Taller 2 - Análisis Numérico

Juan Camilo Chafloque
Abel Santiago Cortes
Juan Sebastian Osorio

25 de agosto de 2019

1. Problema 1

Punto A.

Para el primer punto se utilizó la libreria de R "pracma"para determinar que hacian las funciones *eye ones* y *zeros*. Las funciones se probaron con una matriz 4x4.
La función *eye(n, m = n)* muestra la matriz identidad de una matriz cuadratica de dimensión n.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La función *ones(n, m = n)* muestra una matriz de unos de una matriz cuadratica de dimensión n.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

La función *zeros(n, m = n)* muestra una matriz de ceros de una matriz cuadratica de dimensión n.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Punto B.

Para la segunda parte del problema se tiene la siguiente matriz:

$$\text{A} = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 0{,}6 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

Se pide calcular la matriz de transición con el método SOR. El método SOR procede de la misma forma que el método de Gauss-Seidel, con la diferencia de que este, mediante el refinamiento de la aproximación actual, busca mejorar la convergencia del método utilizando un factor de ponderación o coeficiente de relajación w entre la aproximación actual y la anterior. w es un factor ponderado que tiene un valor entre 0 y 2, si w tiene un valor entre 0 y 1, el resultado es un promedio que se conoce como subrelajacion. Para valores w de 1 a 2, se le da una ponderación extra al valor actual, a este tipo de relajación se le conoce como sobrerelajación.
Para obtener la matriz de transición del método se utiliza la siguiente ecuación:

$$T = (D - wL)^{-1}((1 - w)D + wU) \tag{1}$$

Donde D es la diagonal de la matriz A, L es la matriz triangular inferior de la matriz A y U es la matriz triangular superior de la matriz A. Los datos de entrada para el calculo de la matriz de transición son:

1. **Factor de relajación w:** 0,9
2. **Matriz Diagonal D:** $\begin{bmatrix} -8{,}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$
3. **Matriz Triangular Superior U:** $\begin{bmatrix} 0 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
4. **Matriz Triangular Inferior L:** $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0 \end{bmatrix}$

La matriz de transición es: $\begin{bmatrix} -1{,}9659 & 1{,}0617 & -2{,}4319 & 1{,}2275 \\ 0{,}0665 & -1{,}8577 & 1{,}4874 & 0{,}2939 \\ -0{,}0361 & 0{,}0282 & 0{,}8289 & -0{,}0141 \\ -0{,}0193 & 0{,}0268 & 0{,}0432 & 0{,}4938 \end{bmatrix}$

2. Problema 2

Punto A.

Para este punto se utilizaron las funciones del paquete pracma para descomponer la siguiente matriz de la forma $A = L + D + U$ (Jacobi)

$$\text{A} = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 0{,}6 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

Las funciones que se utilizaron para descomponer la matriz fueron: *diag(A)* para hallar la diagonal de la matriz. *tril(A, diag=false)* para hallar la matriz triangular inferior sin la diagonal y por último *triu(A, diag=false)* para hallar la matriz triangular superior sin la diagonal. Al descomponerla el sistema queda de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8{,}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 0{,}6 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

Punto B.

Para este punto se utilizó la función de R *itersolve* para solucionar el sistema asociado a la matriz A con el vector solución:

$$\text{b} = \begin{bmatrix} 1{,}45 \\ 3 \\ 5{,}12 \\ -4 \end{bmatrix}$$

La función *itersolve* tiene como parametros una matriz A y un vector b, puede incluirse una solución inicial x_0 y de condición de parada puede incluirse un número maximo de iteraciones o una tolerancia. Por último se establece el método de solución a utilizar.

1. **Matriz A**
2. **Vector B**
3. x_0**:** NULL
4. **nMax:** 1000
5. **tol:** $1e - 9$
6. **Método:** Gauss-Seidel

La solución $Ax = b$ con el método de Gauss-Seidel es:
$$\begin{bmatrix} -3{,}6961e196 & 2{,}8535e196 & 1{,}6111e196 & -2{,}8609e197 \end{bmatrix}$$

Punto C.

Para el último punto se generaron 5 iteraciones del método Jacobi utilizando el mismo procedimiento que en el punto anterior, cambiando solo el método de solución que en este caso es el método de Jacobi.

