# Matemáticas para Bioestadística

*Tarea 4*

*Juan Cantero Jimenez*

*16 de noviembre, 2021*

**1.** *Responde a las siguientes cuestiones. Puedes utilizar material de consulta, pero redacta las respuestas usando tus propias palabras.*

*a ¿Qué es una recta secante a una curva?*

*b ¿Qué es una recta tangente a un curva?*

*c ¿Qué es la pendiente de una recta?*

*d Explica la diferencia entre la tasa de variación media y la tasa de variación instantánea de una función en un punto.*

*e ¿Qué es la función derivada de una función?*

*f Explica la relación existente entre el valor de la derivada en un punto y las propiedades de crecimiento y decrecimiento de la función.*

a Una recta secante a una curva es aquella que corta a la curva en dos o mas puntos.

b Una recta tangente a una curva es aquella que corta a la curva en un solo punto.

c La pendiente de una recta da cuenta de la inclinación de esta sobre el eje de abscisas.

d La tasa de variación media se define en un **intervalo** y puede ser interpretado como el cambio medio en todos los puntos de ese intervalo que sufre la función. Así la tasa de variación instantánea se define en un **punto** y representa la variación de la función en ese punto. La tasa de variación instantánea es el **límite** de la tasa de variación media cuando la longitud del intervalo tiende a cero.

e La función derivada de una función es aquella que asocia para cada valor de la variable independiente la tasa de variación instantánea en ese punto.

f Si la derivada de una función es positiva en ese punto, la función esta creciendo en ese punto, mientras que si este valor es negativo la función decrece en dicho punto.

**2.** *Ayudándote de las tablas de derivadas y de las reglas de derivación, calcula las derivadas de las siguientes funciones:*

a $f(x) = \frac{x^2}{x} = x;\ f'(x) = 1$

b $f(x) = \frac{x^3+2x+1}{x+1};\ f'(x) = \frac{(3x^2+2)(x+1)-(x^3+2x+1)}{(x+1)^2} = \frac{2x^3+3x^2+1}{(x+1)^2}$

c $f(x) = \log(x)e^x;\ f'(x) = \frac{1}{x}e^x + \log(x)e^x = e^x(\frac{1}{x} + \log(x))$

d $f(x) = e^{\sin(x)};\ f'(x) = e^{\sin(x)}\cos(x)$

e $f(x) = \log(x^2 + cos(x^2));\ f'(x) = \frac{2x-\sin(x^2)2x}{x^2+\cos(x^2)} = \frac{2x(1-\sin(x^2))}{x^2+\cos(x^2)}$

f $f(x) = \sin(x)(x+1)^2;\ f'(x) = \cos(x)(x+1)^2 + \sin(x)2(x+1) = (x+1)(\cos(x)(x+1) + 2\sin(x))$

g $f(x) = \sin(x^2) + \cos(x^2);\ f'(x) = 2x\cos(x^2) - 2x\sin(x^2) = 2x(\cos(x^2) - \sin(x^2))$

h $f(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x) = 1;\ f'(x) = 0$

i $f(x) = \frac{\log(x^2+1)}{(x^2+1)};\ f'(x) = \frac{2x - \log(x^2+1)2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x(1-\log(x^2+1))}{(x^2+1)^2}$

**3.** *Comprueba los resultados del ejercicio anterior utilizando R.*

Para comprobar los resultados del ejercicio anterior se ha recurrido a la definición de derivada:

$$f'(x) = \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

Este valor se calculara de forma aproximada como:

