LABORATORIO DE FÍSICA

UNIDAD ACADÉMICA:	DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y FÍSICA
CURSO:	FÍSICA MECÁNICA
PRACTICA Nº 1:	MEDICIONES, INCERTIDUMBRES Y ERRORES.

1. OBJETIVOS

- Realizar mediciones de algunas magnitudes físicas utilizando diferentes instrumentos de medida.
- Reportar los resultados de las mediciones realizadas especificando las respectivas unidades, cifras significativas e incertidumbres.
- Reconocer y calcular en los procesos de medición los tipos de errores.

2. CONSULTA PREVIA

- Manejo del calibrador, pie de rey o vernier.
- Manejo del tornillo micrométrico o micrómetro.

3. FUNDAMENTO TEÓRICO

3.1 INCERTIDUMBRE

Toda medición lleva asociado consigo un intervalo de incertidumbre. De esta forma el resultado de la medición se debe enunciar como sigue:

$$medida \pm incertidumbre$$

No hay unificación de criterios para determinar dicho intervalo. A continuación se cita, mediante algunos ejemplos, criterios dados por diferentes autores para tal efecto:

- *Criterio 1*: Suponga que se desea medir la longitud de un lápiz usando una regla cuya mínima división es 1 mm y se obtiene como resultado 9,8 cm. Aquí se observa que en el resultado de la medición no aparecen las décimas de mm debido a que la regla no las resuelve. Se dice entonces que la medida es incierta en 1 mm y se escribirá:

  $$(9{,}8 \pm 0{,}1)\ cm$$

  Si la medida realizada con un calibrador cuya mínima división está en las décimas de mm hubiera sido 9,84 cm, se debe escribir:

  $$(9{,}84 \pm 0{,}01)\ cm$$

- *Criterio 2:* Respecto a la misma situación otros autores preferirán tomar como intervalo de incertidumbre la mitad de la mínima división del instrumento de medida, y sus resultados obtenidos con la regla y con el calibrador, los habrían reportado respectivamente así:

  $$(9{,}80 \pm 0{,}05)\ cm\ \ y\ \ (9{,}840 \pm 0{,}005)\ cm$$

- *Criterio 3:* Otros autores preferirían que un grupo de personas hiciera la medida permitiéndole a cada una "estimar" la porción de segmento entre dos líneas de la mínima división; es decir, se les permite dar una cifra dudosa. Así, por ejemplo, en el caso de la medida de la longitud del lápiz anterior utilizando la regla, diez personas podrían haber obtenido los siguientes resultados en cm:

$$9{,}82 \quad 9{,}83 \quad 9{,}82 \quad 9{,}84 \quad 9{,}85 \quad 9{,}83 \quad 9{,}84 \quad 9{,}85 \quad 9{,}84 \quad 9{,}82$$

¿Cómo se debería reportar el resultado de ésta medición?

El promedio de la longitud realizado con una calculadora será 9,834 cm. ¿Se puede entonces decir que la longitud del lápiz es ésta? A primera vista parece correcto, pero si se piensa por un momento en la situación, se puede notar que algo no está bien. Cuando cada persona midió, estaba estimando centésimos de cm, por tanto el promedio no puede ser mejor que las mediciones hasta el punto de que ahora se pueda dar un valor con milésimas de cm. Es decir, el resultado de la medida deberá aparecer como 9,83 cm. Ahora, faltaría dar el intervalo de incertidumbre. Para ello lo mejor es calcular el valor absoluto de las desviaciones de cada medida respecto al valor medio y obtener de estos el valor medio (conocido con el nombre de *desviación estándar*). Al calcular la desviación estándar el resultado es 0,01 cm, por lo que el reporte será:

$$(9{,}83 \pm 0{,}01)\ cm$$

El resultado será más confiable entre más mediciones se hagan.

Esta última opción es realmente muy atractiva pues da, en algunas situaciones, resultados con mayor precisión. De todos modos, sí se opta por él, se debe ser *muy cuidadoso* al hacer las “estimaciones”. Tiene la desventaja que para una práctica de laboratorio de física solo se dispone del tiempo necesario para hacer pocas medidas, pero aun así, en la mayor parte de las situaciones se puede lograr disminuir la incertidumbre.

