Desarrollo e Implementación de un mortero valenciano con curvas de Bezier

Juan Camilo Chafloque

Abel Santiago Cortés

Juan Sebastián García

Octubre 2019

Abstract

Para dibujar cosas en 3D, generalmente confiamos en líneas, que se clasifican en dos categorías: líneas rectas y curvas. El primero de ellos es tan fácil de dibujar como fácil de dibujar por computadora. Dale a una computadora el primer y último punto de la línea,y tenemos una línea recta. Como parte del ejercicio se aplicará la ley de las curvas Bezier para modelar un objeto (Mortero Siciliano) y comparar la desviacón junto al error que se forma al momento de construirlo, usando el método.

1 Marco Teórico

Una curva de Bezier es una curva suave paramétrica generada a partir de dos puntos finales y uno o más puntos de control, puntos que no necesariamente caen en la curva pero cuya posición se usa para calcular la trayectoria de la curva. Existen diferentes tipos de curvas de Bezier, en particular las curvas de Bezier cuadráticas y cúbicas, cada una de las cuales utiliza un número diferente de puntos de control.[1]

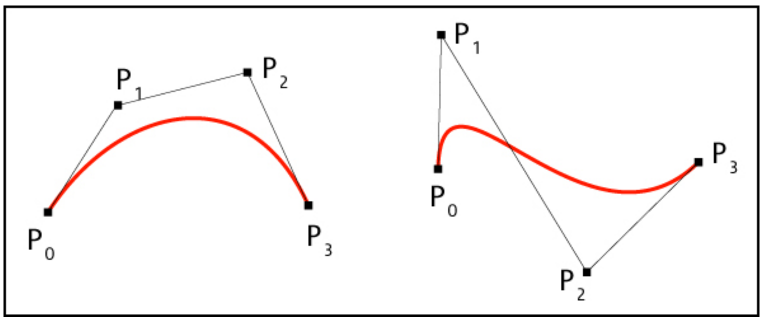

Figure 1: Gráfica de Puntos Bezier

Las ecuaciones de Bezier son útiles para un pequeño conjunto de puntos, sin embargo, a menudo se puede requerir que dibuje una curva suave entre un número mayor de puntos desconocidos. Dadas las ecuaciones de Bezier limitan las matemáticas a un pequeño conjunto (1 o 2) de puntos de control, nos vemos obligados a adaptar un algoritmo de estas ecuaciones útil para un conjunto de puntos más grande y potencialmente variable. Por ejemplo, podemos dividir nuestro conjunto de puntos en curvas bezier más pequeñas y manejables, todas las cuales comparten un punto final con su vecino inmediato. Sin embargo, si simplemente conectamos cada curva de esta manera, terminamos con dos curvas que a menudo pueden tener una transición irregular.

2 Implementación

El problema natural que surge una vez que se define una curva o superficie Bezier es el siguiente: dada una curva o superficie arbitraria, ¿cómo podemos obtener una curva de superficie Bezier lo más cerca posible del original? Es decir, planteamos un problema de enfoque. Ya se conocen otras técnicas de aproximación tales como splines cúbicos, polinomios de Lagrange o mínimos cuadrados, y tienen sus ventajas y desventajas. El denominador común en todos ellos es que se toma una muestra no aleatoria y finita de puntos del objeto a ser abordado y se intenta lograr que un objeto similar se acerque a estos puntos. El método de aproximación que vamos a ver no se distingue en este punto de los anteriores, pero, como hemos visto, la ventaja de las curvas y superficies de Bezier es que son intuitivamente muy fáciles de entender.

Ahora el proceso para empezar la aproximación de un círculo fue la siguiente:

1. Los puntos finales de la curva cúbica de Bézier deben coincidir con los puntos finales del arco circular, y sus primeras derivadas deben coincidir allí.

2. La distancia radial máxima desde el círculo hasta la curva de Bézier debe ser lo más pequeña posible.

Esta nueva restricción requiere explícitamente que la curva de Bézier permanezca cerca del círculo, lo que da como resultado un mejor ajuste.