Los errores relativos de cada iteración para el método de Jacobi fueron:

$$\begin{bmatrix} 2{,}3997 & -6{,}8765 & -2{,}5592 & 21{,}5196 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} -1{,}3054 & 4{,}0604 & 3{,}9577 & 40{,}0482 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} -10{,}4058 & 12{,}6540 & 3{,}9937 & -52{,}7825 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 5{,}1161 & -12{,}8018 & -8{,}8647 & -77{,}0876 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 23{,}3962 & -24{,}6414 & -6{,}6902 & 125{,}0578 \end{bmatrix}$$

3. Problema 3A

Punto A.

El primer punto consistía en implementar una función que evaluará las raíces del polinomio caracteristico asociado a la matriz A. Para resolver este problema, se utilizó la función de R *charpoly* que es una función que dada una matriz A, calcula el polinomio caracteristico de dicha matriz. De las varias respuestas que obtiene esta función, una de ellas son las raices del polinomio.

$$\text{A} = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 0{,}6 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

La raíces del polinomio caracteristico de la matriz A son:

$$\begin{bmatrix} -8{,}864264 & -5{,}833185 & 4{,}810732 & 1{,}286716 \end{bmatrix}$$

Punto B.

De acuerdo al teorema de convergencia, el método más eficiente es Guass-Seidel siempre y cuando la matriz a resolver sea diagonalmente dominante, ya que si esto ocurre, el método asegura convergencia.

Punto C.

En este punto se compararon las matrices de transición de tres métodos: Jacobi, Gauss-Seidel y SOR.

Método SOR

$$T = (D - wL)^{-1}((1 - w)D + wU) \tag{2}$$

La matriz de transición es: $\begin{bmatrix} -1{,}9659 & 1{,}0617 & -2{,}4319 & 1{,}2275 \\ 0{,}0665 & -1{,}8577 & 1{,}4874 & 0{,}2939 \\ -0{,}0361 & 0{,}0282 & 0{,}8289 & -0{,}0141 \\ -0{,}0193 & 0{,}0268 & 0{,}0432 & 0{,}4938 \end{bmatrix}$

Método Jacobi

$$T = -D^{-1}(L+U) \tag{3}$$

La matriz de transición es: $\begin{bmatrix} -2 & -0{,}8642 & 0{,}7559 & -0{,}2469 \\ 0{,}25 & -2 & 0{,}75 & 0{,}25 \\ 0 & -0{,}2 & -2 & 0{,}12 \\ 2 & -0{,}66 & -12 & -2 \end{bmatrix}$

Método Gauss-Seidel

$$T = (-D^{-1}U)(I + LD^{-1})^{-1} \tag{4}$$

La matriz de transición es: $\begin{bmatrix} -0{,}4684 & -0{,}3890 & 0{,}3039 & -0{,}1235 \\ 0{,}002 & -0{,}4489 & 0{,}45 & 0{,}125 \\ 2{,}9321e-5 & -0{,}0605 & -0{,}464 & 0{,}06 \\ 0{,}0032 & -0{,}0169 & -0{,}3 & -0{,}5 \end{bmatrix}$

Punto D.

En este último punto se comparan los métodos de convergencia de Jacobi y Gauss-Seidel con la solución por defecto de R para determinar cual método converge y obtiene una solución. Las matriz A y el vector b se presentan a continuación:

$$\text{A} = \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 1{,}5 \\ -2{,}33 \end{bmatrix}$$

La solución con la función por defecto de R es: $\begin{bmatrix} 1{,}234 & 2{,}034 & 1{,}334 & 0{,}568 \end{bmatrix}$

La solución con el método de Gauss-Seidel es: $\begin{bmatrix} 1{,}234 & 2{,}034 & 1{,}334 & 0{,}568 \end{bmatrix}$
La solución fue encontrada en 31 iteraciones.

La solución con el método de Jacobi es: $\begin{bmatrix} 1{,}234 & 2{,}034 & 1{,}334 & 0{,}568 \end{bmatrix}$
La solución fue encontrada en 60 iteraciones.

Se puede ver que los tres métodos obtenieron una solución similar y entre los métodos de GS y Jacobi se puede concluir que el método de GS es mejor ya que obtuvo una solución casi exacta al metodo de Jacobi pero lo hizo en la mitad de las iteraciones.