NOTA: En los aparatos de medición de marcas respetables, se incluye dentro de la información la “apreciación” del instrumento y bien se podría tomar ésta como la incertidumbre en la medida.

De todas formas, se resalta que es sólo el experimentador el que más parámetros de decisión debe tener para juzgar que opción ha de tomar para calcular su incertidumbre en la medida. Esto depende mucho de cada situación en particular.

3.2 INCERTIDUMBRE ESTADISTICA

Hasta ahora, se han tratado las mediciones en las cuales la incertidumbre podía estimarse usando un *criterio personal*. Sin embargo, a veces, la medición reiterada conduce a resultados claramente diferentes y el tratamiento de los datos debe ser obligatoriamente estadístico. En este caso, se trata de mediciones en las cuales influye el “azar”.

Media y desviación estándar

Cuando hay fluctuaciones en la medida, en general se supone que el tratamiento estadístico obedece a la denominada “distribución Gaussiana” o “normal”. Esta distribución se utiliza para interpretar muchos tipos de mediciones físicas, en parte debido a que las circunstancias mecánicas de muchas de éstas guardan estrecha correspondencia con los fundamentos teóricos de dicha distribución, y en parte porque la experiencia demuestra que la estadística Gaussiana si proporciona una descripción razonablemente exacta de los sucesos reales. Sólo para otro tipo común de mediciones físicas es más apropiada otra distribución. Al observar fenómenos como la desintegración radiactiva se debe emplear la distribución conocida como "distribución de Poisson", la cual no se tratará aquí. Pero aún en casos como éste, la diferencia con la estadística de Gauss resulta significativa sólo para muy bajos niveles de ocurrencia.

Como ejemplo para ilustrar ésta distribución, se supone que se hizo oscilar un péndulo particular y se midió el tiempo de una sola oscilación cincuenta veces y se obtuvieron los resultados de la siguiente tabla:

PERIODO DEL PÉNDULO (s)				
3,12	3,18	3,25	3,32	3,32
3,62	3,33	3,30	3,42	3,27
3,33	3,28	3,15	3,12	3,20
3,17	3,18	3,20	3,18	2,98
3,58	3,52	3,35	3,33	3,38
3,27	3,02	3,00	3,32	3,08
3,00	3,35	3,63	3,15	3,38
2,97	3,15	3,27	2,90	3,27
3,18	3,18	3,28	3,28	3,20
3,17	3,45	3,18	3,27	3,37

TABLA 1. Periodo de un péndulo medido en segundos (s).

Para ilustrar gráficamente este proceso estadístico, se utiliza el denominado *"histograma"*, en el cual se representa la distribución de frecuencias de las lecturas. La curva resultante se asemeja a una campana, la cual se denomina *"campana de Gauss"*. Ella es simétrica respecto al valor medio de la medición. Esto, no se observa claramente en este experimento (ver figura 1). La razón de esto, es que la regularidad de los datos y la simetría de la campana se logran al ir aumentando sustancialmente el número de estos.

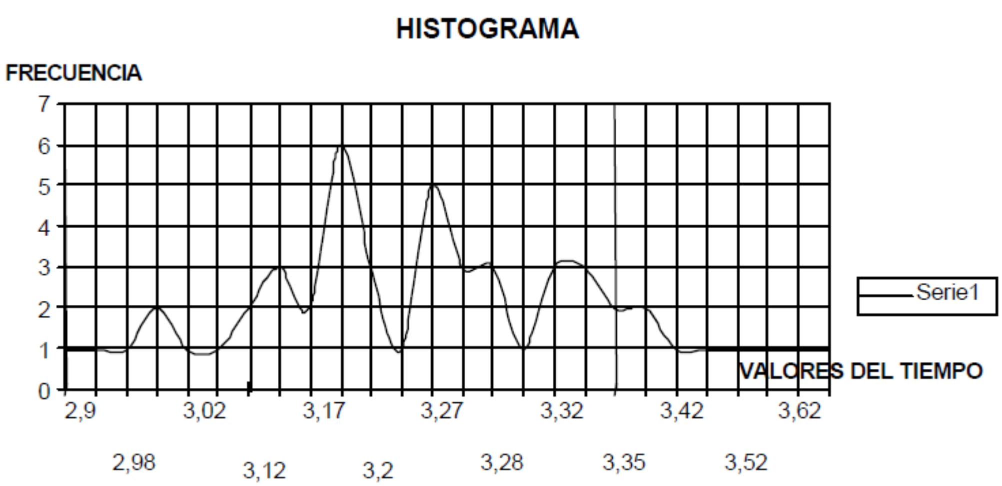

FIGURA 1. Histograma correspondiente a las medidas del periodo del péndulo de la Tabla 1.

