

Análisis Cuantitativo de Mercados Financieros

Acciones tecnológicas vs ETF de Oro

Juan Carlos Carmenate Díaz Sebastian González Alfonso

Proyecto Final de Estadística — Curso 2025-2026

Facultad de Matemática y Computación (MATCOM)
Universidad de La Habana

Preguntas de Investigación

Objetivos del Estudio

Aplicar técnicas estadísticas a series financieras diarias para comparar comportamiento, riesgo y relaciones entre activos.

1. ¿Qué activo presenta mayor volatilidad en el período analizado?
2. ¿Existen correlaciones significativas entre los rendimientos de los activos?
3. ¿Se pueden identificar grupos naturales según comportamiento estadístico?
4. ¿Es posible predecir la dirección diaria (sube/baja) de un activo usando variables simples?

Datos y Período de Análisis

Activos Analizados

Símbolo	Descripción
AAPL	Apple Inc. (acción)
MSFT	Microsoft Corp. (acción)
NVDA	NVIDIA Corp. (acción)
AAAU	ETF respaldado por oro

Variables Utilizadas

- Rendimientos simples:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

- Rendimientos logarítmicos:

$$\ell_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Período Efectivo

2018-08-15 a 2020-04-01

409 observaciones diarias

(intersección temporal común)

Serie temporal de precios



Volatilidad y Riesgo Diario

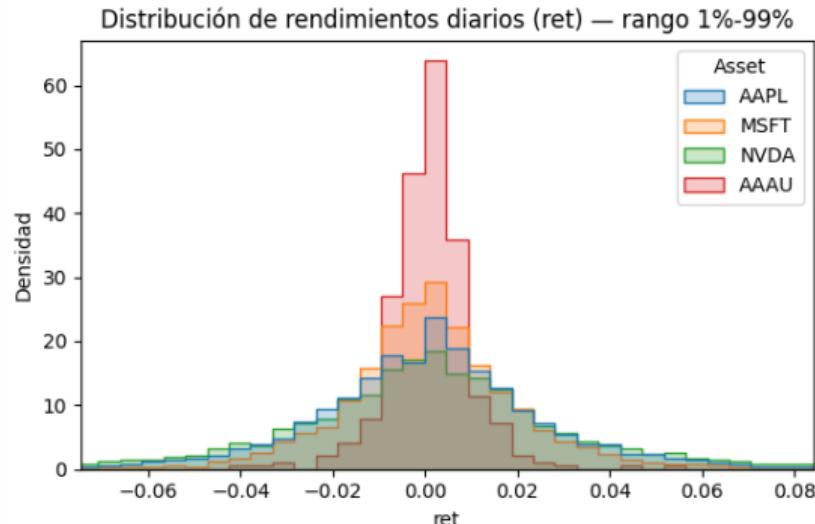
Desviación Estándar de Rendimientos

Activo	σ	Tipo
NVDA	3.51 %	Máx. volatilidad
AAPL	2.35 %	Media-alta
MSFT	2.21 %	Media
AAAU	0.90 %	Mín. volatilidad

Hallazgo Clave

NVDA es **3.9 veces** más volátil que AAAU

Histogramas de rendimientos por activo



Interpretación: NVDA, acción tecnológica de alto crecimiento, vs. AAAU, ETF de oro y activo refugio.

