Universidad Sergio Arboleda
Disciplina: Matemáticas
Profesor: Fabio Molina

Cálculo Integral
Juan Sebastián Caballero Bernal

Taller 2

Sección 10.4

En los siguientes ejercicios, una secuencia $\{f(n)\}$ es definida por la formula dada. En cada caso, determinar si la secuencia converge o diverge, y dado el caso, determinar el limite la serie.

(1) $f(n) = \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)$

Note que algunos valores de la secuencia son:

- $f(1) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
- $f(2) = \cos\left(\frac{2\pi}{2}\right) = -1$
- $f(3) = \cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$
- $f(4) = \cos\left(\frac{4\pi}{2}\right) = 1$

Y la secuencia siempre oscilara entre estos valores dependiendo para cada n de $n \mod 4$. Luego, no existe un limite definido para el cúal la secuencia converga.

(2) $f(n) = \frac{n}{2^n}$

Esta secuencia es una secuencia monotona, dado que es decreciente. Esto puede ser fácilmente demostrado tomando:

$$1 \leq n$$
$$n + 1 \leq n + n$$
$$n + 1 \leq 2n$$
$$n + 1 \leq \frac{n}{2^n} \cdot 2^{n+1}$$
$$\frac{n+1}{2^{n+1}} \leq \frac{n}{2^n}$$

Note que el único caso donde se tiene la igualdad es con $n = 1$. Luego, dado que la serie es acotada inferiormente por 0 tiene un valor de convergencia. Dicho valor, llega a ser 0.

③ $f(n) = \frac{n^{\frac{2}{3}} \sin(n!)}{n+1}$

Note que la convergencia dependerá

④ $f(n) = \frac{3^n + (-2)^n}{3^{n+1} + (-2)^{n+1}}$

⑤ $f(n) = \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$

Cada una de las siguientes series es convergente. Mediante la definición formal, determine valores de N que cumplen la definición para $\epsilon = 1, 0{,}1, 0{,}01, 0{,}001, 0{,}0001$.

⑥ $a_n = \frac{n}{n+1}$

⑦ $a_n = (-1)^n \left(\frac{9}{10}\right)^n$

Si α es un número real y n es un entero no negativo, el coeficiente binomial $\binom{\alpha}{n}$ se define por:

$$\binom{\alpha}{n} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\ldots(\alpha-n+1)}{n!}$$

(a) Cuando $\alpha = -\frac{1}{2}$ demuestre que:

$$\binom{\alpha}{1} = -\frac{1}{2}, \binom{\alpha}{2} = \frac{3}{8}, \binom{\alpha}{3} = -\frac{5}{16}, \binom{\alpha}{4} = \frac{35}{128}, \binom{\alpha}{5} = -\frac{63}{256}$$

(b) Sea $a_n = (-1)^n \binom{-\frac{1}{2}}{n}$. Demostrar que $a_n > 0$ y que $a_{n+1} < a_n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

Sección 10.9

Sección 10.14

Sección 10.16

Sección 10.20

Sección 10.24

Sección 11.13

Sección 11.16