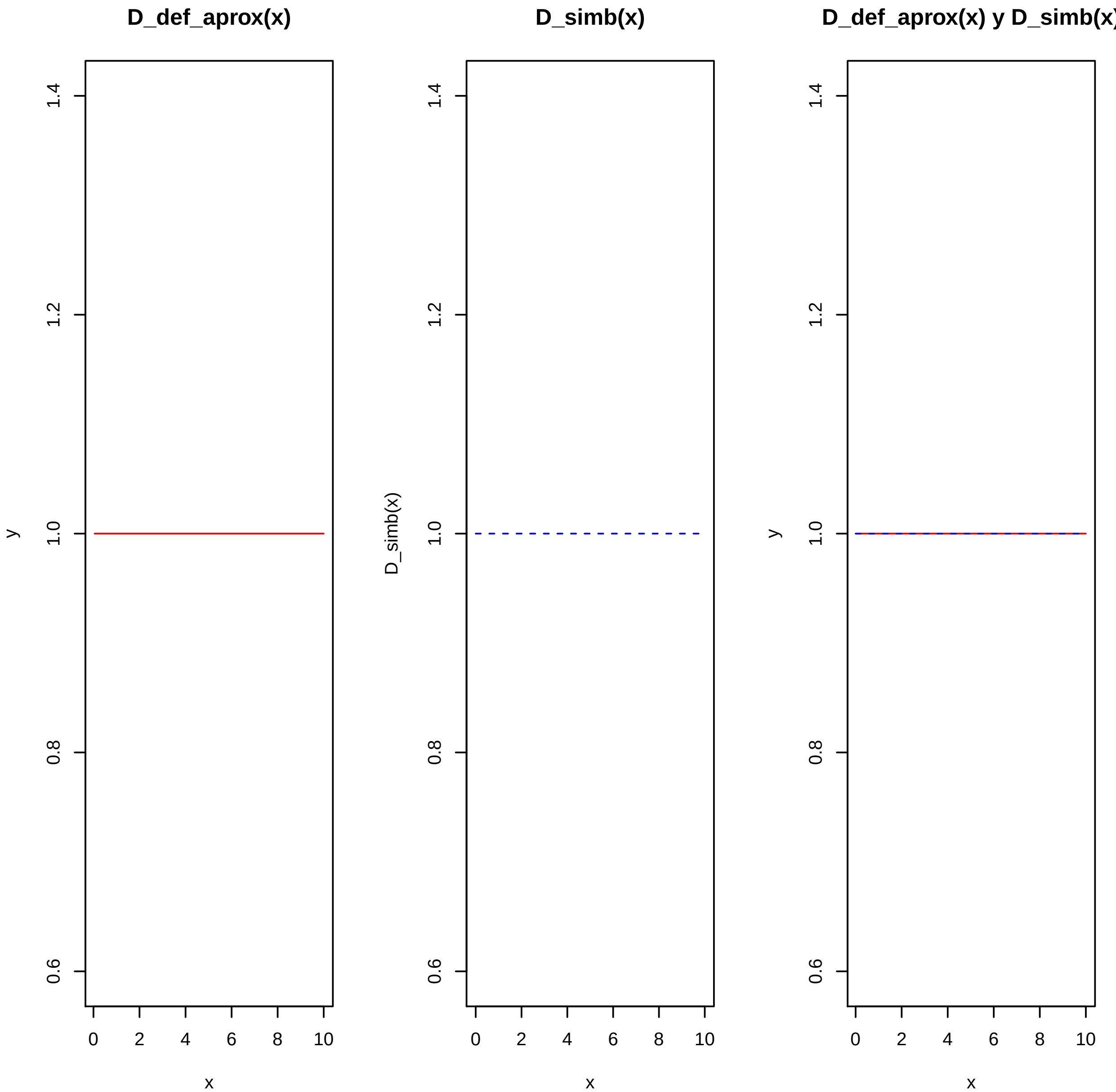
$$f'(x) \approx \frac{f(x+h)-f(x)}{h}\ si\ h\ <<<<\ 0$$

Se ha tomado un valor arbitrario de $h = 10^{-5}$. Puesto que se trata de un método aproximado, se ha calculado también el error cuadrático medio y el error absoluto en el intervalo.

```
MSR <- function(y,y_hat){
 if (length(y)==length(y_hat)){
    return(mean((y-y_hat)^2))
 }
}#Se define una función para calcular el error cuadrático medio
EA <- function(y,y_hat){
  sum(abs(y-y_hat))
}#se define una función para calcular el error absoluto en el intervalo
```

a $f(x) = \frac{x^2}{x} = x;\ f'(x) = 1$

```
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){ (x^2)/x }
  stepp <- (1/100000)
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ rep(1,length(x))}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```

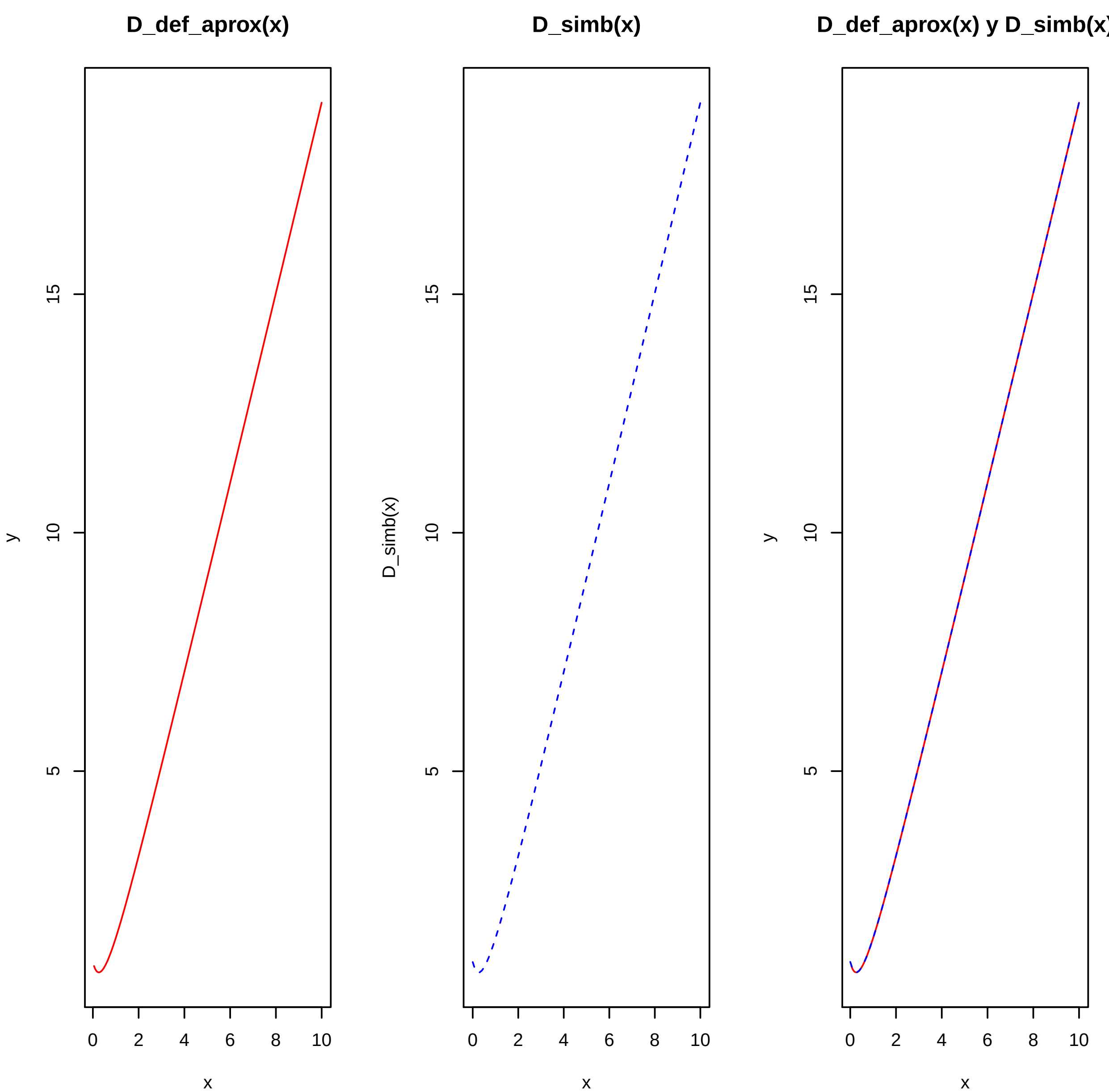