Correlaciones entre Activos

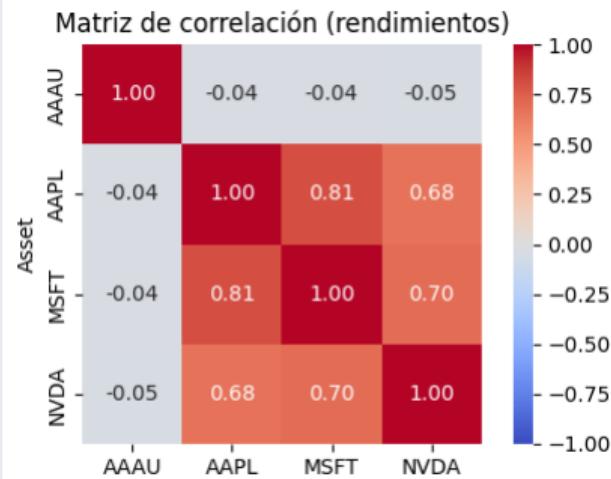
Correlaciones Tecnológicas

Par	ρ
AAPL–MSFT	0.814
MSFT–NVDA	0.701
AAPL–NVDA	0.676

Correlación con AAAU

Par	ρ
AAAU–AAPL	-0,039
AAAU–MSFT	-0,036
AAAU–NVDA	-0,045

Matriz de correlación



AAAU actúa como instrumento de **diversificación** (baja dependencia del mercado accionario)

Pruebas de Hipótesis: Medias de Rendimientos

Welch t-test (Pairwise)

$$H_0 : \mu_A = \mu_B \text{ vs } H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

Par	p-valor	Rechaza?
MSFT–NVDA	0.7498	No
AAAU–MSFT	0.7573	No
AAPL–MSFT	0.7633	No
AAAU–NVDA	0.8716	No
AAAU–AAPL	0.9258	No
AAPL–NVDA	0.9337	No

ANOVA Global

$$H_0 : \mu_{AAAU} = \mu_{AAPL} = \mu_{MSFT} = \mu_{NVDA}$$

- F-estadístico: **0.0812**
- p-valor: **0.9705**

⇒ **No se rechaza H_0**

Conclusión

A escala diaria, la **volatilidad** y **correlación** discriminan mejor que la media de rendimientos.

Pruebas de Hipótesis: Normalidad de Rendimientos

Pruebas de Normalidad

- **Jarque-Bera (JB):** Basado en asimetría y curtosis
- **Kolmogorov-Smirnov (KS):** Compara distribución empírica vs normal

Hipótesis:

- H_0 : Rendimientos distribuyen normalmente
- H_1 : No normales ($\alpha = 0,05$)

Resultados por Activo

Activo	JB p-val	KS p-val	Rechaza
AAPL	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí
MSFT	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí
NVDA	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí
AAAU	$\ll 0,001$	$\ll 0,001$	Sí

Resultado

Se rechaza normalidad en todos los activos. La no-normalidad es característica intrínseca de retornos financieros. Las distribuciones exhiben **colas pesadas y asimetría**, especialmente en períodos de crisis.

Regresión Lineal: Relación AAPL vs MSFT

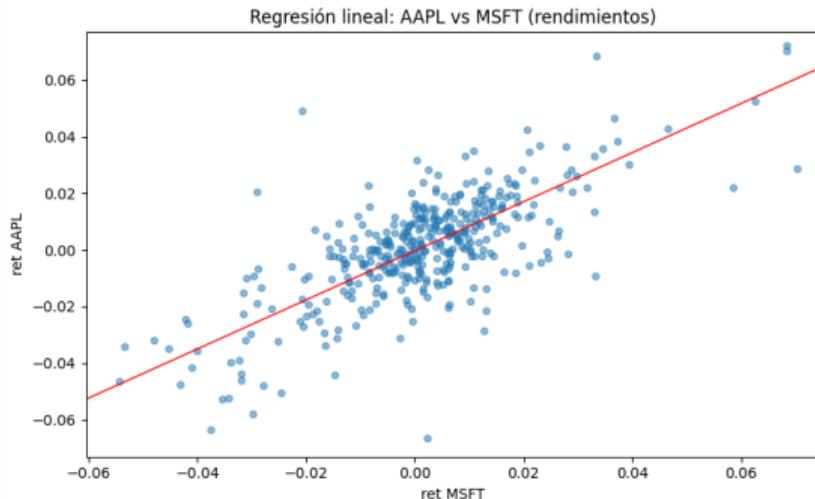
Modelo Lineal

$$r_t^{\text{AAPL}} = \beta_0 + \beta_1 r_t^{\text{MSFT}} + \varepsilon_t$$

Parámetros Estimados

Parámetro	Valor
$\hat{\beta}_0$ (intersección)	-0,000329
$\hat{\beta}_1$ (pendiente)	0,8675
R^2 (coef. determinación)	0,6619
RMSE	0,01366

