Universidad Nacional del Altiplano - Puno

Facultad de Ingeniería Estadística e Informática

Métodos de Optimización

Unidad-II Trabajo Encargado - N° 001 Programacion no Lineal

Docente: Fred Torres Cruz

Autor: Juan Carlos Anquise Vargas

Código: 191062

22 de noviembre de 2024

1. Ejercicio N°1

Demuestre que la función f(x) = 3x + 2 es convexa en R

1.1. Solución paso a mano:

La segunda derivada de una función lineal es cero: $f'(x) = 3; f''(x) = 0$.

Dado que $f''(x) >= 0$ en todo R, la función es convexa.

1.2. En Python con Streamlit:

```
import streamlit as st
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Función lineal
def f(x):
    return 3*x + 2

# Configuración de Streamlit
st.title("Convexidad de la función f(x) = 3x + 2")
x = np.linspace(-10, 10, 100)
y = f(x)

# Graficar
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(x, y, label="f(x) = 3x + 2")
plt.title("Función lineal y su convexidad")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.legend()
st.pyplot(plt)
```

2. Ejercicio N°2

Verifique si la función $f(x) = x^3$ es convexa, cóncava o ninguna de las dos en el intervalo $[0, infinito)$.

2.1. Solución paso a mano

Derivadas: $f'(x) = 3x^2, f''(x) = 6x$

La segunda derivada $f''(x)$ es: > 0 para $x > 0$: convexa.

$= 0$ para $x = 0$: Punto de inflexión.

por lo tanto, $f(x)$ es convexa en $(0, infinito)$.

2.2. En Python con Streamlit:

```
def f(x):
    return x**3

def f_second_derivative(x):
    return 6*x

st.title("Convexidad de f(x) = x^3")
x = np.linspace(-2, 2, 100)
y = f(x)
second_derivative = f_second_derivative(x)

plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(x, y, label="f(x) = x^3")
plt.plot(x, second_derivative, label="f''(x) = 6x", linestyle="--")
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.title("Convexidad y Concavidad de f(x) = x^3")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.legend()
st.pyplot(plt)
```

3. Ejercicio N°3

Sea $f(x) = e^{2x}$. Demuestre que f(x) es una función convexa en R utilizando el criterio de la segunda derivada.

- Derivada: $f'(x) = 2e^{2x}$, $f''(x) = 4e^{2x}$
- Como $f''(x) > 0$ en todo R, $f(x)$ es convexa.

3.1. En Python con Streamlit:

```
def f(x):
    return np.exp(2*x)

def f_second_derivative(x):
    return 4*np.exp(2*x)

st.title("Convexidad de f(x) = e^(2x)")
x = np.linspace(-2, 2, 100)
y = f(x)
second_derivative = f_second_derivative(x)

plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(x, y, label="f(x) = e^(2x)")
plt.plot(x, second_derivative, label="f''(x) = 4e^(2x)", linestyle="--")
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.title("Convexidad de f(x) = e^(2x)")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.legend()
st.pyplot(plt)
```

4. Ejercicio N°4

Considere la función $f(x) = ln(x)$ definida en (0, infinito).

- Determine si $f(x)$ es convexa o cóncava en su dominio.
- Justifique su respuesta utilizando las propiedades de la segunda derivada.

4.1. Solución paso a mano:

- Derivadas: $f'(x) = 1/x$, $f''(x) = -1/x^2$.
- Como $f''(x) < 0$, $f(x)$ es cóncava.

4.2. En Python con Streamlit:

```
def f(x):
    return np.log(x)

def f_second_derivative(x):
    return -1/x**2

st.title("Concavidad de f(x) = ln(x)")
x = np.linspace(0.1, 5, 100)
y = f(x)
second_derivative = f_second_derivative(x)

plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(x, y, label="f(x) = ln(x)")
plt.plot(x, second_derivative, label="f''(x) = -1/x^2", linestyle="--")
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.title("Concavidad de f(x) = ln(x)")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.legend()
st.pyplot(plt)
```

5. Ejercicio N°5:

Sea $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

- Encuentre los intervalos en los que f(x) es convexa y los intervalos en los que es cóncava.
- Determine los puntos de inflexi´on de f(x).

5.1. Solución paso a mano:

- Derivadas: $f'(x) = 4x^3 - 4x$, $f''(x) = 12x^2 - 4$.
- Resolver: $f''(x) = 0$: $x = +-\sqrt{1/3}$
- Intervalos:
- $f''(x) > 0$: $|x| > \sqrt{1/3} -->$ Convexa.
- $f''(x) < 0$: $|x| < \sqrt{1/3} -->$ Cóncava.

5.2. En Python con Streamlit:

```
def f(x):
    return x**4 - 2*x**2 + 1

def f_second_derivative(x):
    return 12*x**2 - 4

st.title("Convexidad y Concavidad de f(x) = x^4 - 2x^2 + 1")
x = np.linspace(-2, 2, 100)
y = f(x)
second_derivative = f_second_derivative(x)

plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(x, y, label="f(x) = x^4 - 2x^2 + 1")
plt.plot(x, second_derivative, label="f''(x) = 12x^2 - 4", linestyle="--")
plt.axhline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.axvline(0, color='black', linewidth=0.8)
plt.title("Convexidad y Concavidad de f(x)")
plt.xlabel("x")
plt.ylabel("f(x)")
plt.legend()
st.pyplot(plt)
```

esta última parte le muestro el URL de mi GITHUB: HAGA CLICK EN

Programación no lineal

Figura 1: Programación no lineal