En general la Gaussiana tiene la forma de la figura 2.

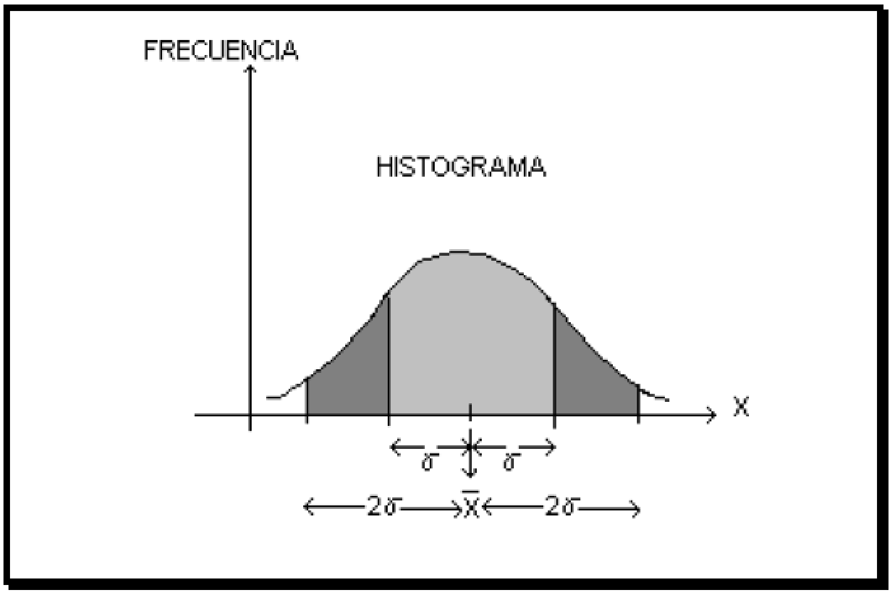

FIGURA 2. Forma general de la campana de Gauss.

El parámetro σ de la Figura 2, es la denominada *desviación estándar* de la distribución. Una de las propiedades de la Gaussiana, es que entre más se estrecha, más sube su pico y obviamente menor es la *desviación estándar*, es decir menor es la incertidumbre estadística. Además, ella se acerca asintóticamente a la línea horizontal que representa el valor de las medidas.

El valor de la medida generalmente se reporta como sigue:

$$\bar{x} \pm \sigma$$

Su interpretación es la siguiente: si se efectúa una sola medición con el equipo, ésta tiene una probabilidad del 68% de estar incluida en el intervalo $\bar{x} \pm \sigma$ (geométricamente el área bajo la campana de Gauss comprendida en ese intervalo, es el 68% del área total).

Si el resultado se reportara como $\bar{x} \pm 2\sigma$ (como de hecho se podría hacer), se interpretaría diciendo que si se efectúa una medición con el equipo, ésta tendría una probabilidad del 95% de caer en el intervalo $\bar{x} \pm 2\sigma$ (el área de la curva de la Gaussiana comprendida en este intervalo es el 95% del área total).

La media de la distribución de datos y su desviación estándar se calculan así:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad y \qquad \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \qquad (1)$$

Obviamente la confiabilidad de los resultados aumenta con el número de mediciones. No es práctico hacer un análisis estadístico para menos de 10 mediciones, sobre todo si se observa grandes desviaciones estándar.

Para el caso expuesto de la medición del período del péndulo, cuyas medidas están reportadas en la Tabla 1, el resultado se debe escribir como sigue:

$$3{,}25 \pm 0{,}12\, seg \quad o \quad 3{,}25 \pm 4\%\, seg$$

donde 3,25 s es el valor medio del período y 0,12 s es la desviación estándar de la medida , o sea la incertidumbre estadística.

