

# MODELO DE REGRESIÓN DE UN PROCESO DE FITORREMEDIACIÓN DE AGUAS RESIDUALES.

Juan Carlos Mariño Morantes

Jorge Luis Oñate Hernández

Correo: [juan.marino.morantes@gmail.com](mailto:juan.marino.morantes@gmail.com), [jorgeluisonate14@gmail.com](mailto:jorgeluisonate14@gmail.com)

Universidad Pontificia Bolivariana Seccional Bucaramanga

## I. RESUMEN

El desecho de las aguas residuales para las viviendas ubicadas en zonas rurales de difícil acceso por sus condiciones geográficas resulta complicado por no tener acceso a la red de alcantarillado que conduce a plantas de tratamiento adecuadas. Es por esto, que estas viviendas ubicadas en dichas zonas optan por el uso de pozos sépticos donde desechan sus aguas residuales y ocurre la separación de sustancias. Posteriormente cuando los pozos sépticos son llenos a su máxima capacidad se liberan dichas aguas residuales al ambiente siendo potencial de gran contaminación.

Este hecho mencionado anteriormente, ocurre en la vereda palmichal ubicada junto a la Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga donde por el difícil acceso para la descarga de los pozos sépticos se depositan las aguas residuales produciendo efectos negativos sobre la vereda palmichal. Por los problemas anteriormente mencionado, se han desarrollado nuevos métodos para mitigar los efectos contaminantes de las aguas residuales y uno de ellos es la fitorremediación el cual aprovecha las propiedades de algunas plantas para mejorar la calidad de las aguas contaminadas.

El proceso de fitorremediación fue implementado en la vereda palmichal por la facultad de ingeniería ambiental de la Universidad Pontificia Bolivariana. Este estudio pretende utilizar las medidas resultantes de este proceso para proyectar los comportamientos futuros de estos indicadores con el uso de métodos numéricos para la futura toma de decisiones en planes ambientales.

## II. PALABRAS CLAVE

Fitorremediación, aguas residuales, pozos sépticos, métodos numéricos, interpolación, datos atípicos, regresión, complejidad temporal.

## III. INTRODUCCIÓN

En la actualidad las viviendas ubicadas dentro de grandes ciudades cuentan con servicios de desagüe el cual conduce los residuos a una planta de tratamiento adecuada para estos. Sin embargo, las viviendas ubicadas en zonas rurales donde no tiene cobertura dicho desagüe tienen que optar por alternativas para depositar sus aguas negras. [1] La mejor solución a este problema para este tipo de viviendas son los pozos sépticos

donde ocurre la separación de los desechos orgánicos que esas aguas contienen. [2]

Estos pozos sépticos deben ser vaciados regularmente y su contenido debería ser transportado a una planta de tratamiento residual, dicho transporte se realiza con carros-tanque. Sin embargo, existen zonas rurales donde este tipo de vehículos no tienen acceso por sus condiciones geográficas. Es por esto, que algunas viviendas deciden desechos el contenido de sus pozos sépticos cuando estos se encuentren llenos al medio ambiente, teniendo un gran potencial de contaminación en zonas como suelos, aire y agua donde dichos residuos puedan depositarse. [3]

El hecho de que estos residuos puedan contaminar es preocupante ya que, los pozos sépticos entonces no estarían cumpliendo su propósito y aparte se estaría viendo afectado el medio ambiente. Este caso se presenta en zonas rurales cercanas a la Universidad Pontificia Bolivariana seccional Bucaramanga donde los desechos están afectando la fuente hídrica “Quebrada Palmichal”, Es por esto por lo que la Facultad de Ingeniería Ambiental puso en marcha una iniciativa para tratar de disminuir los niveles de contaminación causados por lo mencionado anteriormente.

La iniciativa consiste en hacer circular dichas aguas por otros tanques de almacenamiento destinados a la fitorremediación antes de ser desechados y así bajar los niveles de contaminación de estas. La fitorremediación es una técnica que aprovecha la capacidad de algunas plantas para absorber, acumular, metabolizar o estabilizar contaminantes presentes en el suelo, aire, agua o sedimentos. [4] Actualmente, los tanques ubicados en las cercanías del campus contienen pasto vetiver como medio para ejecutar la fitorremediación. [5]

