Ejercicios
Ecuaciones Diferenciales Exactas

1. Clasifica cada ecuación diferencial como separable, lineal, exacta o ninguna de las anteriores:

a. $(x^2y + x^4\cos x)dx - x^3dy = 0$

b. $(ye^{xy} + 2x)\,dx + (xe^{xy} - 2y)\,dy = 0$

c. $y^2dx + (2xy + \cos y)dy = 0$

d. $xydx + dy = 0$

e. $\theta dr + (3r - \theta - 1)d\theta = 0$

f. $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{3x^2 + 2y^2}{4xy}$

g. $5xy^2dx + 5x^2ydy = 0$

2. Determina el valor de k para que la ecuación diferencial sea exacta:

$$(kx^2y + e^y)dx + (x^3 + xe^y - y)dy = 0$$

3. Determina el valor de k para que la ecuación diferencial sea exacta:

$$(y^3 + kxy^4 - 2x)dx + (3xy^2 + 20x^2y^3)dy = 0$$

4. Determina el valor de las constantes A y B que hacen exacta a la ecuación diferencial:

$$(y^3 - y^2\operatorname{sen} x - 2x)dx + (Axy^2 + By\cos x - 3y^2)dy = 0$$

5. Encuentra alguna función $M(x,y)$ de modo que la ecuación diferencial sea exacta:

a. $M(x,y)dx + (x^3 + xe^y - y)dy = 0$

b. $M(x,y)dx + (e^x\cos y + 2\cos y)dy = 0$

c. $M(x,y)dx + (\sec^2 y - x/y)dy = 0$

d. $M(x,y)dx + (\operatorname{sen} x\cos y - xy - e^{-y})dy = 0$

e. $M(x,y)dx + (e^x\cos y - 2\cos x + 2y)dy = 0$

f. $M(x,y)dx + \left(xe^{xy} + 2xy + \dfrac{1}{x}\right)dy = 0$

6. Encuentra alguna función $N(x,y)$ de modo que la ecuación diferencial sea exacta:

a. $(y^2\cos x - 3x^2y - 2x)dx + N(x,y)dy = 0$

b. $N(x,y)dy + \left(\dfrac{x^2 - y^2}{x^2y} - 2x\right)dx = 0$

c. $[y\cos(xy) + e^x]dx + N(x,y)dy = 0$

d. $[ye^{xy} - 4x^3y + 2]dx + N(x,y)dy = 0$

e. $(y\operatorname{sen} 2x - 2y + 2y^2e^{xy^2})dx + N(x,y)dy = 0$

f. $\left(x^{-1/2}y^{1/2} + \dfrac{x}{x^2 + y}\right)dx + N(x,y)dy = 0$

7. Verifica que la ecuación diferencial dada es exacta. Resuélvela:

a. $\left(1 + \ln x + \dfrac{y}{x}\right)dx = (1 - \ln x)dy$

b. $(3x^2y + e^y)dx + (x^3 + xe^y - 2y)dy = 0$

c. $9x^{1/2}y^{4/3} - 12x^{1/5}y^{3/2} + \left(8x^{3/2}y^{1/3} - 15x^{6/5}y^{1/2}\right)y' = 0$

d. $\left(1 - \dfrac{3}{y} + x\right)\dfrac{dy}{dx} + y = \dfrac{3}{x} - 1$

e. $(\tan x - \operatorname{sen} x\operatorname{sen} y)dx + \cos x\cos y\,dy = 0$

f. $\left(\dfrac{1}{t} + \dfrac{1}{t^2} - \dfrac{y}{t^2 + y^2}\right)dt + \left(ye^y + \dfrac{t}{t^2 + y^2}\right)dy = 0$

g. $\left(x + \tan^{-1} y\right)dx + \dfrac{x + y}{1 + y^2}dy = 0$

h. $\left(e^x\cos y + x\sec^2 y\right)dy + (e^x\operatorname{sen} y + \tan y)\,dx = 0$

i. $\left(\dfrac{2x}{y} - \dfrac{3y^2}{x^4}\right)dx + \left(\dfrac{2y}{x^3} - \dfrac{x^2}{y^2} + \dfrac{1}{\sqrt{y}}\right)dy = 0$

j. $\dfrac{2x^{5/2}-3y^{5/3}}{2x^{5/2}y^{2/3}}dx+\dfrac{3y^{5/3}-2x^{5/2}}{3x^{3/2}y^{5/3}}dy=0$

k. $\left[\dfrac{1}{y}\operatorname{sen}\left(\dfrac{x}{y}\right)-\dfrac{y}{x^2}\cos\left(\dfrac{y}{x}\right)+1\right]dx+\left[\dfrac{1}{x}\cos\left(\dfrac{y}{x}\right)-\dfrac{x}{y^2}\operatorname{sen}\left(\dfrac{x}{y}\right)+\dfrac{1}{y^2}\right]dy=0$

l. $\left(ye^y+\dfrac{x}{x^2+y^2}\right)y'=\dfrac{y}{x^2+y^2}-xe^x$

8. Resuelve los siguientes problemas de valores iniciales:

a. $(y+xe^x+2)dx+(x+e^y)dy=0;\ y(1)=0$

b. $(e^y\operatorname{sen}x+\tan y)dx-(e^y\cos x-x\sec^2 y)dy=0;\ y(0)=0$

c. $\left(\dfrac{x+y}{1+x^2}\right)dx+(y+\arctan x)dy=0;\ y(0)=1$

d. $(y^2\cos x-3x^2y-2x)dx+(2y\operatorname{sen}x-x^3+\ln y)dy=0;\ y(0)=e$

e. $\left(\dfrac{1}{1+y^2}+\cos x-2xy\right)\dfrac{dy}{dx}=y(y+\operatorname{sen}x);\ y(0)=1$