University Class Scheduling Problem: Programación del departamento de ciencias

Juan Pablo Bernal Lafarga   Anna Claudia Norzagaray Marquez   Miguel Emiliano González Gauna   Alfredo Murillo Madrigal

Equipo 5   Optimización Determinista

Tecnológico de Monterrey

Problemática

El problema de University Class Scheduling Problem es muy difícil de resolver en general para todas las universidades, el Tecnológico de Monterrey hace un gran esfuerzo para resolverlo de la manera más rápida posible.
Una dificultad del problema es la inmensa cantidad de variables y restricciones:
Carga semestral máxima de cada profesor. Para las clases en inglés, el profesor sepa inglés. Separar los horarios por módulos. Asignar un profesor capacitado para dar la materia. Horas disponibles del profesor. Tipo de salón adecuado para la clase. El aforo del salón. Número de alumnos inscritos a la clase.
Teniendo como variables combinaciones de los profesores necesarios para impartir las 246 clases. Sin que existan ningún empalme en las variables que involucren profesores, salones, horarios o clases. El objetivo es programar las clases de la manera óptima, minimizando costos y tiempo.
En este documento se presenta un modelo eficiente para la asignación de hasta 30 profesores a 20 clases con 35 salones disponibles, en un entorno educativo. Minimizando el número de profesores requeridos y cumpliendo con las restricciones de: máximo de horas de formación por profesor. El modelo además asegura que no existan empalmes entre las asignaciones de aulas y clases.
La solución se ha implementado utilizando un modelo en Python y una licencia academica de Gurobi, y ha sido evaluada en el escenario mencionado en nuestro modelo matemático.
A continuación, se detallan los resultados obtenidos y se discuten las posibles aplicaciones de este modelo en otros contextos similares.

Modelo Matemático:

Variables de decisión:

$$x_{ijkl} = \begin{cases} 1 \text{ , } El\ profesor\ l\ da\ la\ clase\ i\ en\ el\ salon\ j\ en\ horario\ k \\ 0, \end{cases}$$

$$y_l = \begin{cases} 1 \text{ , } El\ profesor\ l\ esta\ activo \\ 0, \end{cases}$$

$$z_{il} = \begin{cases} 1 \text{ , } El\ profesor\ l\ da\ la\ clase\ i \\ 0, \end{cases}$$

Función objetivo:

$$Min\ z = \sum_{l=1}^{30} y_l$$

Restricciones:

$$x_{ijkl} \in \{0,1\}$$
$$y_l \in \{0,1\}$$
$$z_{il} \in \{0,1\}$$

Restricciones de material y profesor:

$$\begin{cases} I = \{1,2,\cdots,20\} = \#\ de\ clases\ a\ impartir. \\ J = \{1,2,\cdots,35\} = \#\ de\ salones\ disponibles. \\ K = \{1,2,\cdots,30\} = \#\ de\ horarios\ establecidos. \\ L = \{1,2,\cdots,30\} = \#\ de\ profesores\ disponibles. \end{cases}$$

Si un profesor l imparte al menos una clase i, entonces el profesor está activo:

$$z_{il} \leq y_l,\ \forall_l\ \in L$$

Cada clase i debe ser impartida por un único profesor:

$$\sum_{l=1}^{30} z_{il} = 1,\ \forall_i\ \in I$$

La duración total de una clase debe ser igual a su duración esperada:

$$\sum_{j=1}^{35}\sum_{k=1}^{30}\sum_{l=1}^{30} x_{ijkl} = Horas\ de\ la\ clase\ i,\ \forall_i\ \in I$$

Ningún profesor debe exceder su carga máxima:

$$2\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{35}\sum_{k=1}^{30} x_{ijkl} \leq Carga\ maxima\ del\ profesor\ l,\ \forall_l\ \in L$$

Una clase i solo puede ser impartida por un profesor l:

$$\sum_{j=1}^{35}\sum_{k=1}^{30} x_{ijkl} = z_{il} * Horas\ de\ la\ clase\ i,\ \forall_{i,l}\ \in I, L$$