4. Problema 3B

Punto A.
Para el primer punto se tenía el siguiente fragmento de código:

if $K = 0$ **then**
    $M[Upper.tri(M, diag = False)] = 0$
else
    $M[col(M) >= row(M) + k + 1] = 0$
end if
$Return(M)$
end

Dado la función *tril1*, que originalmente ponia en 0 toda la matriz triangular superior de la matriz A, se tenía que modificar para que dada una matriz A_3 este algoritmo modificará no solo la triangular superior sino que $A_{ii} = 0$ para todo i.

El algoritmo modificado se muestra a continuación:

if $K! = 0$ **then**
    $M[Upper.tri(M, diag = False)] = 0$
else
    $M[col(M) >= row(M) + k + 1] = 0$
    $M[col(M) == row(M)] = 0$
end if
$Return(M)$
end

El algoritmo se probó con la siguiente matriz:

$$\text{A} = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 0{,}6 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\text{La matriz modificada es: } \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Punto B.
Para el último punto se tenía que implementar una función para que dada una matriz A se obtenga una matriz diagonal D donde en la diagonal esten los mismos elementos de A.

El algoritmo utilizado se muestra a continuación:

1: $M[col(M) == row(M)] = 0$
2: $Return(M)$
3: **end**

El algoritmo se probó con la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 0{,}6 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

$$\text{La matriz modificada es: } \begin{bmatrix} -8{,}1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

5. Problema 4

Para este problema se necesitaba implementar una función que contará el número de multiplicaciones en el método directo de Gauss-Jordan, para resolver un sistema de n ecuaciones. El agoritmo implementado se muestra en el archivo *Punto4.R* adjunto.

Para probar el algoritmo se utilizaron las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}5 & 3 & 3 & 8 \\ 4 & 6 & 2 & 9 & 10 \\ 1 & 0{,}25 & 1 & 12 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 14 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \\ 4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

El número de multiplicaciones del método Gauss es de: 25

6. Problema 5

Se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_3 = 1 \\ Bx_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ -x_1 + x_2 + AX_3 = 1 \end{cases}$$

En forma matricial el sistema esta dado por la siguiente matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ B & 2 & -1 \\ -1 & 1 & A \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Punto A.

Para este punto se tiene que encontrar los valores de A y B para asegurar la convergencia por el método de Jacobi. Según el teorema de convergencia, si una matriz es diagonalmente dominante, entonces es convergente.

Para la primera fila se tiene que 2 >|0| + |-1|

Para la segunda fila se tiene que 2 >|B| + |-1|

Para la tercera fila se tiene que A >|-1| + |1|

Por lo tanto B = 0 y A >2 para garantizar convergencia.

Punto B. Para este punto se hicieron 10 iteraciones del metodo de Jacobi con un vector inicial x_0 y los valores de A y B encontrados en el punto anterior.

1. **Vector Inicial x_0:** $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$
2. **Valor de A:** 3
3. **Valor de B:** 0

Los resultados de las 10 iteraciones del método de Jacobi fueron:

$$\begin{bmatrix} 2 & 2{,}5 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5 & 1 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 0{,}5833333 & 1{,}083333 & 0{,}1666667 \end{bmatrix}$$

De los resultados anteriores se puede ver que desde la tercera iteración el resultado se mantuvo constante, concluyendo que el método de Jacobi para este problema encontró una solución al sistema de manera rapida.

Punto C. Se graficaron las 3 ecuaciones en Geogebra para determinar si los valores de los resultados concordaban y eran precisos.

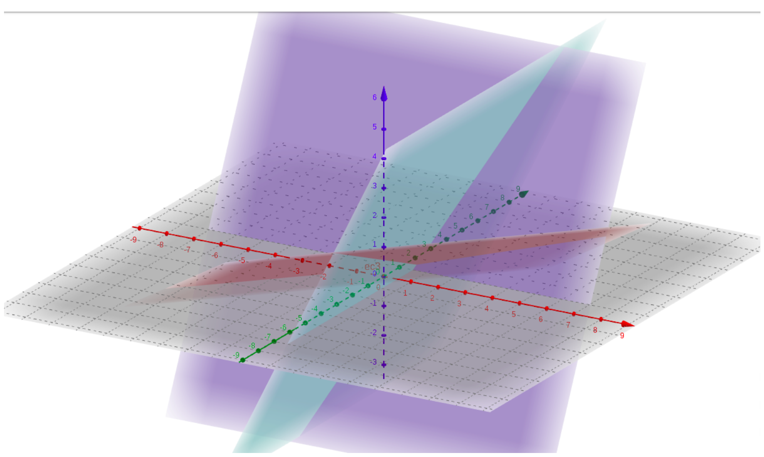

Figura 1: Gráficas 3D del sistema de ecuaciones

De la anterior imagen se puede ver las tres funciones del sistema de ecuaciones propuesto.