Si se supone ahora que se realizan varias series de mediciones de x, y para cada una de estas series se calcula el valor medio $\bar{x}$, es de esperar que estos valores medios $(\bar{x})$ también presenten su propia distribución (puesto que variarán entre sí) pero con una menor dispersión que las mediciones individuales. Se puede demostrar que a medida que el número n de mediciones aumenta, la distribución de $\bar{x}$ será, en general, normal con una desviación estándar dada por

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \qquad (2)$$

donde σ_m se llama *desviación estándar del promedio* y en un experimento es una medida de la incertidumbre estadística asociada al mejor valor $\bar{x}$ en el proceso de medir la misma magnitud n veces. Como $\sigma_m = {}^{\sigma}/_{\sqrt{n}}$, entonces σ_m disminuirá progresivamente al aumentar n, ya que σ no depende de n.

3.3 INCERTIDUMBRE ABSOLUTA Y RELATIVA.

Cualquiera que sea el medio por el que se haya hecho una medición, y cualquiera que haya sido el tipo de incertidumbre, el resultado final deberá ser un intervalo que representa los límites dentro de los que se encuentra el valor deseado. Por ejemplo, en el caso de la longitud del lápiz usando la regla, sólo se puede afirmar que ésta se encuentra entre 9,82 cm y 9,84 cm. Como las cifras 0,01 cm representan la magnitud o intervalo en que la lectura 9,83 cm es incierta, a menudo se le llama la "*incertidumbre absoluta*" de la medida, y se usará con consistencia esta terminología. Además, otros aspectos pronto se vuelven importantes. ¿Cuán significativa es una incertidumbre de ± 0,01cm? Cuando se mide la longitud de un lápiz, es significativa hasta cierto punto. Si se está midiendo la distancia entre dos ciudades, esa incertidumbre es probable que sea completamente insignificante. Por otra parte, si se está midiendo el tamaño de una bacteria microscópica, una incertidumbre así haría que la medición careciera de sentido. Por esta razón, con frecuencia es deseable comparar la magnitud de la incertidumbre con el valor de la medición misma; haciéndolo así se puede evaluar en forma realista cuán significativa es ésta. Se define la razón:

$$incertidumbre\ relativa = \frac{incertidumbre\ absoluta}{valor\ medido} \qquad (3)$$

En el caso de la longitud del lápiz medido con la regla será:

$$incertidumbre\ relativa = \pm\frac{0{,}01}{9{,}83} = \pm 0{,}001$$

$$incertidumbre\ relativa = 0{,}1\%$$

Esa cantidad da un sentido mucho mejor de la calidad de la lectura, y a menudo se llama la "*precisión*" de la medida. Obsérvese que la incertidumbre relativa es un número adimensional.

Para el caso de la medida del periodo del péndulo, el resultado se reportará como:

$$3{,}25 \pm 0{,}12\, seg \quad o \quad 3{,}25 \pm 4\%\, seg$$

aquí, 3,25 s es el valor medio del período y 0,12 s es la desviación estándar de la medida o la incertidumbre estadística absoluta. La incertidumbre relativa será del 4%.

3.4 ERROR SISTEMATICO

El tipo de incertidumbre que se ha considerado surge de una insuficiencia que ocurre naturalmente en el proceso de medición. Hay un tipo de error diferente que puede aparecer cuando algo afecta todas las lecturas de una serie en forma igual o consistente. Por ejemplo, un voltímetro o un tornillo micrométrico pueden tener un mal ajuste del cero, una regla de madera puede haberse encogido, una persona puede apretar sistemáticamente el botón de un cronómetro 1/10 de segundo después del suceso, y así por el estilo. Esos errores se llaman "errores sistemáticos", de los cuales una subclase es la de los "errores de calibración".

3.5 "ERRORES" APRECIATIVOS

Este tipo de errores se ilustra con el siguiente ejemplo: Suponga que se desea obtener la posición de una imagen real de una vela dada por una lente convergente. Al ir moviendo la pantalla para lograr la localización de dicha imagen, se observa que no hay una posición fija para ello. Hay un intervalo de unos 4 cm que no permite lograr esto. La lectura podría reportase leyendo la posición del punto medio de dicho intervalo y dando como incertidumbre la mitad de dicho intervalo, es decir 2 cm. Sí el intervalo en cuestión está entre los 14,5 cm y los 18,5 cm se debería reportar el siguiente resultado:

$$(16{,}5 \pm 2{,}0)\ cm$$

Otra forma de enfrentar ésta situación podría ser como se enfrentó la medida de la longitud del lápiz.