```
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 1.533412e-21

#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 6.05848e-09
```

b $f(x) = \frac{x^3+2x+1}{x+1}$; $f'(x) = \frac{(3x^2+2)(x+1)-(x^3+2x+1)}{(x+1)^2} = \frac{2x^3+3x^2+1}{(x+1)^2}$

```
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){ ( ((x^3)+2*x+1)/(x+1)  )}
  stepp <- (1/100000)
```

```r
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ ((2*x^3)+(3*x^2)+1)/((x+1)^2)}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```



```r
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))
```

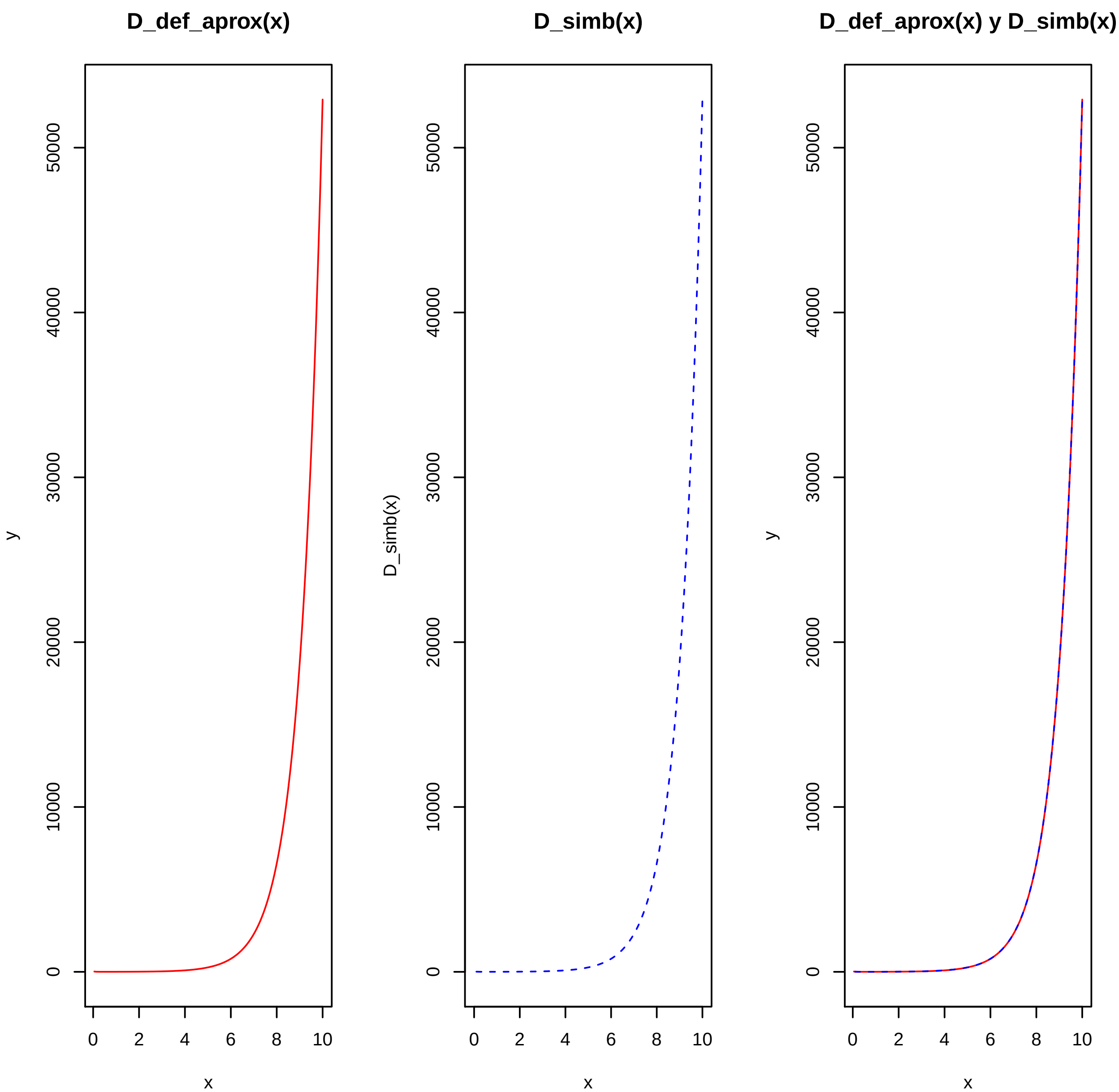
```
## [1] 8.818408e-11
```

```r
#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))
```

```
## [1] 0.001845877
```