Scatter plot: AAPL vs MSFT



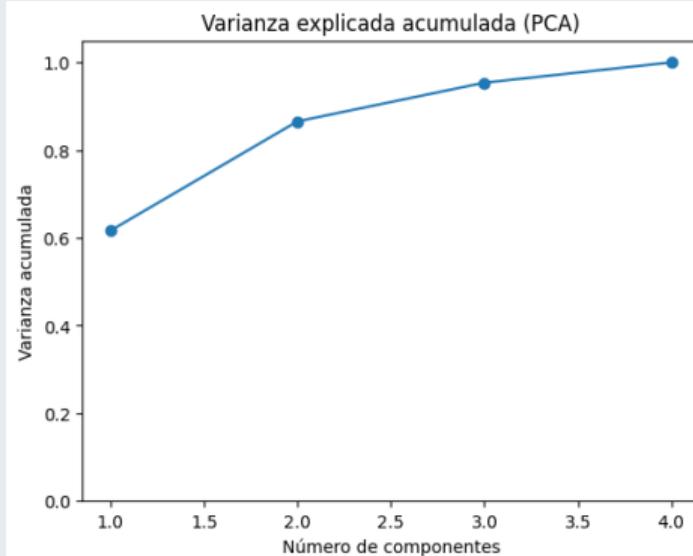
MSFT explica el **66.19 %** de la varianza de AAPL. La pendiente positiva (0.87) indica co-movimiento sustancial entre estas acciones tecnológicas, sujetas a factores comunes del sector.

Análisis de Componentes Principales (PCA)

Varianza Explicada

PC	Var.	Acum.
PC1	61.63 %	61.63 %
PC2	24.92 %	86.55 %
PC3	8.82 %	95.37 %
PC4	4.63 %	100 %

Varianza explicada acumulada



Interpretación

- **PC1 (61.63 %):** Factor de mercado común
- **PC2 (24.92 %):** Factor discriminante

Hallazgo: 4 activos se comprimen eficazmente en 2 dimensiones latentes, sugiriendo la existencia de una estructura simple subyacente.

Clustering K-Means: Identificación de Regímenes

3 Regímenes Identificados

Normal (76.5 %) 313 días

Volatilidad baja, $\rho \approx 0,12$

Rally (8.1 %) 33 días

Volatilidad moderada,
 $\rho \approx 0,28$

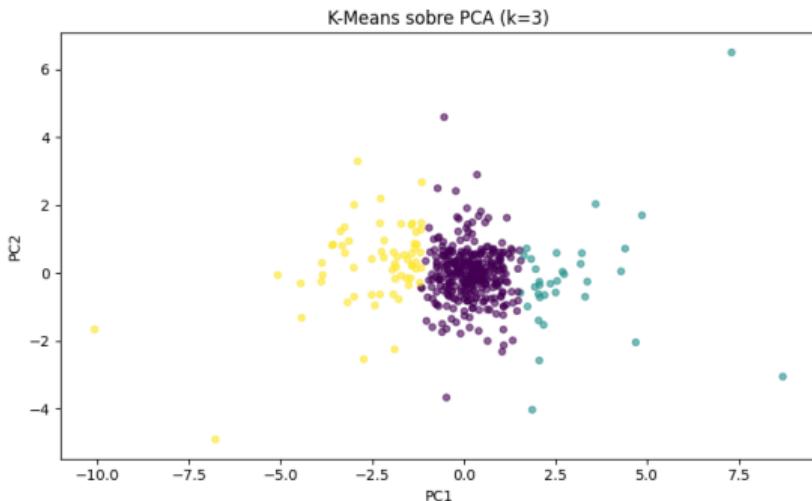
Crash (15.4 %) 63 días

Volatilidad alta, $\rho \approx 0,42$

“Contagio de Correlación”

La correlación aumenta en estrés
($0,12 \rightarrow 0,42$), reduciendo
el beneficio de diversificación.