Como se dijo, el experimentador es el que debe hacer su propio juicio.

Caso especial: En una determinada situación, la medida de una magnitud puede presentar simultáneamente dos incertidumbres, una debida a la apreciación del aparato de medición y la otra debida a fluctuaciones estadísticas. Por ejemplo, la medida del tiempo utilizando un cronómetro que resuelve hasta las centésimas de segundo (0,01 s). En este caso, los solos reflejos del experimentador para activar y desactivar el cronómetro van a introducir fluctuaciones que merecen un tratamiento estadístico. El experimentador deberá tomar como la incertidumbre, a la mayor de ellas. Para el experimento presente lo más lógico es que quedará como incertidumbre la estadística (la desviación estándar).

3.6 MEDICION INDIRECTA – PROPAGACIÓN DE INCERTIDUMBRES

En las secciones anteriores sólo se ha considerado el concepto de incertidumbre de una sola medida. Sin embargo, es raro que el proceso se termine con una sola medición. Generalmente el proceso de medición es *indirecto*, es decir, el resultado que se desea es una combinación de dos o más cantidades medidas, o es por lo menos una función calculada a partir de una sola medida. Por ejemplo, supóngase que se quiere determinar el volumen de un cilindro midiendo su radio y su altura, o el volumen de una esfera midiendo su radio. Las incertidumbres ("errores") asociadas con las magnitudes medidas directamente se propagan al resultado de la medida final.

Para tratar ésta propagación de la incertidumbre se deben considerar dos casos: Cuando la incertidumbre no tiene un carácter estadístico y cuando lo tiene.

CASO I: Propagación de la incertidumbre que no tiene carácter estadístico.

Por los métodos del cálculo diferencial se puede demostrar que si la magnitud a medir es $y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$, una función de varias variables, la incertidumbre absoluta Δy en su medida, debida a las medidas de las variables $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ será:

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} \left|\frac{\partial y}{\partial x_i}\right| \Delta x_i \qquad (4)$$

donde los Δx_i son las respectivas incertidumbres absolutas en los x_i .

Ejemplos:

(a) Suponga que se desea medir el área A de un rectángulo a partir de las medidas directas de su largo l y de su ancho a. Según lo anterior la incertidumbre absoluta en la medida del área, ΔA, debido a las incertidumbres absolutas Δl y Δa en las medidas del largo y del ancho, respectivamente, será:

$$A = la$$

$$\Delta A = \left|\frac{\partial A}{\partial l}\right| \Delta l + \left|\frac{\partial A}{\partial a}\right| \Delta a$$

$$\Delta A = a\Delta l + l\Delta a$$

La incertidumbre relativa en la medida del área será:

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{a\Delta l + l\Delta a}{al} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}$$

(b) Se desea medir el volumen de un cilindro realizando las medidas directas de su diámetro d y de su altura h, la incertidumbre absoluta en la medida del volumen será:

$$V = \frac{1}{4}\pi d^2 h$$

$$\Delta V = \left|\frac{\partial V}{\partial d}\right| \Delta d + \left|\frac{\partial V}{\partial h}\right| \Delta h$$

$$\Delta V = \frac{\pi}{4}[2dh\Delta d + d^2\Delta h]$$

$$\Delta V = \frac{\pi}{2} dh\Delta d + \frac{\pi}{4} d^2 \Delta h$$

donde Δd y Δh son las incertidumbres absolutas en las medidas del diámetro y la altura respectivamente.

(c) Suponga que se necesita hallar el volumen de un paralelepípedo rectángulo cuyas dimensiones son: l: largo; a: ancho; h: altura. Para ello se procede a tomar cinco medidas para cada una de estas dimensiones, con una regla graduada hasta milímetros. Los datos están consignados en la Tabla 2.

DIMENSIÓN	MEDIDA				
LARGO (cm)	9,23	9,25	9,22	9,30	9,18
ANCHO (cm)	4,32	4,38	4,35	4,35	4,34
ALTURA (cm)	6,54	6,50	6,48	6,52	6,46

TABLA 2. Serie de medidas de las dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.

