Divide y Vencerás: Ejercicio 1

Se tiene un vector V[1..N] formado por números enteros, de manera que todos ellos distintos, y que están ordenados de manera creciente. Se dice que un vector de estas características es coincidente si tiene al menos una posición tal que es igual al valor que contiene el vector en esa posición. Por ejemplo, en el vector

1	2	3	4	5	6	7	8
−14	−6	3	6	16	18	27	43

puede verse que V[3] = 3; por lo tanto, este vector es coincidente.

Diseñar un algoritmo Divide y Vencerás que determine en un orden de eficiencia no superior a O(lg N) si un vector es coincidente, recibiendo como datos el vector y su tamaño.

Divide y Vencerás: Ejercicio 1

```
const TamMax= ...
tipos vector = array[1.. TamMax] de entero
fun EsCoincidente(E/s xi, xf: entero; E/S v: vector)  dev e: logico
var m: entero
    e ← falso                                                       (1)
    si ( xi == xf ) entonces               //Caso básico            (1)
        si ( v(xi) == xi) entonces e ← verdadero fsi                (1+1)
    sino
        m = ( xi + xf ) % 2                                         (1)
        si ( v(m) == m) entonces e ← verdadero                      (1+1)
        sino
            si ( v(m) < m) entonces                //Mitad superior (1)
                xi = m                                              (1)
            sino                                   //Mitad inferior
                xf = m                                              (1)
            fsi
            e = EsCoincidente (xi, xf, v)                           T(n/2)
        fsi
    fsi
    devolver e                                                      (1)
ffun
```

$$T(n) = 7 + T\left(\frac{n}{2}\right)$$

Divide y Vencerás: Ejercicio 1

```
const TamMax= ...
tipos vector = array[1.. TamMax] de entero
fun EsCoincidente(E/s xi, xf: entero; E/S v: vector)  dev e: logico
var m: entero
    e ← falso                                                        (1)
    si ( xi == xf ) entonces              //Caso básico              (1)
        si ( v(xi) == xi) entonces e ← verdadero fsi
    sino
        m = ( xi + xf ) % 2                                          (1)
        si ( v(m) == m) entonces e ← verdadero                       (1)
        sino
            si ( v(m) < m) entonces               //Mitad superior   (1)
                xi = m  + 1                                          (1)
            sino                                  //Mitad inferior
                xf = m  - 1
            fsi
            e = EsCoincidente (xi, xf, v)                            T(n/2)
        fsi
    fsi
    Devolver e                                                       (1)
Ffun
```

$$T(n) = 7 + T\left(\frac{n}{2}\right)$$ (Notación Asintótica Condicional)

Divide y Vencerás: Ejercicio 1

$$T(n) = 7 + T\left(\frac{n}{2}\right)$$

- Paso 2: Ecuación polinómica

$$n = 2^k \Leftrightarrow k = \log_2 n \quad \rightarrow \quad x^k - x^{k-1} = 7$$

- Paso 3: Solución de la parte homogénea

$$x^{k-1} \cdot (x - 1) = 0 \quad \rightarrow \quad \text{Raíz: } (x-1)^1$$

- Paso 4: Solución de la parte no homogénea

$$7 = 7k^0 \cdot 1^k \quad \rightarrow \quad \text{Raíz: } (x-1)^{0+1}$$

- Paso 5: Combinación de raíces

$$(x-1)^2$$

$$T(k) = c_1 + c_2 \cdot k \rightarrow T(n) = c_1 + c_2 \cdot \log n$$

$$\boldsymbol{T(n) \in O}(\log n)$$

Divide y Vencerás: Ejercicio 1

$$T(n) = 7 + T\left(\frac{n}{2}\right)$$

- Es una expresión típica de Divide y Vencerás con p=0, b=2 y k=1. Entonces:

$$\mathrm{k} = b^p$$

- Por tanto:

$$\boldsymbol{T}(\boldsymbol{n}) \in \boldsymbol{O}(n^p \log n) \in \boldsymbol{O}(\log n)$$