Universidad Sergio Arboleda
Disciplina: Matemáticas
Profesor: Alejandro Garzón Leyton

Algebra Lineal 1
Juan Sebastián Caballero Bernal
Luz Ángela Orjuela Nieto

Taller 10

1 **Pregunta 12:** Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{array}{rcrcrl} x_1 & - & 3x_2 & + & 4x_3 & = -4 \\ 3x_1 & - & 7x_2 & + & 7x_3 & = -8 \\ -4x_1 & + & 6x_2 & - & x_3 & = 1 \end{array}$$

Para resolver el sistema, representamos los coeficientes y el termino independiente en una matriz como sigue:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -4 \\ 3 & -7 & 7 & -8 \\ -4 & 6 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

Ahora, se busca dejar en la forma escalonada reducida a la matríz, por lo que se efectuan las siguientes operaciones:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -4 \\ 3 & -7 & 7 & -8 \\ -4 & 6 & -1 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz original}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -4 \\ 3 & -7 & 7 & -8 \\ 4 & -6 & 1 & -7 \end{bmatrix} \qquad F_3 \leftarrow -F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -4 \\ 3 & -7 & 7 & -8 \\ 0 & 6 & -15 & 9 \end{bmatrix} \qquad F_3 \leftarrow F_3 - 4F_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -4 \\ 3 & -7 & 7 & -8 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \end{bmatrix} \qquad F_3 \leftarrow \tfrac{1}{3}F_3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & -5 & 4 \\ 0 & 2 & -5 & 3 \end{bmatrix} \qquad F_2 \leftarrow F_2 - 3F_1$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 4 & -4 \\ 0 & 2 & -5 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad F_3 \leftarrow F_3 - F_2$$

Luego, volviendo a escribir las ecuaciones en base a la última matriz resultante:

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & - & 3x_2 & + & 4x_3 & = -4 \\ 0x_1 & + & 2x_2 & - & 5x_3 & = 4 \\ 0x_1 & + & 0x_2 & - & 0x_3 & = 1 \end{array}$$

Y dado que para todo $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$ nunca es verdad que:

$$\alpha \cdot 0 + \beta \cdot 0 + \gamma \cdot 0 = 1$$

Podemos concluir que el sistema es inconsistente. Y gracias a que es equivalente al sistema original, podemos concluir que el sistema original también es inconsistente.

2 **Pregunta 20:** Determinar los valores de h para los cuales la matriz es la matriz aumentada de un sistema linear consistente.

$$\begin{bmatrix} 1 & h & -3 \\ -2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$$

Para determinar lo requerido en la pregunta, basta con preguntarse cuando el sistema de ecucaciones line

3 **Pregunta 30:** Determinar la operación elemental de filas que transforma la primera matriz en la segunda, y determinar la operación inversa que transforma la segunda en la primera.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & 9 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -5 & 9 \end{bmatrix}$$

Para empezar, se determina cual fila de la primera matriz es aquella que es alterada para obtener la segunda matriz. En este caso, F_2 es aquella fila que es alterada, y como se puede apreciar, el cambio se hace al multiplicar por $-\frac{1}{2}$. Para comprobar:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz Original}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -5 & 9 \end{bmatrix} \qquad F_2 \leftarrow -\tfrac{1}{2}F_2$$

A su vez, eso nos permite determinar que la operación inversa que convierte la segunda matriz en la primera será multiplicar por -2 la segunda fila. Resultando así:

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & -5 & 9 \end{bmatrix} \quad \text{Matriz Original}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 0 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & 9 \end{bmatrix} \qquad F_2 \leftarrow -2F_2$$