c $f(x) = \log(x)e^x$; $f'(x) = \frac{1}{x}e^x + \log(x)e^x = e^x(\frac{1}{x} + \log(x))$

```r
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){ log(x)*exp(x)}
  stepp <- (1/100000)
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ exp(x)*((1/x)+log(x))}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```

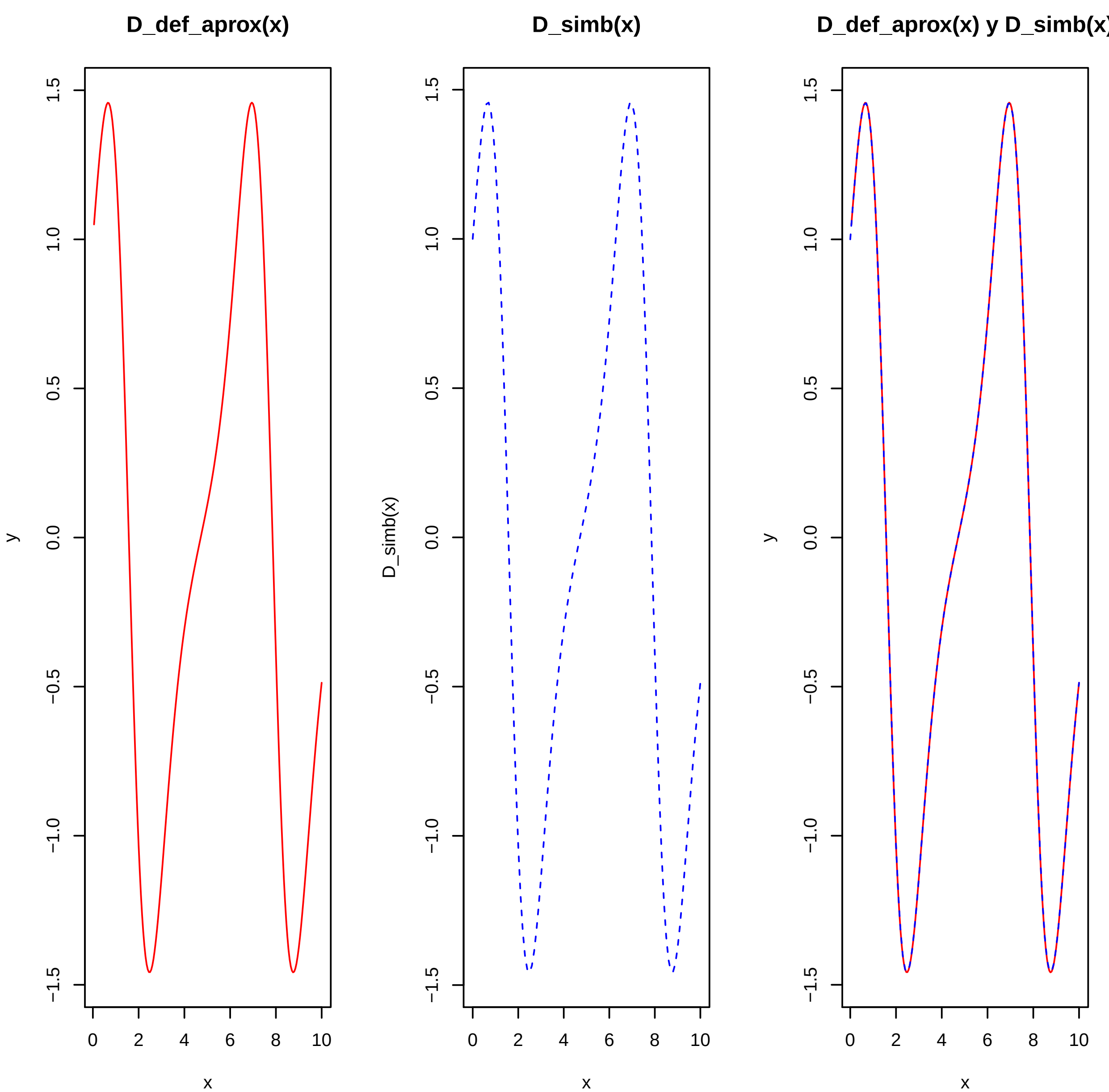



```r
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 0.003832465

#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 5.433064
```

d $f(x) = e^{\sin(x)}$; $f'(x) = e^{\sin(x)}\cos(x)$