En estos tanques se ubican sondas con sensores que miden constantemente las propiedades fisicoquímicas del agua como pH, los sólidos en suspensión, la temperatura, etc. Con estas medidas se controlan los niveles de contaminación de las aguas residuales a través del tiempo. Los datos obtenidos de dicho proceso son almacenados, pero no son estudiados como el gran conjunto de datos que son, sino que se observan aleatoriamente para comprobar si el resultado del proceso es efectivo. Es por esto, que la Facultad de Ingeniería de Sistemas en sus capacidades de analizar grandes volúmenes de datos para obtener comparaciones y/o proyecciones de comportamientos por medio de los métodos numéricos decide realizar un proyecto en conjunto con la facultad de ingeniería ambiental

con el que se puedan aplicar los conocimientos mencionado a estos volúmenes de datos y de esta manera, tratar de establecer futuros comportamientos de estas aguas para saber si se podrían emplear en otras tareas como el riego. [1]

#### IV. MATERIALES Y METODOS

##### Las aguas residuales y sus efectos contaminantes

La falta de plantas de tratamiento de aguas residuales en algunas zonas geográficas ocasiona, grandes desechos contaminantes que hacen mucho daño al medio ambiente. [6] La mayoría de esas aguas son descargadas en los ríos, mares, lagos, suelos, subsuelo, esto por medio de los pozos sépticos y rellenos sanitarios.

La primera prioridad que demanda una comunidad es el suministro de agua, con calidad adecuada y cantidad suficiente. Con esto se crea un objetivo menos importante que consiste en la adecuada eliminación de las aguas ya utilizadas que luego se convierten en portantes de muchas enfermedades y contaminantes para el ambiente.

Las aguas residuales depositadas en corrientes superficiales (lagos, ríos, mares, etc.) sin ningún tratamiento, ocasionan graves inconvenientes de contaminación que afectan la flora y la fauna. Estas aguas residuales, antes de ser depositadas en su destino antes mencionado, deben recibir un tratamiento adecuado, capaz de modificar sus condiciones para evitar que su depósito cause problemas.

##### Pozos sépticos

Los pozos sépticos es la opción para el tratamiento de aguas residuales del hogar mas utilizada. En los pozos sépticos ocurre la separación de los desechos orgánicos que esas aguas contienen. [2] Aun siendo este un mecanismo no tan higiénico, sigue siendo la solución de muchas personas que tienen sus hogares fuera de la red pública de aguas residuales.

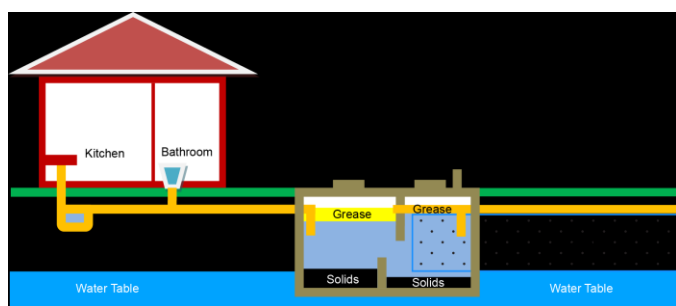


Figura1. Representación pozos sépticos.

Tomado de: [http://www.biodyne-bogota.com/agr\\_Pozo\\_Septico.html](http://www.biodyne-bogota.com/agr_Pozo_Septico.html).

Los pozos sépticos son capaces en una operación sencilla de retener de retener la mayor parte de compuestos como arenas, grasas y materias sedimentables, pero poseen un bajo rendimiento en la reducción de materia inorgánica, por lo que esta técnica siempre necesitara un tratamiento futuro para darle

condiciones adecuadas a las aguas para ser liberadas al ambiente.

##### La fitorremediación

La fitorremediación es un proceso en el cual se emplean las plantas y sus microorganismos asociados para la mejora funcional y recuperación de aire, aguas y suelos contaminados. La técnica de fitorremediación aprovecha la capacidad de algunas plantas para absorber, acumular, metabolizar, volatizar o estabilizar contaminantes presentes como metales pesados, elementos radiactivos, compuestos orgánicos y compuestos derivados del petróleo. [4]



Figura2. Pistia stratiotes (fitorremediación en agua)

Tomado de: <https://agriculturers.com/la-fitorremediacion-plantas-para-tratar-la-contaminacion-ambiental/>

Mientras que los métodos convencionales pueden alterar de manera irreversible las propiedades del suelo, el agua y de los seres vivos que viven en ellos, suelen ser muy costosos y tienen una limitada eficacia, la fitorremediación se presenta como una alternativa sustentable, de bajo costo y con una alta aplicabilidad para la rehabilitación de ambientes afectados por contaminación natural y antropogénica.

##### pH

El pH es el indicador para conocer parte de la calidad del agua, este indica la acidez o alcalinidad, en este caso de un líquido como es el agua. Las mediciones de pH se ejecutan en una escala de 0 a 14, con 7.0 considerado como neutro. Las soluciones con un pH inferior a 7.0 se consideran ácidos. Las soluciones con un pH por encima de 7.0 hasta 14.0 se consideran bases o alcalinos. Todos los organismos están sujetos a la cantidad de la acidez del agua y funcionan mejor dentro de un rango determinado. [7]

La escala de pH es logarítmica, por lo que cada cambio de la unidad del pH en realidad representa un cambio de diez veces en la acidez. En otras palabras, pH 6.0 es diez veces más ácido que el pH 7.0; pH 5 es cien veces más ácido que el pH 7.0.