La primera restricción produce la forma paramétrica de la curva de Bézier: B (t) = (x, y), donde:

$$x(t) = 3 * c * (1-t)^2 * t + 3 * (1-t) * t^2 + t^3$$

$$y(t) = 3 * c * t^2 * (1-t) + 3 * t * (1-t)^2 + (1-t)^3$$

La distancia radial desde el arco hasta la curva de Bézier es:

$$d(t) = sqrt(x^2 + y^2) - 1$$

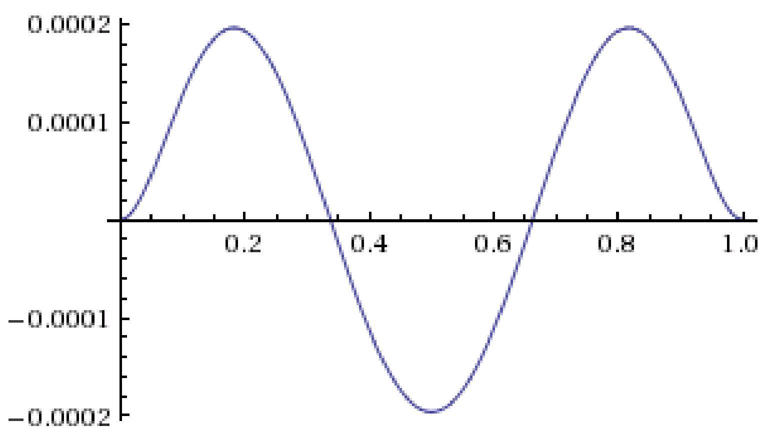

Figure 2: La distancia radial desde el arco hasta la aproximación ideal de Bézier.

Esta función de distancia radial, d (t):

$$t = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{12-20c-3c^2}}{4-6c}$$

Esto le da el valor ideal para c: c = 0.551915024494

La deriva radial máxima es 0.019608 por ciento con esta aproximación. Esto es un 28 por ciento mejor que la aproximación estándar.

Aquí esta el resultado final:

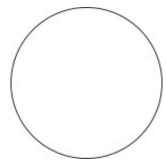

Figure 4 fue creada usando la siguientes curvas de Bezier

$$P_0 = (0, 1), P_1 = (c, 1), P_2 = (1, c), P_3 = (1, 0)$$

$$P_0 = (1, 0), P_1 = (1, -c), P_2 = (c, -1), P_3 = (0, -1)$$

$$P_0 = (0, -1), P_1 = (-c, -1), P_3 = (-1, -c), P_4 = (-1, 0)$$

$$P_0 = (-1, 0), P_1 = (-1, c), P_2 = (-c, 1), P_3 = (0, 1)$$

con c = 0.551915024494.

A partir de esto y usando estos puntos empezamos a iterar con ciertas modificaciones proporcionales usando la libreria MATPLOTLIB. En cada una de las curvas creadas se cambiaron las constantes y se fueron ampliando en los ejes, permitiendo ese efecto dimensionaldiad y profundidad del objeto.

Para realizar la figura caracteristica del mortero, (Curvas Superiores) tambien se utilizaron curvas de Bezier para generar la figura deseada.

3 Análisis

Al realizar el analisis de lo implemetado, comparandolo con el modelo de referencia que se tomó, nos encontramos con que; si bien se realizó un trabajo considerable al momento de hacer la implementación de este. No se cumplió el objetivo en su totalidad. Entendiendo que las diferencias entre la implementación y el modelo de referencia son considerables. Gracias a esto, se generó un espacio de evaluación de las estrategias tomadas para su desarrollo. Convirtiendo este ejercicio en una herramienta de aprendizaje para futuros desafíos que se podrían presentar.