```r
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){ exp(sin(x))}
  stepp <- (1/100000)
```

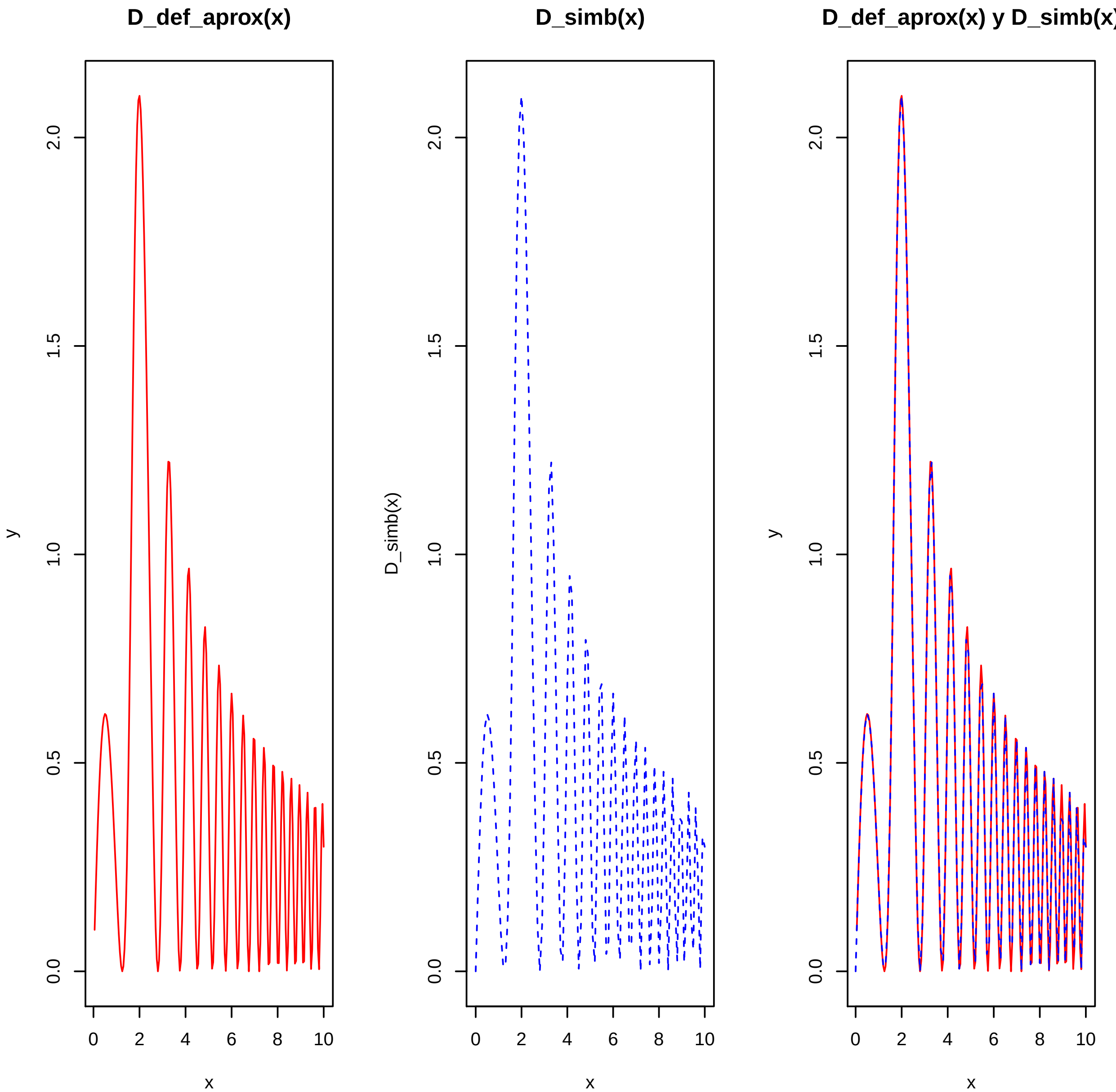
```
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ exp(sin(x))*cos(x)}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```



```r
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 3.878526e-11

#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 0.001017383
```

e $f(x) = \log(x^2 + cos(x^2))$; $f'(x) = \frac{2x - \sin(x^2)2x}{x^2+\cos(x^2)} = \frac{2x(1-\sin(x^2))}{x^2+\cos(x^2)}$

```r
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){ log((x^2)+cos(x^2))}
  stepp <- (1/100000)
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ ((2*x)*(1-sin(x^2)))/((x^2)+cos(x^2))}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```

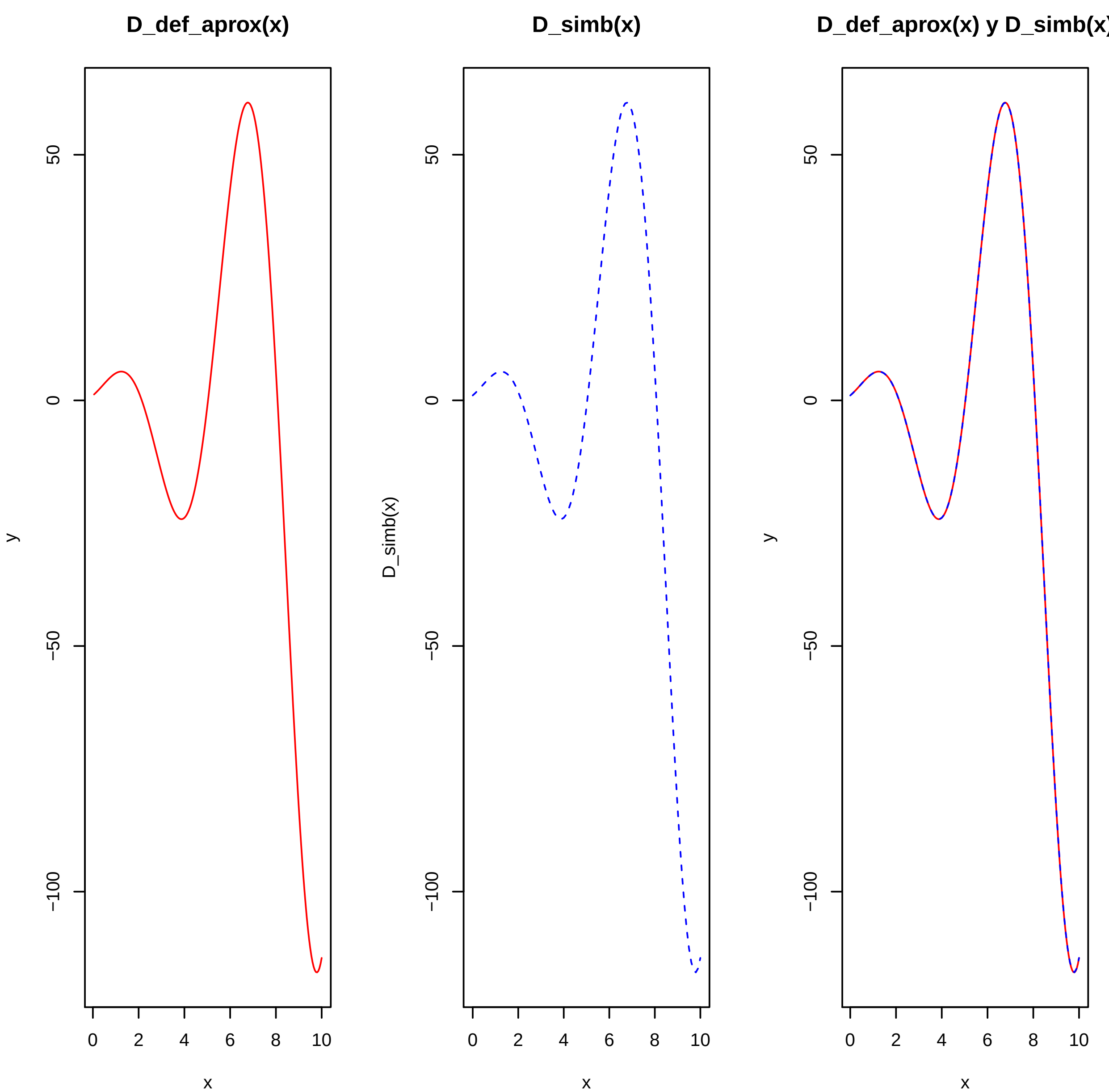



