

# Análisis Cuantitativo de Mercados Financieros

Acciones tecnológicas vs ETF de Oro

---

Juan Carlos Carmenate Díaz    Sebastian González Alfonso

Proyecto Final de Estadística — Curso 2025-2026

Facultad de Matemática y Computación (MATCOM)  
Universidad de La Habana

## Objetivos del Estudio

Aplicar técnicas estadísticas a series financieras diarias para comparar comportamiento, riesgo y relaciones entre activos.

1. ¿Qué activo presenta mayor volatilidad en el período analizado?
2. ¿Existen correlaciones significativas entre los rendimientos de los activos?
3. ¿Se pueden identificar grupos naturales según comportamiento estadístico?
4. ¿Es posible predecir la dirección diaria (sube/baja) de un activo usando variables simples?

# Datos y Período de Análisis

## Activos Analizados

Símbolo	Descripción
AAPL	Apple Inc. (acción)
MSFT	Microsoft Corp. (acción)
NVDA	NVIDIA Corp. (acción)
AAAU	ETF respaldado por oro

## Período Efectivo

**2018-08-15 a 2020-04-01**

*409 observaciones diarias*  
(intersección temporal común)

## Variables Utilizadas

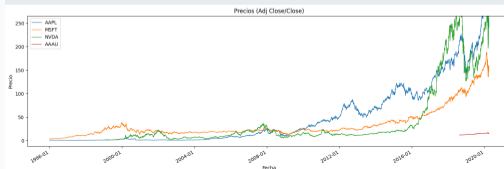
- Rendimientos simples:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

- Rendimientos logarítmicos:

$$\ell_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

## Serie temporal de precios



# Volatilidad y Riesgo Diario

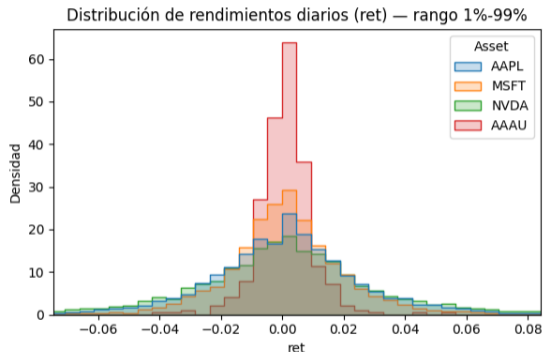
## Desviación Estándar de Rendimientos

Activo	$\sigma$	Tipo
NVDA	3.51 %	Máx. volatilidad
AAPL	2.35 %	Media-alta
MSFT	2.21 %	Media
AAAU	0.90 %	Mín. volatilidad

## Hallazgo Clave

NVDA es **3.9 veces** más volátil que AAAU

## Histogramas de rendimientos por activo



*Interpretación:* NVDA, acción tecnológica de alto crecimiento, vs. AAAU, ETF de oro y activo refugio.

# Correlaciones entre Activos

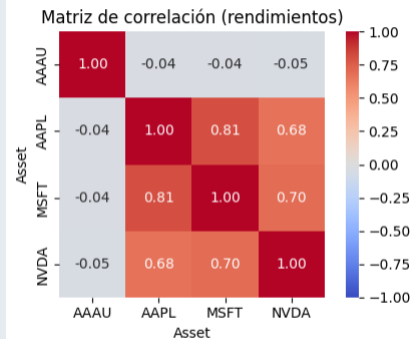
## Correlaciones Tecnológicas

Par	$\rho$
AAPL-MSFT	<b>0.814</b>
MSFT-NVDA	0.701
AAPL-NVDA	0.676

## Correlación con AAAU

Par	$\rho$
AAAU-AAPL	-0,039
AAAU-MSFT	-0,036
AAAU-NVDA	-0,045

## Matriz de correlación



AAAU actúa como instrumento de **diversificación** (baja dependencia del mercado accionario)

# Pruebas de Hipótesis: Medias de Rendimientos

## Welch t-test (Pairwise)

$$H_0 : \mu_A = \mu_B \text{ vs } H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

Par	p-valor	Rechaza?
MSFT–NVDA	0.7498	No
AAAU–MSFT	0.7573	No
AAPL–MSFT	0.7633	No
AAAU–NVDA	0.8716	No
AAAU–AAPL	0.9258	No
AAPL–NVDA	0.9337	No

## ANOVA Global

$$H_0 : \mu_{AAAU} = \mu_{AAPL} = \mu_{MSFT} = \mu_{NVDA}$$

- F-estadístico: **0.0812**
- p-valor: **0.9705**

⇒ **No se rechaza  $H_0$**

## Conclusión

A escala diaria, la **volatilidad** y **correlación** discriminan mejor que la media de rendimientos.