No puede haber dos clases al mismo tiempo, en el mismo salón:

$$\sum_{i=1}^{20}\sum_{l=1}^{30} x_{ijkl} \leq 1,\ \forall_{j,k}\ \in J, K$$

No puede haber una clase con dos horarios iguales:

$$\sum_{j=1}^{35}\sum_{i=1}^{30} x_{ijkl} \leq 1,\ \forall_{i,k}\ \in I, K$$

Un profesor l no puede dar dos clases en el mismo horario k:

$$\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{35} x_{ijkl} \leq 1,\ \forall_{k,l}\ \in K, L$$

Resultados del modelo presentado:

En las 3 tablas de abajo encontramos una parte de la solución, el horario completo de 3 clases. Siendo que, por ejemplo, la clase 3 impartida por el profesor 25 tiene clase el miércoles de 9-11 de la mañana en el salón 1401.

Horario	7:00 - 9:00	9:00 - 11:00	17:00 - 19:00	13:00 - 15:00	9:00 - 11:00	15:00 - 17:00
Día	Martes	Martes	Martes	Miercoles	Jueves	Jueves
Profesor	27	27	27	27	27	27
Clase	2	2	2	2	2	2
Salón	3405	3103	3402	2409	2201	3202

Horario	9:00 - 11:00	17:00 - 19:00	7:00 - 9:00	15:00 - 17:00	9:00 - 11:00	11:00 - 13:00
Día	Miercoles	Miercoles	Jueves	Jueves	Viernes	Viernes
Profesor	25	25	25	25	25	25
Clase	3	3	3	3	3	3
Salón	1401	2102	3303	1406	2404	2408

Horario	9:00 - 11:00	11:00 - 13:00	17:00 - 19:00	7:00 - 9:00	7:00 - 9:00	9:00 - 11:00
Día	Martes	Martes	Martes	Miercoles	Viernes	Viernes
Profesor	23	23	23	23	23	23
Clase	4	4	4	4	4	4
Salón	1402	3407	3304	1406	3406	3405

Los resultados del modelo nos indican que solo necesitamos a 9 profesores para cubrir las 20 clases dadas nuestras restricciones y las variables de horarios y salones, siendo el resultado óptimo para el modelo propuesto, por lo que nuestro planteamiento es correcto y funcional, al menos para problemas no demasiado grandes.

Análisis de escalabilidad del modelo

En términos generales, el modelo presentado puede enfrentar desafíos de escalabilidad a medida que aumenta el tamaño del problema. El tiempo de resolución puede volverse significativo, especialmente cuando se trabaja con grandes cantidades de profesores, clases, salones y horarios. Además, el consumo de memoria y recursos computacionales también puede aumentar considerablemente.

El tiempo que nos tomó ejecutar el modelo fue de 10 minutos usando un procesador Intel i7 10750H de 6 núcleos y 12 hilos con 16 GB de RAM, y nuestros recursos computacionales se encontraban al límite. Por lo que llegamos a la conclusión que la instancia más grande que puede resolver nuestro modelo es de 630,000 variables.

Conclusión

Se puede apreciar que el modelo desarrollado fue óptimo, ya que logró minimizar la cantidad de profesores asignados por clase, respetando las restricciones establecidas. Se observa que, para la clase número 2, el profesor asignado con el número 27 debe cumplir con maximo 280 horas, lo cual coincide con el máximo de horas de formación establecido para dicho profesor. En consecuencia, se puede afirmar que el modelo ha sido diseñado de manera adecuada y eficiente.
Este tipo de modelo puede ser de gran utilidad en la planificación y asignación de recursos en entornos educativos y otros contextos similares. Puede ayudar a mejorar la eficiencia, reducir costos y garantizar una mejor distribución de los recursos disponibles

Referencias

Solving the University Class Scheduling Problem Using Advanced ILP Techniques Wasfy, Ahmad and Aloul, Fadi http://www.aloul.net/Papers/faloul_ch_gcc07.pdf

Metaheurísticas aplicadas de problemas de scheduling con restricciones, Pandolfi, D. and Villagra, A. and Leguizamón, G. and Orozco, S. and Rasjido, J. and Varas, V. and Serón, N.XX Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación (WICC 2018, Universidad Nacional del Nordeste). 2018