```
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 1.846273e-10

#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 0.002380696
```

f $f(x) = \sin(x)(x+1)^2$; $f'(x) = \cos(x)(x+1)^2 + \sin(x)2(x+1) = (x+1)(\cos(x)(x+1) + 2\sin(x))$

```
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){ sin(x)*((x+1)^2)}
  stepp <- (1/100000)
```

```
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ (x+1)*(cos(x)*(x+1)+sin(x)*2)}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```



```r
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))
```

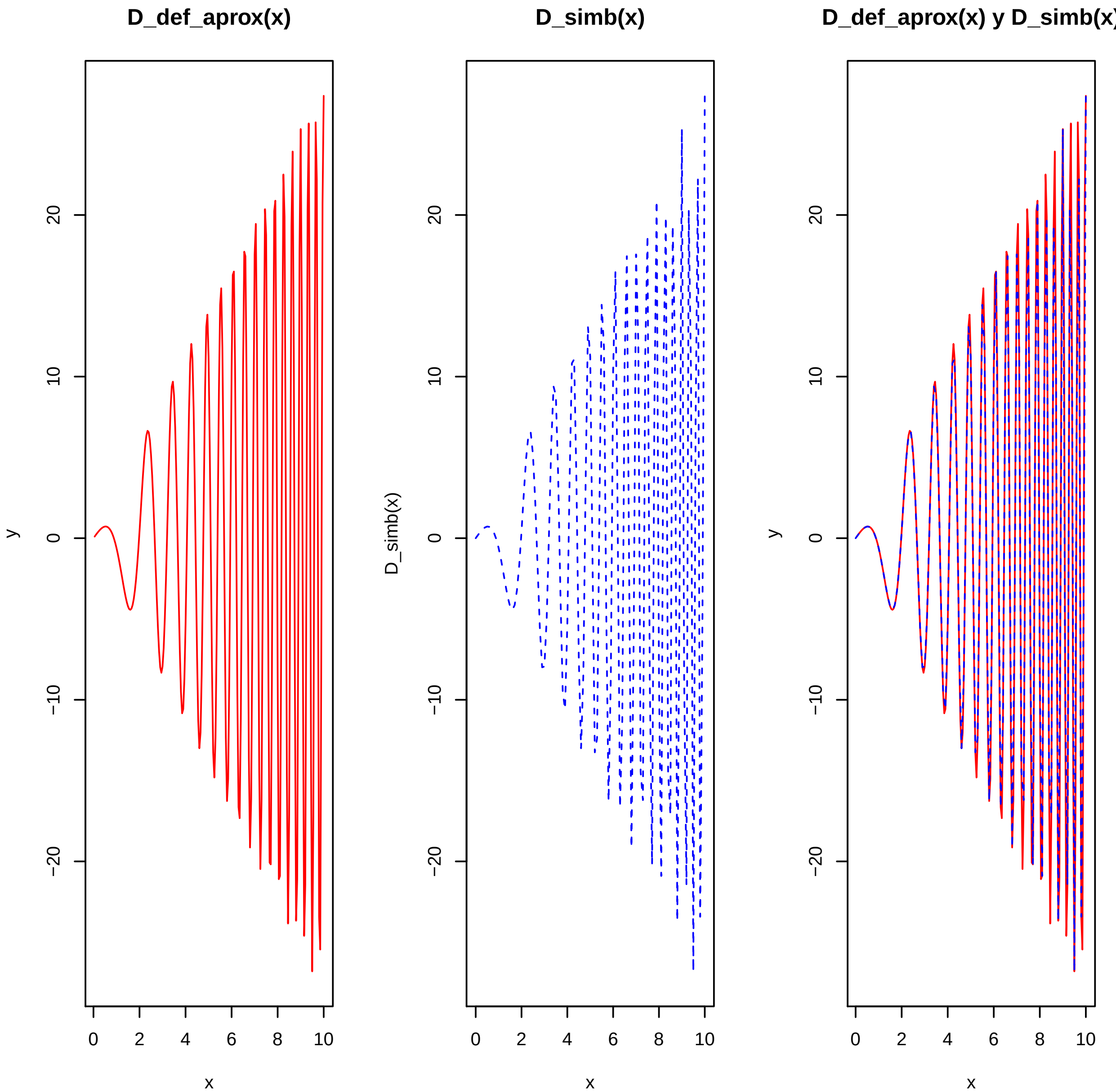
```
## [1] 4.144022e-08
```

```r
#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))
```

```
## [1] 0.03004205
```

