

Segundo examen parcial de Álgebra

1 Dado el subconjunto $S = \{ p_1(x) = 5 + 2x + x^2 - x^3, p_2(x) = 6 - 2x - x^2 - x^3 \}$ de $P_3(\mathbb{R})$, determine si:

a) es linealmente independiente

b) S genera a $P_3(\mathbb{R})$

c) S es una base de P_3

$$p_1(x) = 5 + 2x + x^2 - x^3 \rightarrow \checkmark_1$$

$$p_2(x) = 6 - 2x - x^2 - x^3 \rightarrow \checkmark_2$$

a) linealmente independientes?

Si son linealmente independientes $C_1 \neq C_2$

b) por tanto no se genera a $P_3(\mathbb{R})$

c) Tampoco es una base

Juan Carlos Villalón
 \Rightarrow Todas las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ b_{21} & 0 \end{pmatrix}$

2. Sea $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} : (a_{11})^2 + (a_{22})^2 = 0 \right\}$
 es un subespacio de $M_{2 \times 2}$

Si: $A \in W$ y $B \in W$ $A+B \in W?$

$$X \quad \begin{pmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b_{12} \\ b_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & 0 \end{pmatrix}$$

$$(a_{11} + b_{11})^2 + (a_{22} + b_{22})^2 = 0 \checkmark$$

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A+B \in W \checkmark$$

ii) si $A \in W$, $\alpha x \in W$
 ↑
 escalar

$$A = \alpha \begin{pmatrix} 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \alpha a_{12} \\ \alpha a_{21} & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow (a_{11})^2 + (a_{22})^2 = 0 \checkmark$$

$$\alpha x \in W \checkmark$$

W es un subconjunto de $M_{2 \times 2}$

Juan Carlos Díaz González 19/3/96

B. Determine si $B = \{(1, 2, 0), (0, 3, 1), (0, 0, 0)\}$
es una base para \mathbb{R}^3

$$\left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

(Método de la lluvia)
↓

$$\begin{aligned} (1 \cdot 3 \cdot 0) + (0 \cdot 0 \cdot 0) + (0 \cdot 2 \cdot 1) &= 0 \\ - (0 \cdot 3 \cdot 0) - (1 \cdot 0 \cdot 1) - (0 \cdot 2 \cdot 0) &= 0 \\ 0 - 0 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Det } A = 0$$

Es linealmente independiente.
(Cualquier conjunto de n vectores L.I. de \mathbb{R}^n genera a \mathbb{R}^n)
Es una base para \mathbb{R}^3