Scatter plot de clusters en espacio PCA



Clasificación: Predicción Direccional de AAPL

Formulación del Modelo

- **Target:** $y_{t+1} = 1[r_{t+1}^{\text{AAPL}} > 0]$
- **Features (tiempo t):**
 - Rendimientos: MSFT, NVDA, AAAU
 - Volatilidad móvil (20 días)
- **Modelo:** Regresión logística
- **Split:** 75 %-25 % temporal

Resultados

Métrica	Valor
Precisión del modelo	50.98 %
Baseline (mayoría)	50.98 %
Mejora	+0.00 %

Interpretación (EMH)

Consistente con la **Hipótesis de Mercados Eficientes** (Fama, 1970):

Con features simples y horizonte diario, la dirección de precios es **impredecible**.

Resultado Nulo

El modelo **no supera el baseline**: predice siempre “sube” (clase mayoritaria).

Sensitivity: 1.00 — Specificity: 0.00

Síntesis de Resultados

1. **Volatilidad heterogénea:** NVDA ($\sigma = 3,51\%$) es 3.9 veces más volátil que AAAU ($\sigma = 0,90\%$).
2. **Correlaciones diferenciadas:** Bloque tecnológico cohesivo ($\rho \geq 0,67$), AAAU decorrelacionado ($\rho \approx -0,04$).
3. **Medias no discriminantes:** Welch y ANOVA confirman que la volatilidad y correlación importan más que la media diaria.
4. **Estructura latente eficiente:** 2 componentes PCA capturan el 86.55 % de varianza.
5. **3 regímenes de mercado:** Normal (76.5 %), Rally (8.1 %), Crash (15.4 %) con “contagio de correlación” en estrés.
6. **Volatilidad heterocedástica:** Varía de $\sim 1.5\%$ (estabilidad) a $\sim 5\%$ (COVID-19).
7. **Predictión direccional fallida:** Predicción del modelo igual a la del baseline, consistente con EMH.

Respuestas a las Preguntas de Investigación

P1: ¿Qué activo presenta mayor volatilidad?

NVDA con $\sigma \approx 3,51\%$, seguido de AAPL (2.35 %), MSFT (2.21 %), y AAAU (0.90 %).

P2: ¿Existen correlaciones significativas?

Sí. Acciones tecnológicas: $\rho = 0,67\text{--}0,81$ (co-movimiento fuerte).
AAAU vs acciones: $\rho \approx -0,04$ (prácticamente independiente).

P3: ¿Se pueden identificar clusters naturales?

Sí. PCA + K-Means identifican 3 regímenes: Normal, Rally, Crash.
Los mercados no operan bajo un único régimen estable.

P4: ¿Es posible predecir la dirección diaria?

No con features simples.
Consistente con la teoría de mercados eficientes.

Conclusiones

Hallazgos Principales

1. La **volatilidad y correlación** dominan los retornos diarios, no la media.
2. El **riesgo no es estático**: cambia con el régimen de mercado.
3. **Diversificación limitada en crisis**: las correlaciones aumentan cuando más se necesita cobertura.
4. **Predicción requiere sofisticación**: los modelos simples fallan.

Limitaciones

- Ventana temporal corta (409 días)
- Sesgo por crisis COVID-19
- Supuestos lineales violados
- Normalidad rechazada (colas pesadas)

Caracterización general

Los activos de **NVDA**, **MSFT** y **AAPL** se mostraron volátiles, con el dinamismo esperado en el sector tecnológico. En contraste, **AAAU** mostró un comportamiento más estable, acorde a su funcionamiento como activo refugio.