Figura3. Escala pH.

Tomado de: <https://www.carbotecnia.info/encyclopedia/ques-el-ph-del-agua/>

### Los sólidos totales disueltos en el agua (TDS)

Son compuestos inorgánicos que se encuentran en el agua, como sales, metales pesados y algunos rastros de compuestos orgánicos que se disuelven en el agua. Algunos de estos compuestos o sustancias pueden ser esenciales para la vida, sin embargo, puede ser perjudicial cuando se toman más de la cantidad deseada que necesita el cuerpo. [8]

Una alta concentración de TDS es un indicador que contaminantes dañinos, como hierro, manganeso, sulfato, bromuros y arsénico, también pueden estar presentes en el agua. A nivel técnico no se considera que pueda ser peligroso para la salud, aunque nos puede dar una indicación para analizar el agua y comprobar si alguna de esas sustancias si pudiera ser peligrosa.

### Conductividad eléctrica en el agua

#### La relación entre TDS y la conductividad eléctrica (EC) del agua.

Ya que es difícil medir los sólidos disueltos totales en el campo, se utiliza la conductividad eléctrica del agua como una medida del TDS. La conductividad eléctrica del agua puede ser determinada de una manera rápida y económica del agua como una medida del TDS. La conductividad eléctrica refleja la capacidad del agua para conducir corriente eléctrica, y está directamente relacionada con la concentración de sales disueltas en el agua. Por lo tanto, la conductividad está relacionada con TDS. [9]

La conversión del TDS a la conductividad eléctrica puede ser realizada mediante la siguiente relación:

$$TDS(ppm) = 0.64 \times EC(\mu S/cm)$$

Nótese que esta es una relación aproximada

Las sales en el agua se disuelven en iones con carga positiva e iones con carga negativa, que conducen electricidad. El agua destilada no contiene sales disueltas y, por lo tanto, no conduce la electricidad y tiene una conductividad eléctrica de cero.

Sin embargo, cuando la concentración de las sales llega a un cierto nivel, la conductividad eléctrica ya no está directamente relacionada con la concentración de las sales en el agua. "Esto, porque se forman pares de iones. Los pares de iones debilitan la carga de uno al otro, de modo que, por encima de un cierto

nivel, un TDD más alto no resultara en una conductividad eléctrica mas alta". [9]

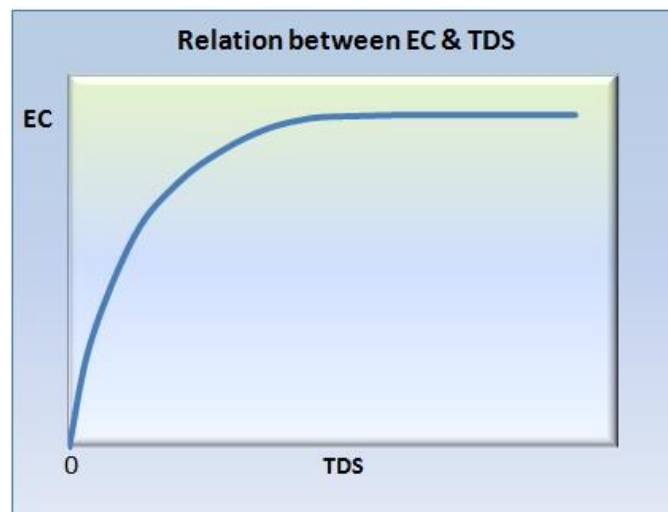


Figura4. Relación entre EC y TDS

Tomado de: <https://www.smart-fertilizer.com/es/articles/electrical-conductivity>

### Métodos numéricos

Un método numérico es "un procedimiento mediante el cual se obtiene, casi siempre de manera aproximada, la solución de ciertos problemas realizando cálculos puramente aritméticos y lógicos". [10] Un tal procedimiento consiste en una lista finita de operaciones algebraicas y lógicas, que producen o bien una aproximación depende, en parte, de la facilidad de implementación del algoritmo y de las características especiales y limitaciones de los instrumentos de cálculo.