Observe que se ha permitido tratar de “acertar” visualmente (siendo lo más cuidadoso posible) las décimas de milímetro que no las resuelve la regla. Otros autores preferirán no hacer esto; es decir, no permitirán colocar la cifra dudosa.

En este caso, se reportarán los siguientes resultados:

DIMENSIÓN	MEDIA	INCERTIDUMBRE	RESULTADO
LARGO (cm)	9,24	0,03	9,24 ± 0,03
ANCHO (cm)	4,35	0,01	4,35 ± 0,01
ALTURA (cm)	6,50	0,02	6,50 ± 0,02

TABLA 3. Medida e incertidumbre de las dimensiones de un paralelepípedo rectángulo.

De esta forma, la incertidumbre absoluta en la medida del volumen del paralelepípedo será:

$$V = lah$$

$$\Delta V = ah\Delta l + lh\Delta a + la\Delta h$$

Es decir:

$$V = (9{,}24cm)(4{,}35cm)(6{,}50cm) = 261{,}26cm^3$$

$$\Delta V = [(4{,}35)(6{,}50)(0{,}03) + (9{,}24)(6{,}50)(0{,}01) + (9{,}24)(4{,}35)(0{,}02)]cm^3$$

$$\Delta V = [0{,}8 + 0{,}6 + 0{,}8]cm^3 = 2cm^3$$

y el error relativo será:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta h}{h}$$

Es decir,

$$V = (261 \pm 2)cm^3$$

$$V = 261cm^3 \pm 0{,}7\%$$

En los cálculos se ha tenido en cuenta el manejo de operaciones con cifras significativas. Además, sólo se ha retenido una cifra significativa en la incertidumbre, que es lo que normalmente se aconseja (algunos autores retienen hasta dos). Todo lo referente a cifras significativas se analiza al final de este fundamento teórico.

(d) Suponga que para una lente delgada se desea calcular la distancia focal f haciendo medidas de la distancia objeto d_o y de la distancia imagen d_i. Recuerde que la relación entre estas tres variables es:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_o} + \frac{1}{d_i}$$

por lo que la incertidumbre absoluta en la medida de la distancia focal será:

$$\Delta f = f^2 \left[\frac{\Delta d_o}{{d_o}^2} + \frac{\Delta d_i}{{d_i}^2}\right]$$

Se debe tener cuidado en tomar los valores absolutos.

(e) A continuación se dan las incertidumbres absolutas para diferentes situaciones:

- $Adición$: $z = x + y \rightarrow \Delta z = \Delta x + \Delta y$
- $Sustracción$: $z = x - y \rightarrow \Delta z = \Delta x + \Delta y$
- $Producto$: $z = xy \rightarrow \Delta z = xy\left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right)$
- $Cociente$: $z = \frac{x}{y} \rightarrow \Delta z = \frac{x}{y}\left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right)$
- $Potencia$: $z = x^n \rightarrow \Delta z = x^n\left(n\frac{\Delta x}{x}\right)$

(f) Suponga que una magnitud z se puede expresar en función de otras dos como $z = x - y$, de tal forma que la incertidumbre relativa sería

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x + \Delta y}{x - y}$$

Se puede ver que, cuando x e y son muy cercanas, $x - y$ será muy pequeña, la incertidumbre relativa puede adquirir valores muy grandes. Esto es, en el mejor caso, una situación insatisfactoria, y la precisión puede ser tan baja que anule el valor de la medición. Esa condición es en particular peligrosa, ya que puede pasar inadvertida. Es perfectamente obvio que nadie intentaría la longitud de un cuaderno midiendo la distancia de cada borde a un punto alejado a un kilómetro para luego restar las dos longitudes. Sin embargo, puede suceder que el resultado deseado se obtenga por sustracción de dos medidas realizadas por separado (en dos termómetros, dos relojes,...), y el carácter de la medición como diferencia puede no ser claro. En consecuencia, todas las mediciones que tengan que ver con diferencias deberán tratarse con el mayor cuidado. Es claro que la forma de evitar esa dificultad es medir la diferencia de manera directa, en vez de obtenerla por sustracción de dos cantidades medidas. Por ejemplo, si se tiene un aparato en el que dos puntos están a potenciales respecto a tierra de $V_1 = 1500 voltios$ y $V_2 = 1510 voltios$ y la cantidad que se requiere es $V_2 - V_1$, sólo un voltímetro de alta calidad permitiría medir los valores de V_2 y V_1 con la exactitud requerida para lograr incluso un 10% de precisión en $V_2 - V_1$. Por otro lado, un voltímetro ordinario de 10 V, conectado entre los dos puntos para medir $V_2 - V_1$ directamente, daría de inmediato el resultado deseado, con un 2 o 3% de precisión.