# Pruebas de Hipótesis: Normalidad de Rendimientos

## Pruebas de Normalidad

- **Jarque-Bera (JB):** Basado en asimetría y curtosis
- **Kolmogorov-Smirnov (KS):**  
Compara distribución empírica vs normal

Hipótesis:

- $H_0$ : Rendimientos distribuyen normalmente
- $H_1$ : No normales ( $\alpha = 0,05$ )

## Resultados por Activo

Activo	JB p-val	KS p-val	Rechaza
AAPL	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí
MSFT	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí
NVDA	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí
AAAU	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí

## Resultado

**Se rechaza normalidad en todos los activos.**

La no-normalidad es característica intrínseca de retornos financieros. Las distribuciones exhiben **colas pesadas** y **asimetría**, especialmente en períodos de crisis.

# Regresión Lineal: Relación AAPL vs MSFT

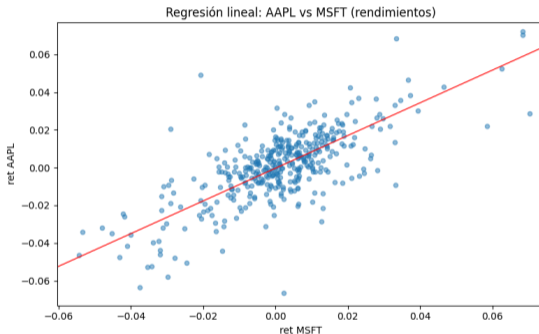
## Modelo Lineal

$$r_t^{\text{AAPL}} = \beta_0 + \beta_1 r_t^{\text{MSFT}} + \varepsilon_t$$

## Parámetros Estimados

Parámetro	Valor
$\hat{\beta}_0$ (intersección)	-0,000329
$\hat{\beta}_1$ (pendiente)	0,8675
$R^2$ (coef. determinación)	0,6619
RMSE	0,01366

## Scatter plot: AAPL vs MSFT



MSFT explica el **66.19 %** de la varianza de AAPL. La pendiente positiva (0.87) indica co-movimiento sustancial entre estas acciones tecnológicas, sujetas a factores comunes del sector.

# Análisis de Componentes Principales (PCA)

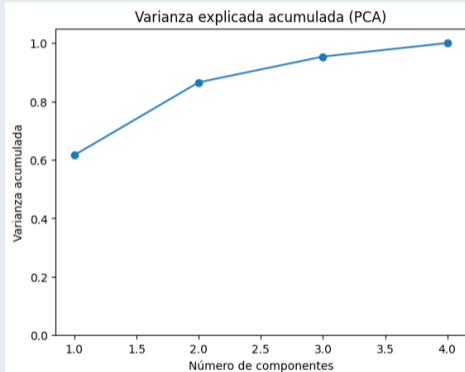
## Varianza Explicada

PC	Var.	Acum.
PC1	61.63 %	61.63 %
PC2	24.92 %	86.55 %
PC3	8.82 %	95.37 %
PC4	4.63 %	100 %

## Interpretación

- **PC1 (61.63 %):** Factor de mercado común
- **PC2 (24.92 %):** Factor discriminante

## Varianza explicada acumulada



*Hallazgo:* 4 activos se comprimen eficazmente en 2 dimensiones latentes, sugiriendo la existencia de una estructura simple subyacente.