La mayoría de los métodos matemáticos empleados en ingeniería utilizan variables continuas. Cuando queremos trasladar estos métodos al ordenador, para facilitar su resolución, nos encontramos con que en un ordenador no es posible realizar cálculos en variable continua de manera eficiente. El ordenador trabaja con una representación de información discreta. Los métodos numéricos se encargan de adaptar métodos matemáticos en variable continua a un sistema de representación de información discreto. En ocasiones, también se emplean métodos numéricos cuando no es posible obtener una solución analítica de un problema, o cuando el volumen de cálculos es demasiado grande para hacer un tratamiento manual.

### Detección de datos atípicos

Este método numérico consiste en encontrar y eliminar los datos atípicos. Un valor atípico es un dato que es considerablemente diferente a los otros datos de la muestra. Con frecuencia, los valores atípicos en un conjunto de datos pueden alertar a los estadísticos sobre las anomalías experimentales o los errores en las mediciones tomadas, y debido a esto puede que los descarten del conjunto de datos. Por eso, saber cómo calcular y evaluar los valores atípicos es

importante para asegurar la comprensión apropiada de los datos estadísticos. [11]

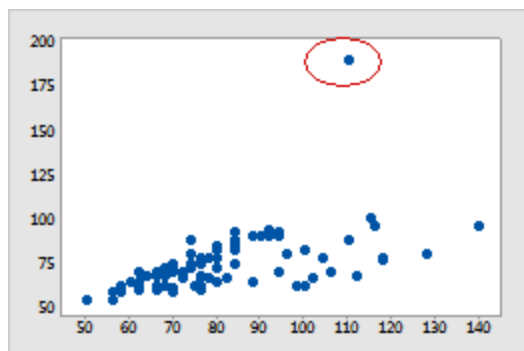


Figura5. Representación grafica de un dato atípico en una distribución de datos.

Tomado de: <https://support.minitab.com/es-mx/minitab/18/help-and-how-to/statistics/basic-statistics/supporting-topics/data-concepts/identifying-outliers/>

## Interpolación

Es el método mediante el cual se obtienen puntos nuevos partiendo del conocimiento de un conjunto discreto de puntos. Este método por lo general es utilizado para reemplazar datos atípicos por otros mas cercanos a la distribución y de esta forma, eliminar resultados inconsistentes en análisis posteriores. [12]

## Regresión

El método de regresión es una herramienta de frecuente uso en estadística que permite estudiar y valorar las relaciones entre diferentes variables cuantitativas tenidas en cuenta mediante la construcción de una ecuación. [13]

El método de regresión plantea un proceso o modelo en el cual se analiza la relación entre una variable dependiente (porque es influida por el resto) y una o varias variables independientes o fijas (las que influyen en el objeto de estudio). Gracias al método de regresión es posible entender el modo en que la dependiente es afectada por cambios de las variables independientes.

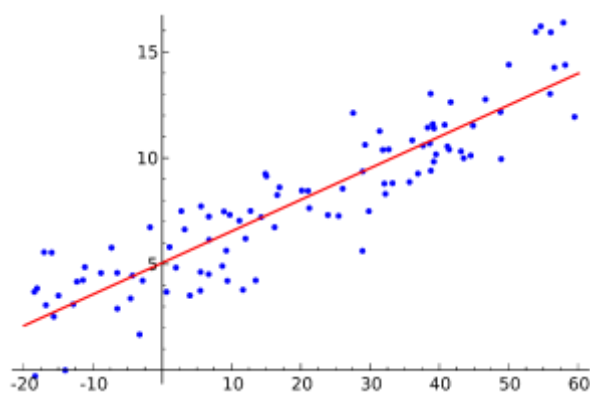


Figura6. Representación regresión de un conjunto de puntos.

Tomado de: <https://economipedia.com/definiciones/analisis-de-regresion.html>

## Rstudio

R es un entorno de programación basado en el lenguaje R. El lenguaje R es utilizado para el análisis estadístico y gráfico. Es un dialecto libre basado en el lenguaje S, desarrollado por Robert Gentleman y Ross Ihaka del Departamento de estadística de la universidad de Auckland en 1993. [14]

Además, R puede integrarse con distintas bases de datos y existen bibliotecas que facilitan su utilización desde lenguajes de programación interpretados como Perl, Python y Ruby. Y por supuesto existen proyectos que permiten utilizar R desde Java o .net. [14]

## Base de datos utilizada

Los datos utilizados para este proyecto fueron entregados por la doctora Sandra Correa, perteneciente a la facultad de ingeniería ambiental. La colección de datos (2041 datos) corresponde a las primeras tomas del proceso de fitorremediación ejecutado en la vereda palmichal entre los días 30 de enero y 6 de febrero del año 2019.