Principalmente evaluamos la plantear el dividir la figura en cuatro cuadrantes,expresando el resto como rotaciones de este, esta operacion nos pleantea una posiblidad importante, comprendiendo como se menciono previamente, que no existe la posibilidad de generar un circulo perfecto con curvas de Bezier, y que cuando se usan cuatro partes de un circulo(para hacer la figura completa), y se necesita cambiar el tamaño de esta ocurre el problema de que tiende a perder su forma original. Sin embargo, esta estrategia podría causar problemas, ya que en un intento de hacer la implementación de esta manera, nos encontramos obstaculizados con la idea de realizar las rotaciones de manera correcta.

Finalente, consideramos que fue un reto que nos planteo la posibilidad de poner en practica los conceptos de curvas de Bezier vistos en clase, apropiandolos de una mejor manera.Esta práctica necesito una cantidad de horas de trabajo considerable, entendiendo que no se había realizado nunca un ejercicio de tal magnitud. Y aunque si bien en principio parecía un ejercicio sencillo, la complejidad fue incrementando gracias a imprevistos.

Los resultados finales del mortero realizados en Python se muestran a continuación:

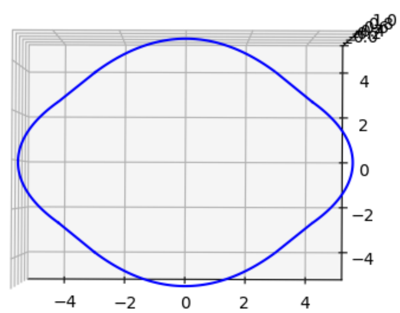

Figure 3: Curva del mortero con Bezier

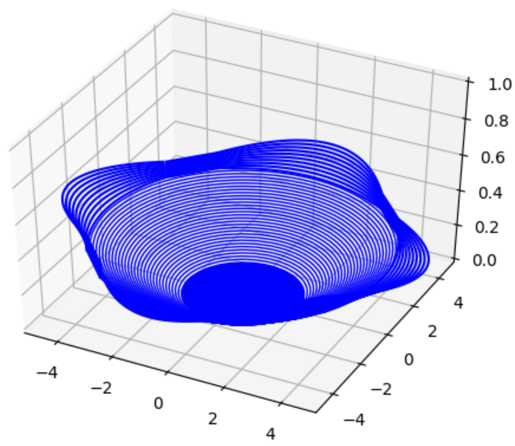

Figure 4: Vista isometrica de la figura

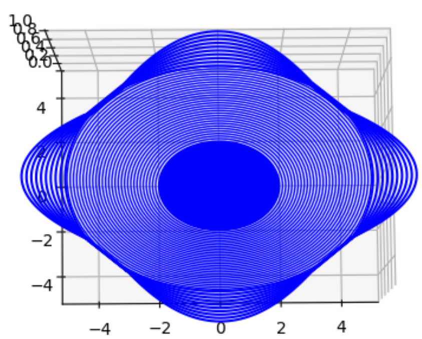

Figure 5: Vista superior de la figura

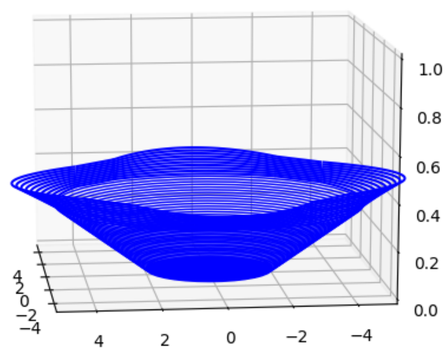

Figure 6: Vista lateral de la figura

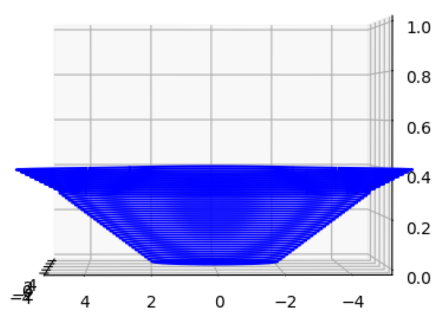

Figure 7: Vista frontal de la figura