# Clustering K-Means: Identificación de Regímenes

## 3 Regímenes Identificados

**Normal (76.5 %)** 313 días  
Volatilidad baja,  $\rho \approx 0,12$

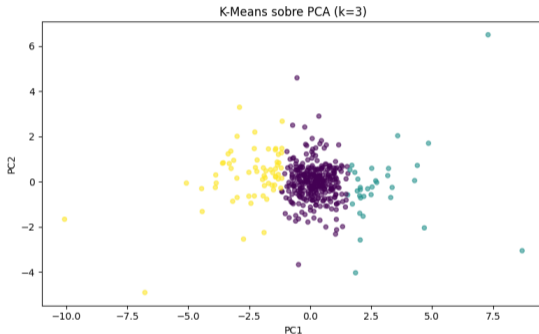
**Rally (8.1 %)** 33 días  
Volatilidad moderada,  
 $\rho \approx 0,28$

**Crash (15.4 %)** 63 días  
Volatilidad alta,  $\rho \approx 0,42$

## “Contagio de Correlación”

La correlación aumenta en estrés  
( $0,12 \rightarrow 0,42$ ), reduciendo  
el beneficio de diversificación.

## Scatter plot de clusters en espacio PCA



# Clasificación: Predicción Direccional de AAPL

## Formulación del Modelo

- **Target:**  $y_{t+1} = 1[r_{t+1}^{AAPL} > 0]$
- **Features (tiempo  $t$ ):**
  - Rendimientos: MSFT, NVDA, AAAU
  - Volatilidad móvil (20 días)
- **Modelo:** Regresión logística
- **Split:** 75 %-25 % temporal

## Resultado Nulo

El modelo **no supera el baseline**:  
predice siempre “sube” (clase mayoritaria).

*Sensitivity: 1.00 — Specificity: 0.00*

## Resultados

Métrica	Valor
Precisión del modelo	50.98 %
Baseline (mayoría)	50.98 %
Mejora	+0.00 %

## Interpretación (EMH)

Consistente con la **Hipótesis de Mercados Eficientes** (Fama, 1970):

Con features simples y horizonte diario, la dirección de precios es **impredecible**.

# Síntesis de Resultados

1. **Volatilidad heterogénea:** NVDA ( $\sigma = 3,51\%$ ) es 3.9 veces más volátil que AAAU ( $\sigma = 0,90\%$ ).
2. **Correlaciones diferenciadas:** Bloque tecnológico cohesivo ( $\rho \geq 0,67$ ), AAAU decorrelacionado ( $\rho \approx -0,04$ ).
3. **Medias no discriminantes:** Welch y ANOVA confirman que la volatilidad y correlación importan más que la media diaria.
4. **Estructura latente eficiente:** 2 componentes PCA capturan el 86.55 % de varianza.
5. **3 regímenes de mercado:** Normal (76.5 %), Rally (8.1 %), Crash (15.4 %) con “contagio de correlación” en estrés.
6. **Volatilidad heterocedástica:** Varía de  $\sim 1.5\%$  (estabilidad) a  $\sim 5\%$  (COVID-19).
7. **Predicción direccional fallida:** Predicción del modelo igual a la del baseline, consistente con EMH.

# Respuestas a las Preguntas de Investigación

## P1: ¿Qué activo presenta mayor volatilidad?

**NVDA** con  $\sigma \approx 3,51\%$ , seguido de AAPL (2.35 %), MSFT (2.21 %), y AAAU (0.90 %).

## P2: ¿Existen correlaciones significativas?

**Sí.** Acciones tecnológicas:  $\rho = 0,67-0,81$  (co-movimiento fuerte).

AAAU vs acciones:  $\rho \approx -0,04$  (prácticamente independiente).

## P3: ¿Se pueden identificar clusters naturales?

**Sí.** PCA + K-Means identifican 3 regímenes: Normal, Rally, Crash.

Los mercados no operan bajo un único régimen estable.

## P4: ¿Es posible predecir la dirección diaria?

**No** con features simples.

Consistente con la teoría de mercados eficientes.

## Hallazgos Principales

1. La **volatilidad y correlación** dominan los retornos diarios, no la media.
2. El **riesgo no es estático**: cambia con el régimen de mercado.
3. **Diversificación limitada en crisis**: las correlaciones aumentan cuando más se necesita cobertura.
4. **Predicción requiere sofisticación**: los modelos simples fallan.

## Limitaciones

- Ventana temporal corta (409 días)
- Sesgo por crisis COVID-19
- Supuestos lineales violados
- Normalidad rechazada (colas pesadas)

## Caracterización general

Los activos de **NVDA**, **MSFT** y **AAPL** se mostraron volátiles, con el dinamismo esperado en el sector tecnológico. En contraste, **AAAU** mostró un comportamiento más estable, acorde a su funcionamiento como activo refugio.