7. Problema 6

Para este problema se instaló el paquete de R *Matrix* para hallar la descomposición LU y QR de una matriz A.

$$A = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ -1 & 4 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & -5 & 0{,}6 \\ -1 & 0{,}33 & 6 & 0{,}5 \end{bmatrix}$$

La factorización LU de una matriz es una factorización que resume el proceso de eliminación gaussiana aplicado a la matriz y que es conveniente en terminos del número total de operaciones de punto flotante cuando se desea calcular la inversa de una matriz o cuando se resolverá una serie de sistemas de ecuaciones con una misma matriz de coeficientes.Para la descomposición LU se utilizó la función *lu(A)*

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}1234568 & 1 & 0 & 0 \\ 0{,}1234568 & 0{,}2455076 & 1 & 0 \\ 0 & -0{,}2055838 & -0{,}9360990 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} -8{,}1 & -7 & 6{,}123 & -2 \\ 0 & 4{,}8641975 & -3{,}7559259 & -0{,}7530864 \\ 0 & 0 & 6{,}1661825 & 0{,}9318020 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}3174366 \end{bmatrix}$$

La factorización QR es utilizada para la solución por mínimos cuadrados y da un algoritmo numérico para determinar los valores propios de una matriz cuadrada.Para la descomposición QR se utilizó la función *qr(A)*

$$Q = \begin{bmatrix} -0{,}9850983 & 0{,}1436118 & -0{,}04743408 & -0{,}08189671 \\ -0{,}1216171 & -0{,}9447015 & -0{,}30403534 & -0{,}01763100 \\ 0 & 0{,}1978603 & -0{,}65697987 & 0{,}72748111 \\ -0{,}1216171 & -0{,}2185544 & 0{,}68825138 & 0{,}68099435 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} 8{,}22253 & 6{,}369086 & -6{,}396608 & 2{,}0310050 \\ 0 & -5{,}054072 & 1{,}412812 & 0{,}6669168 \\ 0 & 0 & 8{,}036075 & 0{,}3488413 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}9584103 \end{bmatrix}$$

8. Problema 7

Punto A. Para este problema era necesario determinar numéricamente la intersección entre la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ y la recta $y = x$, utilizando una aproximación inicial $x_0 = [11]$. Además se utilizó el paquete de R *BB* y la función *BBSolve()*.

La itersección entre las dos funciones es aproximadamente: 0.7071068

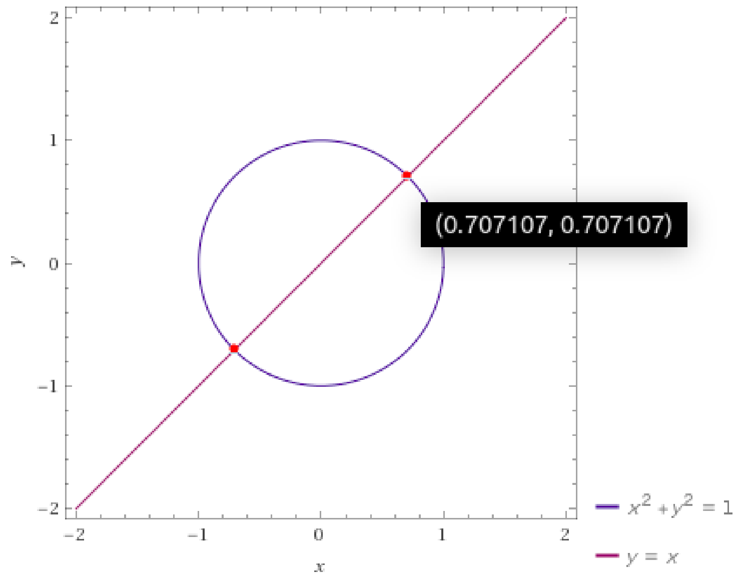

Figura 2: Intersección de las funciones

Punto B. Para la segunda parte del problema se tuvó que analizar y comentar un código. Este código y análisis se encuentra en el archivo adjunto *Punto7.R*