(g) A continuación se dan las incertidumbres relativas para otras dos situaciones:

- $z = \sqrt{xy} \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{2x} + \frac{\Delta y}{2y}$
- $z = x^a y^b \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta z}{z} = a\frac{\Delta x}{x} + b\frac{\Delta y}{y}$

Nota: es necesario advertir que para poder usar la expresión (4) en el cálculo de propagación de incertidumbres es necesario que se den las siguientes dos condiciones:

- El error de cada variable es mucho menor que la propia variable.
- Las variables son independientes en el siguiente sentido: el valor de una de ellas no afecta en absoluto al valor de la otra. Por ejemplo, la estatura de una persona y su peso no son variables independientes. Si medimos el peso y la estatura de un gran número de personas llegaremos a la conclusión de que *generalmente* las personas más altas pesan también más. Esto no es fácil de detectar en muchos casos y omitirlo lleva a resultados erróneos.

CASO II: Propagación de la incertidumbre con carácter estadístico.

Suponga que se desea medir una magnitud física a través de la medida de otras. En el caso de que la recolección de datos para obtener las respectivas medidas justifique un análisis estadístico, es decir que las desviaciones estándar sean confiables, la mejor opción para calcular la desviación estándar de la medida buscada es hacerlo como se indica a continuación.

Sea $z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ una función de varias variables, y $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ las respectivas desviaciones estándar en las medidas de las variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$, la desviación estándar σ_z para la medida de la magnitud z será:

$$\sigma_z = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\right)^2 {\sigma_i}^2} \qquad (5)$$

Ejemplos:

- $z = x \pm y \quad \rightarrow \quad \sigma_z = \sqrt{{\sigma_x}^2 + {\sigma_y}^2}$

- $z = xy \quad \rightarrow \quad \sigma_z = \sqrt{y^2{\sigma_x}^2 + x^2{\sigma_y}^2}$
- $z = x^a y^b \quad \rightarrow \quad \frac{\sigma_z}{z} = \sqrt{\left(\frac{a\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{b\sigma_y}{y}\right)^2}$

3.7 CIFRAS SIGNIFICATIVAS

Una vez que se haya obtenido la incertidumbre total del resultado final, se puede considerar el problema del número de cifras significativas que deben conservarse en el resultado.

No hay una respuesta única a la cuestión de las cifras significativas, pero, en general, no se deberían dejar cifras después de la primera cifra incierta. Por ejemplo: 5,4387 ± 0,2 debe señalarse como 5,4 ± 0,2, porque si el 4 es incierto, los 387 lo son mucho más. Sin embargo, si se conoce la incertidumbre con mayor precisión, puede estar justificado retener una cifra más. De este modo, si fuera el caso que la incertidumbre anterior es de 0,15, sería válido reportar la respuesta como 5,44 ± 0,15. Las cifras significativas se cuentan de izquierda a derecha, a partir del primer dígito diferente de cero y hasta el dígito dudoso.

Por ejemplo, las siguientes cantidades tienen cuatro cifras significativas:

$$3{,}893; \quad 0{,}00003245; \quad 90{,}43 \text{ X } 10^{-5}.$$

A continuación se dan unas reglas que serán de utilidad para trabajar con datos experimentales siendo conveniente tenerlas presentes:

REGLA 1: Los resultados experimentales se expresan con sólo una cifra dudosa, e indicando con $\pm$ la incertidumbre en la medida.

REGLA 2: Las cifras significativas se cuentan de izquierda a derecha, a partir del primer dígito diferente de cero y hasta el dígito dudoso.

REGLA 3: Al sumar o restar dos números decimales, el número de cifras decimales del resultado es igual al de la cantidad con el menor número de ellas.

