Laboratorio 4 de álgebra lineal

Semana 11

1. Al inicio de los siguientes enunciados escribe una V si es verdadero y F si es falso.

______Si T es una transformación lineal, entonces $T(x+y) = Tx + Ty$.

______Si T es una transformación lineal, entonces $T(xy) = TxTy$.

______Si A es una matriz de 5×6, entonces $Tx = Ax$ es una transformación lineal de $\mathbb{R}^5$ en $\mathbb{R}^6$.

______Si A es una matriz de 5×6, entonces $Tx = Ax$ es una transformación lineal de $\mathbb{R}^6$ en $\mathbb{R}^5$.

______Si T es una transformación lineal, entonces $T(4x) = 4T(x)$.

2. Determine si la transformación de V en W dada es lineal.

a) $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^1; T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x$

b) $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

c) $T: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^2; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+z \\ y+w \end{pmatrix}$

d) $T: \mathbb{R}^4 \to M_{22}; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & z \\ y & w \end{pmatrix}$

3. Sea T una transformación lineal de $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ tal que $T\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ y $T\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Encuentre:

a) $T\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

b) $T\begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$

Semana 12

1. En los siguientes ejercicios encuentra el núcleo, la imagen, rango y nulidad de la transformación lineal dada. Recuerda que $T(x) = A_T x$.

a) $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix}$

b) $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-z \\ y+z \\ x-y \end{pmatrix}$

c) $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y+z \\ 2x+2y+2z \end{pmatrix}$

2. En los siguientes ejercicios encuentre la representación matricial A_T de la transformación lineal $T, nu\, T, im\, T, v(T)\ y\ \rho(T)$. Suponga que $B_1\ y\ B_2$ son bases canónicas.

a) $T: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3; T\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \\ 2x+3y \end{pmatrix}$

b) $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y+z \\ -2x+2y-2z \end{pmatrix}$

c) $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3; T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -x+2y+z \\ 2x-4y-2z \\ -3x+6y+3z \end{pmatrix}$