Date	Time	Temp [°C]	pH	EC[μS/cm]	TDS [ppt]
2019/01/30	12:48:04 p. m.	27.01	8.39	0	0.000
2019/01/30	12:53:04 p. m.	22.58	7.96	1476	0.738
2019/01/30	12:58:04 p. m.	22.50	7.94	1443	0.721
2019/01/30	1:03:04 p. m.	22.47	7.93	1430	0.715
2019/01/30	1:08:04 p. m.	22.46	7.92	1426	0.713
2019/01/30	1:13:04 p. m.	22.46	7.91	1435	0.717
2019/01/30	1:18:04 p. m.	22.46	7.80	1455	0.728
2019/01/30	1:23:04 p. m.	22.46	7.76	1468	0.734
2019/01/30	1:28:04 p. m.	22.46	7.77	1482	0.741
2019/01/30	1:33:04 p. m.	22.48	7.77	1498	0.749
2019/01/30	1:38:04 p. m.	22.48	7.73	1504	0.752
2019/01/30	1:43:04 p. m.	22.48	7.72	1503	0.752
2019/01/30	1:48:04 p. m.	22.49	7.72	1504	0.752
2019/01/30	1:53:04 p. m.	22.50	7.71	1506	0.753
2019/01/30	1:58:04 p. m.	22.51	7.70	1509	0.754
2019/01/30	2:03:04 p. m.	22.53	7.72	1507	0.754
2019/01/30	2:08:04 p. m.	22.58	7.72	1516	0.758
2019/01/30	2:13:04 p. m.	22.61	7.70	1526	0.763

Figura 7. Muestra de los datos utilizados

## V. RESULTADOS

### Algoritmos implementados.

- Detección de datos atípicos:** Para este algoritmo se utilizó el método cuantile del lenguaje R como ayuda en la detección de los limites permitidas para no considerarse dato atípico. Su complejidad temporal se ve caracterizada por la función quantile que es de complejidad  $O(n \log n)$  debido a que el resto de código representa una complejidad lineal.

```

B<-quantile(A)
QR<-B[4]-B[2]
MIN<-B[2]-(1.5*QR)
MAX<-B[4]+(1.5*QR)
estado<-0
C<-c()
for(i in 1:length(A)){
  if (A[i]<MIN || A[i]>MAX) {
    print("Numero atípico= ")
    print(A[i])
    print("En la posición= ")
    print(i)
    estado<-1
  }
}
if (estado == 0) {
  print("No hay numeros atípicos")
}

```



Figura8. Algoritmo de datos atípicos implementado en lenguaje R.

2. **Interpolación:** Para este algoritmo se implementó el método de interpolación de lagrange en grado 2. Su complejidad temporal es  $O(n)$  debido a que recorre el arreglo con un ciclo for y las operaciones de interpolación son constantes.

```
for (k in W) {
  inte=((k-X[valor])/X[1]-X[valor]))*((k-X[valor])/X[1]-X[valor]))*(Y[1])
  inte= inte+(((k-X[1])/X[valor]-X[1]))*((k-X[valor])/X[valor]-X[valor]))*(Y[1])
  inte= inte+(((k-X[valor])/X[valor]-X[valor]))*((k-X[1])/X[valor]-X[1]))*(Y[1])
  print("La interpolacion de: ")
  print(k)
  print("Es: ")
  print(inte)
}
```

Figura9. Fragmento de la ecuación de interpolación de lagrange grado2 implementada en lenguaje R.

3. **Regresión:** Para este algoritmo se implementó regresión polinómica de grado n y para resolver la matriz que arroja este método de regresión se utilizó Gauss-Jordan. La sección del algoritmo que realiza la regresión polinómica es de complejidad  $O(n^2)$  siendo n los datos a analizar y la sección que resuelve la matriz es de complejidad  $O(n^3)$  siendo n la dimensión de la matriz (orden de la regresión) a resolver.

```
#Arreglo para guardar las potencias de x
Arrayx<-c(length(x))
#Obtener la suma de las y
sumy<-0
for (k in 1:length(y)) {
  sumy<-sumy+y[k]
}
Arrayy<-c(sumy)
#solicitar orden de regresion
N<-scan()
#proceso calcular las potencias de x
for (i in 1:(N*2)) {
  acumul<-0
  W<-c()
  for (j in 1:length(x)) {
    acumul<-acumul+(x[j]^i)
    W<-c(acumul)
  }
  Arrayx<-c(Arrayx,W)
}
#Proceso calcular las y
for (i in 1:N) {
  acumul<-0
  W<-c()
  for (j in 1:length(x)) {
    acumul<-acumul+(x[j]^i)*y[j]
    W<-c(acumul)
  }
  Arrayy<-c(Arrayy,W)
}
#Proceso armar matriz
Arreglo<-c()
salto<-1
for (i in 1:(N+1)) {
  W<-c()
  for (j in salto:(salto+(N))) {
    W<-c(Arrayx[j])
    Arreglo<-c(Arreglo,W)
  }
  salto<-salto+1
}
Arreglo<-c(Arreglo,Arrayy)
Matriz<-matrix(Arreglo,ncol=(N+2),nrow = (N+1))
```