Caso especial: Un caso de especial interés es el de la resta. Citemos el siguiente ejemplo:

$$30{,}3475 - 30{,}3472 = 0{,}0003$$

Observe que cada una de las cantidades tiene seis cifras significativas y el resultado posee tan solo una. Al restar se han perdido cifras significativas. Esto es importante tenerlo en cuenta cuando se trabaja con calculadoras o computadores en donde haya cifras que se sumen y se resten. Es conveniente realizar primero las sumas y luego las restas para perder el menor número de cifras significativas posible.

REGLA 4: Al multiplicar o dividir dos números, el número de cifras significativas del resultado es igual al del factor con menos cifras.

4. EQUIPOS, MATERIALES Y REACTIVOS

EQUIPOS	MATERIALES	SUSTANCIAS Y/O REACTIVOS
• Calibrador o pie de rey. • Tornillo micrométrico. • Balanza • Cronómetro. • Transportador.	• Tres objetos diferentes. • Soporte universal. • Esfera pequeña. • Hilo. • Regla.	

Tabla 4. Equipos, materiales y reactivos de laboratorio.

5. PROCEDIMIENTO O METODOLOGÍA

EXPERIENCIA No. 1: Medición de las propiedades físicas de varios objetos

1) Tome tres objetos diferentes. Mida sus dimensiones y su masa con las respectivas cifras significativas e incertidumbres. Registre las medidas en la tabla 5 (construya una tabla por cada objeto).

2) A partir de las mediciones realizadas, calcule el área superficial, el volumen y la densidad de cada objeto, con sus respectivas cifras significativas e incertidumbres. Registre los resultados en la tabla 5.

3) Determine el error absoluto, relativo y porcentual de todas las mediciones realizadas y repórtelos en la tabla 5.

4) Responder las siguientes preguntas según sus conclusiones:
   - ✓ Entre el calibrador y el tornillo micrométrico ¿cuál instrumento consideras más preciso en las mediciones? ¿Por qué?
   - ✓ ¿Te servirá saber medir con el tornillo micrométrico, para alguna cosa práctica de la vida? ¿Cuál?
   - ✓ ¿Conoces instrumentos más precisos para tomar dichas medidas? ¿Cuáles?

EXPERIENCIA No. 2: *Medición del periodo de un péndulo.*

1) Ponga a oscilar un péndulo con ángulo pequeño (máximo 10°) y mida su periodo (tiempo que tarda en realizar una oscilación). Repita la medición 50 veces. Reporte las medidas en la tabla 6.

2) Determine la medida promedio del periodo del péndulo.

3) Halle la incertidumbre estadística de la medida promedio del periodo del péndulo. Reporte los datos necesarios para este cálculo en una tabla adicional.

4) Determine el error absoluto, relativo y porcentual de la medición.

LABORATORIO DE FÍSICA

6. RESULTADOS

Propiedad física	Medida	Incertidumbre	Error Absoluto	Error Relativo	Error porcentual
Dimensión 1					
Dimensión 2					
Dimensión 3					
Área					
Volumen					
Densidad					

Tabla 5. Medidas de las propiedades físicas del objeto: ________________.

Tabla 6. Periodo de un péndulo medido en segundos (s)

7. BIBLIOGRAFIA

- Álzate L. Héctor. Manual de Laboratorio -ONDAS-. Universidad de Antioquia. Medellín, 1991.
- Baird DC. Experimentación - Una introducción a la teoría de mediciones y al diseño de experimentos, Prentice Hall, Segunda Edición, 1991.
- Departamento de Física. Análisis de incertidumbres como requisito de una buena experimentación. Universidad Nacional de Colombia, Medellín.
- Halliday D, Resnick R, Krane K. Física. Vol. 1, Editorial CECSA, México, 1999.
- López F. Tratamiento de errores. Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 1991.
- Salvador Gil. Experimentos de Física usando las TIC y elementos de bajo costo. Alfaomega, 2014.
- Sears, F.,Zemansky, M.,Young,H.,Freedman,R., Física universitaria ,vol. 2 ,9ª Edic., Pearson Educación , México ,1999
- Serway RA, Beichner RJ. Física para ciencias e ingeniería. Tomo I, Editorial McGraw-Hill. México, 2002.
- Tipler PA. Física. Tomo I. Editorial Reverté S.A., Barcelona, 1995.