g $f(x) = \sin(x^2) + \cos(x^2)$; $f'(x) = 2x\cos(x^2) - 2x\sin(x^2) = 2x(\cos(x^2) - \sin(x^2))$

```r
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){sin(x^2)+cos(x^2) }
  stepp <- (1/100000)
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ 2*x*(cos(x^2)-sin(x^2))}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```

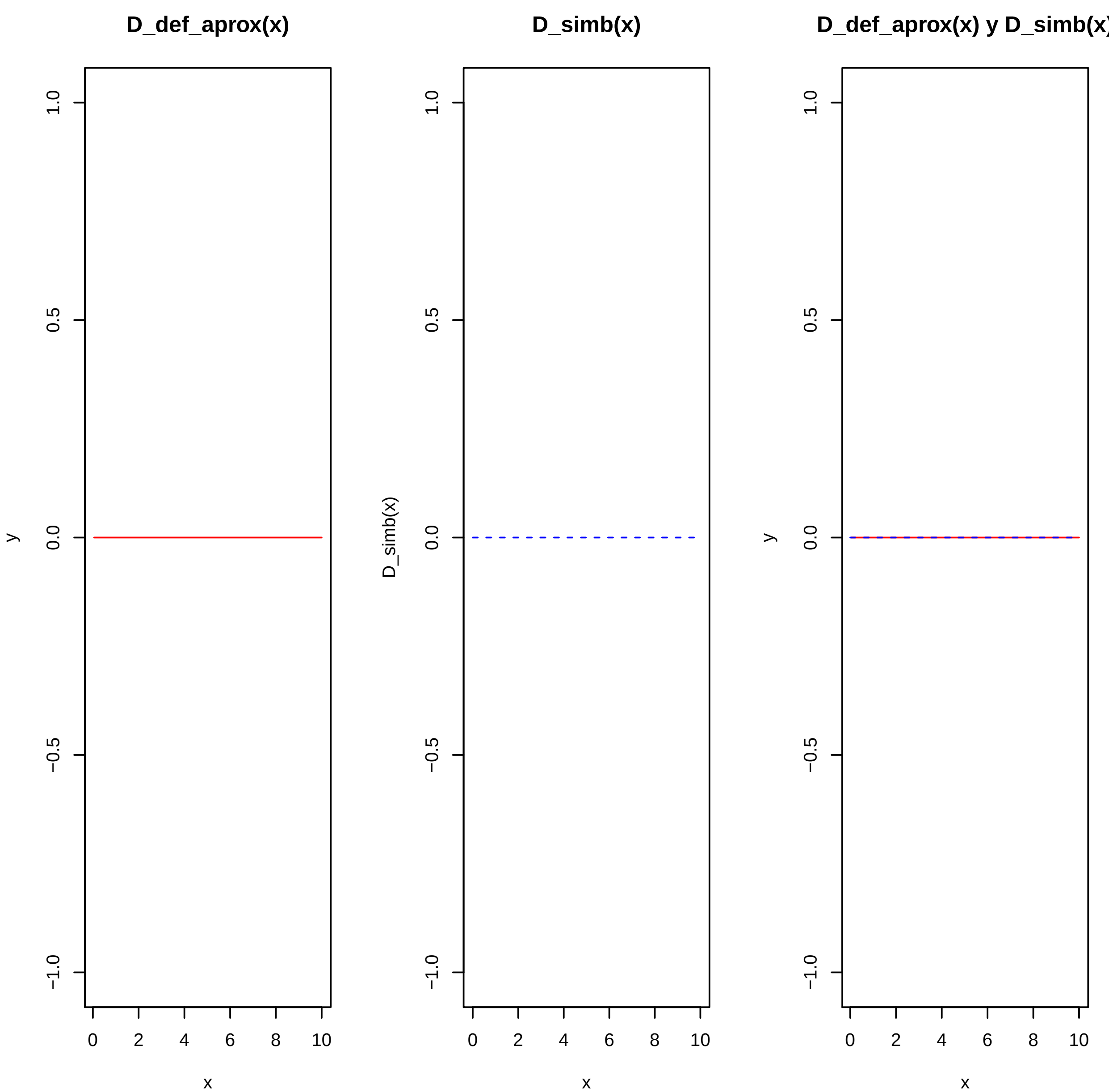



```
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 7.98174e-07

#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 0.1212327
```

h $f(x) = \sin^2(x) + \cos^2(x) = 1;\ f'(x) = 0$