Figura10. Algoritmo de regresión polinómica grado n implementado en lenguaje R.

```
#Proceso resolver la matriz
A<-Matriz
a<-dim(A)[1]
b<-dim(A)[2]
B<-A
print("La matriz inicial es: ")
print(A)
for (i in 1:a) {
  #hacer diagonal de 1
  for (m in 1:a) {
    if (A[m,m] != 0) {
      x<-A[m,m]
      for (n in 1:b) {
        B[m,n]<-(A[m,n])/x
      }
    }
  }
  A<-B
  #fin hacer diagonal de 1
  for (j in 1:a) {
    if (j != i) {
      factor<-A[j,i]
      for (k in 1:b) {
        B[j,k]<-(B[j,k])-(A[i,k])*factor
      }
    }
  }
  A<-B
}
print("La matriz solución es:")
print(A)
```

Figura11. Algoritmo gauss-Jordan para la solución de matrices implementado en lenguaje R.

### Proyecciones realizadas

En esta etapa del proyecto se procedió a usar el algoritmo de regresión polinómica para obtener la ecuación de las regresiones e cada variable utilizada (Temperatura, pH, EC, TDS). Con cada una de las variables se analizó desde regresión orden 2 hasta regresión orden 11 para posteriormente escoger por medio del parámetro  $r^2$  (indica que porcentaje de los datos representa la regresión) la regresión más adecuada para cada conjunto de datos.

Adicionalmente, se tiene en cuenta que los datos tomados fueron medidos en lapsos de 5 min desde su inicio hasta su fin y las proyecciones fueron realizadas de 5 horas después del fin de las medidas.

### Temperatura

Para la temperatura la regresión más adecuada fue la orden 11 dando como resultado la siguiente ecuación y proyección:

$$y = 22.23 + (0.0437)x - (0.000592)x^2 + (3.32 \times 10^{-6})x^3 - (1.02 \times 10^{-8})x^4 + (1.91 \times 10^{-11})x^5 - (2.29 \times 10^{-14})x^6 + (1.8 \times 10^{-17})x^7 - (9.17 \times 10^{-21})x^8 + (2.93 \times 10^{-24})x^9 - (5.31 \times 10^{-28})x^{10} + (4.19 \times 10^{-32})x^{11}$$

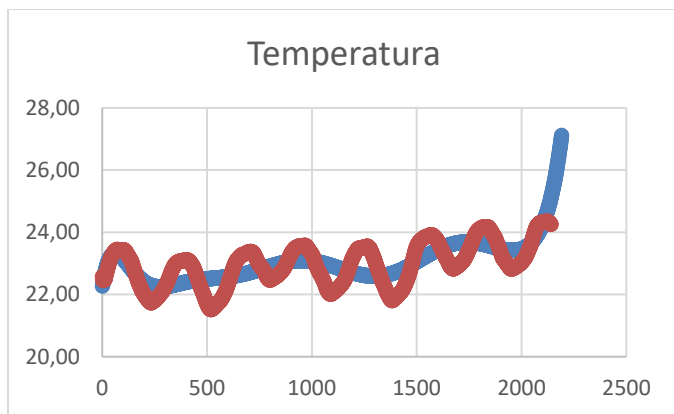


Figura12. Proyección variable temperatura.

### pH

Para el pH la regresión más adecuada fue la orden 9 dando como resultado la siguiente ecuación y proyección.

$$y = 7.72 - (5.97 \times 10^{-3})x + (4.4 \times 10^{-5})x^2 - (1.47 \times 10^{-7})x^3 + (2.8 \times 10^{-10})x^4 - (3.21 \times 10^{-13})x^5 + (2.27 \times 10^{-16})x^6 - (9.66 \times 10^{-20})x^7 + (2.27 \times 10^{-23})x^8 - (2.26 \times 10^{-27})x^9$$

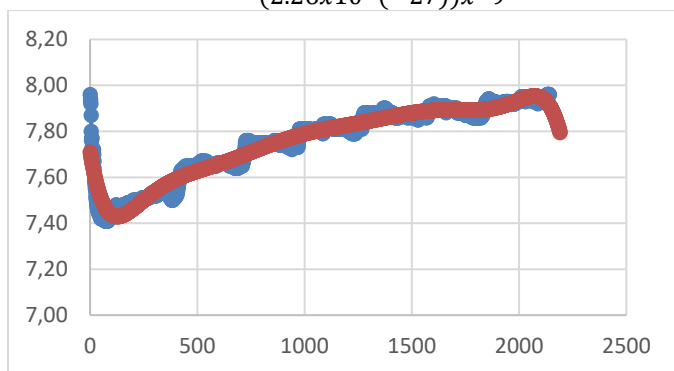


Figura 13. Proyección de la variable pH.

