



Juan Manuel Navarrete Diaz

Cinematica de Robots

Carlos Enrique Moran Garabito

En la parametrización del movimiento de un sólido, el cual posee 6 grados de libertad (gdl), pueden descomponerse en 3 de traslación y 3 de rotación. Los gdl de traslación basta dar el desplazamiento de un punto concreto del sólido y para los gdl de rotación existen diferentes formas de parametrizarla. En este caso, emplear los denominados parámetros de Euler que son un conjunto de 4 variables con un vínculo que permiten representar toda la matriz de rotación.

Vienen a ser la generalización a 3 dimensiones de usar x e y para dar una rotación en el plano, sujetas a la condición $x^2 + y^2 = 1$. Tienen el inconveniente de que no son fáciles de visualizar pero computacionalmente son muy eficientes. Escribir la rotación general como una composición de tres rotacionales sobre tres diferente ejes. Esta es la técnica que se usa para definir los ángulos de Euler.

Puede demostrarse que cualquier rotación de un sólido puede expresarse como la composición de tres rotaciones elementales alrededor de ejes diferentes. A su vez, estas rotaciones pueden considerarse en torno a unos ejes fijos o en torno a unos ejes intrínsecos. Aquí consideraremos la segunda opción, es decir especificaremos una composición de rotaciones que nos lleven de un sistema exterior considerado fijo hasta un sistema ligado al sólido mediante sólidos intermedios.

Para ello primero: Efectuamos una rotación del ángulo φ en torno a un eje del sólido 1 que nos lleva a un sólido intermedio 2. A continuación rotamos un ángulo θ en torno a un eje del sólido 2, que nos lleva a un sólido intermedio 3. Por último giramos un cierto ángulo Ψ en torno a un eje sólido 3, lo que nos lleva hasta el sólido móvil 4. La elección de que ejes son los de rotación puede hacerse puede hacerse de diferentes formas. La elección que haremos aquí que es la más habitual en el uso de los Ángulos de Euler consiste en la secuencia $Z_1 - X_2 - Z_3$.

El que se repita uno de los ejes (aunque no sean coincidentes por la rotación intermedia) es lo que define a esta como de los Ángulos de Euler. Si fueran todos diferentes, por ejemplo $Z_1 - Y_2 - X_3$, se utilizara el método de Tait-Bryan. Para obtener el resultado de una rotación, debemos ver que posición ocupa en el sistema de referencia fijo un punto perteneciente a un sólido. El vector de posición se escribiría con componentes diferentes en la base fija y en la base móvil aunque el vector sea el mismo.

donde, por ser un punto del sólido las componentes (x,y,z) son constantes. El problema se reduce entonces a relacionar los vectores de las bases. Para ello componemos las tres rotaciones.