro de la esfera.

La cantidad de la incertidumbre ubicada en la **tabla (8)**, se obtiene del valor de la incertidumbre del instrumento usado para su medición, en este caso el tornillo micrométrico. Además, la columna de resultados en la **tabla (8)** corresponde al intervalo de incertidumbre de la medición del diámetro del objeto; la cual indica que el valor real del diámetro de la esfera se encuentra entre 16,67 y 16,69 milímetros.

Tabla 9. Medida y errores en la medición de algunas propiedades físicas de la esfera.

Propiedades físicas	Medida	Error absoluto	Error relativo	Error porcentual
Diámetro (mm)	16,68	0,01	0,00059	0,05%
Masa (g)	16,3	0,1	0,00613	0,61%
Área (mm ²)	874,06	2,09	0,00239	0,23%
Volumen (mm ³)	2429,89	8,74	0,00359	0,35%
Densidad ($\frac{g}{mm^3}$)	0,0067	0,000065	0,00970	0,97%

Los datos del área, volumen y densidad se calculan con las **ecuaciones (4, 7 y 8)** respectivamente. Además, el valor del error absoluto para el diámetro del paralelepípedo se obtiene de la incertidumbre del instrumento que se usó para su medición. Sin embargo, para calcular el error absoluto del área, volumen y densidad, se utilizan las **ecuaciones (13, 16 y 17)** respectivamente. También, se calculan los valores de los errores relativo y porcentual, los cuales se calculan con las **ecuaciones (9 y 10)** respectivamente.

- **Péndulo**

Tabla 10. Periodo de un péndulo medido en segundos (s).

Periodo del Péndulo				
1,13	1,13	1,13	1,13	1,13
1,13	1,12	1,11	1,15	1,14
1,12	1,10	1,14	1,10	1,11
1,13	1,15	1,12	1,11	1,12
1,11	1,15	1,14	1,12	1,13
1,15	1,10	1,10	1,10	1,12
1,13	1,15	1,12	1,11	1,11
1,14	1,12	1,11	1,11	1,11
1,14	1,13	1,13	1,11	1,12
1,12	1,13	1,12	1,14	1,15

En la **tabla (10)** se muestran las 50 mediciones del periodo del péndulo.

Tabla 11. Medida e incertidumbre del periodo del péndulo.

Medición	Periodos
Medida	1,10
Incertidumbre	0,02
resultado	$1,10 \pm 0,02$

Con los datos obtenidos de la **tabla (10)**, se calcula con la **ecuación (1)** la media aritmética de las mediciones del periodo del péndulo.

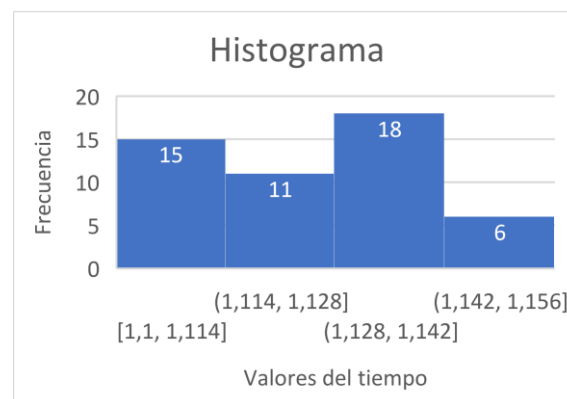
La cantidad de la incertidumbre ubicada en la **tabla (11)**, se obtiene con la **ecuación (18)**. Además, la columna de resultados de dicha tabla, corresponde al intervalo de incertidumbre de la medición del periodo del péndulo; la cual indica que el valor real de la medición de su periodo se encuentra entre 1,08 y 1,12 segundos.

Tabla 12. Errores en la medición del periodo del péndulo.

Propiedad es físicas	Medida	Error absoluto	Error relativo	Error porcentual
Diámetro (mm)	1,10	0,02	0,01818	1,81%

El error absoluto del periodo, se calcula con la **ecuación (18)** y los errores relativo y porcentual se calculan con las **ecuaciones (9 y 10)** respectivamente

Figura 10. Histograma correspondiente a la medida del periodo del péndulo de la **tabla (10)**.



4. Conclusiones

- En conclusión, se logró realizar mediciones precisas y confiables de diferentes magnitudes físicas, utilizando diversos instrumentos de medición. Esto

permitió obtener datos precisos y confiables, que son fundamentales para cualquier experimento científico.

- Se reportaron los resultados de las mediciones realizadas de manera clara y precisa, especificando las unidades, cifras significativas e incertidumbres asociadas a cada medida.
- Se identificaron y calcularon los tipos de errores presentes en los procesos de medición, lo que permitió evaluar la precisión y exactitud de las mediciones realizadas y mejorar la calidad de los resultados obtenidos. Este análisis de errores es crucial para garantizar la validez y confiabilidad de los resultados experimentales.

Referencia

- Aguiar García J, Delgado Cabello J. (2011). Física II OCW- Universidad de Málaga.
<http://ocw.uma.es/course/view.php?id=59>
- Jhon Cárdenas, Metodología para la determinación de la incertidumbre asociada a la medición en fuentes fijas usando la guía para la expresión de la incertidumbre de medida y un Método estocástico, Instituto Tecnológico Metropolitano, 2018.
<https://repositorio.itm.edu.co/handle/20.500.12622/49>
- Javier Miranda, evaluación de la incertidumbre en datos experimentales, UNAM, 2003.
https://www.fisica.unam.mx/personales/crespo/es/Estudiantes_files/EVALINCERT-2003.pdf