### EC

Para el EC la regresión más adecuada fue la orden 10 dando como resultado la siguiente ecuación y proyección.

$$y = 465.93 + (3.84)x - (3.42 \times 10^{-2})x^2 + (1.45 \times 10^{-4})x^3 - (3.5 \times 10^{-7})x^4 + (5.17 \times 10^{-1})x^5 - (4.83 \times 10^{-13})x^6 + (2.88 \times 10^{-16})x^7 - (1.06 \times 10^{-19})x^8 + (2.18 \times 10^{-23})x^9 - (1.93 \times 10^{-27})x^{10}$$

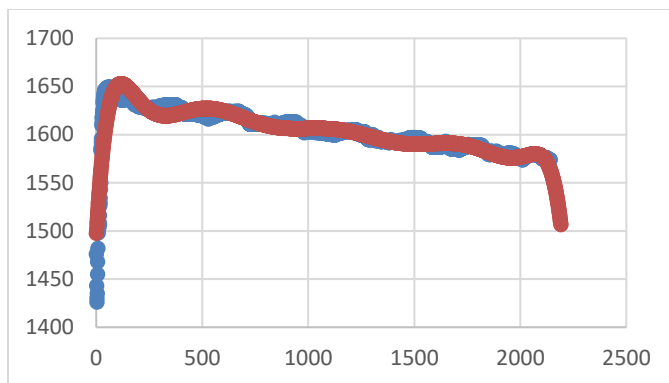


Figura14. Proyección de la variable EC.

### TDS

Para el TDS la regresión más adecuada fue la orden 11 dando como resultado la siguiente ecuación y proyección.

$$y = 0.7386 + (2.46 \times 10^{-3})x - (2.52 \times 10^{-5})x^2 + (1.26 \times 10^{-7})x^3 - (3.61 \times 10^{-10})x^4 + (6.46 \times 10^{-13})x^5 - (7.54 \times 10^{-16})x^6 + (5.89 \times 10^{-19})x^7 - (2.96 \times 10^{-22})x^8 + (9.52 \times 10^{-26})x^9 - (1.75 \times 10^{-29})x^{10} + (1.4 \times 10^{-33})x^{11}$$

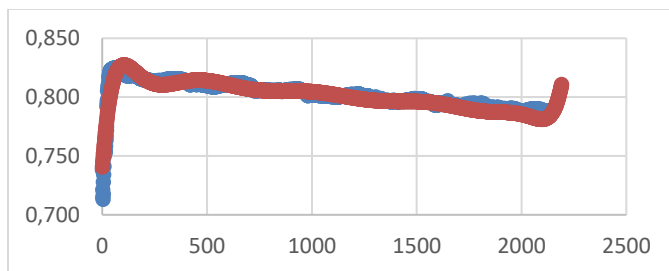


Figura 15. Proyección de la variable TDS.

## VI. DISCUSIONES Y CONCLUSIONES

La regresión de la temperatura muestra un cambio constante (fluctuación) debido a los cambios en la temperatura dados por el día y la noche. Esto es importante resaltarlo porque, para análisis futuros se debe tener en cuenta el clima ya que este influencia en el pH del agua misma y es un factor que no podemos controlar.

El proceso de fitorremediación en el momento de las medidas analizadas estaba en sus primeras etapas, es por esto por lo que los cambios que reflejan las plantas no son tan visibles pero su proyección si indican cambios.

En el pH se ve como este presenta ligeras fluctuaciones influenciadas igualmente por los cambios en la temperatura y, además se ve que incrementa por encima de su nivel neutro por el poco tiempo que ha tenido la planta para estabilizarse en el proceso, pero en su proyección se ve como la tendencia es a volver a disminuir y por ende neutralizarse.

Para la conductividad eléctrica que está relacionada con las sales disueltas, se observa que si se presenta una disminución de esta y una tendencia a seguir disminuyendo. Por ende, reduciendo la salinidad del agua ayudándola a recuperar una calidad más adecuada al agua.

En el caso de los sólidos totales disueltos se ve una disminución de estos. Sin embargo, en su proyección se ve un incremento esto es debido a que la planta aun no se estabiliza como se menciona anteriormente, y como al final de la línea de representación de los datos se estabiliza un poco la proyección apunta a aumentar apuntando a de pronto nitrificaciones en la planta. Sin embargo, se aprecia que desde el inicio de las tomas si hay una evidente disminución lo que indica la efectividad del proceso.