```
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){(sin(x)^2)+(cos(x)^2)  }
  stepp <- (1/100000)
```

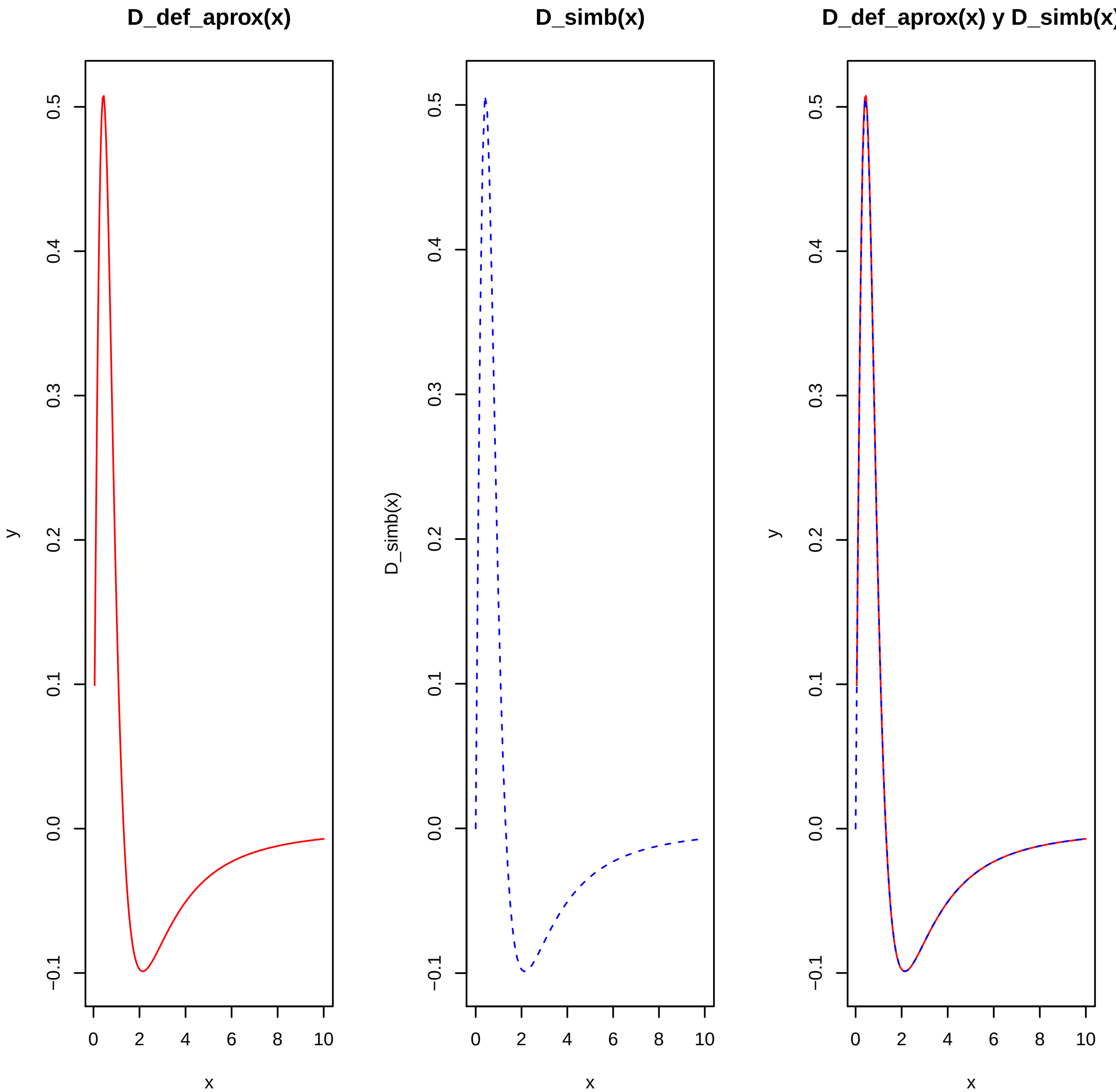
```r
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){ rep(0,length(x))}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```



```r
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 8.689796e-23

#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 1.010303e-09
```

i $f(x) = \frac{\log(x^2+1)}{(x^2+1)}$; $f'(x) = \frac{2x-\log(x^2+1)2x}{(x^2+1)^2} = \frac{2x(1-\log(x^2+1))}{(x^2+1)^2}$

```r
D_def_aprox <- function(i){
  f <- function(x){log((x^2)+1)/((x^2)+1)  }
  stepp <- (1/100000)
  return((f(i+stepp)-f(i))/stepp)
}#Se define la función D_def que calcula la derivada dela función f definida
#internamente mediante la definición de derivada.
x <- (1:200)/20
y <- round(D_def_aprox(x),5)
par(mfrow=c(1,3))
D_simb <- function(x){  (2*x*(1-log((x^2)+1)))/(x^2+1)^2}
#Se define la derivada obtenida de forma analítica.
plot(x,y,type="l",col="red")
title(main="D_def_aprox(x)")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2)
title(main="D_simb(x)")
plot(x,y,type="l",col="red")
curve(D_simb(x),0,10,col="blue",lty=2,add=TRUE)
title(main="D_def_aprox(x) y D_simb(x)")
```




```r
#Se calcúla el error cuadrático medio.
MSR(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 2.558875e-12

#Se calcúla el error absoluto en el intervalo 1,10
EA(D_simb(x),D_def_aprox(x))

## [1] 0.0001158852
```