9. Problema 8

Para este problema se necesita demostrar que la matriz de transición del método Gauss-Seidel esta dada por: $(-D^{-1}U)(I + LD^{-1})^{-1}$.
Se tiene que aplicar la definición de convergencia del método de error de truncamiento:

$$E^{k+1} = TE^k$$

Desarrollando la igualdad se tiene:

$$\begin{aligned}
X - X^{k+1} &= -D^{-1}L(X - X^{k+1}) - UD^{-1}(X - X^{k+1}) \\
E^{k+1} &= -D^{-1}LE^{k+1} - UD^{-1}E^k \\
E^{k+1} + D^{-1}LE^{k+1} &= -UD^{-1}E^k \\
E^{k+1}(I + D^{-1}L) &= -D^{-1}UE^k \\
E^{k+1} &= (-D^{-1}U)(I + LD^{-1})^{-1}E^k
\end{aligned}$$

De la última expresión, queda demostrado que la matriz de transición T es:

$$T = (-D^{-1}U)(I + LD^{-1})^{-1}$$

10. Ejercicio Libro pg. 142

Para este problema se tenía la siguiente matriz y vector.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & 9 & 2 \\ 2 & 7 & 2 \\ 2 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} 69 \\ 47 \\ 68 \end{bmatrix}$$

Punto A.

Para el primer punto se calculó la matriz de transición para los métodos de SOR, Jacobi y Gauss-Seidel para determinar si estos aseguraban convergencia. El criterio para determinar si los métodos aseguraban convergencia era obteniendo la norma de la matriz de transición. Si esta norma era mayor a 1, entonces el método no podía asegurar convergencia.

Luego de calcular la matriz de transición y obtener la norma de cada una, se obtuvieron los siguientes resultados.

Método SOR con w = 0.8

> La norma de la matriz fue: 0.2, por lo tanto el método asegura convergencia.

Método Jacobi

> La norma de la matriz fue: 2.458333, por lo tanto el método no asegura convergencia.

Método Gauss-Seidel

> La norma de la matriz fue: 1.737245, por lo tanto el método no asegura convergencia.

Punto B.

Para el último punto se compararon los métodos de Jacobi y Gauss-Seidel con la función por defecto de R para calcular sistemas de ecuaciones. Los resultados fueron los siguientes.

> La solución con la función por defecto de R es: $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$

> La solución con el método de Gauss-Seidel es: $\begin{bmatrix} 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$
> La solución fue encontrada en 21 iteraciones.

La solución con el método de Jacobi es: $\begin{bmatrix} 1{,}978405 & 4{,}986529 & 3{,}974704 \end{bmatrix}$
La solución fue encontrada en 1000 iteraciones.

11. Ejercicio Convergencia con valores propios

Para este problema se creo una matriz 6x6 con números enteros aleatorios entre 0 y 20. La matriz necesitaba tener cierta condición para poder realizar pruebas de convergencia. La condición es que su *condición*que ser mayor a 1000.

Se utilizó la siguiente matriz para realizar las pruebas, ya que tenía un número de condición igual a 1776.41

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 11 & 12 & 17 & 19 & 13 \\ 3 & 7 & 12 & 4 & 4 & 17 \\ 0 & 16 & 16 & 3 & 16 & 0 \\ 5 & 16 & 20 & 7 & 9 & 11 \\ 19 & 19 & 7 & 15 & 11 & 0 \\ 15 & 19 & 14 & 17 & 17 & 17 \end{bmatrix}$$

Se calcularon la matriz de transición para cada método y se obtuvieron los valores propios de la matriz. Para determinar si el método aseguraba convergencia se halló el radio espectral, que es el valor maximo del conjunto de valores propios de la matriz. Si el radio espectral es menor a 1, entonces el método asegura convergencia. Los resultados se muestran a continuación.

Método SOR con w = 0

La norma de la matriz fue: 1, por lo tanto el método no asegura convergencia.

Método Jacobi

El radio espectral fue: 6.995333, por lo tanto el método no asegura convergencia.

Método Gauss-Seidel

El radio espectral fue: 614.6568, por lo tanto el método no asegura convergencia.

12. Referencias

1. Introducción a los Métodos Numéricos: Implementaciones en R Walter Mora F. February 2015

2. Análisis Numérico Básico: Un enfoque algorítmico con el soporte de Python Luis Rodríguez Ojeda January 2014

3. Análisis Numérico Richard L. Burden December 2017