Los algoritmos implementados tienen diversas complejidades temporales. Sin embargo, si miramos los algoritmos como conjunto su complejidad temporal más elevada es  $O(n^2)$ , esto debido a que la resolución de la matriz esta ligada a el tamaño de esta mientras que las complejidades que apuntan a la función cuadrática están ligadas a la cantidad de datos ingresados.

Se utilizo la función quantile para la ayuda en la detección en los datos atípicos. La función quantile utiliza algoritmos simples como lo son las medidas estadísticas básicas (moda, mediana, media y cuartiles). Por ser cálculos un poco mas conocidos, pero no por esto menos importante en el desarrollo de este estudio se decidió utilizar esta función.

Para finalizar, el proceso de fitorremediación evidencio las mejoras que es capaz de lograr en la calidad de las aguas residuales por medio de las medidas tomadas. La importancia de hacer proyecciones de estas medidas tiene gran significado para estudios ambientales por la posibilidad de tener una aproximación de los comportamientos en un corto tiempo futuro y de esta forma ejecutar cambios y decisiones.

## VII. BIBLIOGRAFÍA

- [1] S. N. Correa Torres, *Presentación situación problema: Contaminación vereda Plamichal*, Bucaramanga: Universidad Pontificia Bolivariana, 2019.
- [2] R. Valencia, «Fosas Sépticas,» [En línea]. Available: <https://reparacionesvalencia.com/blog/fosas-septicas/>. [Último acceso: 29 Julio 2019].
- [3] C. P. «Contaminación del agua: Qué es, causas, consecuencias y soluciones.,» 13 Octubre 2017. [En línea]. Available: <https://cumbrepuebloscop20.org/medio-ambiente/contaminacion/agua/>. [Último acceso: 5 Agosto 2019].
- [4] Agriculturers, «La fitorremediación,» 15 Agosto 2015. [En línea]. Available: <https://agriculturers.com/la-fitorremediacion-plantas-para-tratar-la-contaminacion-ambiental/>. [Último acceso: 28 Julio 2019].
- [5] Vetivercol, «Pasto Vetiver,» [En línea]. Available: <http://www.vetivercolsas.com/pasto-vetiver>. [Último acceso: 28 Julio 2019].
- [6] H. Rodríguez Pimentel, «Las aguas residuales y sus efectos contaminantes,» 13 Marzo 2017. [En línea]. Available: <https://www.iagua.es/blogs/hector-rodriguez-pimentel/aguas-residuales-y-efectos-contaminantes>. [Último acceso: 24 10 2019].
- [7] Driscoll, «pH del Agua,» 1986. [En línea]. Available: <https://www.carbotecnia.info/encyclopedia/que-es-el-ph-del-agua/>. [Último acceso: 24 Octubre 2019].
- [8] Aguapura, «TDS que importancia tiene y como medirlo,» [En línea]. Available: <https://aguapuraysana.com/tds-que-importancia-tiene-y-como-medirlo/>. [Último acceso: 24 Octubre 2019].
- [9] SMART Fertilizer Management, «La conductividad Eléctrica del Agua,» [En línea]. Available: <https://www.smart-fertilizer.com/es/articles/electrical-conductivity>. [Último acceso: 24 Octubre 2019].
- [10] R. Seminario Vasquez, «MÉTODOS NUMÉRICOS PARA INGENIERÍA,» [En línea]. Available: <http://www.eumed.net/libros-gratis/2009a/488/Que%20es%20un%20metodo%20numrico.htm>. [Último acceso: 24 Octubre 2019].
- [11] wikiHow, «Cómo calcular datos atípicos,» [En línea]. Available: <https://es.m.wikihow.com/calcular-datos-at%C3%ADpicos>. [Último acceso: 24 Octubre 2019].
- [12] F. P., «Entendiendo la interpolación,» 28 Marzo 2016. [En línea]. Available: <https://acolita.com/entendiendo-la-interpolacion/>. [Último acceso: 28 Octubre 2019].
- [13] J. Sánchez Galán, «Análisis de regresión,» [En línea]. Available: <https://economipedia.com/definiciones/analisis-de-regresion.html>. [Último acceso: 24 Octubre 2019].
- [14] P. E. Goette, «R, un lenguaje y entorno de programación para análisis estadístico,» 20 Abril 2014. [En línea]. Available: <https://www.genbeta.com/desarrollo/r-un-lenguaje-y-entorno-de-programacion-para-analisis-estadistico>. [Último acceso: 24 Octubre 2019].
- [15] M. Solorio, «METODOLOGIA EN CASCADA,» 16 Abril 2013. [En línea]. Available: <http://metodologiaencascada.blogspot.com/>. [Último acceso: 18 Agosto 2019].