

Laboratorio 4 de álgebra lineal

Semana 11

1. Al inicio de los siguientes enunciados escribe una V si es verdadero y F si es falso.

_____ Si T es una transformación lineal, entonces $T(x + y) = Tx + Ty$.

_____ Si T es una transformación lineal, entonces $T(xy) = TxTy$.

_____ Si A es una matriz de 5×6 , entonces $Tx = Ax$ es una transformación lineal de \mathbb{R}^5 en \mathbb{R}^6 .

_____ Si A es una matriz de 5×6 , entonces $Tx = Ax$ es una transformación lineal de \mathbb{R}^6 en \mathbb{R}^5 .

_____ Si T es una transformación lineal, entonces $T(4x) = 4T(x)$.

2. Determine si la transformación de V en W dada es lineal.

a) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^1; T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x$

b) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

c) $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + z \\ y + w \end{pmatrix}$

d) $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow M_{22}; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & z \\ y & w \end{pmatrix}$

3. Sea T una transformación lineal de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Encuentre:

a) $T \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $T \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$

Semana 12

1. En los siguientes ejercicios encuentra el núcleo, la imagen, rango y nulidad de la transformación lineal dada. Recuerda que $T(x) = A_T x$.

a) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix}$

b) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - z \\ y + z \\ x - y \end{pmatrix}$

c) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y + z \\ 2x + 2y + 2z \end{pmatrix}$

2. En los siguientes ejercicios encuentre la representación matricial A_T de la transformación lineal T , $\text{nu } T$, $\text{im } T$, $v(T)$ y $\rho(T)$. Suponga que B_1 y B_2 son bases canónicas.

- a) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \\ 2x + 3y \end{pmatrix}$
- b) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - y + z \\ -2x + 2y - 2z \end{pmatrix}$
- c) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x + 2y + z \\ 2x - 4y - 2z \\ -3x + 6y + 3z \end{pmatrix}$

Semana 13

Determina si las siguientes transformaciones lineales son un isomorfismo (1-1, sobre):

- a) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + y \\ x - y \\ 2x + 3y \end{pmatrix}$
- b) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow P_2, T \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = (a + b) + (a - b + c)x + cx^2$
- c) $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2; T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5x - 2y \\ 3x + y \end{pmatrix}$
- d) $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3; T \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x + 4y - 6z \\ 5y - 2z \\ 9z \end{pmatrix}$